

УДК 336.647/.648

**Ключевые слова:**

теория Модильяни – Миллера, риск дефолта, ставки дисконтирования, вероятность дефолта, требуемая доходность долга, требуемая доходность собственного капитала, средневзвешенная цена капитала, оптимальная структура капитала

**П. Е. Жуков**, к. э. н.,

доц. кафедры «Финансовый менеджмент»  
Финансового университета при Правительстве РФ  
(e-mail: [joukov@rambler.ru](mailto:joukov@rambler.ru))

# Учет риска дефолта при формировании оптимальной структуры капитала компании

*Классическая теория Модильяни – Миллера (теория ММ) и связанная с ней теория CAPM были полностью завершены более 50 лет назад<sup>1</sup>. В то же время общеизвестно, что их практическое применение связано с большими трудностями, а теоретические выводы отчасти противоречивы<sup>2</sup>. Возможно, именно поэтому все связанные с ними вопросы остаются в высшей степени актуальными как для теории, так и для практики финансов<sup>3</sup>.*

Большинство современных исследователей едины во мнении, что обе теории до сих пор сохраняют свою значимость хотя бы потому, что им нет теоретически обоснованной альтернативы. Поэтому, несмотря на постоянную критику со стороны академических ученых и практиков, теории ММ и CAPM в их современном понимании и развитии до сих пор лежат в основе современной финансовой теории<sup>4</sup>. Обе теории (с современными дополнениями и модификациями) широко используются в теоретических исследованиях, активно развиваются и, что особенно важно, имеют чрезвычайно широкое практическое применение, воздействуя прямо или косвенно на финансовое мышление собственников и менеджеров<sup>5</sup>. В частности, основные выводы из обеих теорий прямо или косвенно применяются при оценке цены бизнеса, расчете издержек на капитал, а также активно используются инвесторами и финансовыми менеджерами при формировании финансовой политики компаний и установлении индикаторов финансовой эффективности<sup>6</sup>.

<sup>1</sup> Modigliani F., Miller M. *Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction* // *The American Economic Review*. 1963. Vol. 53. № 3. P. 147–175.

<sup>2</sup> Stiglitz J. E. *A Re-Examination of the Modigliani-Miller Theorem* // *The American Economic Review*. 1969. Vol. 59. № 5. P. 784–793.

<sup>3</sup> Myers S. C. *Capital Structure* // *The Journal of Economic Perspectives*. 2001. Vol. 15. P. 81–102.

<sup>4</sup> Pagano M. *The Modigliani-Miller Theorems: A Cornerstone of Finance* / University of Salerno, May 2005. Working Paper № 139.

<sup>5</sup> Myers S. C. *The Capital Structure Puzzle* // *The Journal of Finance*. 1984. Vol. 39. P. 575–592.

<sup>6</sup> Brealey R., Myers S., Allen F. *Principles of Corporate Finance*. NY: McGraw-Hill, 2010. P. 485–486.

Современный подход состоит в том, что хотя обе теории идеализируют реальность, они позволяют выявлять и оценивать дополнительные издержки, из-за которых рынки в практических ситуациях становятся несовершенными, и учитывать влияние этих издержек, чему, в частности, посвящена настоящая работа.

### **АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕОРИИ МОДИЛЬЯНИ – МИЛЛЕРА И ЕЕ ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ**

Изначально теория ММ основывалась на четырех основных предположениях:

1. Совершенство финансовых рынков, что означает несколько взаимосвязанных гипотез. Например, все участники рынка принимают рыночные цены (никто не может их диктовать), отсутствуют транзакционные издержки, все участники рынка ведут себя рационально. Одним из главных следствий совершенства финансовых рынков является закон единой цены: однородные активы, приносящие одинаковый доход и имеющие одинаковый риск, должны иметь одинаковую цену на любом финансовом рынке. Более точно этот закон можно сформулировать так: нельзя один и тот же актив купить за одну цену на одном рынке и продать за более высокую на другом (получить арбитражную прибыль). Однако в действительности арбитраж возможен даже на современных совершенных биржах, просто эти возможности краткосрочны. Кроме того, цены покупки и продажи активов могут отличаться на разных рынках — достаточно посмотреть на курсы обмена валют.

2. Все участники рынка обладают одинаковой информацией, что позволяет им одинаковым образом оценивать цены активов. Это так называемая сильная эффективность рынка в смысле Ю. Фамы. Если бы она выполнялась, то не нужно было бы вводить ограничения на инсайдерскую торговлю. В действительности все участники рынка обладают различной информацией. Еще более важно то, что все участники рынка по-разному оценивают риски, т. е. хорошо известно: риск — объективное явление, но его оценка всегда субъективна. Таким образом, если прямой арбитраж (покупка актива дешево и продажа его же дорого) встречается довольно редко (см. п. 1 выше), то риск-арбитраж — одновременная покупка недооцененных и продажа переоцененных активов с точки зрения соотношения их риска и доходности является частью бизнеса хедж-фондов и даже крупных банков. Профессиональные инвесторы (финансовые институты) обычно обладают лучшей информацией, чем остальные участники рынка, и за счет этого могут лучше оценивать риски.

3. Денежные потоки фирмы не зависят от ее финансовых решений, т. е. от привлекаемых займов и выплачиваемых дивидендов. Если фирма функционирует в нормальном режиме, то это условие выполняется абсолютно и безоговорочно, но только в отношении денежных потоков от текущих операций. Привлечение займов и эмиссия акций и облигаций обычно связаны с дополнительными транзакционными издержками, хотя эти издержки вряд ли можно считать существенными.

4. Отсутствие рисков банкротства компании. Теоретически в условиях совершенства финансовых рынков компания не должна обанкротиться. Если справедливая стоимость имущества компании и ее будущих денежных потоков становятся меньше из-за затруднений на рынке, то рыночная стоимость акций уменьшается. Когда рыночная стоимость акций приближается к нулю, наступает момент ликвидации компании с целью удовлетворения потребностей кредиторов<sup>7</sup>.

Для измерения риска дефолта в современной практике часто применяется модель KMV фирмы Moody's<sup>8</sup>. В этой модели вероятность дефолта определяется как функция

---

<sup>7</sup> Pratt S. P., Grabowski R. J. *Cost of Capital: Applications and Examples*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2008. P. 144.

<sup>8</sup> Moody's KMV model (<http://www.moodyanalytics.com/About-Us/History/KMV-History>).

«расстояния до дефолта», равного отношению собственного капитала к его волатильности (среднеквадратичному отклонению). Однако модель KMV, равно как и другие современные модели, позволяет надежно предсказывать кризисную ситуацию, влекущую за собой высокую вероятность дефолта, только на интервалах порядка одного года.

На практике издержки в случае банкротства могут быть очень существенными для кредитора. Как показали исследования Э. Альтмана<sup>9</sup>, обычно они составляют до 60 % от суммы долга, а в среднем — 40 %. Как правило, это объясняется тем, что в ситуации банкротства менеджмент компании пытается исправить положение, занимая больше денег, чем может обеспечить активами.

Кроме того, вероятность банкротства не поддается точной оценке<sup>10</sup>. При этом если в случае банкротства кредиторы компании что-то получают от продажи активов, то собственники компании теряют все. Таким образом, это условие отсутствия банкротства — главное и очевидное отличие идеального мира теорий MM и CAPM от реального.

5. Изначально также предполагалось условие отсутствия налогов, но затем в теорию MM было включено влияние налогов.

Аналогичные допущения, но с существенными дополнениями в части оценки инвесторами риска и доходности (по дисперсии и математическому ожиданию, которые предполагались постоянными) были положены в основу теории CAPM У. Шарпа, Дж. Линтнера, разработанной на основе портфельной теории Г. Марковица и развивавшейся параллельно и во взаимосвязи с теорией MM.

Из допущений 1–5 Ф. Модильяни и М. Миллер вывели четыре утверждения.

Первое (и до сих пор весьма спорное) утверждение теории Модильяни – Миллера: при отсутствии налогов полная стоимость фирмы, которая равна рыночной стоимости бизнеса (собственного капитала) и рыночной стоимости долга, не зависит от структуры капитала, т. е. от доли долга в пассивах фирмы. При этом затраты на собственный капитал растут с ростом отношения  $D/Eq$  — долга к собственному капиталу. Модильяни так пояснял популярно смысл этого утверждения: «Если из молока получили сливки и пахту, то стоимость сливок (собственного капитала) и пахты (долга) будет в точности равна стоимости молока (фирмы без долга)». Миллер предпочитал сравнение с куском пиццы, порезанным на 4 или 8 частей<sup>11</sup>.

Второе утверждение (не менее спорное): стоимость фирмы не зависит от дивидендной политики — на самом деле вытекает из первого и доказывается практически теми же методами. Считается, что это утверждение сделало устаревшими некоторые популярные теории предпочтения дивидендов, такие как «предпочтение ликвидности» (другое название «синица в руке»), хотя это оспаривается практиками.

Третье утверждение (также спорное): инвесторы индифферентны к финансовым решениям компании. Под финансовыми решениями понимаются решения четырех типов — инвестиции, привлечение нового капитала через эмиссию акций, привлечение займов, выплата дивидендов.

Четвертое утверждение (третья теорема Модильяни – Миллера, самая спорная и даже противоречивая): при учете налогов стоимость фирмы возрастает с ростом долга (за счет налоговых щитов). Например, из нее следует, что оптимальная структура капитала достигается при равенстве собственного капитала нулю, а это теоретически эквивалентно банкротству. То есть теория, выведенная в предположении об отсутствии вероятности

<sup>9</sup> Altman E., Kishore V. *Almost Everything You Wanted to Know about Recoveries on Defaulted Bonds* // *Financial Analysts Journal*. 1996. Vol. 6. P. 57–64.

<sup>10</sup> Altman, E. I. *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy* // *The Journal of Finance*. 1968. Vol. 23. P. 589–609.

<sup>11</sup> Modigliani F., Miller M. H. *The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment* // *The American Economic Review*. 1958. Vol. 48. № 3. P. 261–297.

банкротства, приводит к тому, что чем ближе фирма к банкротству, тем лучше ее структура капитала, что является очевидным противоречием.

Исторически теоремы Модильяни – Миллера доказывались арбитражными методами — через невозможность арбитражных операций по изменению структуры капитала. Далее будет рассмотрен альтернативный подход — через предположения и формулы, применяемые на практике.

Применение логики арбитражного доказательства соблазнительно своей простотой, но опасно тем, что в нем легко совершить ошибку. Есть несколько авторов, которые предлагали ошибочные варианты формулы Хамады<sup>12</sup> или доказательства теорем ММ с учетом (как они полагали) налогов, вероятности дефолта и транзакционных издержек<sup>13</sup>.

Р. Мертон предложил собственное арбитражное доказательство, основанное на теории Блэка – Шоулза, как он полагал, с учетом риска дефолта<sup>14</sup>. Но при этом он не принял во внимание, что теория Блэка – Шоулза работает только для стационарных случайных процессов. Кроме того, в арбитражном доказательстве Р. Мертона также присутствует ошибка, связанная с подменой понятий «арбитраж» и «риск-арбитраж». Однако, несмотря на это, работа Р. Мертона стала отправной точкой для структурных моделей оценки вероятности дефолта и стоимости CDS (*cross default swap*).

Отечественные авторы также занимались проблематикой теории ММ. В частности, В. Брусков предложил свой вариант этой теории для ограниченного срока жизни фирмы, полагая, что доказал теоремы Модильяни – Миллера с учетом вероятности дефолта<sup>15</sup>. На самом деле его теория описывает эффект конечности срока функционирования фирмы при условии неизменности цены фирмы, но при этом полностью игнорирует издержки дефолта. Однако именно эти издержки и являются главным риском при увеличении долга, так как при дефолте кредитор теряет часть имущества, а собственник теряет все<sup>16</sup>.

Таким образом, теоремы Модильяни – Миллера имеют практический смысл только в том случае, если риск дефолта, понимаемый как возможные потери кредитора при дефолте, пренебрежимо мал, а главная идеализация, которая делает теорию ММ неприменимой на практике без существенных поправок, — игнорирование риска дефолта.

Поэтому сегодня среди практиков наиболее распространена точка зрения, что оптимальная структура капитала (соотношение собственных и заемных средств) — это та, при которой маргинальные преимущества долгового финансирования  $TdD$  от увеличения долга  $dD$  равны маргинальным издержкам риска дефолта<sup>17</sup>. Однако Миллер возражал против этой точки зрения, считая, что она отрицает выводы его теории. Проблема состоит в том, что нет методов расчета маргинальных издержек дефолта.

В отношении применимости теории ММ Миллер писал в 1988 г.: «Сегодня практически в любом учебнике по экономике можно встретить арбитражное доказательство теоремы Модильяни – Миллера, которое почти всегда сопровождается замечанием, что его не следует воспринимать слишком серьезно»<sup>18</sup>. Как отмечал Миллер в той же статье, они

<sup>12</sup> Munshi J. *The Hamada Equation Reconsidered* / Academia.edu ([http://www.academia.edu/6508324/THE\\_HAMADA\\_EQUATION\\_RECONSIDERED](http://www.academia.edu/6508324/THE_HAMADA_EQUATION_RECONSIDERED)).

<sup>13</sup> Brusov P. N., Filatova T. V., Orekhova N. P. *Absence of an Optimal Capital Structure in the Famous Tradeoff Theory!* // *Journal of Reviews on Global Economics*. 2013. Vol. 2. P. 94–116.

<sup>14</sup> Merton R. *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rate* // *The Journal of Finance*. 1974. Vol. 29. P. 449–470.

<sup>15</sup> Брусков П. Н., Филатова Т. В. *От Модильяни – Миллера к общей теории стоимости и структуры капитала компании* // *Финансы и кредит*. 2011. № 3 (435). С. 2–8.

<sup>16</sup> Koller T., Goedhart M., Wessels D. (*McKinsey & Company*). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2010. 836 p.

<sup>17</sup> Brealey R., Myers S., Allen F. *Principles of Corporate Finance*.

<sup>18</sup> Miller M. H. *The Modigliani-Miller Proposition after Thirty Years* // *The Journal of Economic Perspectives*. 1988. Vol. 2. P. 99–120.

прекрасно понимали, что отсутствие учета риска банкротства в их теории вносит в нее некоторые погрешности. Однако он считал поправку на риск дефолта незначительной, порядка 1 % от стоимости фирмы, основываясь на опыте банкротства американских железных дорог в 30-е годы<sup>19</sup>. Однако это банкротство проходило под контролем правительства, было растянуто на годы, и вряд ли из него можно сделать общие заключения.

### **МОДИФИКАЦИЯ ТЕОРЕМЫ МОДИЛЬЯНИ – МИЛЛЕРА — ТЕОРЕМА ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ КАПИТАЛА ДЛЯ БЕЗОПАСНОГО УРОВНЯ ДОЛГА**

Исторически известно несколько способов доказательств теорем Модильяни – Миллера арбитражными методами: две фирмы с одинаковыми денежными потоками, одна фирма, доказательство на основе глобального равновесия, а также доказательство Р. Мертона с использованием теории Блэка – Шоулза<sup>20</sup>. Суть этих доказательств достаточно хорошо известна уже более 50 лет, и их подробное строгое описание вряд ли целесообразно.

Основную идею, лежащую в основе арбитражного доказательства, можно кратко описать следующим образом: если бы полная цена фирмы  $EV$  зависела от того, какие доли в ее капитале занимает собственный капитал  $Eq$  и процентный долг  $D$  (по которому платятся проценты), то была бы возможна безрисковая (поскольку риск банкротства исключен) арбитражная операция путем «обмена» долга на собственный капитал. Заметим, что все это верно только в условиях отсутствия риска дефолта и совершенства рынка капитала.

В случаях, если риск дефолта существенен либо рынок капитала несовершенен, при увеличении доли долга увеличиваются риски дефолта, и арбитражное доказательство неприменимо. На эффективном рынке невозможен только безрисковый арбитраж (на практике он все же возможен, но эти возможности крайне редки и краткосрочны).

Для построения альтернативного подхода будет использован обратный метод — от практических применений теории ММ к теоретическим выводам.

Главное практическое применение теории Модильяни – Миллера — расчет средневзвешенных издержек на капитал ( $WACC$  — *weighted average cost of capital*), которые вычисляются как средневзвешенные (по доле в пассивах) издержки на собственный капитал и долг. При определении оптимальной структуры капитала этот показатель является целевым для компаний, однако при его расчете обычно не учитывается риск дефолта<sup>21</sup>.

Рассмотрим минимальные предположения 1–6, эквивалентные теории Модильяни – Миллера, но при этом более реалистичные и приближенные к практическому использованию. Все эти предположения хорошо известны и используются на практике. Однако если предположения 1–3 никак не ограничивают общность рассуждений и не связаны с идеализацией практики, то предположения 4–6 отчасти связаны с идеализирующими допущениями (что не мешает их широкому практическому применению).

**1.**  $EBIT^*$  — операционная прибыль фирмы, регулярная часть  $EBIT$  не зависит от финансовых решений (структуры капитала и доли прибыли, направленной на уплату дивидендов). Это предположение — одно из редких реалистичных допущений в теории Модильяни – Миллера, оно не связано с какой-то идеализацией практики и прямо вытекает из того факта, что операционные потоки фирмы зависят только от ее доходов и расходов, которые никак не связаны с источниками финансирования.

<sup>19</sup> Miller M. *Debt and Taxes // The Journal of Finance*. 1976. Vol. 32. № 2. P. 261–275.

<sup>20</sup> Merton R. *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rate*.

<sup>21</sup> Koller T., Goedhart M., Wessels D. (McKinsey & Company). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*.

2. Полная цена компании  $EV$  (рыночная цена долга плюс рыночная цена собственного капитала) равна свободному денежному потоку  $FCF$  на фирму после уплаты налога на прибыль, дисконтированному по ставке, определяющей среднюю требуемую доходность капитала  $r(t)$ , предоставляемого кредиторами и собственниками.

$$EV = \sum_{t=1, \infty} FCF_t / (1 + r(t)) \uparrow t \quad (1)$$

Предположение 2 исходит из гипотезы рационального поведения инвесторов и также не связано с какой-то существенной идеализацией. Большинство серьезных практиков считают, что поведение инвесторов, как правило, рационально, за исключением кратких периодов иррациональности во время биржевой паники и кризисов.

3. Формула WACC — средняя требуемая доходность совокупного капитала фирмы  $r(t)$  в формуле (1) может быть определена по формуле:

$$r(t) = WACC = r_E Eq / EV + r_{ps} PS / EV + r_d (1 - T) D / EV. \quad (2)$$

Предположение также не связано с какими-то упрощениями или идеализацией практики и означает, что требуемая доходность капитала по определению равна сумме требуемых доходностей его составляющих, взвешенных по их доле в капитале.

Здесь  $r_E$  — требуемая доходность собственного капитала,  $Eq/EV$  — доля рыночной стоимости бизнеса (собственного капитала) в полной стоимости фирмы,  $r_{ps}$  и  $PS/EV$  то же самое для привилегированных акций, а  $r_d$  — средняя стоимость процентного долга. С учетом налоговых щитов эта стоимость учитывается в полной стоимости фирмы в виде  $r_d(1 - T)$ , где  $T$  — эффективная ставка налога на прибыль. Далее в целях упрощения рассуждений (без ограничения общности) будем полагать  $PS = 0$ .

4. Постоянство требуемой доходности долга  $r_d$ . В формуле (2) в теории ММ предполагается, что доходность  $r_d$  не зависит от величины долга и равна доходности безрисковых (не имеющих риска дефолта) облигаций. Это прямо следует из отсутствия вероятности дефолта и существенно противоречит практике, т. к. ставка  $r_d$  практически всегда существенно выше  $r_f$  — доходности безрисковых инструментов и изменяется в зависимости от риска дефолта фирмы (рейтинга, группы риска и т. д.). В то же время, поскольку кредиты часто обеспечены залогом и кредиторы рассчитывают получить возмещение от реализации залога, спред обычно не превышает 5 %. При этом фирма с высоким риском дефолта, скорее всего, просто не получит кредита из-за того, что под такие кредиты банки вынуждены создавать слишком большие резервы. Этот вопрос был ранее изучен в работе автора<sup>22</sup>.

Далее будем предполагать, что  $D_1$  — максимальный уровень долга, при котором риск дефолта несущественен; минимальный уровень долга, рассматриваемый фирмой, равен 0, и ставка  $r_d$  в этих границах постоянна.

$$r_d(D) = \text{const при } D \leq D_1 \quad (3)$$

5. Формула CAPM дает явное выражение для требуемой доходности собственного капитала  $r_E$ :

$$r_E = r_f + \beta MRP, \quad (4)$$

где  $r_f$  — доходность безрисковых инструментов,  $\beta$  — коэффициент систематического риска (ковариация доходности собственника фирмы с рыночным портфелем, деленная на вариацию доходности рынка), а  $MRP$  — премия за рыночный риск.

<sup>22</sup> Жуков П. Е. Влияние финансовых рисков корпорации на ставку дисконтирования и вероятность дефолта // Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал. 2013. № 2. С. 55–62.



Однако с учетом того, что в предположении 4  $r_d$  не равно  $r_f$ , вместо (4) следует использовать более обоснованную формулу CAPM:

$$r_E = r_d + \beta MRP. \quad (5)$$

Эта формула частично учитывает риск дефолта, оцененный рынком облигаций и отраженный в требуемой доходности долга  $r_d$ . Такой вид формулы CAPM часто используется инвестиционными компаниями. В то же время известно, что требуемая доходность капитала, даже вычисленная по формуле (5), не вполне отражает риски дефолта. Как отмечается в руководстве по оценке стоимости Т. Коллера, М. Гудхарта и Д. Вессела (изданного с участием компании McKinsey & Company)<sup>23</sup>, требуемая доходность собственного капитала обычно составляет 8–10 % для крупнейших компаний, несмотря на серьезные различия в их рисках, что объясняется диверсификацией рисков инвесторами. Также отмечается, что эта доходность не учитывает риск дефолта для собственника, что объясняется ограничениями CAPM.

В случае применения более современных многофакторных моделей, основанных на теории ICAPM (либо АРТ и других модификаций),  $\beta$  и  $MRP$  становятся векторными величинами, имеющими смысл вектора значений факторов, от которых зависит оценка координат будущего, и требуемой доходности за единицу изменения этих факторов соответственно.

6. Формула Хамады для показателя систематического риска  $\beta$  в формуле (4) была изначально получена Р. Хамадой<sup>24</sup> на основе классических теорий CAPM и MM:

$$\beta_L = \beta_U (1 + D/Eq(1 - T)), \quad (5)$$

где  $D/Eq$  — долговой леверидж (отношение долга к собственному капиталу),  $T$  — ставка налога на прибыль,  $\beta_L$  — показатель систематического риска фирмы с долгом  $D$ , а  $\beta_U$  — показатель систематического риска фирмы, не имеющей долга.

Теперь рассмотрим вывод теории MM из предположений 1–6. Вначале покажем, что для равновесного рынка формула Хамады отражает исключительно рост риска волатильности доходов собственника при увеличении левериджа. Хотя на практике рынки редко находятся в состоянии равновесия (это идеализация), но и коэффициент  $\beta_L$  и формула Хамады имеют смысл только для равновесного рынка.

Для равновесного рынка риск волатильности доходов и риск дефолта — принципиально разные риски, так как первый связан с изменчивостью доходов фирмы, а второй — с ее имущественным положением (см., например, фундаментальный обзор Дж. Кохрэйна<sup>25</sup>). Для неравновесного рынка можно допустить, что ухудшение имущественного положения фирмы приведет к большей волатильности ее стоимости, но и в этом случае источником волатильности, вероятнее всего, будет волатильность доходов фирмы.

**Утверждение 1.** Линейная зависимость показателя систематического риска  $\beta_L$  от отношения долга к собственному капиталу в виде (4) на равновесном и эффективном рынке следует из эффекта финансового левериджа.

Действительно, из формулы Хамады следует, что показатель систематического риска пропорционален отношению долга к собственному капиталу с коэффициентом  $(1 - T)$ . Тот же коэффициент есть в формуле для эффекта финансового левериджа, который

<sup>23</sup> Koller T., Goedhart M., Wessels D. (McKinsey & Company). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*.

<sup>24</sup> Hamada R. *The Effect of the Firm's Capital Structure on the Systematic Risk of its Common Stocks // The Journal of Finance*. 1972. Vol. 6. P. 435–440.

<sup>25</sup> Cochrane J. H. *Presidential Address: Discount Rates // The Journal of Finance*. 2011. Vol. 66. № 4. P. 1046–1108.

показывает, на какую величину увеличивается  $ROE$  при увеличении финансового левериджа на  $\Delta D/Eq$ :

$$\Delta ROE = \Delta D/Eq(1 - T) \cdot (EBIT^*/IC - r_d),$$

где  $EBIT^* = NOPLAT + TAX$  — регулярная часть прибыли до уплаты налогов и процентов (в целях упрощения мы полагаем, что прибыль и убытки от деятельности, не связанной с обычными операциями, равны), а  $IC$  — инвестированный капитал (включая собственный и заемный).

Предполагая, что требуемая доходность долга  $r_d$  постоянна (см. (3) в предположении 4), а  $EBIT^*/IC$  не зависит от финансовых решений (в силу предположения 1), получаем, что волатильность  $ROE$  равна волатильности  $EBIT^*$ , умноженной на  $D/Eq(1 - T)$ .

Показатель систематического риска в CAPM равен:

$$\beta_L = \text{cov}(R, R_M) / \text{var}(R_M) = \sigma_R / \sigma_M \cdot k(R, R_M),$$

где  $R$  — доходность акций фирмы,  $R_M$  — средняя доходность рынка акций (рыночного портфеля),  $\sigma_R$  — волатильность (среднеквадратичное отклонение) доходности акций фирмы,  $\sigma_M$  — волатильность доходности рынка, а  $k(R, R_M)$  — коэффициент корреляции  $R$  и  $R_M$ . В CAPM, в силу условия равновесности рынка, все эти переменные предполагаются постоянными, откуда следует постоянство  $\beta_L$ .

Поскольку ожидаемая доходность акций равна дисконтированному доходу на капитал, то волатильность дохода от акций равна волатильности прибыли на собственный капитал и  $\sigma_R = \sigma(ROE)$ . Отсюда следует формула Хамады (5). Утверждение 1 доказано.

Таким образом, формула Хамады отражает риск волатильности прибыли акционера при условии, что прибыль собственника определяется доходностью  $ROE$  (что является общепринятым допущением), а его риск полностью определяется риском волатильности  $EBIT^*$ . Из этого утверждения вытекает важный вывод в отношении формулы Хамады: хотя она получена при скалярных величинах  $\beta$  и  $MRP$ , ее можно распространить также и на многофакторные модели.

**Утверждение 2.** Формула Хамады (5) справедлива также и для векторных величин  $\beta$  и  $MRP$ , которые используются при применении ICAPM, APT или факторных моделей.

В векторном варианте вектор  $\beta$  отражает чувствительность доходности компании  $ROE$  к вектору факторов, существенных для инвестора в момент принятия решения об инвестировании, а  $MRP$  — среднюю рыночную премию за риск по этим же выбранным факторам. При этом как в скалярном, так и в векторном варианте вектор  $MRP$ , задающий чувствительность прибыли инвестора к факторам риска  $\beta$ , является не зависящей от фирмы величиной, так как он определяет доходность, требуемую инвестором за изменение внешних факторов, вне зависимости от объекта инвестирования. Доказательство утверждения 2 аналогично доказательству утверждения 1.

Из утверждений 1 и 2 следует важный вывод: учет риска дефолта не приводит к изменению формулы Хамады — зависимость систематического риска от левериджа остается линейной. Это связано с тем, что формула Хамады учитывает риск волатильности доходов компании, а риск дефолта зависит в первую очередь от структуры капитала и только при рискованной структуре капитала — от волатильности доходов компании<sup>26</sup>.

Докажем теорему, эквивалентную теории MM (с учетом налогов), но при более реалистичном предположении 4.

<sup>26</sup> Moody`s KMV model.



**Теорема (об оптимальной структуре капитала).** При соблюдении условий 1–6 требуемая доходность собственного капитала линейно зависит от левериджа  $D/Eq$ , а WACC линейно зависит от отношения долга к активам:

$$r_E = r_{EO} + (r_{EO} - r_d)(D/Eq)(1 - T). \quad (6)$$

$$WACC = r_{EO}(1 - T \cdot D/A). \quad (7)$$

Здесь  $r_{EO}$  — требуемая доходность собственного капитала при  $D = 0$ , а  $r_E$  — требуемая доходность собственного капитала при  $D \leq D_1$ .

Чтобы доказать формулу (6) (аналогичную одной из теорем теории MM), рассчитаем  $\beta_L$ , используя формулу Хамады (4):

$$\beta_L = \beta_U(1 + (D/Eq)(1 - T)).$$

Далее из формулы CAPM в виде (5) (где  $r_f$  заменено на  $r_d$ ) получаем:

$$r_E = r_d + MRP \cdot \beta_L. \quad (8)$$

$$r_{EO} = r_d + MRP \cdot \beta_U. \quad (9)$$

Вычитая из (8) выражение (9), получим:

$$r_E - r_{EO} = MRP \cdot (\beta_L - \beta_U).$$

Отсюда, используя (9) для выражения  $r_{EO} - r_d$  и (4) для  $(\beta_L - \beta_U)$ , получаем основную формулу (6) теоремы:

$$r_E = r_{EO} + (r_{EO} - r_d)(D/Eq)(1 - T).$$

Далее из формулы (6) выведем формулу (7) для WACC. Обозначая через  $EV$  сумму собственного капитала и долга, получаем с учетом  $EV = Eq + D$ :

$$\begin{aligned} WACC(D) &= r_E Eq/EV + r_d D(1 - T)/EV = \\ &= (r_{EO} + (r_{EO} - r_d)(D/Eq)(1 - T))Eq/EV + r_d D(1 - T)/EV = \\ &= (r_{EO} + r_{EO}(D/Eq)(1 - T))(Eq/EV). \end{aligned}$$

Откуда следует (с учетом  $EV = Eq + D$ ):

$$\begin{aligned} WACC(D) &= r_{EO}(Eq/EV) + r_{EO}(1 - T)(D/EV) = r_{EO} - r_{EO}T(D/EV) = r_{EO}(1 - T(D/EV)). \\ WACC_0 &= r_{EO} \text{ при } D = 0. \end{aligned}$$

**Теорема доказана.**

Отсюда с использованием выражения (1) для полной цены компании можно получить классические выводы теории MM.

$$V_U = \sum_t FCF_t / (1 + WACC_0)^t = FCF_U / WACC_0.$$

Учитывая, что  $FCF_L = FCF_U$  (из предположения 1):

$$V_L = V_U / (1 - T(D/EV)).$$

Поскольку  $V_L = EV$ , получим традиционный результат теории MM:

$$V_L = V_U + TD.$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что теория ММ практически применима, если величина долга не превышает некоторой критической величины  $D_1$ , при которой риск дефолта не существенен для кредиторов и инвесторов (предположение 4).

В то же время если изменение долга приводит к изменению риска дефолта, то это приведет к изменению WACC. Кроме того, как было отмечено ранее, для практического применения теории ММ требуется дополнительно ввести учет риска дефолта в требуемой доходности собственного капитала.

### **ПРАКТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СРЕДНЕВЗВЕШЕННОЙ ЦЕНЫ КАПИТАЛА И СТОИМОСТИ КОМПАНИИ С УЧЕТОМ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕФОЛТА**

Для практического применения теоремы об оптимальной структуре капитала, полученной ранее, необходимо ввести в нее поправки на риск дефолта. Для этого требуется ответить на два вопроса:

1. Как определить, когда увеличение долга меняет риск дефолта и каким образом это повлияет на WACC в части стоимости долга?
2. Каким образом можно учесть влияние риска дефолта на требуемую доходность собственного капитала и как это отразится на WACC?

Вначале ответим на первый вопрос. Для учета вероятности дефолта на требуемую доходность в работе автора<sup>27</sup> были получены выражения для спреда доходности в зависимости от вероятности дефолта  $p_d$  и величины потерь при дефолте  $\lambda$ , отличные от неточных выражений С. Дезлера<sup>28</sup>. В частности, при линейной чувствительности инвестора к риску в смысле аксиом Моргенштерна и фон Неймана эта зависимость имеет простейший (квазилинейный) вид:

$$\Delta y = r_d - r_f = (r_f + 1)\lambda p_d / (1 - \lambda p_d). \quad (10)$$

В этом случае (нейтральности инвестора к риску) дополнительная требуемая доходность не зависит от  $p_d$  и  $\lambda$  в отдельности и зависит только от их произведения  $\lambda p_d$ , имеющего смысл математического ожидания потерь при дефолте. Таким образом, если увеличение долга либо дебиторской задолженности приводит к увеличению возможных потерь инвестора в случае дефолта, то  $\Delta y$  является справедливой компенсацией за этот риск. Заметим, что величина потерь при дефолте  $\lambda$  является обратной величиной к показателю покрытия  $1 - \lambda$  (coverage), равной части долга (с процентами), которую ожидает получить кредитор в случае банкротства. В свою очередь, коэффициент покрытия может быть оценен как стоимость опциона на кросс-дефолт (CDS) на момент выполнения заемщиком своих обязательств.

Для практического применения этой зависимости к имеющимся значениям долга компании и ее дебиторской задолженности нет необходимости отдельной оценки вероятности дефолта  $p_d$  и ожидаемой величины потерь  $\lambda$  — достаточно взять рыночные значения спреда доходности для компании в текущий момент времени. Несколько сложнее предсказать изменение процентов за кредит при увеличении долга. Однако при наличии статистических данных по аналогичным компаниям с различными значениями долга и дебиторской задолженности несложно провести соответствующую экстраполяцию. Задача оценки вероятности дефолта  $p_d$  и ожидаемой величины потерь  $\lambda$  обычно стоит только перед банками для определения класса риска заемщика. Хотя оценка отдельно  $p_d$  и  $\lambda$  может быть сложной

<sup>27</sup> Жуков П. Е. Влияние финансовых рисков корпорации на ставку дисконтирования и вероятность дефолта.

<sup>28</sup> Denzler S. M., Dacorogna M. M., Müller U. A., McNeil A. J. From Default Probabilities to Credit Spreads: Credit Risk Models do Explain Market Price // Finance Research Letters. 2006. Vol. 3. P. 79–85.

задачей, величина ожидаемого риска инвестора  $\lambda p_d$  может быть оценена по формуле (10) через  $\Delta y$  — спред доходности для необеспеченных залогом облигаций (*debentures*).

Если у компании есть возможность получить от банка прогноз о безопасном пределе заимствований, то нет необходимости в самостоятельной оценке этих параметров, которая часто является сложной и субъективной.

Упрощенно можно предложить следующее правило: если при увеличении дебиторской задолженности или процентного долга кредитный рейтинг фирмы не изменяется, то долг и дебиторская задолженность находятся в допустимых для данной группы риска пределах, предположение 4 выполняется и можно использовать доказанную выше теорему.

Однако если при увеличении долга с  $D_1$  до  $D_2$  требуемая доходность увеличивается со значения  $r_{d1}$  до значения  $r_{d2}$ , то это происходит вследствие увеличения ожидаемых потерь кредиторов при дефолте с величины  $w_1 = \lambda_1 p_{d1}$  до  $w_2 = \lambda_2 p_{d2}$ .

Соответственно, получаем выражения для спреда доходности:

$$\Delta y_1 = (r_f + 1) \cdot w_1 / (1 - w_1); \quad \Delta y_2 = (r_f + 1) \cdot w_2 / (1 - w_2); \quad (11)$$

$$r_{d1} = r_f + \Delta y_1; \quad r_{d2} = r_f + \Delta y_2.$$

Обозначая  $\Delta r_d$  увеличение требуемой доходности долга при увеличении долга с  $D_1$  до  $D_2$ , из (11) получаем:

$$\Delta r_d = r_{d2} - r_{d1} = \Delta y_2 - \Delta y_1 = (r_f + 1)(w_2 / (1 - w_2) - w_1 / (1 - w_1)).$$

Заметим, что в этом случае формула (6) уже не будет справедлива, так как она выполняется только при постоянной доходности долга  $r_d$ .

Однако, обращаясь к оригинальной формуле (2) и обозначая  $\Delta WACC$  изменение WACC вследствие изменения долга с  $D_1$  до  $D_2$ , получим формулу:

$$\Delta WACC = r_{d2} E q_2 / EV_2 + r_{d2} D_2 (1 - T) / EV_2 - r_{d1} E q_1 / EV_1 - r_{d1} D_1 (1 - T) / EV_1 =$$

$$= r_{d2} - r_{d1} - T(r_{d2} D_2 / EV_2 - r_{d1} D_1 / EV_1). \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что WACC увеличивается ровно на величину  $\Delta r_d$ , за вычетом роста налоговых щитов от увеличения долга, которая является величиной малого порядка (примерно  $T \cdot D / EV$ ) от  $\Delta r_d$ .

Следовательно, можно сделать важный практический вывод: как только в результате увеличения долга происходит увеличение требуемой доходности долга  $r_d$ , WACC начинает увеличиваться, т. к. эффект налоговых щитов меньше эффекта увеличения риска. Отсюда следует, что оптимальная структура капитала достигается при максимальной величине долга, не превышающей безопасный предел (в полном соответствии с доказанной выше теоремой).

Для ответа на второй вопрос — учет влияния риска дефолта на требуемую доходность собственного капитала и как это отразится на WACC — можно использовать формулу (10) при  $\lambda = 1$ , поскольку при дефолте кредиторы в среднем теряют порядка 40–60 % от инвестиций, а собственник теряет 100 %.

$$\Delta y_E = r_E - r_f = (r_f + 1) p_d / (1 - p_d). \quad (13)$$

Для того чтобы оценить  $p_d$ , в работе автора<sup>29</sup> было предложено использовать зависимость типа функции Кобба – Дугласа. В то же время можно также использовать: статистику

<sup>29</sup> Жуков П. Е. Влияние финансовых рисков корпорации на ставку дисконтирования и вероятность дефолта.

дефолтов аналогичных компаний, модели Альтмана, модель Moody's KMV и т. д. Эти же методы могут быть выбраны для оценки возможного влияния на вероятность дефолта увеличения дебиторской задолженности.

Упрощенная оценка влияния может быть получена из  $r_{d2}$  и  $r_{d1}$ , в предположении, что коэффициент потерь  $\lambda$  имеет некоторое среднее значение. Рассмотрим, например, 0,4 в качестве коэффициента потерь<sup>30</sup>. Тогда из (11) получим:

$$p_{d1} = w_1/0,4 = 2,5\Delta y_1/(\Delta y_1 + r_f + 1); p_{d2} = w_2/0,4 = 2,5\Delta y_2/(\Delta y_2 + r_f + 1),$$

где  $\Delta y_1 = r_{d1} - r_f$ ;  $\Delta y_2 = r_{d2} - r_f$ .

Подставляя эти значения в (13), получим дополнительное увеличение WACC из-за поправки требуемой доходности собственного капитала на плату за риск дефолта, которая не учитывается в теории ММ и в теории CAPM.

$$\Delta WACC = Eq/EV \cdot (r_f + 1) \cdot p_d / (1 - p_d). \quad (14)$$

Поправка (14) всегда должна включаться в оценку требуемой доходности собственного капитала и WACC для расчета справедливой стоимости компании. То, что в настоящий момент расчет требуемой доходности собственного капитала и WACC не включает эту поправку, означает завышение справедливой стоимости компании при ее оценке доходным методом.

При увеличении долга WACC изменится на величину:

$$\Delta WACC = Eq_2/EV_2 \cdot (r_f + 1) \cdot p_{d2} / (1 - p_{d2}) - Eq_1/EV_1 \cdot (r_f + 1) \cdot p_{d1} / (1 - p_{d1}). \quad (15)$$

Поправка (15) увеличивает разницу между WACC компании с большим долгом по сравнению с компанией с меньшим долгом, однако эта поправка не меняет результата доказанной выше теоремы. Действительно, если проценты за кредит включают справедливую плату за риск кредитора и они не изменяются при увеличении долга до безопасных пределов  $D_1$ , то это значит, что вероятность дефолта компании в этих пределах не изменяется (с учетом погрешности оценки рынка). А значит, у собственника также нет оснований требовать дополнительную доходность за увеличение риска дефолта. Следовательно, учет риска дефолта для собственника также не меняет результата доказанной теоремы об оптимальной структуре капитала.

## **ВЫВОДЫ**

Главными выводами работы являются следующие.

1. Для правильной оценки стоимости компании необходим учет в WACC рисков дефолта — отдельно в требуемой доходности собственного капитала и в требуемой доходности долга. Если рассчитывать требуемую доходность собственного капитала по классической формуле CAPM (4), т. е. без учета риска дефолта, но в расчете WACC по формуле (2) использовать требуемую доходность долга, отличную от безрисковой доходности, то результаты будут неверными и не совместимыми с теорией Модильяни – Миллера. Только применение формулы CAPM в виде (5), с учетом риска дефолта для кредитора, дает правильный результат, совместимый с теорией ММ.

2. Для требуемой доходности долга можно упрощенно использовать фактическую доходность облигаций, однако риски собственника при дефолте значительно выше, что

<sup>30</sup> Denzler S. M., Dacorogna M. M., Müller U. A., McNeil A. J. *From Default Probabilities to Credit Spreads: Credit Risk Models do Explain Market Price.*

вызывает необходимость введения соответствующей компенсации в требуемую доходность собственного капитала.

3. Теория Модильяни – Миллера полностью справедлива с учетом риска дефолта, но ровно до тех пор, пока размер задолженности является безопасным, что выражается в неизменности процентной ставки по кредитам и облигациям либо в неизменности рейтинга.

4. Как только размер долга превышает безопасный уровень, WACC увеличивается даже с учетом налоговых щитов, а цена фирмы падает.

5. Оптимальная структура капитала компании заключается в максимальной величине долга, но не превышающей безопасного уровня, что выражается в неизменности требуемой доходности долга, которая формируется с учетом риска дефолта для кредиторов.

## **Библиография**

1. Брусов П. Н., Филатова Т. В. От Модильяни – Миллера к общей теории стоимости и структуры капитала компании // *Финансы и кредит*. 2011. № 3.
2. Жуков П. Е. Влияние финансовых рисков корпорации на ставку дисконтирования и вероятность дефолта // *Научно-исследовательский финансовый институт. Финансовый журнал*. 2013. № 2.
3. Altman E., Kishore V. Almost Everything You Wanted to Know About Recoveries on Defaulted Bonds // *Financial Analysts Journal*. 1996. Vol. 6.
4. Altman E. I. Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy // *The Journal of Finance*. 1968. Vol. 23.
5. Brealey R., Myers S., Allen F. *Principles of Corporate Finance*. NY: McGraw-Hill, 2010.
6. Brusov P. N., Filatova T. V., Orekhova N. P. Absence of an Optimal Capital Structure in the Famous Tradeoff Theory! // *Journal of Reviews on Global Economics*. 2013. Vol. 2.
7. Cochrane J. H. Presidential Address: Discount Rates // *The Journal of Finance*. 2011. Vol. 66. № 4.
8. Denzler S. M., Dacorogna M. M., Müller U. A., McNeil A. J. From Default Probabilities to Credit Spreads: Credit Risk Models do Explain Market Price // *Finance Research Letters*. 2006. Vol. 3.
9. Hamada R. The Effect of the Firm's Capital Structure on the Systematic Risk of Its Common Stocks // *The Journal of Finance*. 1972. Vol. 6.
10. Koller T., Goedhart M., Wessels D. (McKinsey & Company). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2010.
11. Merton R. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rate // *The Journal of Finance*. 1974. Vol. 29.
12. Miller M. Debt and Taxes // *The Journal of Finance*. 1976. Vol. 32.
13. Miller M. H. The Modigliani-Miller Proposition after Thirty Years // *The Journal of Economic Perspectives*. 1988. Vol. 2.
14. Modigliani F., Miller M. Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction // *The American Economic Review*. 1963. Vol. 53. № 3.
15. Modigliani F., Miller M. Some Estimates of the Cost of Capital to the Electric Utility Industry: 1954–1957 // *The American Economic Review*. 1966. Vol. 56. № 3.
16. Modigliani F., Miller M. H. The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment // *The American Economic Review*. 1958. Vol. 48. № 3.
17. Myers S. C. The Capital Structure Puzzle // *The Journal of Finance*. 1984. Vol. 39.
18. Myers S. C. Capital Structure // *The Journal of Economic Perspectives*. 2001. Vol. 15.
19. Pagano M. The Modigliani-Miller Theorems: A Cornerstone of Finance / University of Salerno, May 2005. Working Paper № 139.
20. Pratt S. P., Grabowski R. J. *Cost of Capital: Applications and Examples*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2008.
21. Stiglitz J. E. A Re-Examination of the Modigliani-Miller Theorem // *The American Economic Review*. 1969. Vol. 59. № 5.
22. Stewart C. Myers Capital Structure // *The Journal of Economic Perspectives*, 2001. Vol. 15. № 2.
23. Moody's KMV Model [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.moodyanalytics.com/About-Us/History/KMV-History>.
24. Munshi J. The Hamada Equation Reconsidered [Электронный ресурс] / Academia.edu. Режим доступа: [http://www.academia.edu/6508324/THE\\_HAMADA\\_EQUATION\\_RECONSIDERED](http://www.academia.edu/6508324/THE_HAMADA_EQUATION_RECONSIDERED).