

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2019 Issue: 11 Volume: 79

Published: 30.11.2019 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



Ismoil Ibragimovich Safarov

Institute of Chemistry and Technology
Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor to department of Advanced Mathematics, Tashkent
Safarov54@mail.ru

Nurillo Raximovich Kulmurov

Navoi State Mining Institute
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
nurillo.Kulmurov.64@mail.ru

Zafar Ixtiyorovich Boltaev

Bukhara Engineering-Technological Institute
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering, docent,
Bukhara, Republic of Uzbekistan

Matlab Raxmatovich Ishmamatov

Navoi State Mining Institute
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
docent, Uzbekistan
matlab1962@mail.ru

DYNAMIC STRESSED-DEFORMABLE STATE OF LOCALLY LOCATED CYLINDRICAL PIPES WITH LIQUID WHEN EXPOSED TO HARMONIOUS LOADS

Abstract: The paper considers the stress-strain state of parallel-arranged cylindrical pipes with liquid. The problem is solved in a bicylindrical coordinate system under the influence of harmonic waves. An analytical solution is obtained in the special functions of Bessel and Henkel, as well as numerical results. A parametric analysis of the dynamic stress coefficient is carried out.

Key words: cylindrical pipe, liquid, harmonic waves, bicylindrical coordinate system, special functions, displacements, dynamic coefficient, Lamé equations, ground contact, shells.

Language: Russian

Citation: Safarov, I. I., Kulmurov, N. R., Boltaev, Z. I., & Ishmamatov, M. R. (2019). Dynamic stressed-deformable state of locally located cylindrical pipes with liquid when exposed to harmonious loads. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 11 (79), 425-433.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-11-79-87> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2019.11.79.87>

Scopus ASCC: 2210.

ДИНАМИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОЕ СОСТОЯНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Аннотация: В работе рассматривается напряженно-деформируемое состояние параллельно расположенных цилиндрических труб с жидкостью. Задача решается в бицилиндрической системе координат при воздействии гармонических волн. Получено аналитическое решение в специальных функциях

Бесселя и Ханкеля, а также численные результаты. Проведен параметрический анализ динамического коэффициента напряжений.

Ключевые слова: цилиндрическая труба, жидкость, гармонические волны, бицилиндрическая система координат, специальные функции, перемещений, динамического коэффициент, уравнений Ламе, контакт с грунтом, оболочки.

Введение

Некоторые основные соотношения теории упругости.

В этом параграфе приведены некоторые основные уравнения теории упругости в криволинейных координатах. Известно, что из статической теории упругости уравнение Ламе в векторной форме имеет вид [1,2,3]:

$$(\lambda + 2\mu)grad\ div \vec{u} - \mu rot\ rot \vec{u} + Q\vec{f} = 0, \quad (1)$$

где λ и μ - коэффициенты Ламе, определяемые по формулам

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

\vec{u} -вектор перемещений, $Q\vec{f}$ -вектор массовых сил. Операторы, входящие в уравнение [1], для правой системы криволинейных ортогональных координат, определяются следующим образом

$$grad\varphi = \frac{1}{\sqrt{q_{11}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_1} \vec{l}_1 + \frac{1}{\sqrt{q_{22}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_2} \vec{l}_2 + \frac{1}{\sqrt{q_{33}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_3} \vec{l}_3, \quad rot \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{q}} G,$$

$$div \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{q}} \times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left(\vec{u}_1 \sqrt{\frac{q}{q_{11}}} \right) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\vec{u}_2 \sqrt{\frac{q}{q_{22}}} \right) + \frac{\partial}{\partial \alpha_3} \left(\vec{u}_3 \sqrt{\frac{q}{q_{33}}} \right) \right],$$

$$G = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11}} \vec{l}_1 & \sqrt{q_{22}} \vec{l}_2 & \sqrt{q_{33}} \vec{l}_3 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial}{\partial \alpha_3} \\ u_1 \sqrt{q_{11}} & u_2 \sqrt{q_{22}} & u_3 \sqrt{q_{33}} \end{bmatrix},$$

где α_i -криволинейные координаты (i=1,3), q_{ij} -компоненты метрического тензора, определяемым по формуле:

$$q_{ij} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial x_k}{\partial \alpha_i} \frac{\partial x_k}{\partial \alpha_j},$$

x_k -декартовы координаты (k=1,3), q-квадрат Якобиана преобразования декартовой системы координат и криволинейную систему координат. При этом для ортогональных криволинейных координат только диагональные члены матрицы тензора q_{ij} не равны нулю. В этом случае $q = \sqrt{\prod_{i=1}^3 q_{ii}}$, а основная дифференциальная

квадратичная форма определяется по формуле: $ds^2 = \sum_{i=1}^3 q_{ii} d^2 \alpha_i$. Для определения напряженного состояния грунта и постановки смешанных граничных условий необходимо иметь формулы, выражающие напряжение через

перемещение. Используем геометрические уравнения, выведенные Новицким В.

$$\varepsilon_{ii} = \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \left(\frac{u_i}{h_i} \right) + \frac{1}{2h_i^2} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial h_i^2}{\partial \alpha_j} \frac{u_j}{h_j}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2h_i h_j} \left[h_i^2 \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \left(\frac{u_i}{h_i} \right) + h_j^2 \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \left(\frac{u_j}{h_j} \right) \right] \quad i \neq j, \quad j=1,3.$$

Кроме того, используем уравнение состояния (закон Гука) [2]

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}. \quad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим

$$\sigma_{ij} = \lambda \sum_{k=1}^3 \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_k} \frac{u^k}{h_k} + \frac{1}{2h_k^2} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial h_k^2}{\partial \alpha_j} \frac{u_j}{h_j} \right] + 2\mu \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_i} \frac{u_i}{h_i} + \frac{1}{2h_i^2} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial h_i^2}{\partial \alpha_j} \frac{u_j}{h_j} \right], \quad (4,a)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\mu}{h_i h_j} \left[h_i^2 \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \frac{u_i}{h_i} + h_j^2 \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \frac{u_j}{h_j} \right], \quad i \neq j \quad (4,b)$$

где $h_i^2 = q_{ii}$. Теперь поставим задачу линейной теории упругости для расчетных схем в цилиндрических координатах r, θ и z . В качестве неизвестных используем компоненты вектора перемещений u_r, u_θ и u_z . Цилиндрическая система координат связана с декартовой системой координат следующими соотношениями:

$$x = r \cos \theta; \quad y = r \sin \theta; \quad z = z; \quad ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + dz^2. \quad (5)$$

Используя формулу (5), получим

$$h_1^2 = h_3^2 = q_{11} = q_{33} = 1, \quad h_2^2 = q_{22} = r^2.$$

В качестве координат α_i (i=1,3) применим:

$$\alpha_1 = r, \quad \alpha_2 = \theta, \quad \alpha_3 = z. \quad (6)$$

Подставив (5) и (6) в (1), а получившиеся выражение в формулу (4) и учитывая, получим следующую систему уравнений Ламе в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu)(u_r)_{rr} + \frac{\mu_2}{r}(u_r)_{\theta\theta} + \mu(u_z)_{zz} + \frac{\lambda + \mu}{r}(u_\theta)_{\theta r} + \\ + (\lambda + \mu)(u_z)_{zz} + \frac{\lambda + 2\mu}{r}(u_r)_r - \frac{\lambda + 3\mu}{r^2}(u_\theta)_\theta - \frac{\lambda + 2\mu}{r^2}u_r = 0, \\ \mu(u_\theta)_{22} + \frac{\lambda + 2\mu}{r^2}(u_\theta)_\theta + \mu(u_\theta)_{zz} + \frac{\lambda + \mu}{r}(u_r)_{r\theta} + \\ + \frac{\lambda + \mu}{r}(u_z)_{z\theta} + \frac{\mu}{r^2}(u_r)_\theta - \frac{\mu}{r}u_\theta = 0, \\ \mu(u_z)_{rr} + \frac{\mu}{r^2}(u_\theta)_{\theta\theta} + (\lambda + 2\mu)(u_z)_{zz} + (\lambda + \mu)(u_r)_{rr} + \\ + \frac{\lambda + \mu}{r}(u_\theta)_{\theta z} + \frac{\lambda + \mu}{r}(u_r)_z = 0, \quad (7) \end{aligned}$$

где индексы r, θ и z , за скобками обозначают частные производные по соответствующим

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

координатам. Краевые условия по внешней поверхности трубы - условие идеального контакта с грунтом, внутренняя поверхность свободна:

$$\begin{aligned} r = R: u_{r1} = u_{r2}, u_{\theta1} = u_{\theta2}, u_z = u_{z2}, \\ \sigma_{rr1} = \sigma_{rr2}, \sigma_{r\theta1} = \sigma_{r\theta2}, \sigma_{rz1} = \sigma_{rz2}, \\ r = R_0: \sigma_{rr2} = 0, \sigma_{r\theta1} = 0, \sigma_{rz1} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где индексы "1" и "2" обозначают соответственно материалы окружающей среды и трубы. Граничными условиями обеспечивающие равенство нормальных составляющих скоростей жидкости и оболочки являются

$$\left. (\vec{v} \vec{n}) \right|_{r=a} = + \frac{\partial u_{r2}}{\partial t}, \quad (9)$$

где \vec{v} -скорость частицы жидкости; \vec{n} - нормаль поверхности при $r=a$, w -радиальное перемещение оболочки

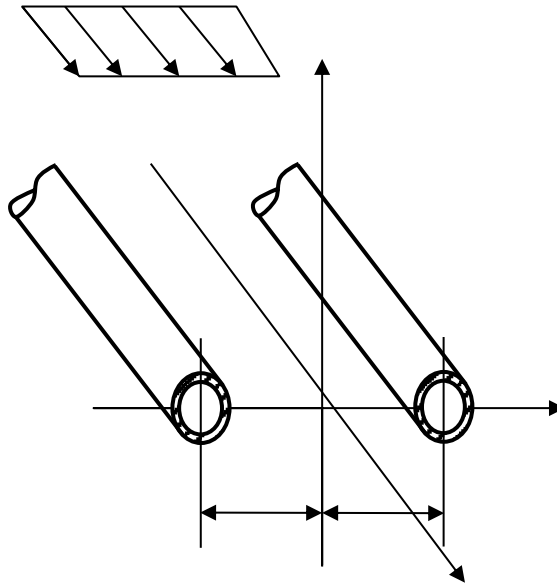


Рис. 1. Расчётная схема

Чтобы полностью замкнуть постановку задачи, необходимо к условиям (8) и (9) добавить условия на бесконечности $\vec{u} \rightarrow 0$ при

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty, \quad (10)$$

заполненной некоторыми условиями на излучение. Для нестационарных задач в качестве условий излучения требуется выполнение принципа причинности, а в среде должны отсутствовать перемещения вне области, ограниченной передним фронтом волн от источников колебаний.

$$W_0 e^{i(kx - \omega t)}.$$

Рассмотрим задачу динамической теории линейной упругости, о воздействии сейсмических волн на трубы, уложенных в высокой насыпи в две нитки и заполненных идеальной сжимаемой жидкостью. При этом рассмотрим случай, когда волна падает перпендикулярно к оси соединяющей центры труб, и к продольной оси этих труб. Расчетная схема представлена на рис.1. Бицилиндрическая система координат связана с

декартовой системой координат следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} x = (a \sin \xi) / (ch \eta - \cos \xi), \quad y = (a \sin \eta) / (ch \eta \cos \xi), \\ z = z \quad (11) \end{aligned} \quad \text{где: } a - \text{половина расстояния}$$

между точками $\eta = -\infty$ и $\eta = \infty$.

Тогда, представив (11) в (5,6), а получившиеся выражения в (6) принимают следующий вид:

$$ds^2 = a^2 (ch \eta - \cos \xi)^{-2} d\xi^2 + a^2 (ch \eta - \cos \xi)^{-2} d\eta^2 + dz^2 \quad (12)$$

Используя формулу (11), получим

$$\begin{aligned} h_1^2 = h_2^2 = q_{11} = q_{22} = a^2 (ch \eta - \cos \xi)^{-2}, \\ h_3^2 = q_{33} = 1. \end{aligned} \quad (13)$$

Приняв, что: $\alpha_1 = \xi$, $\alpha_2 = \eta$, $\alpha_3 = z$ и подставив (12) и (13) в (1) - (11), и, учитывая, что задача является плоской, получим следующее уравнение Гельмгольца в биполярных координатах:

$$[a^{-2} (ch \eta - \cos \xi)^2] [(v)_{\xi\xi} + (v)_{\eta\eta}] + k^2 v = 0 \quad (14)$$

где

$$\frac{\sin \xi}{ch\eta - \cos \xi} = \begin{cases} 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\eta} \sin n \xi & \eta > 0 \\ 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{n\eta} \sin n \xi & \eta < 0 \end{cases} \quad (15)$$

Уравнение (14) после некоторых преобразований сводится к виду в

$$(v)_{\xi\xi} + (v)_{\eta\eta} + (2kae^{\pm\eta})^2 v = 0. \quad (16)$$

Решение уравнение (14) будем искать в виде ряда:

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} [v_n^a(\eta) \cos n \xi + v_n^b(\eta) \sin n \xi] \varepsilon^{-i\omega t} \quad (17)$$

Подставив (17) в (16) и приравняв коэффициенты при соответствующих гармониках, получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$v_n'' + [(2kae^{\pm\eta})^2 - n^2] v_n = 0. \quad (18)$$

Стандартной заменой

$$v_n(\eta) = z(t), t = \exp(\pm\eta)$$

сводим (18) к уравнению Бесселя вида

$$t^2 z'' + tz' + (4k^2 a^2 - n^2) z = 0, \quad (19)$$

которое имеет частное решение в виде цилиндрической функции $z(2ake^{\mp\eta})$, а решение уравнения Гельмгольца принимает следующий вид:

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} A_n Z_n(2ake^{\mp\eta}) \cos n \xi e^{-i\omega t}, \quad \psi = \sum_{n=0}^{\infty} B_n Z_n(2ake^{\mp\eta}) \sin n \xi e^{-i\omega t}. \quad (20)$$

Теперь поставим краевые условия. Для этого используем условие (20), замену $r = \eta$ и $\theta = \xi$. Учитывая полученные соотношения, будем искать решение краевой задачи для случая падения на две подземные трубы P - волны сжатия и SV-волны сдвига перпендикулярно к оси у. Волновой потенциальной волны имеет вид

$$\phi^{(i)} = A e^{i\alpha x - i\omega t}. \quad (21)$$

Для представления (21) в виде (20) запишем (21) с помощью (12) в биполярных цилиндрических координатах.

$$\phi_1^{(i)} = A e^{ik_2 a \exp(\mp\eta) \sin \xi e^{-i\omega t}}. \quad (22)$$

Разложив второй сомножитель выражения (22) в ряд Фурье (комплексная форма) и после небольших преобразований получим окончательное выражение для потенциала падающей P - волны:

$$\phi_1^{(i)} = A \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n J_n(\alpha_1 \tau) \cos n \xi e^{-i\omega t}. \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u_{z1} &= w_0 \sum_{n=0}^{\infty} [\varepsilon_n J_n(k_1 \tau) + A_n H_n^{(1)}(k_1 \tau)] \cos n \xi e^{-i\omega t}; \\ u_{z2} &= -w_0 \sum_{n=0}^{\infty} [B_n H_n^{(1)}(k_2 \tau) + C_n H_n^{(2)}(k_2 \tau)] \cos n \xi e^{-i\omega t}; \\ \sigma_{rz1} &= \mu_1 w_0 k_1 \sum_{n=0}^{\infty} [\varepsilon_n J_n(k_1 \tau) + A_n H_n^{(1)}(k_1 \tau)] \cos n \xi e^{-i\omega t}; \\ \sigma_{rz2} &= -\mu_2 w_0 k_2 \sum_{n=0}^{\infty} [B_n H_n^{(1)}(k_2 \tau) + C_n H_n^{(2)}(k_2 \tau)] \cos n \xi e^{-i\omega t}; \end{aligned}$$

где $\tau = 2a \exp(\mp\eta)$ и для потенциала падающей SV-волны:

Остальные потенциалы (20) по аналогии с (23) имеют вид:

$$\begin{aligned} \phi_2^{(r)} &= \sum_{n=0}^{\infty} [C_n H_n^{(1)}(\alpha_2 \tau) + D_n H_n^{(2)}(\alpha_2 \tau) \cos n \xi e^{-i\omega t}], \\ \psi_2^{(r)} &= \sum_{n=0}^{\infty} [E_n H_n^{(1)}(\beta_2 \tau) + F_n H_n^{(2)}(\beta_2 \tau) \sin n \xi e^{-i\omega t}] \phi_3^{(r)} = \sum_{n=0}^{\infty} G_n J_n^{(1)}(\alpha_3 \tau) \cos n \xi e^{-i\omega t} \quad (24) \end{aligned}$$

Динамическая НДС выражается через потенциалы ϕ_1 и ψ_2 :

$$\begin{aligned} u_{\eta i} &= \delta[(\phi_i)_{\eta} - (\psi_i)_{\xi}] u_{\xi i} = \delta[(\phi_i)_{\xi} - (\psi_i)_{\eta}], u_{\eta 3} = -\delta(i\omega)^{-1} (\phi_3) \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\eta\eta} &= -\sigma_{\xi\xi} = 2\delta^2 \times \\ &\times \{d_i [0,5\varphi_{\eta\eta} - (\varphi_{\xi} + \varphi_{\eta}) \sin \xi] + 0,5\lambda_i \varphi_{\xi\xi} - \mu_i (\psi_{\xi\xi} - \varphi_{\eta} + \psi_{\xi})\} \\ \tau_{\eta\eta 3} &= \sigma_{\xi\xi 3} = -i\omega_3 \rho_3 \phi_3, \tau_{\eta\xi i} = 2\mu_i \delta^2 [\phi_{\xi\eta} + 0,5\psi_{\eta\eta} - 0,5\psi_{\xi\xi} + \phi_{\xi} + \psi_{\eta} + (\phi_{\xi} - \psi_{\xi}) \sin \xi] \\ & \quad i = 1, 2; \delta = e^{\mp\eta} / 2a. \end{aligned}$$

Подставив (24) и (25) в (8) получим окончательные решения задач о падении соответственно P- и SV - волны на две подземные трубы. Произвольные постоянные A_n, B_n, C_n и др. определяются из системы алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами

$$[C]\{q\} = \{p\}$$

где C - определитель (12x12) - порядка, элементы которой, являются функцией Бесселя и Ханкеля 1-го 2-го рода n-го порядка, q - вектор столбец неизвестных величин, p - вектор правой части.

Система алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами решается методом Гаусса с выделением главного элемента. Динамическое НДС в случае падения - волны сдвига на две подземные трубы записывается также в биполярных координатах в асимптотическом виде:

$$u_z = w, \sigma_{\eta z} = \mu_i \delta(u_z)_{\eta}, \sigma_{\xi z} = \mu_i \delta(u_z)_{\xi}$$

В качестве краевых условий используем условие (23) и замену $r = \eta$. Окончательное решение задачи для случаев падения SH - волны на две трубы имеет вид:

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta z1} &= -\mu_1 w_0 n \sum_{n=0}^{\infty} [\varepsilon_n(k_1 \tau) \\ &\quad + A_n H_n^{(1)}(k_1 \tau)] \sin n \xi e^{-iwt}; \\ \sigma_{\theta z2} &= \mu_2 w_0 n \sum_{n=0}^{\infty} [B_n H_n^{(1)}(k_2 \tau) + \\ &\quad C_n H_n^{(2)}(k_2 \tau)] \sin n \xi e^{-iwt}; \end{aligned} \quad (27)$$

Неопределенные коэффициенты A_n, B_n, C_n определяется из граничных условий.

Рассмотрим определение динамического напряженно-деформированного состояния цилиндрической трубы при воздействии гармонических волн.

Для решения поставленной задачи применяется теорема сложения. Теоремы сложения для цилиндрических волновых функций выведены в работах [4,5,6]. Пусть имеются две различные полярные системы координат (r_g, θ_g) и (r_k, θ_k) (рис.3), у которых полярные оси одинаково направлены. Координата полюса θ_k в q системе будут R_{kq}, θ_{kq} , так что выполняется равенство

$$Z_g = R_{kq} e^{i\theta_{kq}} + Z_k. \quad (28)$$

Тогда теорема сложения имеет вид:

$$b_n(\alpha r_q) e^{in\theta_q} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} b_{n-p}(\alpha R_{kq}) e^{i(n-p)\theta_{kq}} T_p(\alpha r_k) \exp(ip\theta_k), r_k < R_{kq},$$

$$b_n(\alpha r_q) e^{in\theta_q} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_{n-p}(\alpha R_{kq}) e^{i(n-p)\theta_{kq}} b_p(\alpha r_k) \exp(ip\theta_k), r_k < R_{kq} \quad (29)$$

Формула (28) дает возможность преобразовать решение волнового уравнения (1) из одной системы координат в другую. Рассмотрим расчет протяженного подземного многониточного трубопровода на сейсмическое воздействие в рамках плоской задачи динамической теории упругости. При этом исследуем случай стационарной дифракции плоских волн на ряде периодически расположенных полостей, подкрепленных кольцами с идеальной сжимаемой жидкостью внутри. Решение поставленной задачи осуществим методом потенциалов. Краевые условия имеют

вид (8). Не изменится и вид падающего потенциала. Потенциалы же отраженных от труб волн после применения теоремы сложения, и учитывая периодичность задачи, будут иметь вид:

$$\phi_1^{(r)} = e^{-iwt} \sum_{n=0}^{\infty} [A_n H_n^{(1)}(\alpha_1 r) + S_n J_n(\alpha_1 r)] e^{in(\theta-\gamma)},$$

$$\psi_1^{(r)} = e^{-iwt} \sum_{n=0}^{\infty} [B_n H_n^{(1)}(\beta_1 r) + \sigma_n J_n(\beta_1 r)] e^{in(\theta-\gamma)},$$

$$S_n = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_p E_p [e^{im\xi} H_{n-p}^{(1)}(\alpha_1 m\delta) + e^{-im\xi} H_{n-p}^{(1)}(\alpha_1 m\delta)], \quad (30)$$

$Q_n = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_p E_p [C_n H_n^{(1)}(\beta_1 m\delta) + e^{-im\xi} H_{n-p}^{(1)}(\beta_1 m\delta)]$, где: $\xi = k\delta \cos \gamma$, δ - расстояние между центрами труб. Потенциалы преломленных волн в трубах записываются в виде

$$\phi_2 = e^{i(m\xi - w\xi)}.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_n [C_n H_n^{(1)}(\alpha_1 r) + D_n H_n^{(2)}(\alpha_2 r)] e^{in(\theta-\gamma)},$$

$$\psi_2 = e^{i(m\xi - w\xi)}.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_n [E_n H_n^{(1)}(\beta_1 r) + F_n H_n^{(2)}(\beta_2 r)] e^{in(\theta-\gamma)}, \quad (31)$$

а потенциал скоростей в идеальной форме сжимаемой жидкости

$$\phi_3 = e^{i(m\xi - w\xi)} \sum_{n=0}^{\infty} E_n G_n J_n(\alpha_3 r) e^{in(\theta-\gamma)}, \quad (32)$$

Неизвестные коэффициенты $A_n - G_n$ определяются постановкой (29)-(32) в (8). В результате получается бесконечная система линейных уравнений, которая решается приближенным методом редукции, при условии, что не выполняется соотношение

$$k\delta(1 - \cos \gamma) = 2\pi n.$$

Общая характеристика программы предназначена для многониточных труб в насыпи для случая падения сейсмических волн перпендикулярно к оси, проходящей через центры труб.

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

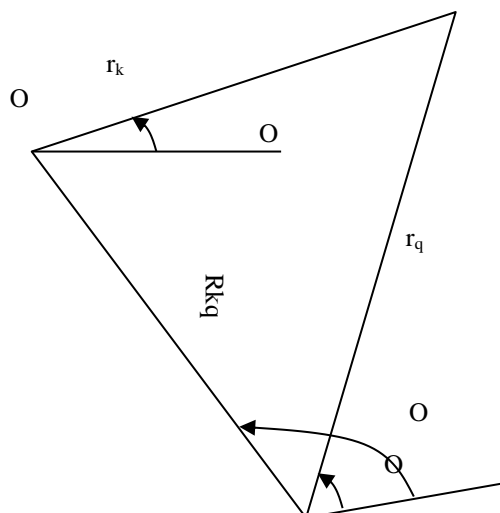


Рис. 2. Схема к теореме сложения.

Вводимая информация содержит минимально необходимые данные: упругие характеристики (E и ν) грунта насыпи и труб; плотность грунта, трубы и жидкости ее заполняющей; внутренний и внешний радиусы труб; преобладающий период колебаний частиц грунта; координаты точки, в которой находится НДС; коэффициент сейсмичности. С помощью специальной метки можно рассчитывать трубы, заполненные идеальной сжимаемой жидкостью, так и пустые. Вычисление цилиндрических функций Бесселя и Ханкеля производится по известным формулам. Решение системы линейных уравнений осуществляется методом Гаусса с выделением главного члена. [7,8]

Влияние расстояния между трубами. В табл.1 приведены значения коэффициента

$$\eta |\sigma_{rr}|^2_{max,max}$$

максимального радиального давления грунта на трубы при различном расстоянии d между ними в случае падения P -волны. При этом принималось волновое число P -волны $\alpha_r=1,0$: внутренний и наружный радиус труб $R_0=0,8$ м и $R=1,0$ м; преобладающий период колебаний частиц грунта $T=0,2$ сек. Характеристики грунта насыпи: постоянные Ламе $\lambda_1=8,9$ -МПа; $\mu_1=4,34$ МПа; плотность $\rho_1=1,74$ Кн сек²/м⁴. Характеристики материала трубы $\lambda_2=8690$ МПа; $\mu_2=12930$ МПа; $\rho_2=2,55$ Кн сек²/м⁴.

$$\phi = Ae^{i(kx-\omega t)}$$

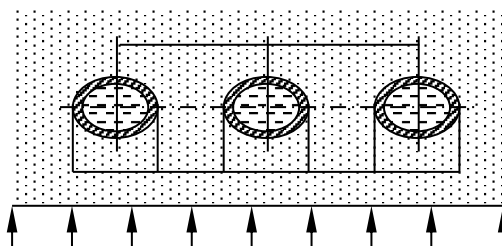


Рис.3. Расчётная схема.

Таблица 1. Значение коэффициента динамической концентрации при различных расстояниях между трубами для случая падения P -волны

D/d	0,5	1,0	2,0	4,0
η_{max}	1,68	1,76	1,61	1,60

Из табл.1 следует, что сначала при увеличении расстояния между трубами $0,5 \leq d/D \leq 1,0$ коэффициент η_{max} немного возрастает на 5%, а при дальнейшем увеличении $d/D > 1,0$ убывает более резко на 10%. При $d/D > 2,0$

значение η_{max} стабилизируется, т.е. практически не меняется, при $l \leq 4,0$ близко к значению η_{max} для одиночной трубы согласно расчетам.

Следовательно, взаимное влияние железобетонных труб многониточной укладки

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

имеет место при расстоянии между ними $d \leq 4,0D$ и приводит к увеличению максимального динамического давления грунта на них по сравнению с одиночной трубой. Этот эффект увеличения коэффициента η_{\max} связан с наложением волн, отраженных несколькими поверхностями многониточных труб. При этом немонотонное возрастание коэффициента η_{\max} с уменьшением расстояния между трубами d/D связано по нашему мнению с явлением интерференции наложенных после отражения волн.

Это явление чрезвычайно важно для практики проектирования сейсмических подземных многониточных трубопроводов, т.к. позволяет подобрать оптимальное расстояние между трубами, при котором динамическое давление при сейсмическом воздействии минимально. Например, в табл.1 таким расстоянием является $d=0,5D$. Известно, отметить для сравнения, что в случае статического воздействия наблюдается обратная картина: давление грунта на многониточные трубы меньше, чем на одиночную. Помимо вышесказанного, при анализе влияния расстояния между трубами на их НДС необходимо учитывать соотношение (28), (так называемые "точки скольжения"), при котором наблюдается значительное увеличение динамических напряжений в окрестности трубы - резонанс. Это явление известно из оптики под названием аномалия Вуда является особенностью многониточного трубопровода и не может возникнуть в трубопроводе, уложенном в одну нитку. С точки зрения практики проектирования, необходимо знать, на каком расстоянии можно укладывать трубы, чтобы опасное явление резонанса не возникало. [10-12]

Ответ на этот вопрос дает соотношение (27). Проведем анализ этого соотношения для случая воздействия P - и SV - сейсмических волн на подземный трубопровод. В табл.2 представлена зависимость максимального расстояния в свету между центрами труб d_{\max} , при котором не возникает резонанс, от угла падения сейсмических волн γ .

Таблица 2. Зависимость расстояния D_{\max} от угла падения γ .

γ , Град	0	5	0	0	0	0	
D_{\max}, m	,0	,36	,86	,66	,45	,52	0,0

Из табл.2 следует, что чем меньше угол падения сейсмической волны на трубопровод, тем ближе необходимо друг другу укладывать трубы. Таким образом, появление резонанса в многониточных трубах можно избежать выбором соответствующего расстояния между ними и, тем самым, обеспечить сейсмостойкость трубопровода. Влияние вида сейсмического воздействия (P -, SV -или SH -волна). В табл.3 приведены значения η_{\max} максимального радиального давления грунта на трубы в случае падения P - и SV - сейсмической волны при различных расстояниях d между трубами. При этом принималось $\beta_r=2$.

Анализ данных табл. 3 показывает, что при $d/D < 4,0$ значения коэффициента η_{\max} , для P -и SV -волны находятся как бы в противофазе. При $d/D=1,0$ максимальное сейсмическое воздействие P -волны на 27% выше, чем у SV -волны.

Таблица 3. Значение коэффициента η_{\max} при сейсмических воздействиях в виде P - и SV - волн на различных расстояниях d между трубами

d/D	η_{\max}	
	P - волна	SV - волна
1,0	1,76	1,29
2,0	1,61	1,72
4,0	1,60	1,51

При $d/D=2,0$ на 7% ниже, а при $d/D=4,0$ опять выше, но уже всего лишь на 1%. При этом с увеличением расстояния между трубами, разница в этих воздействиях уменьшается и при $d/D=4,0$ практически пропадает вовсе. Кроме того, заметим, что при воздействии SV - волны значения η_{\max} при различных расстояниях между трубами имеет в 2,5 раза больший разброс (до 25%), чем при воздействии P - волны (до 10%). Таким

образом, явление "местного резонанса" проявляется более сильно для сейсмического воздействия в виде SV - волны.

Влияние жидкости, заполняющей трубы.

В табл.4 приведены значения коэффициента η_{\max} в случае падения P - волны на пустые и заполненные водой трубы при различных расстояниях d между трубами. Плотность

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

жидкости принималась равной $\rho_3=0,102\text{Кн}$
сек²/м⁴.

Таблица 4. Значение коэффициента η_{\max} для случая падения Р - волны на пустые и заполненные водой трубы

d/D	η_{\max}	
	Р - волна	SV - волна
1,0	1,76	1,89
2,0	1,61	1,78
4,0	1,60	1,90

Из табл.4 следует, что чем наличие воды в трубах увеличивает сейсмические воздействия на них по сравнению с пустыми трубами. Очевидно, это связано с увеличением массы трубопровода. Максимальное динамическое давление грунта на трубы усиливается. Например, при $d/D=1,0$ разница в значениях коэффициента $d/D=2,0$ -10%, при $d/D=4,0$ -19%. Кроме того, заметим, что разброс значений коэффициента η_{\max} при

различных расстояниях d труб, заполненных водой меньше (7%), чем у пустых труб (10%).

Влияние длины падающей сейсмической волны. В табл.4 представлены значения коэффициента η_{\max} различных длин $l_0/l_0-2\pi/\alpha$, р - волны, падающей на пустые трубы, расположенные на расстоянии $l=1,0D$ друг от друга.

Таблица 5. Значения коэффициента η_{\max} для различных длин l_0 Р - волны.

l_0/D	3,0	5,0	10,0
η_{\max}	1,76	1,52	1,20

Из табл. 5 следует, что чем больше длина падающей сейсмической волны, т.е. чем плотнее грунт насыпи, тем меньше коэффициент η_{\max} . Для справки отметим, что соотношение $l_0/D=5,0$ – не насыпным песчаным, супесчаным и суглинистым грунтам; $l_0/D=10,0$ - глинистым грунтам. Таким образом, вид грунта, а особенно его плотность оказывает существенное влияние на его динамическое давление на трубы при сейсмическом воздействии. Отсюда следует, что при возведении насыпи над трубами необходимо тщательно уплотнять насыпной грунт. Интересно отметить, что хорошее уплотнение грунта позволяет снизить и его статическое давление на

трубы. Кроме этого, расчеты показывают, что при $l_0>10,0D$ динамическая задача сводится к квазистатической, что существенно упрощает ее решение. Отсюда следует важный вывод о том, что квазистатический подход неприменим к расчету на сейсмическое воздействие труб под насыпями.

Влияние толщины стенки трубы. В табл.6 приведены значения коэффициента η_{\max} для различных толщины стенки железобетонной трубы в случае падения Р - волны на пустые многониточные трубы, уложенные многониточные трубы, уложенные на расстоянии $d=0,5$.

Таблица 6. Значение коэффициента η_{\max} для различной толщины стенки трубы t

d/D	0,08	0,1	0,15	0,2
η_{\max}	1,60	1,66	1,66	1,68

Из табл.6 следует, что диапазон толщины стенки, практически не влияет на динамическое давление грунта на эти трубы. Это, по всей видимости, связано с тем фактом, что гармоническая волна не проходит внутрь железобетонной трубы в силу достаточной жесткости трубы.

Выводы.

1. При сейсмическом воздействии взаимное влияние железобетонных труб многониточной

укладки имеет место при расстоянии между ними $d>4,0D$ и приводит к увеличению максимального динамического давления грунта на них по сравнению с одиночной трубой (явление местного резонанса) на 5-10%.

2. Появление резонанса в многониточных трубах можно избежать, если выбирать расстояние между ними не кратные длине падающей сейсмической волны. Это явление резонанса является особенностью

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

многониточного трубопровода и не может возникнуть в трубопроводе, уложенном в одну нитку.

3. Явление местного резонанса проявляется более сильно для сейсмического воздействия в виде SV - волны, чем P - волны.

4. Наличие воды в трубах увеличивает сейсмическое воздействие на них на 10-20%.

5. Чем плотнее грунт насыпи, тем меньше сейсмическое воздействие на подземные трубы. При $l > 10D$ динамическая задача сводится к квазистатической.

6. Изменение толщины стенки и класса бетона практически не влияет на динамическое давление грунта на железобетонные трубы при сейсмическом воздействии.

Также построены аналогичные зависимости, когда $\gamma = 0$. Интересно отметить, что в

рассматриваемой задаче, увеличение концентрации напряжений, обусловленное близостью другой области разрыва, много больше, когда волна падает с боку (т.е. $\gamma = 0$), чем волна падает сверху (т.е. $\gamma = \pi/2$).

7. Максимальное динамическое давление грунта σ_{\max} на трубы, уложенные в две нитки на расстоянии $d < 3,0D$ друг от друга, больше, чем на одиночную трубу. Это превышение достигает 15%.

8. Наличие жидкости в трубах, как правило, увеличивает давление σ_{\max} для одиночной трубы на 20% и для двух ниточных труба на 5-10%. Исключение составляет плотно уложенные трубы $d = 0$, для которых давление σ_{\max} уменьшается на 4%.

References:

1. Gorshkov, A.G. (1976). Dinamicheskoye vzaimodeystviye obolochek i plastin s okrujayushey sredoy. - M.: Izd. AN. *Mexanika tverdogo tela*, № 2, pp.165-178.
2. Guz, A.N., & Golovchin, V.T. (1972). *Difraksiya uprugix voln v mnogosloynix telax*. (p.254). Kiyev: Nauka-dumka.
3. Rashidov, T.R. (1973). *Dinamicheskaya teoriya seymstoykosti slojnix system podzemnix soorujeniy*. (p.182). Tashkent: Fan.
4. Yerjanov, N.S., Aytaliyev, J.M., & Masanov, J.K. (1980). *Seysmo napryajennoye sostoyaniye podzemnix soorujeniy v anizotropnom massive*. (p.211). Alma-Ata: Nauka.
5. Muborakov, Ya.N. (1987). *Seysmodinamika podzemnix soorujeniy tipa obolochek*. (p.192). Tashkent: Fan.
6. Pao, Y.H., & Mow, C.C. (1973). *The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations*. (p694). N.Y.: Crane Russak and Co.
7. Avliyakov, N.N., & Safarov, I.I. (2007). *Sovremenniye zadachi statiki i dinamiki podzemnix truboprovodov*. (p.306). Toshkent, Fan va texnologiya.
8. Koltunov, M.A. (1976). *Polzuchest i relaksasiya*. (p.277). Moscow: Visshaya skola.
9. Medvedev, S.V. (1963). *Kolichestvenniye danniyе o dvijeniyaх grunta pri silnix zemletryaseniyaх. // Issledovaniya v oblasti injenernoy seysmologii. Byulleten Soveta po seysmologii. №14*. Moskva, AN SSSR.
10. Raxmonov, B.S. (2007). *K voprosu prognozirovaniya povedeniya podzemnogo soorujeniya pri deystviyaх seysmovzravnnyx voln*. Mejdunarodniy sbornik nauchnix trudov. Novosibirskiy Gosudarstvenniy Agrarniy Universitet, (pp. 149-152). Novosibirsk.