

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2019 Issue: 09 Volume: 77

Published: 30.09.2019 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



S. U. Zhanatauov

Noncommercial joint-stock company "Kazakh national agrarian university"
Corresponding Member of International Academy of
Theoretical and Applied Sciences (USA),
Professor, Candidate of physics and mathematical sciences,
Department «Information technologies and automatization», Kazakhstan
sapagtu@mail.ru

RISK CALCULATION MODEL OF INTEREST RATE CHANGE "YIELD TO MATURITY DATE " FOR THE STATE SECURITIES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN NOMINATED IN TENGE

Abstract: The work is devoted to the analysis of real data on the yield of tenge government securities of the Republic of Kazakhstan: for a fixed type of interest rate - "yield to maturity", a model was developed using measures of the degree of volatility and riskiness of changes in government securities, the percentage risk values for high-risk are calculated (according to Criteria №1) financial instruments (FI). The table "object-property" X^o118.5, from the values of the returns in nodes of 5 intervals of the time structure of the yield curve in the article is interpreted as a multidimensional sample from the general population with an unknown probability distribution law. Using the model of the principal components analysis, the problem of allocating 2 independent new financial instruments (NFI-s) was solved. The practically important problem for banks was solved by allocating (according to the Jollif I.T. criterion) 2 high-risk local portfolios: NFI № 1, NFI № 2. For each NFI, types of FI-s are allocated and their practically "noticeable" risk values for changes in "yield to maturity" are calculated. For each NFI, types of FIs are allocated, for each FI their practically "noticeable" risk values for changes in "yield to maturity" are calculated.

Key words: normal yield curve, a matrix of coefficients of the combinational proportionalities.

Language: Russian

Citation: Zhanatauov, S. U. (2019). Risk calculation model of interest rate change «Yield to maturity date» for the state securities of the republic of Kazakhstan nominated in tenge. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 09 (77), 401-419.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-09-77-72> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2019.09.77.72>

Scopus ASCC: 2604.

МОДЕЛЬ РАСЧЕТА РИСКА ИЗМЕНЕНИЯ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ "ДОХОДНОСТЬ К ДАТЕ ПОГАШЕНИЯ" ДЛЯ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН, НОМИНИРОВАННЫХ В ТЕНГЕ

Аннотация: Работа посвящена анализу реальных данных по доходностям тенговых ГЦБ Республики Казахстан: при фиксированном типе процентной ставки – «доходность к дате погашения», разработана модель, с использованием измерителей степеней волатильности и рисковости изменения доходностей ГЦБ, вычислены значения процентного риска для высокорисковых (по Критерию №1) финансовых инструментов (ФИ). Таблица "объект-свойство" X^o118,5, из значений доходностей в узлах 5 интервалов временной структуры кривой доходности в статье интерпретируется как многомерная выборка из генеральной совокупности с неизвестным законом распределения вероятностей. С применением модели анализа главных компонент решена задача выделения 2 независимых новых финансовых инструментов (НФИ). Решена практически важная для банков задача выделения (по критерию Jollif I.T.) 2 высокорисковых локальных портфелей: НФИ №1, НФИ №2. Для каждого НФИ выделены виды ФИ, для каждого ФИ вычислены их практически «заметные» значения рисков изменения "доходности к дате погашения".

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

Ключевые слова: нормальная кривая доходности, матрица коэффициентов комбинационных пропорциональностей.

Введение

В связи с практикой Казахстана по выпуску государственных ценных бумаг (ГЦБ) в национальной валюте тенге актуальны вопросы формирования цифровых данных по процентным ставкам типа «доходность к дате погашения» и извлечение из этих реальных данных конкретных «цифровых» знаний, практически полезных владельцу тенгового портфеля ГЦБ. В ситуациях быстро изменяющихся курсов валют, цен на акции и цен за 1 баррель нефти актуальны «узкие» короткие интервалы изменения указанных ниже «числа дней до даты погашения». Хотя на фондовой бирже регистрируются доходности ГЦБ по международным стандартам, т. е. по многим и коротким интервалам времени, коммерческие банки вынуждены агрегировать (объединять или разделять) соседние временные интервалы, чтобы как-то сопоставлять их со сроками возврата краткосрочных тенговых кредитов. Одним из подходящих иллюстраций ответов на наш вопрос агрегирования являются результаты анализа данных развивающегося фондового рынка РК за 2000 год на примере тенговых ГЦБ и сравнение результатов анализа с результатами анализа долларовых ГЦБ. В статье [1] приведены результаты анализа долларовых ГЦБ за 131 торговых дней 1999 года. Казахстан стремится выпускать ГЦБ в настоящем и в будущем.

Ситуации на фондовом рынке РК в 2000-ые годы и в настоящее время в рассматриваемом нами аспекте схожи. Применяемая нами прямая модель главных компонент (ПМ ГК), в основе которой лежит прямая задача анализа главных компонент (ПЗ АГК [2-4]) разработана Г.Хотеллингом. ПМ ГК применялась успешно для выявления особенностей рынков ЦБ разных стран: Норвегия и ЕС, США, Германия, Япония, Нидерланды, Республика Казахстан [1]. «В инвестиционной политике европейских банков возросли их интересы к валютным (в \$) ГЦБ: число участников на их торгах возросли в разы. В активной политике банков их менеджеры применяют методы, основанные на манипулировании кривой доходности и на операции «swap» с ценными бумагами» [1]. «Банки особенно агрессивно настроены, когда возвраты по кредитам малы, но продажи ценных бумаг, рыночные цены которых возросли, увеличивают чистый доход и прибыль акционеров. Издержки по работе с ГЦБ снижают чистый доход банка, хотя доходы от ГЦБ, купленных на торговой площадке Казахстанской фондовой бирже методом открытых торгов не облагаются налогом» [1]. Поэтому менеджеры не пойдут на подобные потери, пока не докажут

Совету Директоров, что издержки будут компенсированы более высоким ожидаемым доходом по новым активам, приобретенным за счет поступлений от продаж тенговых ГЦБ - весьма ценных финансовых инструментов (ФИ).

Кривая доходности

Кривая доходности является ломаной линией с узлами точка, разделяющих интервалы времени. Функция зависимости вычисленных значений x_j доходности (типа «доходность к сроку погашения») от номера j временного интервала. График этой функции называют «кривой доходности». Номера интервалов упорядочены в порядке возрастания «сроков жизни ГЦБ». Упорядоченная цепочка интервалов «времен жизни до даты погашения ГЦБ» образует в нашей статье конкретную совокупность из 5 временных интервалов и называется «временной структурой процентов» («доходности к датам погашения» yield to maturity date) в день инвестирования (в момент времени t). В один интервал «времен жизни» отбирают ГЦБ со схожими и практически идентичными характеристиками [1].

Тип процентных ставок определяет тип временной структуры, и в зависимости от типа ставок могут быть построены различные типы кривой доходности: кривая доходности к дате погашения, кривая бескупонной доходности, кривая форвардной ставки и мгновенной форвардной ставки. Преимущество выбранных нами типов ставки и риска состоит в их возможности сопоставлять (сравнивать) по степени рисковости и доходности ГЦБ, имеющих разные сроки до даты погашения. Это – очень важное преимущество. Кроме того, используемые нами интервалы временной структуры применимы для вычисления изменения цены ГЦБ, выраженной в процентах, приблизительно равной скорректированной длительности (дюрации) ГЦБ, умноженной на изменение ее доходности к сроку погашения, зависящей от номера интервала. Мы ниже анализируем изменения доходностей, а не изменения цен ГЦБ.

Анализ кривой доходности [уотш9] дает возможность составить прогноз будущих изменений процентных ставок, а форма кривой доходности в «краткосрочных» интервалах их изменения дает банку ключ для выявления заниженной или завышенной оценки цены ГЦБ [фа]. Если на графике кривой доходности поставить точку, характеризующую доходность новой ГЦБ, выше кривой, то эта ГЦБ представляет собой «привлекательный объект покупки», ибо значение ее доходности к дате погашения выше, а

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

если эта точка лежит ниже кривой, то новая ГЦБ представляет собой возможный объект продажи или отказа от покупки. Мы не анализируем цены покупок и продаж ГЦБ, зависящих от кривой доходности. Но кривые доходности активно применяются при ценообразовании методе процентных ожиданий, в операции «swap» - в обмене одних облигаций на другие при ожидании изменения процентных ставок или просто для обеспечения сиюминутного более высокого дохода. При этом учитывается как выигрыш от процентных платежей, так и разница курсов продавцов и покупателей. Еще одна разновидность «swap» - обмен облигаций с неодинаковым риском изменения процентных ставок. Для проведения таких операций требуется, чтобы на рынке преобладали ненормально низкие или ненормально высокие ставки. Такая ситуация наблюдается, например, на вторичном рынке продаж негосударственных облигаций, когда покупатель использует ее для включения в уставной фонд.

Используя кривую доходности рассматриваемого нами типа и вычисленные ниже доли ГЦБ, банк будет продавать (покупать) ценные бумаги, которые переоценены из-за низких процентных ставок, и ценные бумаги, которые недооценены из-за высоких ставок, а затем будет покупать (продавать) на вторичном рынке ценные бумаги, правильно оцененные рынком. Когда же на рынке наступит равновесие, банк осуществит обратные покупки (продажи) и получит прибыль.

Кривая доходности позволяет по некоторым признакам оценить величины будущих процентных ставок, показать изменения или тренды (вверх или вниз) доходностей ГЦБ в зависимости от сроков погашения. Эти оценки используются при продаже или при покупке ГЦБ. Например, рассмотрим ГЦБ, которая на предыдущем аукционе (срок к дате погашения равен 0.5 года, временной интервал №4) продавалась по цене, соответствующей «доходности к дате погашения», равной 15%, а другая ГЦБ (со сроком погашения 1 год, временной интервал №5) продавалась по цене, соответствующей «доходности к дате погашения», равной 18%. Такой разрыв по доходности может помочь инвестору узнать увеличение новой (будущей) величины «доходности к сроку погашения» на следующем, 2-ом году жизни ГЦБ. Такой разрыв по доходности может быть представлен кривой, имеющей положительный угол наклона. Соответствующая уверенность инвестора относительно угла наклона кривой доходности приведет его к покупке «2-годичной» ГЦБ. При этом $T1000$ начальных инвестиций (в тенге) возрастут за 2 года до $T1392,4:T1000(1+0.18)$

$(1+0.18)=T1392,4$. Эта прибыль в $T392,4$ будет достигнута через 2 года, если 1-годовая ГЦБ будет продана после накопленной цены: $T1000(1+0.15)=T1150$. Во 2-ой год при процентной ставке, равной 18% эта ГЦБ с доходом $T1150$, который будучи реинвестирован (через продажу ГЦБ) с доходностью в 21%, даст дополнительный доход, что в итоге составит $\$115,54$: $\$1000(1+0.15)(1+0,21)=\$1150(1+0.21)=T1392,4$.

Детали процесса курсообразования на фондовой бирже мы не рассматриваем.

Это значение 21% представляет собой форвардную ставку (forward rate), которую заранее увидел инвестор, используя спот-ставки (spot rate) 15%, 18% и кривую доходности с положительным углом наклона. Другой вид доходности-«доходность над уровнем инфляции» мы не рассматриваем.

У нормальной кривой доходности с положительным углом наклона левая начальная точка 13% находится ниже уровня правой конечной точки 18%. То есть чем дальше в будущее, тем выше процентная ставка «доходность к дате погашения», в нее закладывается временная риск-премия. Такую кривую считают нормальной, ибо ставки по коротким инструментам (по ГЦБ с небольшим сроком до даты погашения) меньше, чем по длинным инструментам. Кстати, поэтому кредит на один год обойдется дешевле, чем на десять лет.

Угол наклона служит одним из ранних индикаторов надвигающегося экономического спада. Аналитики называют кривую доходностей инверсированной. Положительный угол наклона у кривой доходностей именуется ее как нормальной кривая доходностей, не подверженной инверсии. Наши 118 кривые доходностей имеют положительную инверсию, являются нормальными кривыми доходностей. Степень отличия наших нормальных кривых доходностей от инверсированной кривой доходностей оценивается практиками визуально. Предстоит разработать метод прогнозирования инверсированной кривой доходностей исходя из заданных m нормальных кривых.

Узлы наклона наших кривых соответствуют периодам времени 1 месяц, 3 месяца, 6 месяцев, 12 месяцев (1 год). Это – периоды краткосрочных ГЦБ. У среднесрочных, долгосрочных ГЦБ бывают другие периоды [1], например, 10 лет. В мировой практике на какие-то периоды времени кривая доходности может уплощаться: концевые точки располагаются примерно на одном уровне. Это значит, что на рынке облигаций по какой-то причине наблюдается дисбаланс: ближняя доходность слишком сильно увеличивается. В результате доходности финансовых инструментов (ФИ) разной длительности выравниваются и образуют прямую линию (кривая уплощается). В

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

нижеприведенных обозначениях выравнивание кривых формализуется так: $s_1=s_2=s_3=s_4=s_5=0$, $x^{cp_1}=x^{cp_2}=x^{cp_3}=x^{cp_4}=x^{cp_5}=15.826\%$ в формуле величины доходности. Новое значение доходности 15.826% должно стать большим, прежнее значение 11.097%, это визуально показывало бы дисбаланс, когда ближняя доходность слишком сильно увеличивается. Наклон формы кривой на Рисунке 1 демонстрирует наличие прямой линии, проходящей через точки средних значений (узлы кривой), и с положительным углом наклона. В мире в последний раз инверсированная кривая была замечена в декабре 2005 года - за два года до наступления рецессии в мировой экономике. С инверсией кривой доходности для рынка акций начался обратный отсчет, констатировал технический стратег из Bank of America Стивен Сатмайер¹

Вышеприведенный пример иллюстрирует «метод процентных ожиданий» в активной политике банка. Другие применения кривой доходности имеются в статье [1] (ссылки на публикации с номерами 5-13).

Интервалы временной структуры кривой доходности могут быть с многими узлами. Фондовый рынок РК неразвит по сравнению с Фондовыми рынками стран с развитой экономикой. В статье рассмотрен один тип процентных ставок - «доходность к дате погашения» () и рассчитаны значения процентных рисков изменения «доходности к дате погашения», зависящих от сроков до даты погашения. Временных интервалов 5:

- 1) «количество дней до даты погашения меняется в интервале [до 7 дней];
- 2) «количество дней до даты погашения меняется в интервале [8 дней – 30 дней];
- 3) «количество дней до даты погашения меняется в интервале [31 дней – 90 дней];
- 4) «количество дней до даты погашения меняется в интервале [91 дня – 180 дней];
- 5) «количество дней до даты погашения меняется в интервале [181 дней – 350 дней];

Приведенная классификация ГЦБ (облигаций с видом валюты тенге) по степени срочности соответствует банкам стран с развивающейся экономикой. В мировой практике принята следующая классификация: «короткие» (до 30 дней), краткосрочные (от 1 месяца до 1 года); среднесрочные (от 1 года до 3 лет); долгосрочные (от 3-х лет и выше). В соответствии с этой классификацией приводимые в нашей статье интервалы временной структуры доходности типа «доходность к дате погашения»

соответствуют классификации активов по срочности. Обоснованным отличием является разбиение на 3 части краткосрочных активов: (от 1 месяца до 3 месяцев)+(от 3 месяцев до полугода)+(от полугода до 1 года). Краткосрочные активы весьма привлекательны по доходности для банка и такое разбиение позволяет банку Республики Казахстан иметь очевидную выгоду: 3-кратная капитализация дохода выше 1-кратной капитализации. Например, получение дохода в 20% лучше проводить в 3 этапа по времени: если доходность в 20% распределена на 3 даты их получения: $9+5+5=20$, то \$100 к 1-ой дате даст доход в \$109, ко 2-ой - $\$109*(0.5)=\$114,45$, к 3-ей - $\$121,317=\$114,45+\$5,857$. Доход в \$121,317 превышает доход в \$120 при одноразовой капитализации.

Описание исходных данных

Были предоставлены данные в виде таблицы (ЭТ EXCEL) из 14 столбцов, 4500 строк. Эта база данных формировалась из таблиц, отображающих результаты дневных торгов ГЦБ на фондовой бирже Республики Казахстан (KASE) за дни проведения аукционов. Число аукционов в неделю зависит от числа рабочих дней в неделю. Из этой таблицы годовых процентных ставок типа «доходность к дате погашения» тенговых ГЦБ РК на фондовой бирже, классифицированных по ее столбцам по количеству дней до даты погашения, была сформирована полная таблица «объект-свойство» $X^0_{118,5}$ размерности 118-на-5 (Таблица 1).

Для i -го объекта свойством номер j является значение $x^0_{i,j}$ процентной ставки типа «доходность к дате погашения» у ГЦБ, срок жизни которого принадлежит j -ому интервалу временной структуры. Если j -ому интервалу в i -ый день аукциона соответствуют несколько значений $x^0_{i,j}$, то в качестве элемента $x^0_{i,j}$ таблицы $X^0_{118,5}$ берется значение средневзвешенного этих нескольких значений. Такое усреднение необходимо из-за наличия нескольких однородных ГЦБ разных выпусков со сходными параметрами из 14 приведенных в БД. Объектом является набор доходностей однородных ГЦБ. Каждая строка такой таблицы относится к определенной дате проведения аукциона. Объект характеризуется значениями его 5 показателей. Временной ряд доходностей с заданным сроком до даты погашения называется изотермным рядом. Изотермному ряду из j -го интервала поставим в соответствие гипотетический финансовый инструмент \mathbb{N}^0_j (ФИ \mathbb{N}^0_j) с доходностью

¹ www.zakon.kz/4981573-v-ssha-nachalsya-obratnyy-otschet-pered.html

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

указанного вида. Любое значение доходности ГЦБ, принадлежащее по значению показателя «количество дней до даты погашения» к j -ому интервалу участвует в процессе формирования изотермного ряда из j -го столбца матрицы $X_{118,5}^0$. Оценка степени риска ФИ № j является оценкой риска указанной ГЦБ. Элементы матрицы $X_{118,5}^0$ определены на момент времени t , в другие моменты времени ее крайний правый столбец может исчезнуть. Например, если временная структура состоит из 5 интервалов, где 5-ый интервал «дата погашения» ГЦБ соответствует интервалу [181 дней-350 дней] и в течение 1 года не было ни одной эмиссии валютного ГЦБ, то через 350 (355 календарных) банковских дней «временная структура процентных ставок» ГЦБ сокращается (время жизни ГЦБ уменьшается) и будет состоять из 4-х интервалов, а не из 5.

На тенговых аукционах ГЦБ РК, проходившихся с 06.01.2000г. по 26.06.2000г. (в долларах - с 25.05.99 г. по 29.12.99 г.) проводились продажи ГЦБ, номинированных в тенге: краткосрочные ГККО (МЕККАМ), ноты Национального банка РК, Национальные сберегательные облигации (НСО). Число характеристик (параметров ГЦБ), как именных встроенных по умолчанию, так и появившихся после перерасчетов, 14: 3-даты, 5-числовые, 4-наименования, 2-порядковые номера). Для визуализации предпочтительности одних ГЦБ перед другими (в фиксированной временной структуре процентных ставок) применяют «кривые доходности». С течением времени «процентные доходы» (%-ты от номинальной цены ГЦБ), получаемые от инвестиций в ГЦБ (в тенге) менялись и это явление привело к другому явлению-изменению «доходности к дате погашения». Эту зависимость от времени жизни ГЦБ (от временной структуры процентных ставок) представляют графически, и называется она «кривая доходности». Если кривая параллельна оси абсцисс, то это указывает на тот факт, что абсолютно для всех ГЦБ процентная ставка остается одинаковой. Положительный угол наклона у кривой доходности именуется ее как нормальная кривая доходности, но угол может смениться на отрицательный, что является

тревожным сигналом будущей рецессии на фондовом рынке.

В нашей базе данных для определения кривой доходности фиксированных 5 финансовых инструментов (ФИ) использовались только 4 вида показателя из 5: дата операции (продажи), «количество дней до даты погашения», вид сделки, «доходность к дате погашения» (в процентах), тип ГЦБ. Из БД формируем таблицу "объект-свойство" $X_{118,5}^0$, состоящую из 118 строк-объектов $x_{i,j}^0 = (x_{i,1}^0, \dots, x_{i,5}^0)$, $i=1, \dots, 118$, один фрагмент которой приведен в Таблице 1.

Перейдем к математической терминологии. Столбцы (изотермные ряды) образуют коррелированную систему свойств объектов. Предлагаемый нами многомерный анализ таких данных имеет другую временную структуру. Выявленные здесь результаты отличаются от полученных в статьях² из цитируемой литературы в статье [1]. Общим местом в этих работах является применение ПМ ГК [10,12]). Разнятся содержательные смыслы показателей (их значения располагаются по столбцам таблицы "объект-свойство" $X_{118,5}^0$). Нами применяемая ПМ ГК не зависит от форм кривых доходности (смотрите статьи² а также статьи [15]-[18] из цитируемой литературы в статье [1]), могущих образовывать разные формы.

Временной ряд из случайных значений $x_{i,j}^0$, $i=1, \dots, 118, j=1, \dots, 5$, бескупонных доходностей из заданных (из j -го интервала временной структуры, из j -го узла кривой доходности) интервалов «времен жизни» ГЦБ) располагающихся в j -ом столбце матрицы исходных данных $X_{118,5}^0$, называется изотермным рядом³. Доходность ГЦБ к сроку погашения есть внутренняя норма дохода, устанавливающая равенство между текущей стоимостью *потока будущих доходов* и рыночной ценой ГЦБ к дате ее продажи на аукционе. Одним из влияющих на эту доходность факторов является длительность периода (время жизни), остающегося до погашения ГЦБ. Изменение цены ГЦБ происходит по 3 причинам³. У одних конкретных ГЦБ, привлекательных по своим параметрам, их значения «доходности до даты погашения» на графике «кривой доходности» переходит из $(i+1)$ -го узла в i -ый узел, или

² Principal Component Analysis of Swap Curve Movements in Two Different Swap Markets: The Norwegian and Euro swap market. Norwegian University of Life Sciences. Nordal, Simen Christoffer (Master thesis, 2015-08-05); Pérignon, C., Smith, D.R., Villa, C. Why common factors in international bond returns are not so common. Journal of International Money and Finance 25 (2007), 284-304; Fase, M.G. A principal components analysis of market interest rates in the Netherlands, 1952-1970. European Economic Review, 1973. Vol. 4, pp.107-134; Stelmach, J. (2010). Testing the homogeneous Interest Rates assumption by Principal Component Analysis: The Euro area case. Ekonomika, 2010. Vol. 89(3); Lardic, S., Priaulet, P., Priaulet, S. PCA of yield curve

dynamics: questions of methodologies. Journal of Bond Trading and Management 1, 2003. 327-349.

³Количественные методы финансового анализа. (Профессиональная библиотека, серия «Финансы») под ред. Брауна С., Крицмена М.-М.: ИНФРА-М, 1995.-335с.; Watsham T., Parra-more K. Quantitative Methods in Finance. Thomson Learning, 1-st Edition.

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

интересные для покупателя по этому виду доходности ГЦБ «располагаются» в первых 2-х, или 3-х интервалах. Чем меньше номер интервала, тем выше доходность ГЦБ. Любое изменение временной структуры процентных ставок ГЦБ влияет на цену того или иного ГЦБ. Самой неопределенной является рыночная цена ГЦБ, зависящая от многих и разнородных рыночных и нерыночных факторов. Эти причины порождают факторы возникновения риска изменения доходностей. В [1] объясняется применение ПМ ГК и ОМ ГК [12] для решения задачи определения значений в узлах кривой доходности (погасительного профиля временной структуры процентных ставок). Дан алгоритм сведения (свертки) изотермных рядов в некоррелированные временные ряды значений доходностей в узлах кривой доходности [1].

Наличие неопределенности в изменениях значений «доходности к дате погашения» на кривой доходности показано в статье [1]. Учет неопределенности величины риска изменения доходностей проведем аналогично [1]. Поставим в соответствие процентным ставкам (доходам) $x_{i1}^0, \dots, x_{i5}^0$ теоретические случайные величины $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6$, а оценки стандартных отклонений их реализаций (изотермные ряды из элементов столбцов с номерами 1,2,3,4,5,5 используются в качестве измерителей степени волатильности (рисковости) изменения соответствующих доходностей ФИ. Квадрат значения стандартного отклонения - дисперсия, измеряет степень рисковости изменения процентной ставки типа «доходность ГЦБ к дате погашения». Так как доходность ГЦБ-это результат как нестохастического процесса (приближение даты погашения происходит посуточно), так и случайных изменений процентных ставок (избыточных доходностей) из-за конъюнктурных изменений ситуации на рынке ГЦБ, то необходимо в данных из БД удалить нестохастическую составляющую. Полной доходности ГЦБ мы поставим в соответствие случайную величину ξ_j , реализации которой считаем равными значениям $x_{i,j}^0$ процентных ставок на тенговых аукционах ГЦБ РК. Далее мы работаем не с полной доходностью, а с избыточной доходностью и определяем риск изменения доходности ГЦБ как дисперсию избыточной доходности ГЦБ. Теоретические подробности процесса моделирования изложены в [1].

Рассмотрим парные связи между доходностями 5 ФИ. Эти меры тесноты связи между ними отражены в выборочной корреляционной матрице (Таблица 2). Решим задачу выделения комбинаций видов зависимых ФИ, образующих 2 новые зависимые высокорисковые (не по значениям дисперсий

λ_1, λ_2 , а по значениям 2-х компонент собственных векторов) новые ФИ - новые локальные портфели (НФИ №1, НФИ №2) из «заметных» ФИ (по критерию 1), значимые доли которых мы вычисляем и фиксируем на момент времени t . Величины указанных долей не зависят явно от степени коррелированности рассматриваемых ниже парных коэффициентов корреляций Пирсона $r_{ij}^2 = \text{corr}^2(z_i, z_j)$, или от дисперсий $\lambda_j^2 = \text{corr}^2(y_j, y_j)$, $i=1, \dots, 5$, $j=1, \dots, 5$, а зависят от коэффициентов комбинационных пропорциональностей (coefficients of the combinational proportionalities) $c_{ij}^2 = \text{corr}^2(z_i, y_j)$, вычисляемых ниже и при применении моделей из [2-9].

Из таблицы "объект-свойство" $X_{118,5}^0$ рассчитываем усредненные характеристики 5 ФИ такими, как они сложились под влиянием всех рыночных факторов. Если бы инвестор знал эти характеристики, то старался бы формировать свой портфель продаж ГЦБ, аналогичный портфелю эмитента по продаже ГЦБ, по структуре, по срокам владения тенговых ГЦБ до их даты погашения и по другим характеристикам (их 14). Отметим, что портфель эмитента по продаже ГЦБ не обязательно является оптимальным портфелем (с минимальной дисперсией). Для коммерческих банков важно знать всё про портфель продаж тенговых ГЦБ, чтобы выгодно покупать некоторые валютные ГЦБ, а потом продать их с другой выгодой.

Оценки ожидаемых значений процентных ставок 5 ФИ оказались линейно возрастающими (Рисунок 1): $x^{cp_1} = 11.097\%$, $x^{cp_2} = 12.615\%$, $x^{cp_3} = 14.025\%$, $x^{cp_4} = 15.418\%$, $x^{cp_5} = 16.826\%$. Сравнение с значениями ожидаемых значений процентных ставок 6 валютных (в \$) ФИ показывает: краткосрочные тенговые ФИ более привлекательны банкам для покупки, чем валютные ФИ. Для ФИ со сроком «до 30 ней» тенговые ФИ имеют большую доходность $x^{cp_2} = 12.615\%$, чем у валютных ФИ $x^{cp_2} = 11.0496\%$. Время жизни в 1 месяц для тенговых ФИ дороже, чем у валютных ФИ. Оценки ожидаемых значений процентных ставок 6 ФИ примерно одинаковыми ($\approx 10\%$ годовых): 11.0495% , 10.2170% , 9.7309% , 10.9450% , 10.7122% , 11.7551% .

Этот факт и различие в двух трендах средних по тенговому и валютным ГЦБ указывает на присутствие у банков заранее спланированных регулятором обязанностей покупать фиксированные виды тенговых ФИ, эмитируемых Минфином РК, Нацбанком РК. Свободный конкурентный аукцион имеется только по валютным ГЦБ.

Но оценки s_j волатильности и оценки рисков s_j^2 изменения процентных ставок для 5 наших ФИ (интервалов) оказались разными (Рисунок 1).

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

По валютным ГЦБ оценки s_j волатильности и оценки рисков s^2_j изменения процентных ставок превышают соответствующие оценки по тенговым ФИ: у тенговых ФИ - $s_1=1.8927$, $s_2=1.7108$, $s_3=2.1355$, $s_4=1.7735$, $s_5=1.7772$, $s^2_1=3,5823\%$, $s^2_2=2,92683\%$, $s^2_3=4,5603\%$, $s^2_4=3,1453\%$, $s^2_5=3,1584\%$, $s^2_6=$. Волатильности s_j и оценки рисков s^2_j изменения процентных ставок у

тенговых ФИ мало отличаются друг от друга, дилеру они не интересны. У валютных ФИ более привлекательные волатильности и риски (Рисунок 2): $s_1=5.7072\%$, $s_2=4.1082\%$, $s_3=2.4495\%$, $s_4=1.3742\%$, $s_5=0.5732\%$, $s_6=1.4554\%$, $s^2_1=32.572\%$, $s^2_2=15.8773\%$, $s^2_3=5.00054\%$, $s^2_4=1.8884\%$, $s^2_5=0.4532\%$, $s^2_6=2.15\%$.

Таблица 1

Date	№	x^0_1	x^0_2	x^0_3	x^0_4	x^0_5
1	2	3	4	5	6	7
06.01.2000	1	11,9280	13,3100	14,2500	15,2530	18,0000
07.01.2000	2	12,8500	13,2880	14,1150	15,2630	18,0100
10.01.2000	3	12,7900	13,2670	14,7300	15,2730	18,0500
11.01.2000	4	11,8960	13,2450	15,5700	15,3500	18,0600
12.01.2000	5	12,4100	13,2230	15,2900	15,2890	17,7930
13.01.2000	6	11,6950	13,2020	14,8000	15,3060	17,7300
14.01.2000	7	14,8800	13,1800	14,6100	15,4000	17,7050
17.01.2000	8	12,2700	13,1580	14,6980	15,3100	17,6890
18.01.2000	9	12,8100	13,9300	15,5900	16,5300	17,6730
19.01.2000	10	12,6200	13,5060	15,5100	15,3420	17,6590
20.01.2000	11	11,8070	13,1000	14,9060	15,6860	17,6440
21.01.2000	12	13,5500	13,3720	15,1900	15,6100	17,6300
24.01.2000	13	12,2900	12,9200	15,5200	15,5930	17,6160
□	□	□	□	□	□	□
□	□	□	□	□	□	□
18.01.2000	107	6,6800	13,3700	12,9400	14,7080	15,0700
19.01.2000	108	8,2431	6,8400	2,5000	4,1900	4,9800
20.01.2000	109	6,7700	11,9330	13,9000	14,6290	15,0100
21.01.2000	110	4,0000	11,3730	13,4700	14,5250	15,5090
24.01.2000	111	7,7100	11,4080	13,7100	13,7000	15,7700
25.01.2000	112	10,8900	10,2500	13,2300	14,1600	15,8200
26.01.2000	113	10,8630	11,2550	14,7000	13,2200	14,0000
27.01.2000	114	10,8480	11,1250	13,2100	13,2100	14,7900
28.01.2000	115	10,8400	9,6000	11,9900	13,5000	14,2700
31.01.2000	116	13,8280	10,9220	12,5490	13,8280	13,4050
01.02.2000	117	8,5003	12,1840	12,7270	12,0260	14,2670
02.02.2000	118	8,6403	8,6403	12,6960	14,4120	14,0200

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

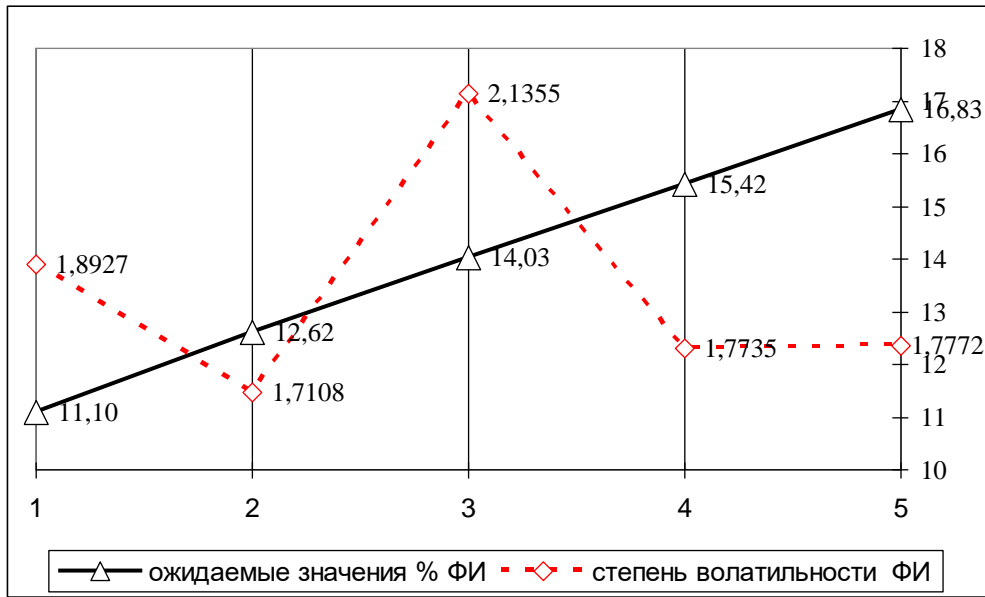


Рисунок 1. Динамики ожидаемых значений процентных ставок и степеней волатильности 5 тенговых ФИ



Рисунок 2. Динамики ожидаемых значений процентных ставок и степеней волатильности 6 валютных ФИ

Параметр совокупности - стандартное отклонение σ , а $s = +\sqrt{s^2}$ - выборочное стандартное отклонение (оценка σ) характеризует степень изменчивости (волатильности) x -переменной ($x = x^0 - x^{cp}$), а значение z -переменной равно $z = (x^0 - x_{cp})/s$. Формула $x^0 = x^{cp} + zs$ показывает структуру разложения измеренного значения x^0 на

слагаемые. Первое слагаемое (x^{cp}) называется ожидаемым значением, его значение является главной частью значения x^0 реального показателя ФИ и имеет единицу измерения: $x^{cp} = 18\%$. Второе слагаемое (zs) показывает число $z = (x^0 - x^{cp})/s$ отклонений (стандартных) в отклонении исходного значения x^0_{ij} от значения выборочного

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

среднего: $x_{ij} = (x_{ij}^{\circ} - x_{ij}^{cp})$, $z_{ij} = x_{ij}/s_j$, где $x_{ij} = (x_{ij}^{\circ} - x_{ij}^{cp}) = z_{ij}s_j$. Если $x_{ij}^{\circ} = 12\%$, $x_{ij}^{cp} = 8\%$, $s_j = 4\%$, то x_{ij}° отделен от своего ожидаемого значения $x_{ij}^{cp} = 8\%$ расстоянием в 1 стандартное отклонение: $z_{ij} = (12-8)/4 = 1$.

Убывающая или постоянная динамика значений волатильности по мере увеличения сроков жизни правильно отражают тенденцию снижения или неизменности рисков изменения процентных ставок.

Но их значения не учитывают различные степени взаимосвязей между изотермными рядами. Из-за наличия взаимозависимости друг от друга величин доходностей из разных интервалов временной структуры приведенные значения степени волатильности $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_5$ не пригодны для оценки значений риска изменения доходностей наших ФИ. ГЦБ различаются также условиями досрочного погашения, условиями обмена на другую ЦБ, разными степенями риска обладают цены продаж коротких, краткосрочных, долгосрочных ГЦБ. Эти и другие свойства влияют на оценки рисков изменения доходностей в j-ых интервалах (j-ых ФИ) временной структуры.

Приведенные выше ((Рисунок 1)) значения степени рисковости доходностей 5 ФИ разные, но они не учитывают значений степени коррелированности между парами ФИ, приведенных в матрице парных корреляций (Таблица 2). В формулах [10], определяющих значения рисков должен присутствовать ненулевой коэффициент корреляции r_{ij} , являющийся коэффициентом линейной связи двух значений изменчивостей z_{ki} и z_{kj} [10]: $z_{ki} = r_{ij} z_{kj}$, из стандартизованной выборки $Z_{mn} = \{z_{ij}\}$, каждый элемент которой получен преобразованием элемента x_{ij}^0 в безразмерный элемент матрицы $Z_{118,5} = \{z_{ij}\}$, $i=1, \dots, 118$, $j=1, \dots, 5$, где $z_{ij} = (x_{ij}^{\circ} - x_{ij}^{cp})/s_j$, $x_{ij}^{cp} = (x_{1,j}^{\circ} + \dots + x_{118,j}^{\circ})/118$, $s_j^2 = (x_{1,j}^{\circ 2} + \dots + x_{118,j}^{\circ 2})/118$, $x_{ij} = x_{ij}^{\circ} - x_{ij}^{cp}$, $k=1, \dots, 118$, $i=1, \dots, 118$, $j=1, \dots, 5$.

Так как значения изменчивостей [11] z_{ki} и z_{kj} доходности высоко рисковых ГЦБ при значениях коэффициентов комбинационных пропорциональностей c_{j1} и c_{j1} , то всюду ниже мы используем стандартизованную выборку $Z_{118,5}$ и матрицу C_{55} . В работе [11] доказано: z_{ij} является i-ым значением изменчивости j-ой z-переменной. В j-ом столбце матрицы $Z_{118,5}$ расположены m значений изменчивости j-ой z-переменной. Линейная комбинация $y_1 = z_{11}c_{11} + \dots + z_{n1}c_{n1}$ заметных коэффициентов комбинационных пропорциональностей c_{11}, \dots, c_{51} при значениях изменчивостей 5 z-переменных определяет значение изменчивости одной y-переменной. Совокупность из 118 значений этой y-переменной определяет волатильность нового ФИ - НФИ. Таких НФИ с заметными волатильностями λ_1, λ_2 , $\lambda_1 > \lambda_2$, будет получено 2. Они будут выделены по критерию и на основе анализа компонентов

первых 2-х собственных векторов, расположенных в первых 2-х столбцах матрицы C_{55} – матрицы значений коэффициентов комбинационных пропорциональностей при значениях изменчивостей z-переменных [11].

Матрица $Z_{118,5}$ -входной элемент решаемой ниже ПЗ АГК [12]: $Z_{118,5} \Rightarrow (R_{55}, C_{55}, \Lambda_{55}, Y_{118,5})$. Но основным объектом анализа по выявлению высокорисковых тенговых ФИ и НФИ является матрица C_{55} . Результаты анализов по тенговым (Таблица 2, Таблица 3, Таблица 4, Рисунок 1, Рисунок 4) и по валютным ([1] и Рисунок 2, Рисунок 3) существенно различаются, что правильно отражает реальные отличия 2-х рынков.

Степень рисковости портфеля из доходностей 5 тенговых ФИ вычисляем с учетом значений степеней рисковости доходностей 5 ФИ и без учета (внимание!) значений выборочных коэффициентов корреляций между парами z-переменных, число которых равно $(5-1)*5/2 = 10$. Нам нужны ФИ с достаточно высокими значениями рисков изменения значений процентных ставок типа «доходность к дате погашения», а им соответствуют только несколько коэффициентов корреляции, удовлетворяющих Критерию 1 (см. ниже). Матрица R_{55} коэффициентов корреляции $r_{ij} = \text{corr}(z_i, z_j)$, $i=1, \dots, 5$; $j=1, \dots, 5$, не являются прямыми источниками знаний о процентных рисках. Матрица R_{55} не определяет число $\ell = 2$ НФИ. Эти коэффициенты корреляции $r_{ij} = \text{corr}(z_i, z_j)$ отличаются от применяемых здесь и в статьях [7,8] коэффициентов корреляции $c_{kj} = \text{corr}(z_k, y_j)$, $i=1, \dots, n$; $j=1, \dots, n$. Они именуются по-разному в зависимости от их используемых функций [1-9]. В данной статье коэффициенты корреляции вида $c_{kj} = \text{corr}(z_k, y_j)$, $i=1, \dots, 5$; $j=1, \dots, 5$, прямыми используемыми величинами, но с учетом других реально воспринимаемых величин, также характеризующих ФИ, НФИ.

Матрица значений коэффициентов комбинационных пропорциональностей при значениях изменчивостей доходности высокорисковых ГЦБ

Практически важные характеристики портфеля ГЦБ не ограничиваются только этими параметрами. Наиболее важными являются риски изменения процентных ставок типа «доходность к дате погашения». Риск изменения рассматриваемого нами типа процентной ставки для портфеля независимых ФИ измеряется суммой дисперсий соответствующих некоррелированных нормированных значений процентных ставок временных рядов. Для определения риска портфеля зависимых ФИ необходимо вычислять значения парных

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

коэффициентов корреляции Пирсона, как показано ниже, двух видов: $r_{ij} = \text{corr}(z_i, z_j)$, $c_{ij} = \text{corr}(z_i, y_j)$, и одну дисперсию $\lambda_j = \text{corr}(y_j, y_j)$. Интересно то, что формула риска портфеля зависимых ФИ, которым соответствуют z -переменные, не содержит формулу дисперсии z -переменной: $\text{corr}(z_i, z_j) = 1, j=1, \dots, 5$. Значения вычисленных рисков портфелей ФИ приведены в Таблице 3. Формулы $c_{11}^2 = \text{corr}^2(z_i, y_1)$, $c_{12}^2 = \text{corr}^2(z_i, y_2)$, $c_{13}^2 = \text{corr}^2(z_i, y_3)$, $c_{14}^2 = \text{corr}^2(z_i, y_4)$, $c_{15}^2 = \text{corr}^2(z_i, y_5)$ позволяют вычислить значения рисков изменения годовых процентных ставок типа «доходность к дате погашения» для 5 тенговых ФИ, принадлежащих 2 разным НФИ – локальным портфелям: в 1-ом портфеле должны содержаться ГЦБ со сроками погашения 7 дней, 1 месяц, 3 месяца, 6 месяцев, во 2-ом – ГЦБ со сроками погашения 12 месяцев. Эти портфели содержат ГЦБ с заметно высокими рисками. НФИ с номерами 3,4,5,6 являются малорисковыми, хотя имеют в своем составе ФИ заметными рисками, например, риск 0.4826 имеет ФИ 2 в составе НФИ № 4 (Таблица 3).

В работе [1] были обоснованы применение элементов матрицы собственных векторов C_{nn} , в работах [2,3,4,5] элементы матрицы собственных векторов C_{nn} применялись как источники когнитивно извлекаемых знаний. Элементы матрицы собственных векторов $C_{n-1, n-1}$ в работе для математического введения и когнитивного извлечения знаний, содержащихся в коэффициентах регрессии, вычисленных по реальным многомерным данным. Мы не используем, как принято в классических методах ПМСА, выборочную корреляционную матрицу R_{nn} . Выделенные элементы матрицы R_{55} , превосходящие по величине пороговое значение 0,50, отражают наличие заметных корреляций между z -переменными с номерами 2,3,4,5. Переменная номер 1 не выделена в матрице R_{55} , а в матрице C_{55} , как убедимся ниже, переменная номер 1 входит в другой коэффициент корреляции и, величина которой является заметной: $c_{12} = \text{corr}(z_1, y_2) = 0,9488$, соответствующие ГЦБ со сроками погашения до 7 дней образуют отдельный высокий пакет (НФИ 2). Здесь мы еще раз убеждаемся в приоритетности матрицы C_{nn} значений коэффициентов комбинационных пропорциональностей по сравнению с корреляционной матрицей R_{nn} . Наш результат [1] новое применение матрицы C_{nn} [9,12-15] в других задачах выявления смысла коэффициента $c_{kj} = \text{corr}(z_k, y_j)$ при значении z_{ik} изменчивости доходности высокорисковых ГЦБ из интервала номер j кривой доходности.

Чтобы обеспечить высокую доходность, «зависящей от воспринимаемого инвестором риска, и, следовательно, не зависящей от уровня цены актива» [12], инвестор должен иметь

портфель с высоким риском: покупать ГЦБ, входящие в высокорисковые ФИ, формировать новые независимые высокорисковые портфели из видов ГЦБ с «выгодными» параметрами. Разные ГЦБ имеют разные значения «доходности к дате погашения» с разными степенями случайности и волатильности, а рискованные ГЦБ – положительные ожидаемые доходы, измеряемые, как выше показано, средними арифметическими $x^{cp_1}, \dots, x^{cp_5}$. Независимость двух НФИ № i и № j реализуется посредством моделирования двух безразмерных временных рядов, нормированных и некоррелированных значений y -переменных № i и № j таких, что $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{i118,i})^T$, $y_j = (y_{j1}, \dots, y_{j118,j})^T$, $(1/118)y_i^T y_j = 0$, $(1/118)y_i^T y_i = \lambda_j$, $i, j = 1, \dots, 5$. При этом сумма дисперсий 5 новых y -переменных должна равняться сумме дисперсий зависимых ФИ № i и № j , реализованных посредством вычисления двух временных рядов безразмерных, нормированных и коррелированных значений z -переменных № i и № j таких, что $z_i = (z_{i1}, \dots, z_{i118,i})^T$, $z_j = (z_{j1}, \dots, z_{j118,j})^T$, $(1/118)z_i^T z_j = r_{ij}$, $(1/118)z_i^T z_i = 1$, $(1/118)z_j^T z_j = 1$, $i, j = 1, \dots, 5$. Это условие сохранения неизменной суммы дисперсий (суммы рисков ФИ) имеет вид: $1+1+1+1+1 = \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5$. Это следует из того, что диагональные элементы выборочной корреляционной матрицы $R_{55} = (1/118)Z_{118,5}^T Z_{118,5}$ равны 1: $\text{diag}(R_{55}) = (1, \dots, 1)$, а сумма их равна 5: $\text{tr}(R_{55}) = 1+1+1+1+1 = \text{tr}(\Lambda_{55}) = \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5$.

Как преобразовать z -переменные в y -переменные? В работах [1-15] применили успешно ортонормированную матрицу собственных векторов. Здесь мы применяем несколько иначе (без учета R_{55}) матрицу C_{55} собственных векторов корреляционной матрицы R_{55} такую, что выполняются условия нормированности и ортогональности: $C_{55}^T R_{55} C_{55} = I_{55}$, $C_{55} C_{55}^T = I_{55}$. Она вычисляется по известной корреляционной матрице $R_{55} = (1/118)Z_{118,5}^T Z_{118,5}$ при решении прямой спектральной задачи (ПСЗ, [12]): $R_{55} = \Lambda_{55} C_{55} C_{55}^T$. ПСЗ-это прямая задача *диагонализации* известной выборочной корреляционной матрицы R_{55} , решаемая для симметрической матрицы $R_{55} = R_{55}^T$, в результате решения которой вычисляются 2 матрицы: ортогональная матрица C_{55} собственных векторов $c_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{5j})^T$, расположенных по её столбцам: $C_{55} = [c_1 | c_2 | \dots | c_5]$ и согласованная со спектром $\Lambda_{55} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$ таким образом, что выполняются соотношения $R_{55} C_{55} = C_{55} \Lambda_{55}$, $C_{55}^T R_{55} C_{55} = I_{55}$, $\text{diag}(R_{55}) = (1, \dots, 1)$, $\text{tr}(R_{55}) = 1+1+\dots+1 = \text{tr}(\Lambda_{55}) = \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5$, $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_5 \geq 0$. Решениями ПСЗ являются 2 матрицы C_{55} , Λ_{55} , а ортогональное преобразование – матрица C_{55} , примененное к матрице z -переменных $Z_{118,5}: Y_{118,5} = Z_{118,5} C_{55}$, не изменяет сумму дисперсий z -переменных: $5 = \text{tr}(R_{55}) = \text{tr}[(1/118)Z_{118,5}^T Z_{118,5}] =$

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

$\text{tr}[(1/118)C_{55}Y_{118,5}^T Y_{118,5}C_{55}^T] = \text{tr}(C_{55}\Lambda_{55}C_{55}^T) = \text{tr}(\Lambda_{55}C_{55}^T C_{55}) = \text{tr}[\Lambda_{55}I_{55}] = \text{tr}(\Lambda_{55}) = \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5$.
Выборка $Y_{118,5}$ называется единственным решением вышеупомянутой ПЗ АГК: $Z_{118,5} \Rightarrow (R_{55}, C_{55}, \Lambda_{55}, Y_{118,5})$. А многомерная выборка $Z_{118,5}$ называется ассоциированным решением ПЗ АГК [12]. Ортогональное преобразование C_{55} , примененное к $Z_{118,5}$, не изменяет сумму дисперсий z-переменных: $R_{55} = (1/118)Z_{118,5}^T Z_{118,5}$. Пояснения насчет того почему переменные случайны в матрицах $Z_{118,5}$, $Y_{118,5}$ и почему случайны матрицы R_{55} , C_{55} , Λ_{55} , почему неизвестны их законы распределения вероятностей изложены в [10,12]. Единственное решение $Y_{118,5}$ ПЗ АГК является одним из бесконечного множества решений обратной задачи анализа главных компонент (ОЗ АГК) [12, стр.155] согласно теореме 2.3 [12, стр.155], [12]. Так как $Y_{118,5}$ является решением (одним из бесконечного множества), то согласно ОМ ГК [3], где известен входной параметр Λ_{55} , выполняется равенство $\Lambda_{55} = (1/m) Y_{118,5}^T Y_{118,5}$ и, тем самым, решена обратная спектральная задача (ОСЗ): $\Lambda_{55} \Rightarrow (C_{55}^{(\ell)}, R_{55}^{(\ell)})$, $\ell = 1, \dots, \infty$. Далее мы можем вычислить (C,Y)-выборки $Z_{118,5}^{(\ell)} = Y_{118,5} C_{55}^{(\ell)T}$, $\ell = 1, \dots, \infty$, адекватные одной нашей реальной выборке $Z_{118,5}$. Выборки $Z_{118,5}^{(\ell)} = Y_{118,5} C_{55}^{(\ell)T}$ имеют выборочные корреляционные матрицы $R_{55}^{(\ell)} = (1/m) Z_{118,5}^{(\ell)T} Z_{118,5}^{(\ell)}$. Как показали вычислительные эксперименты с применением программы из ППП «Спектр» [16] пары индексов высоких коэффициентов корреляции из матрицы C_{55} удовлетворяющих Критерию 2, сохранили это качество и в матрицах из 1000 модельных матриц $C_{55}^{(\ell)}$ $\ell = 1, \dots, 1000$. Эти эксперименты проводились для нашего уже известного спектра $\Lambda_{55} = (1/m) Y_{118,5}^T Y_{118,5}$. Решалась ОСЗ1 [17]: $\Lambda_{55} \Rightarrow (C_{55}^{(\ell)}, R_{55}^{(\ell)})$, $\ell = 1, \dots, 1000$, реализующая алгоритм Чалмерса (Chalmers С.Р., [17]). Соответствующие решению ассоциированные решения – выборки $Z_{118,5}^{(\ell)} = Y_{118,5} C_{55}^{(\ell)T}$. Эти (C,Λ,Y)-выборки $Z_{118,5}^{(\ell)}$ генерировались в ОМ АГК [12,16]: $(\Lambda_{55}, Y_{118,5}) \Rightarrow (R_{55}, Y_{118,5}, Z_{118,5}^{(\ell)})$, $\ell = 1, \dots, 1000$, они модельно адекватны нашей выборке $Z_{118,5}$.

Из теоремы [10,12] следует, что одни и те же содержательные выводы получаются не только из анализа одной рассматриваемой здесь реальной (C,Λ)-выборки, но из анализов других модельных $(C^{(\ell)}, \Lambda)$ -выборок, являющихся решениями ОЗ АГК [12]. ПМ ГК является неотъемлемой частью ОМ ГК, но единственное решение ПЗ АГК содержится среди бесконечного множества решений ОЗ АГК, из этих решений (C,Λ)-выборок) ОЗ АГК после

анализа извлекаются одинаковые «цифровые» знания. Одно и то же должно содержаться во многих «похожих» по одним свойствам, но различающихся по другим свойствам данных,

Финансовая интерпретация собственных чисел изложена в [1]. Вычисленные по известной корреляционной матрице числа $\lambda_j, j=1, \dots, 5$, важны тем, что зависят от коэффициентов корреляции, а значение наибольшего элемента λ_1 тем больше, чем больше в наддиагональной части матрицы R_{55} число коэффициентов корреляции с доминирующими абсолютными значениями.

Геометрическая интерпретация этого факта наглядно видна при $n=2$. Если известна симметричная матрица R_{22} , то по известной теории решается некоторая оптимизационная задача, которая сводится к решению уравнения относительно λ : $\det(R - \lambda I) = 0$, где \det означает определитель матрицы $(R_{22} - \lambda I_{22})$. В прямой спектральной задаче (ПСЗ) диагонализации матрицы R_{22} (так называется в [3] задача вычисления элементов спектра Λ_{22} для известной матрицы R_{22}) решения λ_1, λ_2 находятся из условия равенства определителя нулю: $\det(R_{22} - \lambda I_{22}) = 0$. Данное равенство преобразуется в уравнение вида $(1-\lambda)(1-\lambda) - r_{12}(r_{21}) = 0$. Решениями являются 2 значения для λ . Раскрывая скобки и группируя члены, получим квадратное уравнение $\lambda^2 - 2\lambda + (1 - r_{12}^2) = 0$. Собственные числа λ_1, λ_2 явно выражаются через коэффициенты корреляции $r_{21} = r_{12}$: $\lambda_1 = 1 + r_{12}$, $\lambda_2 = 1 - r_{12}$, при этом $\lambda_1 + \lambda_2 = 2$. Если $r_{12} = 1$, то $\lambda_1 = 2$, если $r_{12} = 0$, то $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$. Система из 2 уравнений вида $R_{22} c_j = \lambda c_j$ при $\lambda_1 = 1 + r_{12}$, $\lambda_2 = 1 - r_{12}$, имеет собственные векторы $c_j = (c_{1j}, c_{2j})^T$, $j=1,2$, такие, что $c_j^T c_j = 1$, $c_1^T c_2 = 0$, $c_1 = (\cos \alpha, -\sin \alpha)^T$, $c_2 = (\sin \alpha, \cos \alpha)^T$ с координатами $(\cos \alpha, -\sin \alpha)$, $(\sin \alpha, \cos \alpha)$. Единичные векторы нормированы: $c_1^T c_1 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, $c_2^T c_2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, и ортогональны (взаимно перпендикулярны): $c_1^T c_2 = \cos(\alpha)\sin(\alpha) - \sin(\alpha)\cos(\alpha) = 0$. Здесь α - угол, на который приподнята большая полуось эллипса над 1-ой осью (с длинами полуосей $\lambda_1 > \lambda_2$) [10,12]. Эту интерпретацию компонент собственных чисел и собственных векторов мы используем ниже при описании случайных ортогональных преобразований и при моделировании ℓ -отклонений в z-переменных. Гиперэллипсоид при $n > 2$ важен тем, что внутри него находятся все 5-мерные точки с координатами (z_{k1}, \dots, z_{k5}) , $k=1, \dots, 118$. В общем случае $n > 2$ гиперэллипсоид [3,23] расположен наклонно по отношению к осям своей координатной системы. Финансовая интерпретация столбцов матрицы $Z_{118,5}$ -нормированные изотермные ряды.

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

Таблица 2. Матрица коэффициентов корреляции $R_{5,5}$

COLUMN	1	2	3	4	5
ROW 1	1,0000	0,1515	0,2427	0,2566	0,3203
ROW 2	0,1515	1,0000	0,5464	0,5882	0,6045
ROW 3	0,2427	0,5464	1,0000	0,5603	0,6669
ROW 4	0,2566	0,5882	0,5603	1,0000	0,7399
ROW 5	0,3203	0,6045	0,6669	0,7399	1,0000

Критерии выделения коррелированных высокорисковых финансовых инструментов.

При формулировке критерия 1 будем опираться на известные применяемые факты. По определению формулы коэффициентов парной корреляции $r_{ij}=\text{corr}(z_i, z_j)$, $c_{ij}=\text{corr}(z_i, y_j)$ представляют собой косинусы углов между 118-мерными векторами $z_i=(z_{1,i}, \dots, z_{118,i})^T$, $z_j=(z_{1,j}, \dots, z_{118,j})^T$, $y_j=(y_{1,j}, \dots, y_{118,j})^T$, $i, j=1, \dots, 5$. Равенство $r_{4,5}=0.5221$ выражает заметную степень выраженности линейной связи, но она не выявляет причину связи. Из-за воздействия макроэкономических факторов оба показателя (№1 и №4) возрастают или уменьшаются на протяжении коротких периодов времени, но рост одного из них не является причиной роста другого. Всюду ниже при формулировке фраз относительно ФИ (НФИ) для упрощения текста вместо фразы «риск изменения процентной ставки типа «доходность к дате погашения» ФИ № j» будем писать «риск ФИ №j».

Для выявления номеров интервалов, содержащих значения доходностей ГЦБ с высокими рисками мы используем вывод, приведенный выше: наибольшее собственное число $\lambda_1=1+r_{12}$ тем больше, чем больше коэффициент корреляции r_{12} . Содержательно это соответствует утверждению «большое значение риска НФИ обеспечивается большими значениями коэффициентов корреляции между доходностями ФИ». При оценке силы связи коэффициентов корреляции обычно используется шкала Чеддока (Chaddock scale). По этой шкале количественная мера тесноты связи: абсолютное значение коэффициента, принадлежащее интервалу от 0 до 0.3 - качественно интерпретируется как «очень слабая», интервалу от 0.3 до 0.5-«слабая, умеренная», интервалу от 0.5 до 0.7- «заметная» (moderate positive), интервалу от 0.7 до 0.9 - «высокая», интервалу от 0.9 до 1- «очень высокая».

Сформулируем критерий вычисления пар (i, j) номеров интервалов временной структуры, для которых i -ые и j -ые временные ряды $z_i=(z_{1,i}, \dots, z_{118,i})^T, z_j=(z_{1,j}, \dots, z_{118,j})^T$ определяют

значения коэффициентов корреляций $r_{ij}=\text{corr}(z_i, z_j)$, удовлетворяют критерию «заметной» связи по шкале Чаддока, т.е. соответствуют доходностям ГЦБ с высокими рисками.

Критерий 1. Число собственных векторов ℓ_{ev} равно числу пар индексов (k, ℓ_{ev}) доминирующих по абсолютной величине компонентов $c_{k\ell}=\text{corr}(z_k, y_\ell)$, $\ell=\ell_{ev}$, собственных векторов (eigenvectors), расположенных в столбцах матрицы C_{55} , и соответствующих ℓ_{ev} -ому собственному числу (из матрицы собственных чисел $\Lambda_{55}=\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$), у которых хотя бы одна (k, ℓ_{ev}) -компонента удовлетворяет условию $\ell_{ev}=\max\{j: \text{abs}(c_{kj}) > c_0, k \in \{1, \dots, 5\}, C_{55}=[c_1|c_2|\dots|c_5], c_j=(c_{1,j}, \dots, c_{k,j}, \dots, c_{5,j})^T, \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_j \geq \dots \geq \lambda_5, \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5\}$. Заметим, что в этой статье не применим Критерий 1 из статьи [1].

Биржевые финансовые инструменты и риски изменения их доходностей

Вычисление рисков изменения доходностей биржевых финансовых инструментов (ФИ) и финансовую интерпретацию собственных векторов из матрицы C_{55} , вычисленной по проанализированной нами матрицы коэффициентов корреляций R_{55} . проведем применяя Критерий 1 к элементам из матрицы собственных векторов C_{55} Для этого имеются следующие существенные основания. В портфеле независимых ФИ (НФИ) риск изменения рассматриваемого нами типа процентной ставки измеряется суммой дисперсий соответствующих некоррелированных нормированных значений процентных ставок временных рядов. Временные ряды $\{z_{1,j}, z_{2,j}, \dots, z_{118,j}\}$, $j=1, \dots, 5$, нормированных значений процентных ставок имеют заметные нагрузки $c_{kj}=\text{corr}(z_k, y_j)$, но нас интересуют только те заметные нагрузки, которые входят формулы двух некоррелированных между собой u -переменных, выделенных по критерию Джоллифа.

Преобразуем 5 z-переменных в 5 u-переменные, но так, чтобы сумма дисперсий не изменилась. Это условие мы обеспечиваем, решив ПСЗ: $R_{55} \Rightarrow (C_{55}, \Lambda_{55})$ из модели Хотеллинга-

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

Жанатауова [12]. Для доходностей 5 ФИ их сумма дисперсий равна 5. при этом все z-переменные имеют одинаковые дисперсии, равные 1. Такие z-переменные нас не устраивают, ибо мы знаем, что существуют какие-то подмножества ФИ-ов, у которых риски будут большими, средними, малыми. Мы выбрали в качестве измерителя степени риска дисперсию временного ряда, состоящего из значений избыточных доходностей ГЦБ к дате погашения. Применим ортогональное преобразование - матрицу C_{55} , такую, что $C_{55}^T C_{55} = I_{55}$, $C_{55} C_{55}^T = I_{55}$, к матрице z-переменных $Z_{118,5}$: $Y_{118,5} = Z_{118,5} C_{55}$. Ортогональное преобразование C_{55} не изменяет сумму дисперсий z-переменных: $R_{55} = (1/118) Z_{118,5}^T Z_{118,5} Z_{118,5} = (R_{55}, C_{55}, \Lambda_{55}, Y_{118,5})$.

Существует несколько видов матриц C_{55} , моделируемых в ОСЗ 1 [17], ОСЗ 2 [14], ОСЗ 3 [15], ОСЗ 4 [9], ОСЗ 5 [9], ОСЗ 6 [9]. Одним из типов матриц, обладающих нужными свойствами, является матрица собственных векторов $c_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{5j})^T$, образующих ортогональную матрицу $C_{55} = [c_1 | c_2 | \dots | c_5]$, согласованную с матрицей собственных чисел (спектром) $\Lambda_{55} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5), \lambda_1 > \dots > \lambda_5 > 0$, таким образом, что выполняются равенства $R_{55} C_{55} = C_{55} \Lambda_{55}$, $C_{55}^T C_{55} = C_{55} C_{55}^T = I_{55}$, где $\text{diag}(R_{55}) = (1, \dots, 1)$, $\text{tr}(R_{55}) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = \text{tr}(\Lambda_{55}) = \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5$. Матрицы C_{55} и Λ_{55} вычисляются одновременно по известной корреляционной матрице R_{55} , а матрица R_{55} вычисляется по стандартизованной выборке $Z_{118,5}$: $R_{55} = (1/118) Z_{118,5}^T Z_{118,5}$. Доказательство того факта, что матрица C_{55} является корреляционной матрицей и аналогично матрице $R_{55} = (1/118) Z_{118,5}^T Z_{118,5}$, вычисляется в виде матрицы, равной произведению транспонированной матрицы $Z_{118,5}$ стандартизованных z-переменных на матрицу стандартизованных y-переменных $Y_{118,5} \Lambda^{-1}$ приведены в работах [1, 10, 12]. Доказанная формула имеет вид: $(1/m) Z_{118,5}^T (Y_{118,5} \Lambda^{-1})_{55} = (1/m) Z_{118,5}^T Z_{118,5} C_{55} \Lambda^{-1} = R_{55} C_{55} \Lambda^{-1} = C_{55}$.

Также в статье [10] доказано обратное утверждение: если ортогональная матрица C_{55} является корреляционной матрицей пар переменных: $C_{55} = (1/118) Z_{118,5}^T Y_{118,5} \Lambda^{-1}$, то она матрица собственных векторов для корреляционной матрицы R_{55} .

Дополнительную информацию предоставляют взаимосвязанные значения f-параметров спектра $\Lambda_{55} = \text{diag}(2,9791, 0,8997, 0,4558, 0,4297, 0,2358)$, являющихся одновременно f-параметрами корреляционной матрицы $R_{55} = (1/118) Z_{118,5}^T Z_{118,5}$. Они имеют вид: $f_1(\Lambda_{55}) = 5$, $f_2(\Lambda_{55}) = 10,1323$, $f_3(\Lambda_{55}) = 12,6351$, $f_4(\Lambda_{55}) = 0,7758$, $f_5(\Lambda_{55}) = 0,1238$, $f_6(\Lambda_{55}) = 8,1683$

Теперь новые y-переменные равны линейным комбинациям 5 z-переменных и не

коррелируют друг с другом. При этом сумма дисперсий всех y-переменных равна 5, т.е. след матрицы R_{55} равен 5: $\text{trace}(R_{55}) = \text{trace}(\Lambda_{55}) = (2,9791 + 0,8997 + 0,4558 + 0,4297 + 0,2358) = 5$.

Но дисперсии новых y-переменных упорядочены в порядке убывания: $\lambda_1 > \dots > \lambda_5 > 0$, и наибольшие по значению дисперсии $\lambda_1 > \dots > \lambda_5$ равны значениям рисков изменения ℓ линейных комбинаций. Каждую линейную комбинацию, состоящую из 5 z-переменных интерпретируем как независимый новый финансовый инструмент (НФИ), составленный из комбинации только высокорисковых зависимых ФИ. Линейная комбинация может превратиться в одно произведение, таковым является нас НФИ №2.

Критерий выделения числа некоррелированных высокорисковых НФИ является для данных по тенговым доходностям ГЦБ критерий Джоллифа выделения числа доминирующих элементов спектра: $\lambda_i > \sqrt{2}/2$. Измерителем степени рисковости НФИ является его дисперсия λ_j , $j = 1, \dots, 5$, но в Так как собственные числа корреляционной матрицы R_{55} упорядочены в порядке убывания их величин: $\lambda_1 = 2,9791$, $\lambda_2 = 0,8997$, $\lambda_3 = 0,4558$, $\lambda_4 = 0,4297$, $\lambda_5 = 0,2358$ в сумме равных 5, то выберем доминирующее количество $L \geq 1$ собственных чисел, соответствующих L y-переменным по критерию Джоллифа, а не по критерию Кайзера-Дикмана. Мы поставили им в соответствие 2 НФИ, 2 пакета тенговых ЕЦБ. Такие пакеты имели место в период работы автора финансовым аналитиком. В других, отличных от нашей, задачах для определения числа L обоснованно применяются критерии Кайзера-Дикмана [25], Тэрстоуна [25], Кателла [25], Хорна [25], Джоллифа [27]. Эти критерии используются для определения числа L существенных в том или ином смысле y-переменных, доля которых превышает некоторое фиксированное пороговое значение. По критерию высокорисковости значение дисперсии y-переменных λ_L должно быть как можно большим, а меньшее из доминирующих значений $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ должно быть таковым, что в соответствующем ему собственном векторе $c_L = (c_{1L}, c_{2L}, c_{3L}, \dots, c_{5L})^T$ присутствовали бы коэффициенты корреляции $\text{corr}(z_k, y_L) \geq c_0 = 0,4540$, $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, превышающие значение коэффициента корреляции, равное 0,4540.

В нашей матрице $\Lambda_{55} = \text{diag}(2,9791, 0,8997, 0,4558, 0,4297, 0,2358)$ по критерию Джоллифа найдем число $L = 2$ доминирующих собственных чисел, превышающих по величине $\lambda_L > \sqrt{2}/2 \approx 0,707$. А в двух столбцах матрицы C_{55} находим заметные по величине, удовлетворяющие Критерию 1 компоненты $c_{kj} = \text{corr}(z_k, y_j)$. Здесь при $j = 1$ имеем $k = 2, 3, 4, 5$, при $j = 2$ - $k = 1$. Заметные значения c_{kj} показывают на наличие вида

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

высокорискового ГЦБ со значениями процентных ставок типа «доходность к дате погашения», принадлежащих интервалу №1 и №2 временной структуры кривой доходности. «Одинокое» значение $c_{12}=\text{corr}(z_1, y_2)=0.9488 \approx 0.95$ оказалось редким в множестве значений элементов $c_{\ell 12}$ сгенерированных выше матриц $C_{55}^{(\ell)}$, где номер $\ell=1, \dots, 1000$. Эти матрицы $C_{55}^{(\ell)}$ моделировались как решения ОСЗ1: $\Lambda_{55} \Rightarrow (C_{55}^{(\ell)}, R^{(\ell)})$, $\ell=1, \dots, 1000$. Программа CORMAP [16] реализует

алгоритм Чалмерса [17] из ОСЗ 1 и применялся при вычислении матрицы $C_{55}^{(\ell)}$, определяющей неиспользуемую корреляционную матрицу $R^{(\ell)}_{55}=C_{55}^{(\ell)}\Lambda_{55}C_{55}^{(\ell)T}$, $\ell=1, \dots, 1000$, причем неравенство вида $c_{k1}^{(\ell)} \geq c_0=0.4540$, $k \in \{2, 3, 4, 5\}$, выполнялось много раз, что подтверждает статистическую достоверность неравенства для реального значения $c_{k1} \geq c_0=0.4540$.

Таблица 3. Матрица собственных векторов C_{55}

		1	2	3	4	5
ROW	1	0,2407	0,9488	-0,0982	-0,1683	0,0620
ROW	2	0,4540	-0,2878	-0,4780	-0,6947	-0,0013
ROW	3	0,4701	-0,0908	0,8084	-0,2120	0,2688
ROW	4	0,4939	-0,0912	-0,3264	0,5841	0,5478
ROW	5	0,5206	-0,0192	0,0419	0,3209	-0,7898

Теперь все 5 коррелированных ФИ выявлены по Критерию 1 и являются высокорисковыми, при этом они принадлежат разным независимым локальным портфелям НФИ №1, НФИ №2, НФИ №3, обладающих разными портфельными рисками: $\lambda_1=1.8075, \lambda_2=1.7935, \lambda_3=1.1509$. Практически учитываемая нашей моделью вычисления рисков изменения доходности типа «доходность к дате погашения», равна $(1.8075+1.7935+1.1509)/5=0,792017=79,2\%$. Теоретическая адекватность учета рисков ФИ и НФИ следует из равенств ПМ ГК.

Так как суммы уровней рисков не меняются при переходе от одних измерителей доходностей (z-переменных) к другим измерителям (y-переменным), то ищем высокорисковые НФИ, которые включают в себя высокорисковые ФИ, заметно тесно связанные с НФИ по величине парных коэффициентов корреляции Пирсона между k-ой z-переменной и j-ой y-переменной $c_{kj}=\text{corr}(z_k, y_j)$, удовлетворяющие критерию 2. В [3,19] показано, что элементы матрицы собственных векторов, вычисленной по корреляционной матрице являются коэффициентами корреляции. В критерии 2 анализируются компоненты собственных векторов, соответствующих доминирующим собственным числам.

Новые финансовые инструменты и риски изменения их доходностей.

По степени срочности наши тенговые активы классифицируются иначе, чем временная структура времен жизни валютных ГЦБ. Если у

тенговых ГЦБ интервалы №1, №2, №3, №4, №5 временной структуры характеризуют «короткие» активы, то для валютных ГЦБ интервалы №1, №2, №3, №4 характеризуют «краткосрочные» активы, а интервал №5- «среднесрочные» активы, №6- «долгосрочные» активы, состоящие из валютных ГЦБ.

В статье [1] получено следующее распределение этих активов по степени рисковости изменения процентных ставок типа «доходность к дате погашения» в новых кластерах (локальных пакетах) высокорисковых (с относительно высокими доходностями) НФИ: НФИ №1={ФИ №1-короткий актив, ФИ №2-краткосрочный актив}, НФИ №2={краткосрочный актив ФИ №4, среднесрочный актив ФИ №5}, НФИ №3={краткосрочные активы ФИ №3, ФИ №4, долгосрочный актив ФИ №5}.

Ниже покажем, что все наши тенговые активы, независимо от уровня степени срочности будут представлены в двух выделенных кластерах. Такое «полное присутствие» ГЦБ характерно для тенговых ГЦБ Республики Казахстан и является практическим критерием адекватности применяемой нами модели. Это-новое «цифровое» доказательство типичного ажиотажа среди дилеров банков перед аукционами дневных торгов ГЦБ на фондовой бирже Республики Казахстан.

Исходный портфель эмитента тенговых ГЦБ классифицированных в виде 5 коррелированных ФИ (по количеству дней до даты погашения) практически эквивалентен 5 портфелям обобщенных некоррелированных финансовых инструментов. Из них выделим 2 обобщенных

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

некоррелированных финансовых инструмента (НФИ). Если стандартизованное значение j -ого вида тенгового ГЦБ: $z_{1j} = (\text{исходное значение} - \text{выборочная средняя}) / \text{стандартное отклонение}$, а y_{ij} - i -ое значение j -ой главной компоненты, s_{kj} - k -ая компонента j -ого собственного вектора, то имеем значения доходностей 2 новых ФИ (значения их рисков пропорциональны λ_1, λ_2 , которые образуют некоррелированную систему новых финансовых инструментов (НФИ)- локальные портфели из ФИ (пакеты ЦБ): $y_{i1} = 0.4540z_{i2} + 0.4701z_{i3} + 0.4939z_{i4} + 0.5206z_{i5} + \varepsilon_1$, $y_{i2} = 0.9488z_{i1} + \varepsilon_2$, где коэффициенты (0.4540, 0.4701, 0.4939, 0.5206), (0, 9488) при стандартизованных z -переменных (z_2, z_3, z_4, z_5), (z_1) двух наборов являются элементами матрицы собственных векторов S_{55} , вычисленной по реальной корреляционной матрице R_{55} (Таблица 2).

Локальный пакет из ФИ является новым ФИ (НФИ). Риски изменения доходностей НФИ вычисляем как сумму рисков входящих в него ФИ. В составе НФИ содержатся отдельные ФИ, рекомендуемые для покупки: в 1-ом - 4 ФИ, во 2-ом - 1 ФИ. Первый НФИ имеет максимальный риск 90% изменения процентных ставок типа «доходность к дате погашения», второй – 45.4% (Рисунок 1). Следовательно рекомендуемых для покупки пакетов ГЦБ к моменту времени 25.05.2000 нами обнаружено 2. Они имеют максимальные риски «в среднем», обеспечивают достижимые текущие максимальные риски и доходности. В другие моменты времени значения рисков «в среднем» будут меняться. Аналитику необходимо отслеживать формы кривой доходности, ее степень отличия от выравненной кривой, у которой в модельной формуле величины доходности выполняются равенства: $s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = s_5 = 0$, $x^{cp_1} = x^{cp_2} = x^{cp_3} = x^{cp_4} = x^{cp_5} = \text{const} (=6\%)$.

Но субъективные предпочтения дилеров и менеджеров могут не совпадать с нашими

модельными выводами, основанными на исторических данных торгов на KASE (Kazakhstan Stock Exchange), на итогах торгов в виде реестра сделок.

Величины погрешностей $\varepsilon_1 = 0.2407z_{i1}$, $\varepsilon_2 = -0.2878z_{i2} - 0.0908z_{i3} - 0.0912z_{i4} - 0.0192$ содержат доли доходностей с пренебрежимо малыми значениями и интерпретируются как погрешности нашей модели оценки рисков ФИ и НФИ.

Доли остальных НФИ пренебрежимо малы. Их рисковости и доходности весьма малы и при их покупке нужно руководствоваться другими критериями, отличающихся от наших.

Две выделенные по критерию Джоллифа (Jolliff I.T.) [19] новых финансовых инструмента независимы, содержат в себе все 5 ФИ, показывая этим практическую привлекательность всех тенговых ГЦБ. Число 2 доминирующих собственных чисел позволяет знать долю информации в отобранных НФИ, равной в «валютном» случае - $(1.8075 + 1.7935 + 1.1509) / 5 = 79.20\%$. В «тенговом» случае указанная доля информации равна $(2.9791 + 0.8997) / 5 = 77.58\%$ ($f_4(\Lambda_{55}) = 0.7758$).

При этом риск НФИ №1 на **0,4540**² = 20.6116% формируется из риска ФИ №2, на **0,4701**² = 22.09940% формируется из риска ФИ №3, на **0,4939**² = 24.3937% формируется из риска ФИ №4, на **0,5206**² = 27.102436% формируется из риска ФИ №5.

Аналогично риск НФИ №2 на **0,9488**² = 90.022144% формируется из риска ФИ №1. Это-«заметные» значения рисков ФИ в 5 НФИ (Таблица 4), равны (Рисунок 1, строка 9 из таблицы 3): 83.32%, 74.50%, 97.01%, 71.71%, 92.51%, 93.40%. Доли игнорируемых значений рисков ФИ в долях НФИ практически допустимы для локальных портфелей НФИ №1, НФИ №2. Дилеры не будут реализовывать такие уровни мало «заметных» значений рисков ФИ.

Таблица 4. Таблица значений рисков изменения годовых процентных ставок типа «доходность к дате погашения» 5 тенговых ФИ, принадлежащих 5 НФИ

	$c^2_{i1} = \text{corr}^2(z_i, y_1)$	$c^2_{i2} = \text{corr}^2(z_i, y_2)$	$c^2_{i3} = \text{corr}^2(z_i, y_3)$	$c^2_{i4} = \text{corr}^2(z_i, y_4)$	$c^2_{i5} = \text{corr}^2(z_i, y_5)$
ФИ №1	0.0579	0.9003	0.0096	0.0283	0.0038
ФИ №2	0.2061	0.0828	0.2285	0.4826	0.0000
ФИ №3	0.2210	0.0082	0.6536	0.0449	0.0723
ФИ №4	0.2439	0.0083	0.1066	0.3412	0.3001
ФИ №5	0.2711	0.0004	0.0018	0.1030	0.6238
Σ	0.9421	0.9003	0.0000	0.0000	0.0000

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

100-Σ	0.0579	0.9003	0.0096	0.0283	0.0038
	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Для валютных ГЦБ в статье [1] выделены «заметные» значения рисков валютных ФИ из левой части и «заменяющих» их в будущем «заметные» значения рисков валютных ФИ из правой части интервалов временной структуры ([1], таблица 4).

Для наших тенговых ГЦБ аналогичную таблицу не надо формировать. Анализ трех валютных НФИ объяснены в статье [1], здесь приведем для сравнения структуры 3-х валютных НФИ (Рисунок 3) и 2-х тенговых (Рисунок 4) пригодны для практического применения дилерами банка,

Матрица собственных векторов C_{55} (Таблица 3) и диагональная матрица $\Lambda_{55} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$ собственных чисел (пара матриц) являются решением однородной спектральной задачи $RC = C\Lambda$, обладающих свойствами $C^T C = I$, $CC^T = I$, $\Lambda_{55} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$, $\text{trace}(R_{55}) = \text{trace}(\Lambda_{55}) = (2.9791 + 0.8997 + 0.4558 + 0.4297 + 0.2358) = 5$. В работах [2,3] эта задача формулируется как прямая спектральная задача (ПСЗ): $R = \Rightarrow (C, \Lambda)$ - прямая задача *диагонализации* известной выборочной корреляционной матрицы $R_{55} = R^T_{55}$, решаемая для известной симметрической матрицы $R = R^T$, в результате решения которой вычисляются 2 матрицы: ортогональная матрица C_{55} собственных векторов $c_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{5j})^T$, расположенных по её столбцам $C_{55} = [c_1 | c_2 | \dots | c_5]$, согласованная со спектром $\Lambda_{55} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_5)$ таким образом, что $RC = C\Lambda$, $C^T C = CC^T = I_{55}$, $\text{diag}(R_{55}) = (1, \dots, 1)$, $\text{tr}(R_{55}) =$

$1+1+\dots+1 = \text{tr}(\Lambda_{55}) = \lambda_1 + \dots + \lambda_5 = 5$, $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_5 \geq 0$. Выше в статье в таблице 3 приведены единственные решения C_{55} и $(\Lambda_{55}) = (1.8075, 1.7935, 1.1509, 0.8555, 0.2887, 0.1037)$ Если ПСЗ имеет одно решение C_{55} , то ОСЗ (обратная спектральная задача): $\Lambda = \Rightarrow (C^{(\ell)}, R^{(\ell)})$, $\ell = 1, \dots, 1000$, имеет бесконечное множество решений $C^{(\ell)}_{55}$ таких, что $R^{(\ell)}_{55} C^{(\ell)}_{55} = C^{(\ell)}_{55} \Lambda_{55}$, $C^{(\ell)T}_{55} C^{(\ell)}_{55} = C^{(\ell)}_{55} C^{(\ell)T}_{55} = I_{55}$. Среди бесконечного множества матриц $C^{(\ell)}_{55}$ существуют такие, у которых выделенные 4 компонента 1-го собственного вектора и одна компонента 2-го собственного вектора близки к «реальным» значениям: 0.4540, 0.4701, 0.4939, 0.5206, 0.9488, т.е. смоделированные элементы из матриц $C^{(\ell)}_{55}$ $\ell = 1, \dots, 1000$, по абсолютному значению принадлежат интервалу $[0.5, 0.7]$ «заметных» значений коэффициентов корреляций (по критерию Чеддока), а остальные компоненты по своим значениям принадлежат интервалам пренебрежимо малых значений по Критерию 2 коэффициентов корреляций. Это служит подтверждением статистической достоверности вычисленных значений рисков. Компьютерное моделирование с применением программы CORMAP [16] требует миллионы обращений к ней за несколько десятков часов машинного времени – необходимо отдельное исследование.

Применяемая модель анализа главных компонент [1] адекватно моделирует случайные переменные, корреляционные связи, особенности изотермных рядов процентных ставок типа «доходность к дате погашения».

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

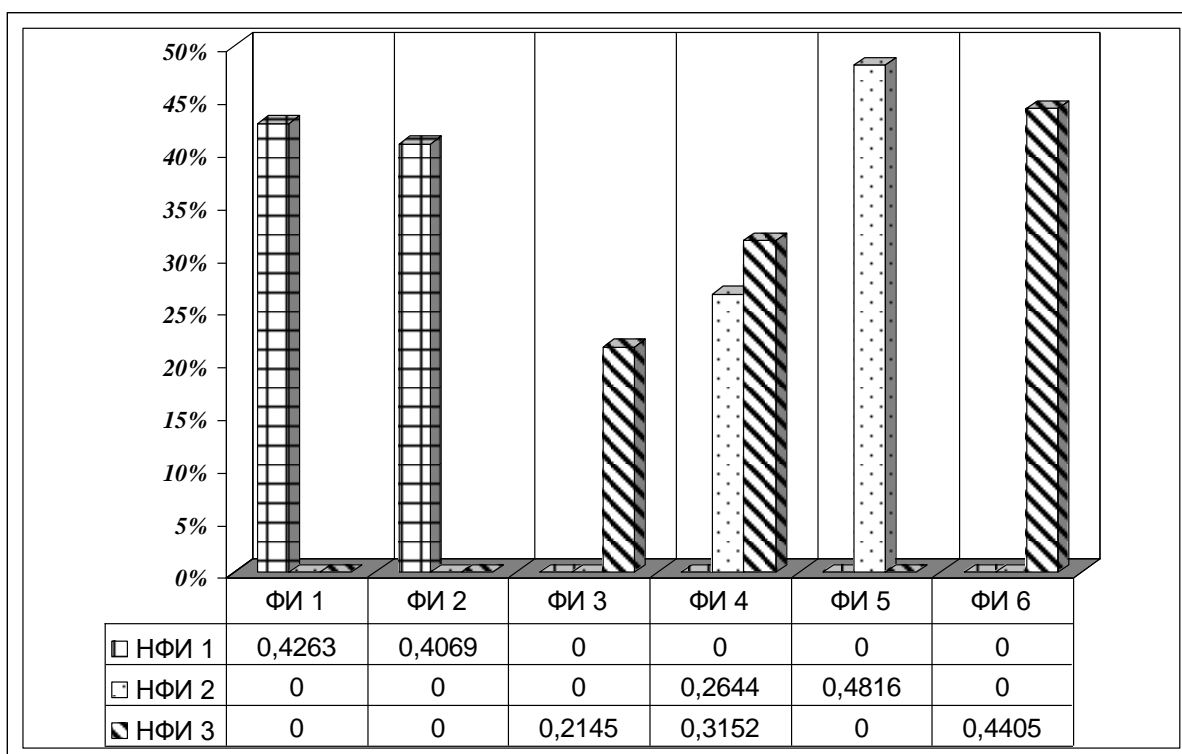


Рисунок 3. Содержание в 3-х валютных НФИ вычисленных значений (долей) рисков изменения доходностей вида «доходность к дате погашения» 6 «заметных» валютных ФИ

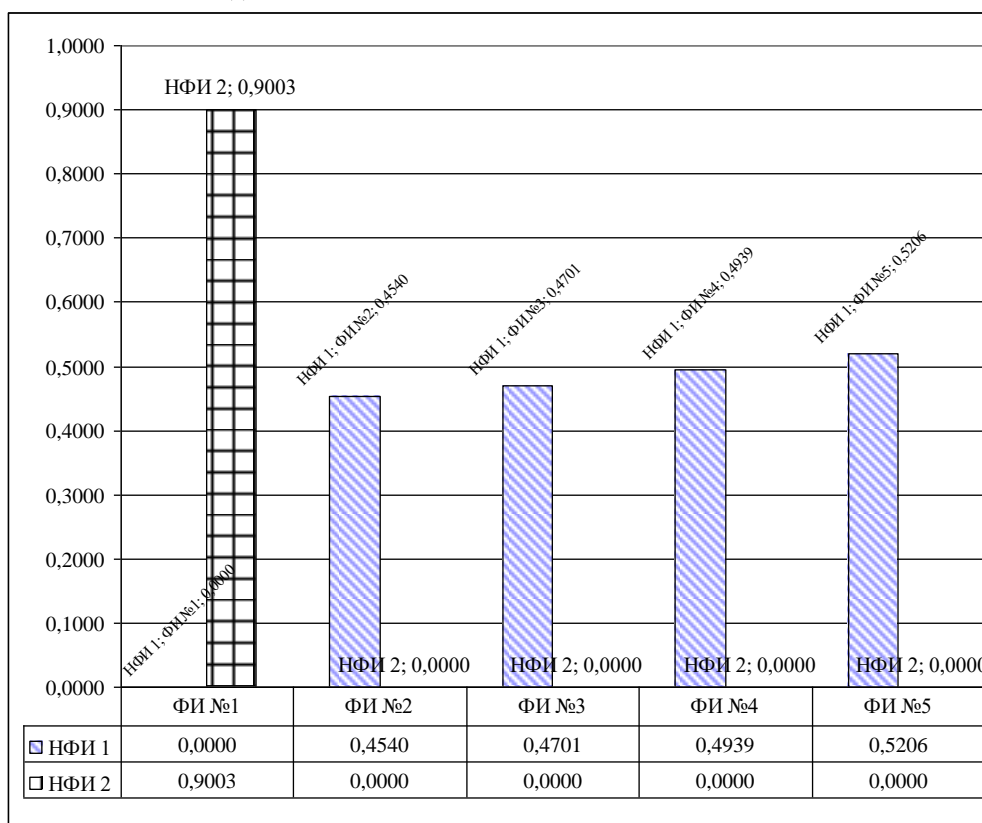


Рисунок 4. Содержание в 2-х тенговых НФИ, вычисленных значений (долей) рисков изменения доходностей вида «доходность к дате погашения» 5 «заметных» тенговых ФИ

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

Закключение.

С применением модели главных компонент получены новые кластеры (локальные портфели) высокорисковых (с относительно высокими доходностями) тенговых ГЦБ, распределенных по степени риска изменения процентных ставок типа «доходность к дате погашения». Это позволило вычислить значения рисков изменения значений доходностей типа «доходность к дате погашения» НФИ №1 94.21%, НФИ №2- 90%. Высокие степени извлекаемости значений рисков из коррелированной системы процентных ставок являются практическими критериями адекватности разработанной нами модели. В зависимости от склонности восприятия рисков дилеры банка будут покупать высокорисковые ГЦБ из НФИ №1: в нем выявлено (отражено в формулах)

Риски изменения доходности для ФИ №2 - 22.10% -ФИ №3, 24.39% -ФИ №4, 27.11% - ФИ №5 и для НФИ №2 выявлено 90% рисков ФИ №1.

Все активы, независимо от уровня срочности были представлены в выделенных кластерах

(НФИ). Матрица C_{55} коэффициентов корреляции $c_{kj} = \text{corr}(z_k, y_j)$, $i=1, \dots, n$; $j=1, \dots, n$, являются прямыми источниками знаний о процентных рисках. Они именуется по-разному в зависимости от их используемых функций [9]. Показано новое «цифровое» доказательство отсутствия конкуренции среди банков, участвующих в аукционах дневных торгов ГЦБ, номинированных в тенге, на площадках фондовой биржи Республики Казахстан. Разработанная модель по новому классифицирует виды ГЦБ как активы банка: интервал №1 нашей временной структуры характеризуется меньшими рисками среди 5-ти интервалов изменения доходностей 5 «коротких» ГЦБ. По мере увеличения номера интервала (увеличения «сроков жизни») риски изменения доходностей возрастают - «краткосрочные» ГЦБ с большими «сроками жизни» более привлекательны. Это требует, в частности, разработки новых приложений к бухгалтерскому балансу крупного банка.

References:

1. Zhanatauov, S. U. (2017). A model of calculation risk changing of the interest rate "yield to maturity date" for foreign currency bonds of the republic of Kazakhstan. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2017, № 8, vol. 52, pp. 19-35. www.t-science.org
2. Zhanatauov, S.U. (2018). Model of digitalization of indicators of individual consciousness. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2018, №6(62): 101-110. www.t-science.org
3. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model for digitalizing indicators individual consciousness of a civilized entrepreneur. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2019, № 8(76): pp.172-191. www.t-science.org
4. Zhanatauov, S.U. (2018). Modeling eigenvectors with given the values of their indicated components. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2018, №11(67): 107-119. www.t-science.org
5. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environment for subsidies of human resources. *Int.Sci.Jour. «Theoretical & Applied Science»*, 2019, №7(75): 401-418. www.t-science.org
6. Zhanatauov, S.U. (2018). Model of digitalization of the validity indicators and of the measurable indicators of the enterprise. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2018, № 9(65): 315-334. www.t-science.org
7. Zhanatauov, S.U. (2019). Coefficients of regression, containing mathematically introduced and cognitively extractable knowledge. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 2019, № 6 (74): 613-622. www.t-science.org
8. Zhanatauov, S.U. (2019). Cognitive model of the structure of the municipal body on monitoring the moral environment for subsidies of human resources. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2019, № 7(75): pp. 401-418. www.t-science.org
9. Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem. *ISJ Theoretical & Applied Science*. 2018, №12(68): 101-112. www.t-science.org
10. Zhanatauov, S.U. (2017). Theorem on the Λ -samples. *ISJ «Theoretical & Applied Science»*. 2017, № 9, vol. 53, pp.177-192. www.T-Science.org

Impact Factor:

ISRA (India)	= 3.117	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	PIHHI (Russia)	= 0.126	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.716	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 5.667	OAJI (USA)	= 0.350

- Zhanatauov, S.U. (2019). A matrix of values the coefficients of combinational proportionality. *ISJ Theoretical & Applied Science*, №3 (68), 401-419. pp. www.t-science.org
- Zhanatauov, S.U. (2013). *Obratnaya model' glavnykh komponent*. (p.201). Almaty: Kazstatinform.
- Zhanatauov, S. U. (2017). The optimization problem with linearized equations f-parameters (f1,f2,f3,f4, f5,f6)-spectrum. *ISJ Theoretical & Applied Science*, №11, vol.55: 251-267. www.t-science.org
- Zhanatauov, S.U. (2018). Modeling eigenvectors with given the values of their indicated components. *ISJ Journal Theoretical&Applied Science*, №11(67): 107-119. www.t-science.org
- Zhanatauov, S.U. (2018). Inverse spectral problem with indicated values of components of the eigenvectors. *ISJ Theoretical & Applied Science*, №11(67): 359-370. www.t-science.org
- Zhanatauov, S.U. (1988). *O funktsional'nom napolne nii PPP "Spektr"*. Sistemnoe modelirovanie - 13. (pp.3-11). Novosibirsk.
- Chalmers, C.P. (1975). Generation of correlation matrices with a given eigen – structure. *J. Stat. Comp. Simul.*, vol.4, pp.133-139.
- Überla, K. (1977). *Factoren analyse. Eine systematische Einführung in Psychologien, Mediziner, Wirtschafts-, und Socialwissenschaftler*. 2 Auflage. Berlin: Springer. Last edition.
- Jollif, I.T. (1972). Discarding variables in a principal component analysis. 1. Artificial data. –*Appl. Stat.*, vol.21, pp.150-173.