Т. 5. №7. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/44

ФИЗИКО–МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / PHYSICAL & MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 51.73+62.642 https://doi.org/10.33619/2414-2948/44/01

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ КАПЛИ ВОДОЭМУЛЬСИОННОГО ТОПЛИВА

*©**Абдалиев У. К.,** ORCID: 0000-0002-8994-722X, канд. техн. наук, Институт природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук Киргизской Республики, г. Ош, Кыргызстан, abdaliev.u@mail.ru*
*©**Ташполотов Ы.,** SPIN-код: 2425-6716, д-р физ.-мат. наук, Институт природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук Киргизской Республики; Ошский государственный университет; Ошский государственный социальный университет, г. Ош, Кыргызстан, itashpolotov@mail.ru*
*©**Садыков Э.,** канд. техн. наук, Институт природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук Киргизской Республики; Ошский государственный университет; Ошский государственный социальный университет, г. Ош, Кыргызстан, sadykov.erkinbai@mail.ru*

MATHEMATICAL PROCESS MODELING OF BURNING A DROP OF AQUEOUS EMULSION FUEL

*©**Abdaliev U.,** ORCID: 0000-0002-8994-722X, Ph.D., Institute of Natural Resources in the Southern Branch of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, Osh, Kyrgyzstan, abdaliev.u@mail.ru*
*©**Tashpolotov Y.,** SPIN-code: 2425-6716, Dr. habil., Institute of Natural Resources in the Southern Branch of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, Osh State University, Osh State Social University, Osh, Kyrgyzstan, itashpolotov@mail.ru*
*©**Sadykov E.,** Ph.D., Institute of Natural Resources in the Southern Branch of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, Osh State University, Osh State Social University, Osh, Kyrgyzstan, sadykov.erkinbai@mail.ru*

Аннотация. В данной статье рассмотрено математическое моделирование процесса горения капли водоэмульсионного топлива. Капля эмульсии типа вода–масло представляет собой сложную систему, состоящую из топлива, в котором равномерно в виде микрокапель распределены капельки воды, находящиеся внутри капли эмульсии. При горении изолированный микрокапли воды с эмульсией, происходит необратимая экзотермическая реакция. Для таких реакций рассмотрена нелинейная задача, с использованием теории пространственно–однородных тепловых взрывов в процессе горения топлива. Данная теория показывает несколько особенностей, не рассмотренные ранее. Эти особенности включают появление более чем одной внешней области, более одного (внутреннего) слоя и нелинейного преобразования сжатия–расширения. В результате асимптотическое решение для несжимаемой жидкости позволяет получать гидродинамические поля взрыва в окрестности парового пузырькового капля, а также в окрестности температурного фронта.

Abstract. In this article considered mathematical design of process of burning of drop of water-emulsion fuel. Drop of emulsion of type water-oil is the difficult system, consisting of fuel, in that evenly as drops microdrops are up-diffused waters being into the drop of emulsion. At burning isolated microdrops of water with emulsion, there is an irreversible exothermic reaction. For such reactions considered nonlinear task, with the use of theory of spatially–homogeneous thermal explosions in the process of burning of fuel. This theory shows a few features, not considered to it. These features include appearance more than of one external area, more than one (internal) layer and nonlinear transformation of compression-expansion. As a result, an asymptotic decision for an incompressible liquid allows to get the hydrodynamic fields of explosion in a vicinity steam bubble drop, and also in the vicinity of temperature front.

Ключевые слова: математическое моделирование, процесс, горения, капли водоэмульсионного топлива, взрыв, экзотермическая реакция, асимптотическое решение.

Keywords: mathematical modeling, process, burning, drop of water emulsion fuel, explosion, exothermic reaction, asymptotic decision.

Капля эмульсии типа вода–масло представляет собой сложную систему, состоящую из топлива, в котором равномерно в виде микрокапель распределены капельки воды. Благодаря этому — микрокапли воды, находящиеся внутри капли эмульсии, в процессе ее прогрева быстрее превращаются в парообразные состояние и образуют паровые пузырьки, чем пленка топлива, которая обволакивает эти пузырьки пара [1–2]. При этом пленка топлива вследствие испарения с поверхности капли непрерывно уменьшается по толщине. В момент, когда давление водяных паров внутри частицы превысит силы поверхностного натяжения пленки, произойдет разрушение поверхности капли, т. е. взрыв, или микровзрыв.

При взрыве частиц эмульсионного топлива непосредственно в топочном объеме происходит дополнительное перемешивание паров топлива с кислородом воздуха вследствие того, что они разлетаются в различном направлении. Это ускоряет процесс горения и возможно само горение эмульсии протекает более бурно и за меньший промежуток времени, чем горение безводного топлива [3–4].

Рассмотрим нелинейную задачу, с использованием теории пространственно-однородных тепловых взрывов в процессе горения топлива [5–6]. Данная теория показывает несколько особенностей, не рассмотренные ранее в исследованных работах. Эти особенности включают появление более чем одной внешней области, более одного (внутреннего) слоя и нелинейного преобразования сжатия-расширения.

С таких позиций рассмотрим изолированную микрокаплю воды с эмульсией, в которой происходит необратимая экзотермическая реакция типа A→B. Математическую модель задачи представим в следующем виде:

$$\frac{dY}{dt} = -AYe^{-(E/RT)}, \tag{1}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{c}AYe^{-(E/RT)}, \tag{2}$$

с начальным условием $Y(0)=Y_0$, $T(0)=T_0$.

Здесь время (t) — независимая переменная, Y и T — соответственно массовая доля реагента A и температуры, c — удельная теплоемкость, Q — теплота реакции, A — предэкспоненциальный фактор, E — энергия активации и R — универсальная газовая постоянная. Все эти величины положительные.

Из (1) и (2) имеем:

Т. 5. №7. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/44

$$\frac{dT}{dY}=-\frac{Q}{c},\Rightarrow dT=-\frac{Q}{c}dY\Rightarrow T-T_0=-\frac{Q}{c}(Y-Y_0),T_0,Y_0-const$$

Отсюда

$$T+\frac{Q}{c}Y=T_0+\frac{Q}{c}Y_0\Rightarrow\frac{Q}{c}Y=T_0+\frac{Q}{c}Y_0-T$$

Учитывая $\frac{Q}{c}Y=T_0+\frac{Q}{c}Y_0-T$, уравнению (2) можно записать в виде

$$\frac{dT}{dt}=A\left(T_0+\frac{Q}{c}Y_0-T\right)e^{-(E/RT)},T(0)=T_0 \qquad (3)$$

Используя T_0 в характеристической температуре получим:

$$t_0=\frac{cT_0^2R}{AQY_0E}e^{(E/RT_0)}$$

Уравнение (3) представим в виде

$$\frac{dT}{dt}=\frac{\varepsilon}{\beta}(1+\beta-T)e^{\frac{T-1}{\varepsilon T}},T(0)=1$$

здесь $\beta=QY_0/(cT_0)$, $\varepsilon=RT_0/E$.

Исследуем задачу Коши

$$\frac{dT}{dt}=\frac{\varepsilon}{\beta}(1+\beta-T)e^{\frac{T-1}{\varepsilon T}}, \qquad (4)$$

$$T(0)=1. \qquad (5)$$

Для начала попробуем найти точное решение. Для этого уравнению (1) запишем в виде

$$dt=\frac{\beta}{\varepsilon(1+\beta-T)}e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon T}}dT,$$

или

$$dt=\frac{\beta}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}}\frac{1}{T}\left(\frac{1+\beta}{1+\beta-T}-1\right)e^{\frac{1}{\varepsilon T}}dT,$$

$$dt=\frac{\beta}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}}\left(\frac{1+\beta}{T(1+\beta-T)}-\frac{1}{T}\right)e^{\frac{1}{\varepsilon T}}dT,$$

$$dt=\frac{\beta}{\varepsilon}\left(-\frac{1}{T}e^{-\frac{1}{\varepsilon}}e^{\frac{1}{\varepsilon T}}dT+\frac{1+\beta}{T(1+\beta-T)}e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon T}}dT\right),$$

отсюда имеем:

$$\int_1^T dt=\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{\int_1^T\left(-\frac{1}{T}e^{-\frac{1}{\varepsilon}}e^{\frac{1}{\varepsilon s}}ds\right)+\int_1^T\frac{1+\beta}{s(1+\beta-s)}e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon s}}ds\right\},$$

$$t(T)=\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}\int_1^T\left(\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon s}}e^{\frac{1}{\varepsilon s}}d\left(\frac{1}{\varepsilon s}\right)\right)-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}\int_1^T\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon s}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}e^{\frac{1}{\varepsilon s}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}d\left(\frac{1}{\varepsilon s}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}\right)s\right\}$$

Если ввести обозначение $E_i(x)=PV\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{y}e^y dy$, то получим

$$t(T)=\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}\int_{1/\varepsilon}^{1/T\varepsilon}\frac{1}{y}e^y dy-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}\int_{\frac{\beta}{\varepsilon(1+\beta)}}^{\frac{1}{\varepsilon T}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}\frac{1}{y}e^y dy\right\}=$$

$$=\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}\left(\int_{-\infty}^{1/T\varepsilon}-\int_{-\infty}^{1/\varepsilon}\right)\frac{1}{y}e^y dy-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}\left(\int_{-\infty}^{\frac{1}{\varepsilon T}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}-\int_{-\infty}^{\frac{1}{\varepsilon}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}\right)\frac{1}{y}e^y dy\right\},$$

Или

$$t(T)=\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}E_i\left(\frac{1}{T\varepsilon}\right)-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}E_i\left(\frac{1}{\varepsilon T}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}\right)\right\}-$$
$$-\frac{\beta}{\varepsilon}\left\{e^{-\frac{1}{\varepsilon}}E_i\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)-e^{-\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}}E_i\left(\frac{1}{\varepsilon}-\frac{1}{\varepsilon(1+\beta)}\right)\right\} \quad (6)$$

Мы получили решение задачи (4)-(5) в неявном виде.

Попробуем теперь построить явное асимптотическое решение задачи (4) и (5) по малому параметру ε при ε→0.

Сначала построим внешнее асимптотическое решение (5) и будем искать в виде:

$$T=1+\varepsilon T_1+\varepsilon^2 T_2+\ldots+\varepsilon^n T_n+\ldots, \quad (7)$$

где $T=T(t), T_i=T_i(t)$.

Подставляя (7) в выражение $e^{\frac{T-1}{sT}}$ имеем:

$$e^{\frac{T-1}{\varepsilon T}}=e^{T_1}+\varepsilon e^{T_1}\left(T_2-T_1^2\right)+\varepsilon^2 e^{T_1}(T_3-2T_1T_2+T_1^3+\frac{1}{2}T_2^2-T_2T_1^2+\frac{1}{2}T_1^4)+ \quad (8)$$

$$+\varepsilon^3 e^{T_1}(T_4-2T_1T_3-T_2^3+3T_2T_1^2-T_1^4+T_3T_2-2T_1T_2^2+3T_2T_1^3-T_3T_1^2-T_1^5+$$
$$+\frac{1}{6}T_2^3-\frac{1}{2}T_2^2T_1^2+\frac{1}{2}T_2T_1^4-\frac{1}{6}T_1^6)+\ldots$$

Подставляя (7) и (8) в (4) получим:

$$T_1'+\varepsilon T_2'+\varepsilon^2 T_3'+\ldots=\frac{1}{\beta}\left(\beta-\varepsilon T_1-\varepsilon^2 T_2-\varepsilon^3 T_3-\ldots\right)\left(e^{T_1}+\varepsilon e^{T_1}\left(T_2-T_1^2\right)+\right.$$
$$\left.+\varepsilon^2 e^{T_1}(T_3-2T_1T_2+T_1^3+\frac{1}{2}T_2^2-T_2T_1^2+\frac{1}{2}T_1^4)+\ldots\right)$$

Отсюда, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра ε и учитывая начальное условие (5), получим:

 Т. 5. №7. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/44

$$\frac{dT_1}{dt}=e^{T_1},\ T_1(0)=0 \tag{9}$$

$$\frac{dT_2}{dt}=e^{T_1}\left(T_2-T_1^2\right)-e^{T_1}\frac{T_1}{\beta},\ T_2(0)=0 \tag{10}$$

$$\frac{dT_3}{dt}=e^{T_1}\left(T_3-2T_1T_2+T_1^3+\frac{1}{2}T_2^2-T_2T_1^2+\frac{1}{2}T_1^4\right)-e^{T_1}\frac{T_1}{\beta}\left(T_2-T_1^2\right)-\frac{T_2}{\beta}e^{T_1},\ T_3(0)=0 \tag{11}$$

Решение задачи (9) представим в виде:

$$T_1=ln\frac{1}{1-t},\ e^{T_1}=\frac{1}{1-t},\ 0\le t<1\cdot$$

Подставляя это выражение в (10) имеем:

$$T_2'=\frac{1}{1-t}T_2-\frac{1}{1-t}ln^2\frac{1}{1-t}-\frac{1}{\beta(1-t)}ln\frac{1}{1-t}$$

интегрируя последнее выражение получим:

$$T_2=ln^2\frac{1}{1-t}+2ln\frac{1}{1-t}+2+\frac{1}{\beta}ln\frac{1}{1-t}+\frac{1}{\beta}+\frac{c}{1-t},\ c=-2-\frac{1}{\beta}\cdot$$

Заметим, что справедливы асимптотические оценки:

$$T_1=ln\frac{1}{1-t},\ t\to1$$

$$T_2=O\left(\frac{1}{1-t}\right),\ t\to1$$

Учитывая эти асимптотические оценки, получим следующие соотношения:

$$T_3=O\left(\frac{1}{(1-t)^2}\right),\ t\to1,\qquad T_k=O\left(\frac{1}{(1-t)^{k-1}}\right),\ t\to1,\ k>3.$$

Следовательно, справедливо разложение

$$T=1+\varepsilon ln\frac{1}{1-t}+\varepsilon^2\frac{1}{1-t}\left\{\tilde{T}_1+\frac{\varepsilon}{1-t}\tilde{T}_2+...+\left(\frac{\varepsilon}{1-t}\right)^n\tilde{T}_{n+1}+...\right\},\ \text{при}\ \varepsilon\to0. \tag{12}$$

Ряд (12) является асимптотическим только при $\varepsilon<1-t$, т. е. $t<1-\varepsilon$. В малой окрестности точки $t=1$ теряется свойство асимптотичности. Поэтому в окрестности точки $t=1$ введем растянутую переменную σ.

Пусть $1-t=e^{-\sigma/\varepsilon},\ 0\le\sigma<1$, тогда $dt=\frac{1}{\varepsilon}e^{-\sigma/\varepsilon}d\sigma\cdot$

Подставляя эти выражения в задачу (4) имеем:

$$\varepsilon\frac{d\varphi}{d\sigma}e^{\sigma/\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{\beta}(1+\beta-\varphi)e^{\frac{\varphi-1}{\varepsilon\varphi}}, \tag{13}$$

или

$$\frac{d\varphi}{d\sigma}=\frac{1}{\beta}(1+\beta-\varphi)e^{\frac{1}{\varepsilon}\left(1-\frac{1}{\varphi}-\sigma\right)},$$

Чтобы получить ограниченное решение требуем выполнения соотношения

$$1-\frac{1}{\varphi}-\sigma=O(\varepsilon),\varepsilon\to 0.$$

Поэтому, решение (13) ищем в виде:

$$\varphi=\frac{1}{1-\sigma}+\varepsilon\varphi_1+\varepsilon^2\varphi_2+\ldots \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), имеем:

$$\frac{1}{(1-\sigma)^2}+\varepsilon\varphi_1'+\varepsilon^2\varphi_2'+\ldots=\frac{1}{\beta}\left(1+\beta-\frac{1}{1-\sigma}-\varepsilon\varphi_1-\varepsilon^2\varphi_2-\ldots\right)e^{\frac{1}{\varepsilon}\left(1-\sigma-\frac{1}{\frac{1}{1-\sigma}+\varepsilon\varphi_1+\varepsilon^2\varphi_2+\ldots}\right)},$$

так как

$$e^{\frac{1}{\varepsilon}\left(1-\sigma-\frac{1}{\frac{1}{1-\sigma}+\varepsilon\varphi_1+\varepsilon^2\varphi_2+\ldots}\right)}=e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}+e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}(1-\sigma)^2\left(\varphi_2-\varphi_1^2+\varphi_1^2\sigma\right)\varepsilon+$$
$$+\frac{1}{2}e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}(-12\varphi_1\varphi_2\sigma^2+4\varphi_1\varphi_2\sigma^3+20\varphi_2\varphi_1^2\sigma^3-10\sigma^4\varphi_2\varphi_1^2+2\sigma^5\varphi_2\varphi_1^2+$$
$$+10\sigma\varphi_2\varphi_1^2-4\varphi_2\varphi_1+12\sigma\varphi_2\varphi_1-20\sigma^2\varphi_2\varphi_1^2-4\sigma\varphi_3-8\sigma^3\varphi_1^3+2\sigma^2\varphi_3+$$
$$+2\sigma^4\varphi_1^3+6\sigma^2\varphi_2^2+15\sigma^4\varphi_1^4-4\sigma^3\varphi_2^2-6\sigma^5\varphi_1^4+\sigma^4\varphi_2^2+\sigma^6\varphi_1^4-8\sigma\varphi_1^3+12\sigma^2\varphi_1^3+$$
$$+\varphi_2^2-2\varphi_2\varphi_1^2-6\sigma\varphi_1^4+15\sigma^2\varphi_1^4-4\sigma\varphi_2^2-20\sigma^3\varphi_1^4+2\varphi_3+2\varphi_1^3+\varphi_1^4)\varepsilon^2+O\left(\varepsilon^3\right)$$

поэтому

$$\frac{1}{(1-\sigma)^2}+\varepsilon\varphi_1'+\varepsilon^2\varphi_2'+\ldots=\frac{1}{\beta}\left(1+\beta-\frac{1}{1-\sigma}-\varepsilon\varphi_1-\varepsilon^2\varphi_2-\ldots\right)\times$$
$$\times\left(e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}+e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}(1-\sigma)^2\left(\varphi_2-\varphi_1^2+\varphi_1^2\sigma\right)\varepsilon+\ldots\right),$$

и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε, получим:

$$\frac{1}{(1-\sigma)^2}=\frac{1}{\beta}\left(1+\beta-\frac{1}{1-\sigma}\right)e^{(1-\sigma)^2\varphi_1},$$

$$\varphi_1'=\frac{1}{\beta}\left(\left(1+\beta-\frac{1}{1-\sigma}\right)e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}(1-\sigma)^2\left(\varphi_2-\varphi_1^2+\varphi_1^2\sigma\right)-\varphi_1e^{(1-\sigma)^2\varphi_1}\right), \tag{15}$$

Решение уравнения (14) представим в виде

$$\varphi_1=\frac{1}{(1-\sigma)^2}ln\frac{\beta}{(1-\sigma)\left((1+\beta)(1-\sigma)-1\right)}=-\frac{1}{(1-\sigma)^2}ln(1-\sigma)\left(1-\frac{1+\beta}{\beta}\sigma\right)=$$
$$=-\frac{1}{(1-\sigma)^2}ln\frac{1+\beta}{\beta}(1-\sigma)-\frac{1}{(1-\sigma)^2}ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right),\ 0\le\sigma<\frac{\beta}{1+\beta},$$

имеем:

$$\varphi_1\sim-(\beta+1)^2\,ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right).$$

Т. 5. №7. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/44

Заметим, что $\varphi_1(0)=0$.

Далее $\varphi_1'=\left(\varphi_2-\varphi_1^2+\varphi_1^2\sigma\right)-\dfrac{\varphi_1}{(1-\sigma)\left((1+\beta)(1-\sigma)-1\right)}$,

отсюда имеем $\varphi_2=\varphi_1'+\dfrac{\varphi_1}{(1-\sigma)\left((1+\beta)(1-\sigma)-1\right)}+\varphi_1^2(1-\sigma)$, $\varphi_2(0)=\dfrac{1-2\beta}{\beta}$,

справедлива оценка:

$$\varphi_2\sim(\beta+1)^2\frac{1}{\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma}ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right),$$

аналогично имеем

$$\varphi_3\sim\varphi_2^2=\left((\beta+1)^2\frac{1}{\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma}ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)\right)^2.$$

Подставляя найденные асимптотики в (13) имеем:

$$\varphi(s)=\frac{1}{1-\sigma}+\varepsilon\varphi_1+\varepsilon^2\varphi_2+\ldots=\frac{1}{1-\sigma}-\varepsilon c_1\,ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)+$$

$$+\varepsilon^2\frac{c_2}{\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma}ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)+c_3\varepsilon^3\left(\frac{1}{\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma}ln\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)\right)^2+\ldots$$

$$\varphi(0)=1+\varepsilon^2\frac{1-2\beta}{\beta}+\ldots$$

Так как $1-t=e^{-\sigma/\varepsilon}$, $0\le\sigma<1$, то переменная t не может быть больше 1. Чтобы построить асимптотическое решение при $t>1$ введем еще одну новую переменную s.

Пусть $s=(t-1)\dfrac{\beta}{\varepsilon}e^{\beta/(1+\beta)\varepsilon}$, T(t)=ψ(s). Тогда

$ds=\dfrac{\beta}{\varepsilon}e^{\frac{\beta}{(1+\beta)\varepsilon}}dt$, $t=1\Rightarrow s=0$; $t>1\Rightarrow s\to\infty$, $\varepsilon\to0$; $t<1\Rightarrow s\to-\infty$, $\varepsilon\to0$.

Уравнение (4) в новой переменной s примет вид:

$$\frac{d\psi}{ds}=(1+\beta-\psi)e^{\frac{\psi-(1+\beta)}{\varepsilon\psi(1+\beta)}},\tag{16}$$

Асимптотическое решение уравнения (16) ищем в виде:

$$\psi=1+\beta+\varepsilon(1+\beta)^2\psi_1+\varepsilon^2(1+\beta)^2\psi_2+\ldots\tag{17}$$

Подставляя (17) в (16) получим:

$$\psi'_1+\varepsilon\psi'_2+\ldots=-(\psi_1+\varepsilon\psi_2+\ldots)e^{\frac{\psi_1+\varepsilon\psi_2+\ldots}{\left(1+\varepsilon(1+\beta)\psi_1+(1+\beta)\varepsilon^2\psi_2+\ldots\right)}},$$

Т. 5. №7. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/44

Так как

$$e^{\frac{\psi_1+\varepsilon\psi_2+\ldots}{\left(1+\varepsilon(1+\beta)\psi_1+(1+\beta)\varepsilon^2\psi_2+\ldots\right)}}=e^{\psi_1}+\varepsilon\left(\psi_2-\psi_1(1+\beta)\right)e^{\psi_1}+$$

$$+e^{\psi_1}\varepsilon^2\left(\psi_3-2(1+\beta)\psi_1\psi_2+(1+\beta)^2\psi_1^3+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\psi_2^2-(1+\beta)\psi_2\psi_1^2+\frac{1}{2}(1+\beta)^2\psi_1^4\right)+\ldots,\ \varepsilon\to 0.$$

Поэтому, после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях ε, имеем

$$\psi'_1=-\psi_1 e^{\psi_1} \tag{18}$$

$$\psi'_2=-\psi_2 e^{\psi_1}-\psi_1\left(\psi_2-\psi_1(1+\beta)\right)e^{\psi_1} \tag{19}$$

$$\psi'_3=-\psi_3 e^{\psi_1}-\psi_2\left(\psi_2-\psi_1(1+\beta)\right)e^{\psi_1}- \tag{20}$$

$$-\psi_1 e^{\psi_1}\left(\psi_3-2(1+\beta)\psi_1\psi_2+(1+\beta)^2\psi_1^3+\frac{1}{2}\psi_2^2-(1+\beta)\psi_2\psi_1^2+\frac{1}{2}(1+\beta)^2\psi_1^4\right)$$

Решение уравнения (18) представим в виде

$$s=s_0-\int_1^{\psi_1}\frac{e^u}{u}du,\ s_0-const.$$

асимптотики имеют вид:

$$s=\frac{e^{-\psi_1}}{\psi_1}\left(1-\frac{1}{\psi_1}+O\left(\frac{1}{\psi_1^2}\right)\right),\ \psi_1\to-\infty\ \ (s\to-\infty)$$

$$s=-ln(-\psi_1)+s_0+lnK_1+O(\psi_1),\ \psi_1\to 0\ \ (s\to\infty),$$

где $K=exp\left(\int_0^1\frac{e^x-1}{x}dx\right)$.

отсюда имеем:

$$\psi_1=-ce^{s_0-s}+O\left(e^{-2s}\right),\ s\to\infty;\qquad \psi_1\sim-ln(-s)-ln\left(ln(-s)\right),\ s\to-\infty.$$

Аналогично, получим:

$$\psi_2\sim c_1e^{-s},\ s\to\infty;\qquad \psi_3\sim c_2e^{-s},\ s\to\infty;$$

Окончательно имеем

$$\psi(s)=1+\beta+\varepsilon(1+\beta)^2c_0e^{-s}+\varepsilon^2(1+\beta)^2c_1e^{-s}+\ldots,\ s\to\infty,\ \varepsilon\to 0.$$

Теперь проведем сращивание.

Внутреннее решение $\varphi(\sigma)$ запишем через внешнюю переменную *t*:

$$\varphi(t)=\left(1+\varepsilon ln(1-t)\right)^{-1}-$$

$$-\varepsilon\left(1+\varepsilon ln(1-t)\right)^{-2}ln\left(\left(1+\varepsilon ln(1-t)\right)\left(1+\frac{1+\beta}{\beta}\varepsilon ln(1-t)\right)\right)$$

при ε→0 имеем: $1-\varepsilon ln(1-t)$.

Внешнее решение $T(t)=1+\varepsilon ln\frac{1}{1-t}$ запишем через σ: 1+σ.

Внутреннее решение $\varphi(\sigma)$ запишем через переменную *s*:

$$\left(\frac{1}{1+\beta}+\varepsilon ln(-\beta s/\varepsilon)\right)^{-1}-\varepsilon\left(\frac{1}{1+\beta}+\varepsilon ln(-\beta s/\varepsilon)\right)^{-2}\times$$

$$\times ln\left(\left(\frac{1}{1+\beta}+\varepsilon ln(-\beta s/\varepsilon)\right)\left(\frac{1+\beta}{\beta}\varepsilon ln(-\beta s/\varepsilon)\right)\right),$$

при $\varepsilon\to 0$ имеем:

$$1+\beta-\varepsilon(1+\beta)^2 ln(-\beta s/\varepsilon)-\varepsilon(1+\beta)^2 ln((\varepsilon/\beta)ln(-\beta s/\varepsilon)).$$

Упростив это выражение, получим:

$$1+\beta-\varepsilon(1+\beta)^2\left(ln(-s)+ln(ln(-\beta s/\varepsilon))\right).$$

Решение $\psi(s)$ запишем через σ:

$$1+\beta+\varepsilon(1+\beta)^2\psi_1\left(-\frac{\varepsilon}{\beta}e^{\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)}\right).$$

при $\varepsilon\to 0$ имеем:

$$1+\beta+\varepsilon(1+\beta)^2\left(-ln(\varepsilon/\beta)-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)-ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\beta}{1+\beta}-\sigma\right)\right)\right).$$

И наконец, решение $\psi(s)$ запишем через t:

$$1+\beta+\varepsilon\psi_1\left(\frac{t-1}{\delta}\right),$$

когда $\varepsilon\to 0$ ($t>1$) имеем: $1+\beta$. Чем быстрее затухают краевые эффекты, тем меньше ошибка асимптотического решения.

Таким образом, асимптотическое решение для несжимаемой жидкости позволяет получать гидродинамические поля взрыва в окрестности парового пузырькового капля, а также в окрестности температурного фронта. Для получения же полных полей необходимо решать систему дифференциальных уравнений в частных производных.

Список литературы:

1. Зеленкин В. Г., Боровик С. И., Бабкин М. Ю. Теория горения и взрыва. Челябинск, 2011. 166 с.

2. Редкина Н. И., Ходаков Г. С. Механохимия и технологические свойства водных эмульсий высоковязких нефтепродуктов // Теоретические основы химической технологии. 2002. Т. 36. №4. С. 433-438.

3. Абдалиев У. К., Ташполотов Ы., Арзиев Ж. Физико-технические основы получения водоэмульсионного топливо // Вестник Ошского государственного университета. 2014. №3. С. 113-117.

4. Корягин В. А. Сжигание водотопливных эмульсий и снижение вредных выбросов. СПб.: Недра, 1995. 304 с.

5. Зельдович Я. Б., Баренбдатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 478 с.

6. Померанцев В. В., Арефьев К. М., Ахмедов Д. Б. Основы практической теории горения. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 309 с.

References:

1. Zelenkin, V. G., Borovik, S. I., & Babkin, M. Yu. (2011). Teoriya goreniya i vzryva. Chelyabinsk, 166. (in Russian).

2. Redkina, N. I., & Khodakov, G. S. (2002). Mekhanokhimiya i tekhnologicheskie svoistva vodnykh emul'sii vysokovyazkikh nefteproduktov. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii, 36*(4), 433-438. (in Russian).

3. Abdaliev, U. K., Tashpolotov, Y., & Arziev, Zh. (2014). Fiziko-tekhnicheskie osnovy polucheniya vodoemul'sionnogo toplivo. *Vestnik Oshskogo gosudarstvennogo universiteta*, (3), 113-117. (in Russian).

4. Koryagin, V. A. (1995). Szhiganie vodotoplivnykh emul'sii i snizhenie vrednykh vybrosov. St. Petersburg, Nedra, 304. (in Russian).

5. Zeldovich, Ya. B., Barenbdatt, G. I., Librovich, V. B., & Makhviladze, G. M. (1980). Matematicheskaya teoriya goreniya i vzryva. Moscow, Nauka, 478. (in Russian).

6. Pomerantsev, V. V., Arefev, K. M., & Akhmedov, D. B. (1986). Osnovy prakticheskoi teorii goreniya. Leningrad, Energoatomizdat, 309. (in Russian).

Работа поступила в редакцию 19.05.2019 г.

Принята к публикации 22.05.2019 г.

Ссылка для цитирования:

Абдалиев У. К., Ташполотов Ы., Садыков Э. Математическое моделирование процесса горения капли водоэмульсионного топлива // Бюллетень науки и практики. 2019. Т. 5. №7. С. 10-19. https://doi.org/10.33619/2414-2948/44/01

Cite as (APA):

Abdaliev, U., Tashpolotov, Y., & Sadykov, E. (2019). Mathematical Process Modeling of Burning a Drop of Aqueous Emulsion Fuel. *Bulletin of Science and Practice, 5*(7), 10-19. https://doi.org/10.33619/2414-2948/44/01 (in Russian).