УДК 51.74 https://doi.org/10.33619/2414-2948/43/03

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С ИНЕРЦИОННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

*©**Шувалова Л. Е.,** ORCID: 0000-0001-7272-3898, Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Нижнекамск, Россия, leshyvalova@yandex.ru*
*©**Яруллин А. Р.,** Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Нижнекамск, Россия, anvarnk@mail.ru*

ANALYSIS OF TRANSIENTS IN ELECTRICAL CIRCUITS WITH INERTIAL ELEMENTS

*©**Shuvalova L.,** ORCID: 0000-0001-7272-3898, Kazan National Research Technological University, Nizhnekamsk, Russia, leshyvalova@yandex.ru*
*©**Yarullin A.,** Kazan National Research Technological University, Nizhnekamsk, Russia, anvarnk@mail.ru*

Аннотация. Рассмотрена задача из раздела электротехники о переходных процессах в электрических цепях с двумя инерционными элементами, которая сводится к приближенному решению интегро-дифференциального уравнения с численной реализацией в математическом пакете MathCad.

Abstract. The problem from the section of electrical engineering on transient processes in electric circuits with two inertial elements is considered, which is reduced to an approximate solution of the integro–differential equation with numerical implementation in the mathematical package MathCad.

Ключевые слова: интегро-дифференциальное уравнение, численные методы, формула трапеций.

Keywords: integro-differential equation, numerical methods, trapezium formula.

Как известно [1], задачи анализа переходных процессов в электрических цепях с инерционными элементами чаще всего заключаются в том, чтобы выяснить, по какому закону и как долго будут наблюдаться отклонения напряжений на участках цепи от их установившихся значений при отключении источника.

В данной работе рассматривается переходный процесс в электрической цепи (Рисунок 1).

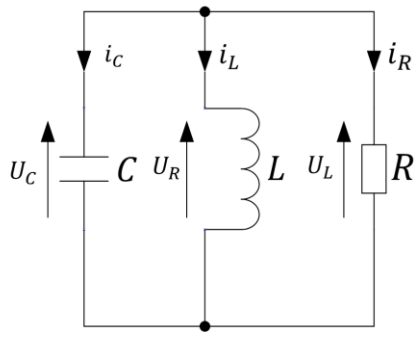

Рисунок 1. Переходный процесс в электрической цепи.

Заданы следующие параметры цепи $R = 5$ Ом; $L = 5 \cdot 10^{-3}$ Гн; $C = 25 \cdot 10^{-6}$ Ф.

Начальное значение тока в катушке индуктивности $i_L(0) = 18$ А и напряжение на конденсаторе $u_C(0) = 100$ В.

Используя уравнения: $i_R = \frac{u_R}{R}, i_L(t) = I_0 + \frac{1}{L}\int_0^t u_L(\tau)d\tau, i_C = C\frac{du_C}{dt}$, а также первый закон Кирхгофа $i_R + i_L + i_C = 0$ получаем интегро–дифференциальное уравнение

$$\frac{u_R(t)}{R} + \frac{1}{L}\int_0^t u_L(\tau)d\tau + C\frac{du_C(t)}{dt} = 0, \;\; u_C(0) = U_0 \tag{1}$$

Для приближенного решения краевой задачи (1) применяется метод квадратур [2], в котором интеграл заменяется конечными суммами. Пусть задана равномерная сетка узлов $t_k = k\frac{T}{n}, k = \overline{0,n}$, T=0.1 с.

Обозначим через $u_k = u(t_k)$, значение функции $u(t)$ в точках t_k, учитывая $u_C = u_R = u_L$ для анализируемой цепи, имеем:

$$\frac{u(t_k)}{R} + \frac{1}{L}\int_0^{t_k} u(\tau)d\tau + Cu'(t_k) = 0 \tag{2}$$

На рассматриваемой сетке производная первого порядка из уравнения (2) аппроксимируется с помощью разностного отношения, а к интегралу применяется квадратурная формула трапеций.

Это приводит к последовательному вычислению приближенных значений u_k, k=1,2,3… по рекуррентным формулам:

$$U_1 = \frac{CU_0}{h\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{L}A_1 + \frac{C}{h}\right)}, \tag{3}$$

$$U_2 = -\frac{(\frac{1}{L}A_1 - \frac{C}{h})U_1}{(\frac{1}{R} + \frac{1}{L}A_2 + \frac{C}{h})},$$

$$U_3 = -\frac{(\frac{1}{L}A_1U_1 + \left(\frac{1}{L}A_2 - \frac{C}{h}\right)U_2)}{\frac{1}{R} + \frac{1}{L}A_3 + \frac{C}{h}},$$

Т. 5. №6. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/43

$$U_k = -\frac{\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{k-2} A_i U_i + \left(\frac{1}{L}A_{k-1} - \frac{C}{h}\right)U_{k-1})}{\frac{1}{R} + \frac{1}{L}A_k + \frac{C}{h}}$$

Надо отметить особенность выражения (3). Идет рост количества вычислений из-за увеличения членов суммы, причем значения коэффициентов A_i при U_i меняются, что не позволяет воспользоваться результатами вычислений на предыдущих точках.

В случае применения к интегралу формулы трапеций коэффициенты квадратурной формулы задаются:

$$A_1 = A_k = \frac{h}{2}, A_2 = A_3 = \cdots = A_{k-1} = h.$$

Численную реализацию решения задачи (1) по вычислительной схеме (3) осуществим при помощи математического пакета Mathcad.

Текст программы решения данного примера представлен на Рисунке 2.

$$a := 0 \qquad b := 0.1 \qquad n := 6 \quad k := 30$$

$$h := \frac{b-a}{n-1} \qquad h = 0.02$$

$$L := 5\cdot 10^{-3} \quad R := 5 \quad C := 25\cdot 10^{-6} \quad G := \frac{1}{R}$$

$$\alpha := \frac{h}{L} \quad \beta := \frac{C}{h} \quad m := G + \frac{h}{2\cdot L} + \frac{C}{h} \quad \gamma := \frac{\alpha}{2}$$

$$U_0 := 100$$

$$U_1 := -U_0\cdot\frac{(\gamma-\beta)}{m}$$

$$U_2 := -U_0\cdot\frac{\gamma}{m} - U_1\cdot\frac{(\alpha-\beta)}{m}$$

$$U_3 := -U_0\cdot\frac{\gamma}{m} - U_1\cdot\frac{\alpha}{m} - U_2\cdot\frac{(\alpha-\beta)}{m}$$

$$i := 3..k$$

$$U_i := -U_0\cdot\frac{\gamma}{m} - \frac{\alpha}{m}\cdot\sum_{j=1}^{i-2}\left(U_j\right) - U_{i-1}\cdot\frac{(\alpha-\beta)}{m}$$

Рисунок 2. Решение линейного одномерного уравнения Вольтерры второго рода методом квадратур на равномерной сетке узлов.

Воспользуемся функцией *augment (M, U)*, формирующую матрицу, при помощи которой строится график зависимости напряжения от времени (Рисунок 3).

Т. 5. №6. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/43

$$t := 0..k \qquad M_t := t$$

$$B := \mathrm{augment}(M, U)$$

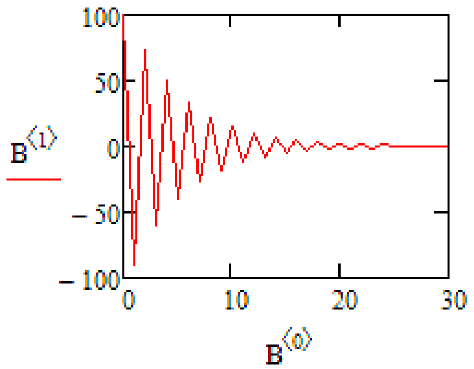

Рисунок 3. Функция U(t).

Кривая напряжения отображает затухающие колебания относительно нулевого значения.

Список литературы:

1. Куликов Ю. А., Переходные процессы в электроэнергетических системах. М.: Омега-Л, 2013. 384 с.
2. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка, 1986. 543 с.

References:

1. Kulikov, Yu. A. (2013). Perekhodnye protsessy v elektroenergeticheskikh sistemakh. Moscow, Omega-L, 384.
2. Verlan, A. F., & Sizikov, V. S. (1986). Integral’nye uravneniya: Metody, algoritmy, programmy. Kiev, Naukova dumka, 543.

Работа поступила
в редакцию 20.05.2019 г.

Принята к публикации
25.05.2019 г.

Ссылка для цитирования:

Шувалова Л. Е., Яруллин А. Р. Анализ переходных процессов в электрических цепях с инерционными элементами // Бюллетень науки и практики. 2019. Т. 5. №6. С. 25-28. https://doi.org/10.33619/2414-2948/43/03

Cite as (APA):

Shuvalova, L., & Yarullin, A. (2019). Analysis of Transients in Electrical Circuits With Inertial Elements. *Bulletin of Science and Practice, 5*(6), 25-28. https://doi.org/10.33619/2414-2948/43/03 (in Russian).