

УДК 536.3.535.34

<https://doi.org/10.33619/2414-2948/42/01>

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА В ДВУХМЕРНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

©*Абдуллин А. М.*, SPIN-код: 2852-7982, канд. техн. наук,
Казанский национальный исследовательский технологический университет,
г. Нижнекамск, Россия, amabdullin@mail.ru

NUMERICAL CALCULATION OF RADIATIVE HEAT TRANSFER IN TWO-DIMENSIONAL RECTANGULAR ZONE

©*Abdullin A.*, SPIN-code: 2852-7982, Ph.D., Kazan National Research Technological University,
Nizhnekamsk, Russia, amabdullin@mail.ru

Аннотация. Анализируется точность P_1 -приближения метода сферических гармоник и S_2 -приближения метода дискретных ординат для расчета теплообмена излучением. Рассмотрены случаи изотропно рассеивающей однородной среды и однородной поглощающей среды. Результаты расчетов сравниваются с точным решением, P_3 -приближением и зональным методом. Показано, что точность S_2 -приближения выше по сравнению с P_1 -приближением при малых и промежуточных значениях оптической толщины среды.

Abstract. The accuracy of the P_1 -approximation of the spherical harmonic's method and the S_2 -approximation of the discrete ordinate method for calculating heat transfer by radiation are analyzed. The cases of an isotropically scattering homogeneous medium and a homogeneous absorbing medium are considered. The calculation results are compared with the exact solution, the P_3 -approximation and the zonal method. It is shown that the accuracy of the S_2 -approximation is higher compared to the P_1 -approximation at small and intermediate values of the optical thickness of the medium.

Ключевые слова: интенсивность излучения, поглощение и рассеяние, лучистый поток, степень черноты,

Keywords: radiation intensity, absorption and dispersion, radiation flux, degree of blackness.

Лучистый теплообмен является важнейшей составляющей теплового режима работы высокотемпературных энергетических и технологических оборудований. Совместно с конвективным и турбулентным механизмами теплопередачи он формирует на ограждающих поверхностях температурные поля, определяющие тепловое состояние оборудования. Уровень температуры, радиационные свойства и разная ориентация этих поверхностей друг относительно друга приводит к возникновению сложной структуры полей лучистого и конвективного потоков тепла, отличающихся по характеру и интенсивности, а также по спектральному составу.

Перенос энергии излучением в прямоугольной расчетной области, представленной на Рисунке 1, моделировался двумя методами: методом сферических гармоник и методом дискретных ординат.

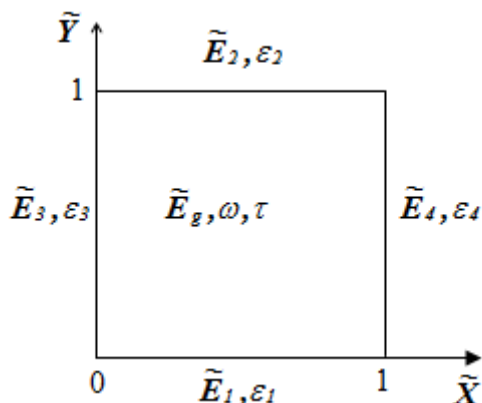


Рисунок 1. Расчетная область

Уравнения P_1 -приближения метода сферических гармоник имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} D \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \alpha \varphi = -4\pi I_b; \quad (1)$$

$$q_x = -D \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad q_y = -D \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (2)$$

Здесь α , D – коэффициенты поглощения и «диффузии» излучения, I_b – интенсивность интегрального излучения абсолютно черного тела, q_x, q_y – координатные составляющие поверхностной плотности потока лучистой энергии. Для однородной и изотропно рассеивающей среды коэффициент «диффузии» определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{3(\alpha + \beta)},$$

где β – коэффициент рассеяния излучения, φ – величина, пропорциональная нулевому моменту φ_{00} в разложении интенсивности излучения в ряд по сферическим гармоникам:

$$\varphi = 4\pi \varphi_{00}.$$

Тогда объемная плотность энергии излучения определяется по формуле:

$$U = \frac{4\pi}{c} \varphi_{00},$$

где c – скорость света в вакууме.

Граничное условие на ограждающих поверхностях имеет вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{1}{2D(1+r)} (4\pi \varepsilon I_b - (1-r)\varphi). \quad (3)$$

Здесь ε – степень черноты, r – отражательная способность поверхности, n – вектор внешней нормали.

Система дифференциальных уравнений (1, 2) с граничными условиями (3) решается численно в вариационной формулировке методом конечных элементов [1]. Алгоритм расчета методом дискретных ординат подробно описан в работе [2].

Выполнен расчет лучистого теплообмена в прямоугольной области, заполненной изотропно рассеивающей, поглощающей и излучающей однородной средой (Рисунок 1). В работе [3] приведены результаты численного решения этой задачи зональным методом, в P_3 -приближении метода сферических гармоник и точное решение.

Рассмотрены два случая:

- 1) изотропно рассеивающая однородная среда и серые границы;
- 2) поглощающая и излучающая однородная среда и абсолютно черные границы.

В данной работе эти же задачи решены численно методом последовательных приближений на конечно-разностной сетке с числом узловых точек 13×25 в S_n -приближении метода дискретных ординат ($n=2$ или 6) и P_1 -приближении метода сферических гармоник. Расчеты продолжались до достижения максимального значения рассогласования объемной плотности энергии излучения в двух последовательных приближениях не более, чем на $0,1\%$. Результаты расчетов представлены в безразмерном виде. За масштаб плотности лучистого потока принята поверхностная плотность собственного излучения $E = \sigma T^4$, масштабом расстояния является длина стороны квадрата (расчетной области).

1. Изотропно рассеивающая однородная среда и серые границы.

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $\tilde{E}_1 = 1$ – «горячая» поверхность; $\tilde{E}_2 = \tilde{E}_3 = \tilde{E}_4 = 0$ – «холодная» поверхность; альbedo рассеяния $\omega = 1$; оптическая толщина среды $\tau = 1$.

На Рисунке 2 представлена зависимость относительной объемной плотности энергии излучения \tilde{U} в направлении координатной оси OY для $\tilde{X} = 0,3$ (Рисунок 2а) и $\tilde{X} = 0,5$ (Рисунок 2б). Результаты расчетов в S_2 — (мелкая штриховая линия), S_6 — (сплошная линия) и P_1 — (крупная штриховая линия) приближениях сравниваются с результатами, полученными зональным методом (точки) и в P_3 -приближении метода сферических гармоник (штрихпунктирная линия). Метод дискретных ординат в S_2 -приближении дает завышенные значения \tilde{U} вблизи «горячей» и заниженные значения вблизи «холодной» поверхности. Расхождение результатов, полученных в P_1 -приближении и зональным методом, максимально вблизи «горячей» поверхности и составляет 29% при $\tilde{X} = 0,5$. Погрешности S_2 и P_1 приближений вблизи боковой граничной поверхности становятся меньше, и как показывают расчеты, при $\tilde{X} = 0,1$ не превышают 9% . Результаты расчетов, сделанных в S_6 -приближении, практически совпадают с данными расчетов по зональному методу.

На Рисунке 3 представлены распределения плотности результирующего потока излучения на «горячей» поверхности при значениях степени черноты $\varepsilon_1 = 1; 0,5; 0,1$. Результаты, полученные в S_2 - и S_6 -приближениях, удовлетворительно согласуются с результатами расчета по зональному методу. Погрешность при $\varepsilon_1 = 1$ составляет соответственно 11% и 2% . P_1 -приближение при $\varepsilon_1 = 1$ дает значения лучистых потоков, превышающие результаты расчета по зональному методу на 46% . Точность P_1 - и P_3 -приближений метода сферических гармоник при уменьшении степени черноты границы возрастает. Разность между значениями плотности лучистых потоков, полученными зональным методом и в P_1 -приближении, составляет 39% при $\varepsilon_1 = 0,5$ и 12% при $\varepsilon_1 = 0,1$. Точность S_2 -приближения при уменьшении степени черноты ухудшается. Это объясняется тем, что увеличивается доля отраженного излучения и в граничных условиях доминирующим

становится слагаемое, учитывающее падающее на границу излучение, а собственное излучение границы становится незначительным. Так как угловое распределение интенсивности падающего на границу излучения аппроксимируется конечным числом интервалов, низкие приближения метода дискретных ординат в таких случаях могут давать неточные результаты. Более высокое S_6 -приближение хорошо согласуется с зональным методом. Погрешность S_2 -приближения при $\epsilon_1=0,5$ составляет 12%.

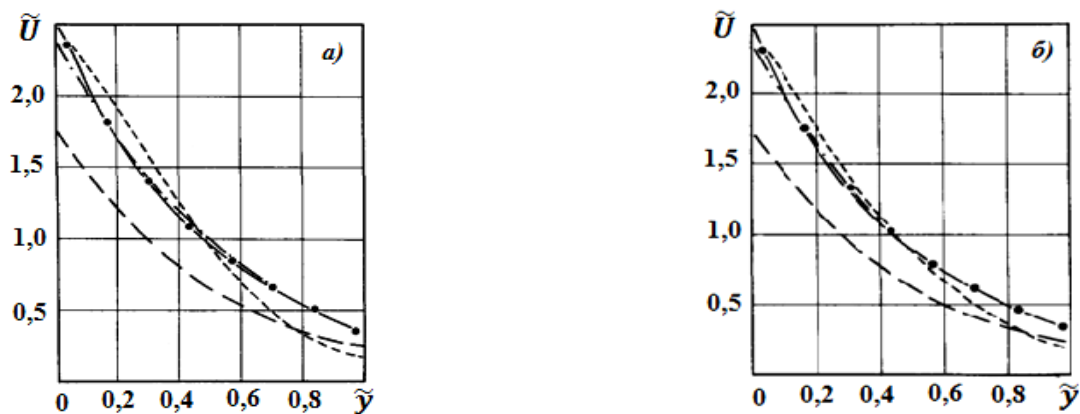


Рисунок 2. Распределение объемной плотности энергии излучения \tilde{U} в расчетной области

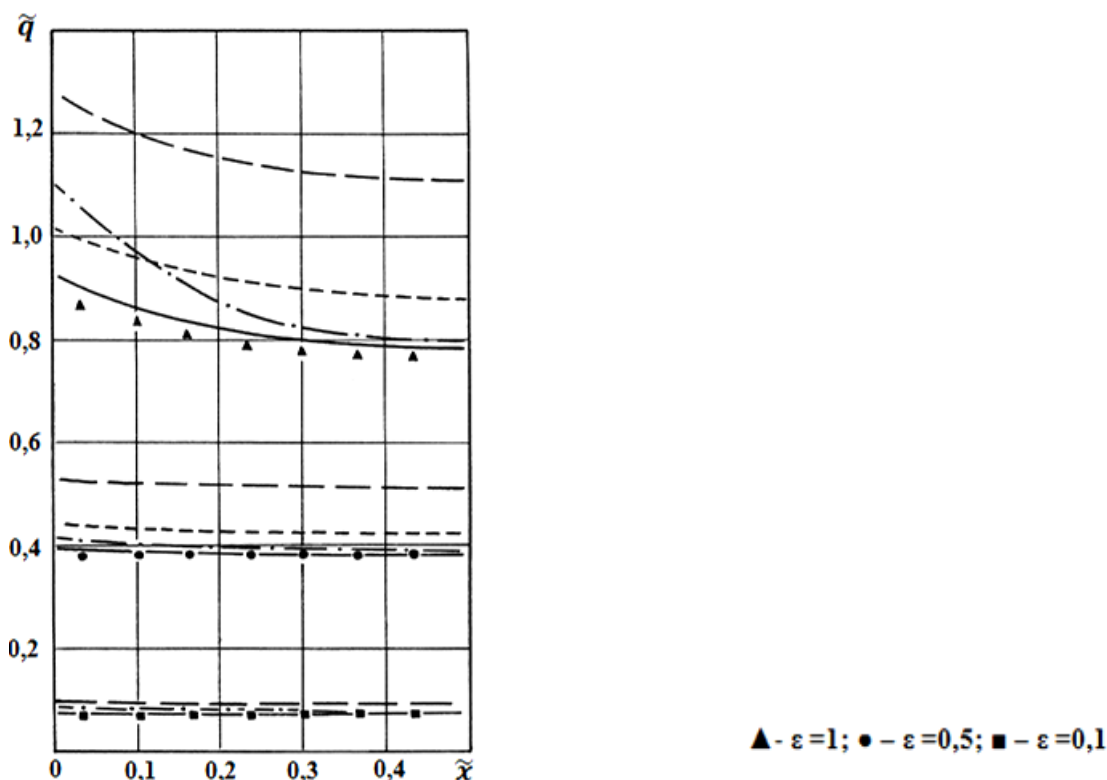


Рисунок 3. Распределения плотности результирующего потока излучения \tilde{q}

2. Поглощающая и излучающая однородная среда и абсолютно черные границы.

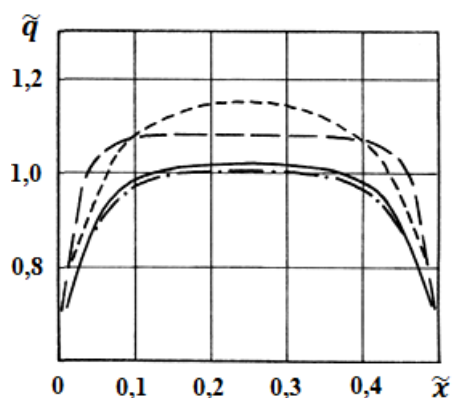


Рисунок 4. Распределение плотности результирующего потока излучения при $\tau = 10$

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $\tilde{E}_1 = \tilde{E}_2 = \tilde{E}_3 = \tilde{E}_4 = 0$; $\tilde{E}_g = 1$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$; альbedo рассеяния $\omega=0$; оптическая толщина среды $\tau = 0,1; 1,0; 10$. На Рисунке 4 представлены распределения плотности результирующего потока излучения к поверхности 1 для значения оптической толщины среды $\tau = 10$. Как показывают расчеты, отличие результатов расчета в S_6 -приближении от точного решения (штрихпунктирная линия) для всех значений оптической толщины не превышает 6%. При $\tau = 0,1$ отличие результатов расчета в P_1 -приближении от точного решения составляет 106%, а при $\tau = 10$ погрешность уменьшается до 8%. Точность S_2 -приближения метода дискретных ординат выше по сравнению с P_1 -приближением при малых и промежуточных значениях оптической толщины среды. При $\tau = 10$ S_2 и P_1 -приближения имеют погрешности одинакового порядка.

Список литературы:

1. Абдуллин А. М., Казеннов А. А., Хаматвалеев Р. А., Харичко М. А. О применении модели широкой полосы при исследовании радиационного теплообмена // Тепло- и массообмен в химической технологии: межвуз. сб. науч. тр. Казань: КХТИ, 1988. С.10-16.
2. Абдуллин А. М. Численный метод определения температуры излучающей стенки в трубчатых печах // Известия вузов: Проблемы энергетики. Казань: КГЭУ, 2011. №11-12. С. 30-39.
3. Fiveland W. A. Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures // Journal of heat transfer. 1984. V 106. №. 4. P. 699-706.

References:

1. Abdullin, A. M., Kazennov, A. A., Khamatvaleev, R. A., & Kharichko, M. A. (1988). On the application of the broadband model in the study of radiative heat transfer. *In Heat and mass transfer in chemical technology. Interuniversity collection. Kazan: Kazan Institute of Chemical Technology*, 10-16. (in Russian).
2. Abdullin, A. M. (2011). Numerical method for determining the temperature of radiating wall in tube furnaces. *Proceedings of the higher educational institutions. Energy sector problems*, (11-12). 30-39. (in Russian).

3. Fiveland, W. A. (1984). Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures. *Journal of heat transfer*, 106(4), 699-706.

Работа поступила
в редакцию 18.04.2019 г.

Принята к публикации
22.04.2019 г.

Ссылка для цитирования:

Абдуллин А. М. Численный расчет лучистого теплообмена в двухмерной прямоугольной области // Бюллетень науки и практики. 2019. Т. 5. №5. С. 13-18. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/42/01>.

Cite as (APA):

Abdullin, A. (2019). Numerical Calculation of Radiative Heat Transfer in Two-dimensional Rectangular Zone. *Bulletin of Science and Practice*, 5(5), 13-18. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/42/01>. (in Russian).