УДК 519.64:519.65 http://doi.org/10.5281/zenodo.2539533

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВРЕМЕНИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ПРИБОРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА

©**Шувалова Л. Е.,** *Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Нижнекамск, Россия, leshyvalova@yandex.ru*
©**Зотин А. В.,** *Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Нижнекамск, Россия, artem.zotin99@mail.ru*
©**Сысолятина А. И.,** *Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Нижнекамск, Россия, Sysolyatina.A2000@mail.ru*
©**Крутикова А. А.,** *Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Нижнекамск, Россия, lino4ka.9933@gmail.com*

SOLUTION OF THE PROBLEM ON THE TIME DISTRIBUTION OF THE UNRELIABLE OPERATION OF THE DEVICES USING THE MATHEMATICAL PACKAGE

©**Shuvalova L.,** *Kazan National Research Technological University, Nizhnekamsk, Russia, leshyvalova@yandex.ru*
©**Zotin A.,** *Kazan National Research Technological University, Nizhnekamsk, Russia, artem.zotin99@mail.ru*
©**Sysolyatina A.,** *Kazan National Research Technological University, Nizhnekamsk, Russia, Sysolyatina.A2000@mail.ru*
©**Krutikova A.,** *Kazan National Research Technological University, Nizhnekamsk, Russia, lino4ka.9933@gmail.com*

Аннотация. Рассмотрен метод вычисления функции распределения времени бесперебойной работы аппаратуры на производстве с учетом восстановления их функционирования. Задача сведена к решению интегрального уравнения Вольтерры II рода с численной реализацией в математическом пакете MathCad.

Abstract. The method of calculating the distribution function of the uninterrupted operation time of the equipment in production, taking into account the restoration of their functioning, is considered. The problem is reduced to solving a Volterra integral equation of the second kind with a numerical implementation in the mathematical package MathCad.

Ключевые слова: интегральное уравнение Вольтерры II рода, метод механических квадратур, математический пакет.

Keywords: Volterra integral equation of type II, mechanical quadrature method, math package.

В статье рассматривается задача о нахождении функции распределения времени бесперебойной работы аппаратуры с учетом восстановления их функционирования. Как известно [1], данная проблема сводится к решению интегрального уравнения Вольтерры II рода.

$$\psi_p(t) - \int_0^t \{(q-w)e^{-\lambda(t-s)} + we^{-\beta_1(t-s)} + e^{-\beta_0(t-s)}[v\sin(\psi_0)(t- \quad (1)$$

$$s) - q\cos(\psi_0)\,(t-s)]\}$$
$$\psi_p(\tau)d\tau = \lambda e^{-\lambda t},$$

где ψp(t) — функция распределения времени безотказной работы прибора с учетом восстановления работоспособности с помощью ремонта; t — время работы прибора до отказа; s — время восстановления работоспособности прибора; λ — интенсивность отказов (число известно из опытов).

Теория интегральных уравнений Вольтерры II рода хорошо разработана [2]. Известно, что точное аналитическое решение для подобных задач можно найти лишь в редких случаях. Поэтому применим метод механических квадратур (м. м. к.) для решения интегральных уравнений.

Рассмотрим вычислительную схему м.м.к. для уравнения (1):

$$\psi(t) - \int_0^t K(t,\tau)\psi(\tau)d\tau = f(t)$$

Используем квадратурную формулу трапеций:

$$\int_0^t \psi(\tau)d\tau \approx \sum_{j=0}^{n} A_j\psi(t_j),$$

где $A_1=A_n=h/2$; $A_2=A_3=\ldots=A_{n-1}=h$; $t_j=h(j-1)$; $j=1,2,\ldots n$; $h=0,1$

Получаем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\psi_i - \sum_{j=1}^{i} A_j K_{i,j}\psi_j = f_i\,, \qquad i=\overline{1,n}, \tag{2}$$

здесь приняты следующие обозначения:

$$\mathrm{K_{ij}} = \mathrm{K(t_i,t_j)} = (q-w)e^{-\lambda(t_i-t_j)} + we^{-\beta_1(t_i-t_j)} + e^{-\beta_0(t_i-t_j)}\left[v\sin(\psi_0)\left(t_i-t_j\right) - q\cos(\psi_0)\left(t_i-t_j\right)\right],$$
$$f_i = f(t_i) = \lambda e^{-\lambda t_i}.$$

Кроме того известны величины:

$$q = \frac{\lambda(Q\psi_0 - P(\lambda-\beta_0))}{(\lambda+\beta_0)^2+{\psi_0}^2};w = \lambda\frac{M}{(\lambda+\beta_1)};v = \frac{\lambda(Q(\lambda+\beta_0)+P\psi_0)}{(\lambda-\beta_0)^2+{\psi_0}^2}.$$

Задачу рассматриваем с исходными данными:

$\lambda=0{,}5$; $\beta_0=0{,}4054$; $\beta_1=0{,}5568$; $\psi_0=0{,}8523$; $Q=-0{,}3283$; $P=-0{,}7242$; $M=0{,}7244$.

Система (2) может быть сведена к виду:

$$-\sum_{j=1}^{i-1} A_j K_{ij}\psi_j + (1 - A_i K_{ii})\psi_j = f_i, \qquad i=\overline{1,n}.$$

Отсюда получаем приближенное решение по рекуррентной формуле:

$$\psi_i = (f_i + \tfrac{h}{2}K_{i1}\psi_1 + h\textstyle\sum_{j=2}^{i-1} K_{ij}\psi_j)/(1-\tfrac{h}{2}K_{ii}), \tag{3}$$

Приведем численную реализацию поставленной задачи.

После введения вышеперечисленных данных имеем:

$$w = 0.343 \quad q = -0.068 \quad v = -0.622$$

Выбираются равноотстоящие узлы сетки и вычисляются значения ядра $K(t,\tau)$ и правой части $f(t)$ уравнения (2).

$$h := 1 \quad n := 10 \quad i := 1..n \quad j := 1..n \quad t_i := h\cdot(i-1)$$

$$f(t) := \lambda\cdot e^{-\lambda\cdot t}$$

$$k(t,\tau) := (q-w)\cdot e^{-\lambda\cdot(t-\tau)} + w\cdot e^{-\beta 1(t-\tau)} + e^{(\beta 0)\cdot(t-\tau)}\cdot[v\cdot\sin(\psi 0)\cdot(t-\tau) - q\cdot\cos(\psi 0)\cdot(t-\tau)]$$

$$f_i := f(t_i) \quad k_{i,j} := k(t_i,t_j)$$

Математический пакет MathCad позволяет в режиме реального времени видеть промежуточные результаты:

$$f^T = \begin{pmatrix}0.5 & 0.303 & 0.184 & 0.112 & 0.068 & 0.041 & 0.025 & 0.015 & 9.158\times 10^{-3}\end{pmatrix}$$

k =

	1	2	3	4	5
1	-0.062	0.15	0.16	$8.314\cdot 10^{-3}$	-0.319
2	-0.575	-0.062	0.15	0.16	$8.314\cdot 10^{-3}$
3	-1.57	-0.575	-0.062	0.15	0.16
4	-3.341	-1.57	-0.575	-0.062	0.15
5	-6.361	-3.341	-1.57	-0.575	...

Сформируем вычисление коэффициентов квадратурной формулы трапеций:

$$q := 2..n-1$$

$$A_1 := \frac{h}{2} \qquad A_n := \frac{h}{2} \qquad A_q := h$$

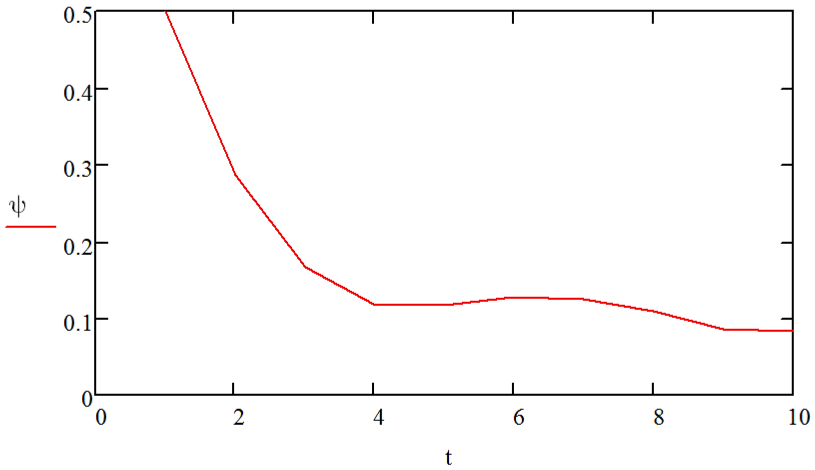
Найдем решение системы (3), которая дает приближенные значения искомой функции в узлах t_i:

$$\psi_1 := f_1 \qquad t := 2..n-1$$

$$\psi_t := \left(1 - h\cdot\frac{k_{t,t}}{2}\right)^{-1}\cdot\left(f_t + \sum_{j=1}^{n} \mathrm{if}\left(j \ge t, 0, A_j\cdot k_{t,j}\cdot\psi_j\right)\right)$$

$$\psi^T = (0.5 \quad 0.287 \quad 0.167 \quad 0.116 \quad 0.118 \quad 0.127 \quad 0.124 \quad 0.109 \quad 0.087)$$

Приведем графическую интерпритацию решения задачи:



Математический пакет MathCad позволил в режиме реального времени редактировать программу, видеть промежуточные результаты, строить графики.

Список литературы:

1. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова Думка, 1986. 543 с.

2. Васильева А. Б., Тихонов Н. А. Интегральные уравнения. М: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 160 с.

Reference

1. Verlan, A. F., & Sizikov, V. S. (1986). Integral'nye uravneniya: Metody, algoritmy, programmy. Kiev, Naukova Dumka, 543. (in Russian).

2. Vasileva, A. B., & Tikhonov, N. A. (2002). Integral'nye uravneniya. Moscow, FIZMATLIT, 160. (in Russian).

Работа поступила в редакцию 23.12.2018 г.

Принята к публикации 26.12.2018 г.

Ссылка для цитирования:

Шувалова Л. Е., Зотин А. В, Сысолятина А. И., Крутикова А. А. Решение задачи о распределении времени безотказной работы приборов с использованием математического пакета // Бюллетень науки и практики. 2019. Т. 5. №1. С. 18-21. Режим доступа: http://www.bulletennauki.com/38-56 (дата обращения 15.01.2019).

Cite as (APA):

Shuvalova, L., Zotin, A., Sysolyatina, A., & Krutikova, A. (2019). Solution of the problem on the time distribution of the unreliable operation of the devices using the mathematical package. *Bulletin of Science and Practice, 5*(1), 18-21. (in Russian).