

УДК 519.872.8: 656.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТКАЗАМИ**SIMULATION OF QUEUING SYSTEM WITH REFUSALS**©**Осипов Г. С.***д-р техн. наук, Сахалинский государственный университет**г. Южно-Сахалинск, Россия, _Osipov@rambler.ru*©**Osipov G.***Dr. habil., Sakhalin State University**Yuzhno-Sakhalinsk, Russia, _Osipov@rambler.ru*

Аннотация. В работе рассмотрены формально-теоретические основы аналитического, имитационного и оптимизационного моделирования одноканальных и многоканальных систем массового обслуживания с отказами при наличии ограничений по длине очереди, характерных для предметных областей, связанных с обеспечением безопасности сложных транспортных, техногенных и производственных систем.

Предложена концепция применения нечетких треугольных чисел для задания законов распределения потоков обслуживания.

В качестве аналитической платформы для исследования выбран пакет *AnyLogic*, который сочетает в себе все существующие парадигмы имитационного моделирования.

Практическая апробация моделей осуществлялась на серии практически значимых задач из области безопасности и эксплуатации водного транспорта

Abstract. The paper deals with the formal theoretical basis of analytical, simulation and optimization modeling of single-channel and multichannel queuing systems with refusals with restrictions on the length of the queue characteristic of subject areas related to the security of the transport complex, technological and industrial systems.

The concept of the use of fuzzy triangular numbers to set the service flow distribution laws.

As an analytical platform for the study of selected package *AnyLogic*, which combines all existing simulation paradigm.

Practical testing of the models was carried out on a series of practically important tasks of security and operation of water transport.

Ключевые слова: системы массового обслуживания, имитационное моделирование, оптимизация систем, морской порт, грузовые терминалы.

Keywords: queuing systems, simulation modeling, optimization of systems, seaport cargo terminals.

Системы массового обслуживания (СМО) являются основной составляющей современных транспортных, торговых, военных и других отраслей экономики [1], а также систем обеспечения комплексной безопасности производств и жизнедеятельности человека.

Одним из наиболее представительных классов СМО являются системы с отказами.

В отличие от СМО с ожиданием, когда очередь не ограничена ни по длине, ни по времени [2–4] в рассматриваемых системах заявки не имеют возможности ожидать

обслуживания или покидают систему, если длина очереди, является недопустимо большой. Такая ситуация характерна в частности для систем обеспечения безопасности и спасания.

Классический подход к моделированию СМО с отказами и с ограниченной длиной очереди, как правило, базируется на аксиоме о том, что потоки заявок и обслуживания — простейшие, описываемые экспоненциальным законом распределения. Однако на практике это далеко не так, поэтому в работе исследуется возможность использования в описании распределения интервалов времени обслуживания нечетких треугольных [5, 6] и трапецевидных чисел [7].

Необходимые сведения и формулы

1. Многоканальные СМО с отказами.

Имеется n каналов на которые поступает поток заявок с интенсивностью λ . Поток обслуживанию имеет интенсивность μ , коэффициент использования пропускной способности системы оценивается величиной $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

Состояния системы S (СМО) удобно нумеровать по числу заявок, находящихся в системе (совпадает с числом занятых каналов).

S_0	в СМО заявок нет
S_1	в СМО находится одна заявка (один канал занят, остальные свободны)
S_2	заняты два канала, остальные свободны
...	...
S_k	в СМО находится k заявок (k каналов заняты, остальные свободны)
...	...
S_n	в СМО находится n заявок (заняты все n каналов).

Граф состояний СМО соответствует процессу гибели и размножения [1] и показан на Рисунке 1.

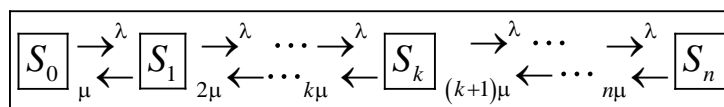


Рисунок 1. Граф состояний СМО с отказами.

Если потоки простейшие, то справедливы формулы Эрланга, на основе которых определяются основные показатели функционирования СМО, представленные в Таблице 1.

Таблица 1.

ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СМО

Показатель	Наименование	Формула
P_0	Предельная вероятность простоя.	$P_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}$
P_k	Предельные вероятности состояний.	$P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0 \quad (k = \overline{1, n})$
$P_{\text{отк}}$	Вероятность отказа СМО (предельная вероятность того, что все n каналов системы будут заняты).	$P_{\text{отк}} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0$
Q	Относительная пропускная способность (вероятность того, что заявка будет обслужена).	$Q = P_{\text{обсл}} = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \frac{\rho^n}{n!} P_0$
A	Абсолютная пропускная способность (число заявок, обслуживаемых в единицу времени).	$A = \lambda Q = \lambda \left(1 - \frac{\rho^n}{n!} P_0 \right)$
\bar{k}	Среднее число занятых каналов.	$\bar{k} = \frac{A}{\mu} = \rho \left(1 - \frac{\rho^n}{n!} P_0 \right) = \rho (1 - P_n)$

2. СМО ограниченной длины очереди.

Если новая заявка поступает в момент, когда все m мест в очереди заняты, она покидает СМО необслуженной, т. е. получает отказ.

– Одноканальные СМО

Пронумеруем состояния СМО по числу заявок, находящихся в системе:

S_0	канал свободен
S_1	канал занят, очереди нет
S_2	канал занят, одна заявка стоит в очереди
...	...
S_k	канал занят, $k-1$ заявок стоят в очереди
...	...
S_{m+1}	канал занят, m заявок стоят в очереди

На Рисунке 2 представлен граф состояний одноканальной СМО с ограниченной очередью.

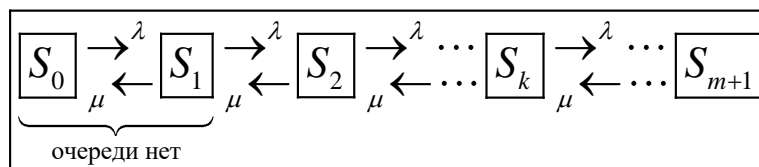


Рисунок 2. Граф состояний одноканальной СМО при ограниченной длине очереди.

Очевидно

$$\begin{cases} p_1 = \rho p_0 \\ p_2 = \rho^2 p_0 \\ \dots \\ p_k = \rho^k p_0 \\ \dots \\ p_{m+1} = \rho^{m+1} p_0 \\ p_0 = (1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{m+1})^{-1} \end{cases} .$$

Тогда

$$p_0 = \left(\frac{1 \cdot (1 - \rho^{m+2})}{1 - \rho} \right)^{-1} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{m+2}} \left(\rho = 1 \Rightarrow p_0 = (m + 2)^{-1} \right)$$

$$P_{\text{отк}} = p_{m+1} = \frac{\rho^{m+1} (1 - \rho)}{1 - \rho^{m+2}}, \quad Q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \frac{\rho^{m+1} (1 - \rho)}{1 - \rho^{m+2}}, \quad A = \lambda Q.$$

$$\begin{aligned} L_q &= 1 \cdot p_2 + 2 \cdot p_3 + \dots + (k - 1) \cdot p_k + \dots + m \cdot p_{m+1} = \\ &= 1 \cdot \rho^2 p_0 + 2 \cdot \rho^3 p_0 + \dots + (k - 1) \cdot \rho^k p_0 + \dots + m \cdot \rho^{m+1} p_0 = \\ &= \rho^2 p_0 [1 + 2 \cdot \rho + \dots + (k - 1) \cdot \rho^{k-2} + \dots + m \cdot \rho^{m-1}] = \\ &= \rho^2 p_0 \sum_{k=1}^m k \cdot \rho^{k-1} = \rho^2 p_0 \sum_{k=1}^m \frac{d}{d\rho} \rho^k = \\ &= \rho^2 p_0 \frac{d}{d\rho} \sum_{k=1}^m \rho^k = \rho^2 p_0 \frac{d}{d\rho} \frac{\rho(1 - \rho^m)}{1 - \rho} = \rho^2 p_0 \frac{1 - \rho^m (m + 1 - m\rho)}{(1 - \rho)^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, длина очереди определится следующим образом:

$$L_q = \frac{\rho^2 [1 - \rho^m (m + 1 - m\rho)]}{(1 - \rho^{m+2})(1 - \rho)}.$$

– Многоканальные СМО

Рассмотрим n -канальную СМО с ожиданием, на которую поступает поток заявок с интенсивностью λ ; интенсивность обслуживания μ (для одного канала); число мест в очереди m .

Состояния системы нумеруются по числу заявок, находящихся в системе:

S_0	все каналы свободны
S_1	занят один канал, остальные свободны
...	...
S_k	заняты k -каналов, остальные свободны
...	...
S_n	заняты все n -каналов, свободных нет
S_{n+1}	заняты все n -каналов, одна заявка стоит в очереди
...	...
S_{n+r}	заняты все n -каналов, r -заявок в очереди
...	...
S_{n+m}	заняты все n -каналов, m -заявок в очереди

Граф состояний многоканальной СМО с ограничением на длину очереди приведен на Рисунке 3.

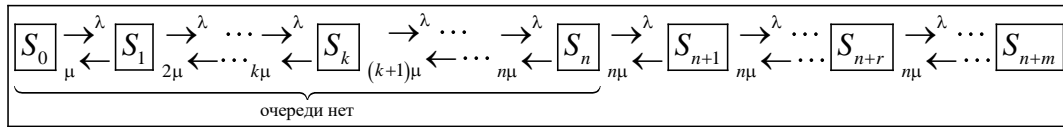


Рисунок 3. Граф состояний многоканальной СМО при ограниченной длине очереди.

Очевидно в данном случае:

$$p_0 = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \underbrace{\frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} + \frac{\rho^{n+2}}{n^2 \cdot n!} + \dots + \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!}}_{\text{убывающая геометрическая прогрессия со знаменателем } \rho/n} \right)^{-1} =$$

$$= \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1} \left(1 - \left(\frac{\rho}{n} \right)^m \right)}{n \cdot n! \left(1 - \frac{\rho}{n} \right)} \right)^{-1}$$

$$p_1 = \frac{\rho}{1!} p_0, \dots, p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0, \dots, p_n = \frac{\rho^n}{n!} p_0, p_{n+1} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0, \dots, p_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} p_0.$$

$$P_{отк} = p_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} p_0, Q = 1 - P_{отк} = 1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} p_0$$

$$A = \lambda Q = \lambda \left(1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} p_0 \right), \bar{k} = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda \left(1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} p_0 \right)}{\mu} = \rho \left(1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} p_0 \right)$$

Среднее число заявок в очереди:

$$\begin{aligned} L_q &= 1 \cdot p_{n+1} + 2 \cdot p_{n+2} + \dots + m \cdot p_{n+m} = p_0 \left[1 \cdot \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} + 2 \cdot \frac{\rho^{n+2}}{n^2 \cdot n!} + \dots + m \cdot \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} \right] = \\ &= \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0 \left[1 + 2\varphi + 3\varphi^2 + \dots + m\varphi^{m-1} \right] = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0 \sum_{r=1}^m r \cdot \varphi^{r-1} = \\ &= \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0 \sum_{r=1}^m \frac{d}{d\varphi} \varphi^r = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0 \frac{d}{d\varphi} \sum_{r=1}^m \varphi^r = \\ &= \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0 \frac{d}{d\varphi} \frac{\varphi(1-\varphi^m)}{1-\varphi} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} p_0 \frac{1-\varphi^m(m+1-m\varphi)}{(1-\varphi)^2} = \frac{\rho^{n+1} p_0 \left[1 - \left(m+1 - m \frac{\rho}{n} \right) \left(\frac{\rho}{n} \right)^m \right]}{n \cdot n! \left(1 - \frac{\rho}{n} \right)^2}. \end{aligned}$$

Среднее число заявок в системе:

$$L_s = L_q + \bar{k}$$

3. СМО с не-пуассоновскими потоками событий.

В простейшем потоке интервал времени между двумя соседними событиями распределен по показательному закону:

$$f(t) = \mu e^{-\mu t} (t > 0).$$

На практике часто потоки событий, действующие в системе массового обслуживания, существенно отличаются от простейших. Особенно это относится к потоку обслуживаний.

Более типичным является случай, когда закон распределения времени обслуживания $f(t)$ отличен от показательного, и его наивероятнейшее значение не равно нулю.

Рассмотрим использование для задания закона распределения треугольных нечетких чисел (Рисунок 4).

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2(t-a)}{(b-a)(c-a)} & (t \in [a, c]) \\ \frac{2(b-t)}{(b-a)(b-c)} & (t \in (c, b]) \end{cases}$$

Использование нечетких треугольных чисел обусловлено тем, что они просты в понимании, операции с такими числами легко формализуются, а семантический смысл нечеткого треугольного числа «примерно равно ...» близок к высказываниям на естественном языке.

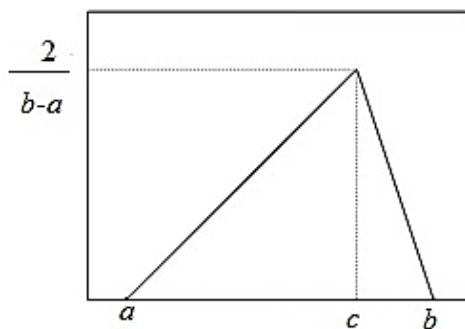


Рисунок 4. График треугольного распределения.

Для представленного треугольного числа:

$$M_T = \frac{a+b+c}{3}, \sigma_T = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 - (ab + ac + bc)}{18}}$$

Можно показать, что для многоканальных систем массового обслуживания с отказами при простейшем потоке заявок и распределении времени обслуживания по треугольному закону для предельных вероятностей состояний справедливы формулы:

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0 (k = \overline{1, n}), p_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \right)^{-1}.$$

Аналогично для одноканальной СМО при неограниченной очереди ($n = 1; m = \infty$), простейшим потоком заявок и треугольным распределенным времени обслуживания среднее число заявок, находящихся в очереди, выражается формулой:

$$L_q = \frac{\rho^2(1 + \nu_\mu^2)}{2(1 - \rho)},$$

где $\nu_\mu = \frac{\sigma_T}{M_T}$ — коэффициент вариации.

Практическая реализация

1. Многоканальная система с отказами

Предварительные сведения.

К системам с отказами на водном транспорте можно отнести, например, аварийно-спасательные службы и противопожарные суда. В этих системах заявки на обслуживание (оказание помощи) не могут становиться в очередь и ждать освобождения аварийно-спасательного или противопожарного судна.

Постановка задачи.

Требуется определить минимально необходимое число аварийно-спасательных судов на водохранилище. Критерием является обеспечение вероятности отказа не более 10%.

Известно, что в сутки в среднем поступает $\lambda = 2$ вызова на оказание помощи. Поток заявок носит случайный характер и может быть описан законом Пуассона, а длительность обслуживания аппроксимируется показательным распределением. Таким образом коэффициенты вариации интервалов входящего потока заявок и интервалов обслуживания, соответственно равны единице: $\nu_\lambda = \nu_\mu = 1$.

Из статистических данных известно, что одно аварийно-спасательное судно может за сутки обслужить $\mu = 4$ заявки.

Решение.

Очевидно $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{2}$.

Если поставить на выполнение работ одно ($n=1$) судно, то вероятность отказа в обслуживании:

$$P_{\text{отк}} = \rho p_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{3}.$$

Очевидно, что 33% отказов в обслуживании — слишком большая величина, поэтому проведем расчет для двух ($n=2$) судов:

Вероятность простоя:

$$p_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{(1/2)^2}{2}\right)^{-1} = \frac{8}{13}.$$

Вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = \frac{\rho^n}{n!} p_0 = \frac{(1/2)^2}{2} \cdot \frac{8}{13} = \frac{1}{13} \approx 0,077 (8\%).$$

Относительная пропускная способность:

$$Q = 1 - P_{\text{отк}} = \frac{12}{13}.$$

Абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda Q = 2 \cdot \frac{12}{13} = \frac{24}{13}.$$

Среднее число занятых судов определяем по формуле:

$$\bar{k} = \frac{A}{\mu} = \frac{24}{13} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{13}.$$

Среднее время пребывания заявки в СМО:

$$T_s = Q \cdot \bar{t}_{\text{об}} = \frac{Q}{\mu} = \frac{12}{13} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{13} \text{ сутки.}$$

На Рисунке 5 приведена принципиальная схема рассматриваемой системы в среде имитационного моделирования AnyLogic.

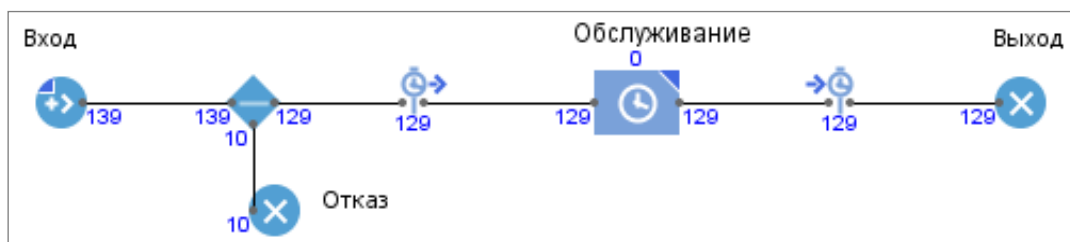
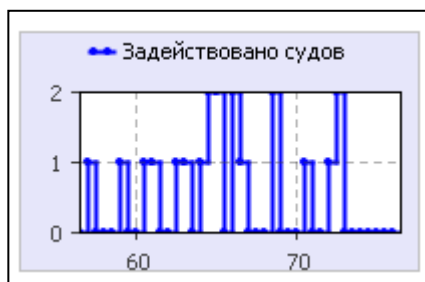


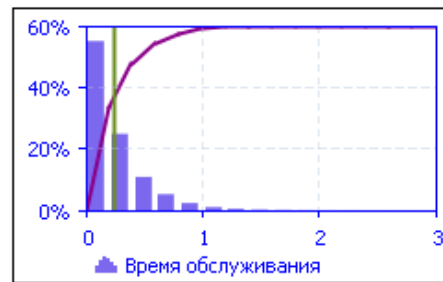
Рисунок 5. Схема имитационной модели.

Представленный фрагмент решения задачи свидетельствует о том, за определенный промежуток времени всего поступило 139 заявок на обслуживание, из которых 10 получило отказ в те периоды, когда аварийно-спасательные суда были заняты.

На рисунке 6 представлен временной график изменения количества аварийно-спасательных судов, задействованных в проведении спасательных мероприятий (а) и гистограмма плотности вероятности распределения (с функцией распределения и средним значением) времени, затраченного на обслуживание (б).



а



б

Рисунок 6. Выполнение расчетов в AnyLogic.

2. Одноканальная система с очередью

Постановка задачи.

В порту имеется один специализированный причал. Интенсивность входящего потока судов равна 0,4 (судов в сутки). Среднее время обработки одного судна составляет 2 суток. Найти показатели эффективности работы причала при неограниченной длине очереди и при условии, что приходящее судно покидает причал (без разгрузки), если очередь полностью заполнена — в ней находится 3 судна.

Решение.

А. Длина очереди не ограничена ($m = \infty$).

Имеем

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda \bar{t}_{об} = 0,4 \cdot 2 = 0,8.$$

Вероятность того, что причал свободен:

$$p_0 = 1 - \rho = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Вероятность того, что причал занят:

$$P_{зан} = 1 - p_0 = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Среднее число судов, ожидающих разгрузки:

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{0,8^2}{1 - 0,8} = 3,2.$$

Среднее время ожидания разгрузки:

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{3,2}{0,4} = 8 \text{ (сутки)}.$$

Среднее число судов, находящихся у причала:

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{0,8}{1 - 0,8} = 4 \text{ (сутки)}.$$

Среднее время пребывания судна у причала по формуле:

$$T_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{4}{0,4} = 10 \text{ (сутки)}.$$

Б. Длина очереди ограничена ($m = 3$)

Вероятность того, что причал свободен:

$$p_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{m+2}} = \frac{1 - 0,8}{1 - 0,8^{3+2}} = 0,297.$$

Вероятность того, что приходящее судно покинет причал без разгрузки:

$$P_{отк} = p_{m+1} = \rho^{m+1} p_0 = 0,8^{3+1} \cdot 0,297 = 0,122.$$

Относительная пропускная способность причала:

$$Q = 1 - P_{отк} = 1 - 0,122 = 0,878.$$

Абсолютная пропускная способность причала

$$A = \lambda Q = 0,4 \cdot 0,878 = 0,351,$$

Среднее число судов, ожидающих разгрузку:

$$L_q = \frac{\rho^2 [1 - \rho^m (m + 1 - m\rho)]}{(1 - \rho^{m+2})(1 - \rho)} = \frac{0,8^2 [1 - 0,8^3 (3 + 1 - 3 \cdot 0,8)]}{(1 - 0,8^{3+2})(1 - 0,8)} = 0,861.$$

Среднее время ожидания разгрузки:

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0,861}{0,4} = 2,153 \text{ (сутки)}.$$

Среднее число судов, находящихся у причала:

$$L_s = 0,861 + (1 - 0,297) = 1,564.$$

Среднее время пребывания судна у причала по:

$$T_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1,564}{0,4} = 3,91 \text{ (сутки)}.$$

В Таблице 2 приведены результаты расчетов показателей функционирования СМО с неограниченной длиной очереди и с длиной очереди не более 3 судов.

Таблица 2.

СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ

Показатель	$m = \infty$	$m = 3$
p_0	0,2	0,297
$P_{отк}$	0	0,122
Q	1	0,878
A	0,4	0,351
L_q	3,2	0,861
T_q	8	2,153
L_s	4	1,564
T_s	10	3,91

Очевидно ограничение по длине очереди приводит к увеличению вероятности того, что причал свободен (простаивает) и отказа в обслуживании, но позволяет существенно снизить время пребывания судов в системе.

3. Одноканальная система с неограниченной очередью и треугольным распределением времени обслуживания.

Постановка задачи

Решим задачу из предыдущего раздела. Пусть, как и ранее интенсивность потока судов равна 0,4 (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна также составляет 2 суток, но распределение времени обработки задано треугольным числом (0,5; 1,5; 4). Найти показатели эффективности работы причала при неограниченной длине очереди.

Решение

По условию:

$$\mu = \frac{1}{t_{об}} = \frac{1}{2}.$$

Коэффициент вариации интервалов обслуживания:

$$v_\mu = \frac{\sigma_T}{M_T} \approx \frac{0,74}{2} = 0,37$$

Коэффициент загрузки причала (приведенная интенсивность потока заявок):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,4}{1/2} = 0,8.$$

Среднее число судов, ожидающих разгрузку и среднее время ожидания:

$$L_q = \frac{\rho^2 (1 + v_\mu^2)}{2(1 - \rho)} = \frac{0,8^2 (1 + 0,37^2)}{2(1 - 0,8)} \approx 1,8; T_q = \frac{L_q}{\lambda} \approx 4,6.$$

На рисунке 7 представлена принципиальная схема исследуемой модели.



Рисунок. 7 Схема модели системы.

На Рисунке 8 приведена гистограмма распределения времени пребывания судна в очереди (на рейде).

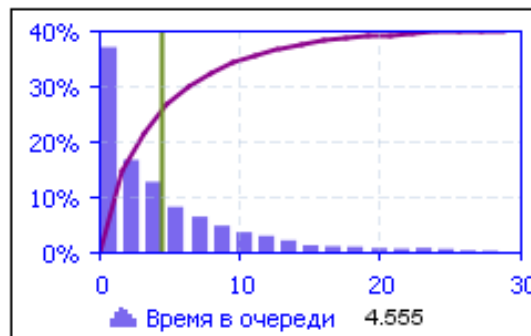


Рисунок 8. Распределение времени ожидания в очереди.

Отметим, что по сравнению с экспоненциальным распределением интервалов времени обслуживания здесь среднее время пребывания в очереди уменьшилось с 8 до 4,6 (при том же среднем времени обслуживания).

Заключение

В работе проведено исследование в среде имитационного моделирования *AnyLogic* систем массового обслуживания с отказами, связанными с ограничениями по дине очереди.

Рассмотрены как классические схемы, основанные на гипотезе о пуассоновских потоках заявок и обслуживания, так и практически более значимые реализации, предполагающие обобщенные законы распределения интервалов времени обслуживания. Исследования были сосредоточены на применении аппарата нечетких множеств — треугольных нечетких чисел как базы для определения и задания соответствующих законов распределения.

Практическая реализация охватывает серию вариантов решения практически значимых задач по эксплуатации транспортных систем на водном транспорте.

Список литературы:

1. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М.: Наука, 1980. 208 с.
2. Осипов Г. С. Одноканальные системы массового обслуживания с неограниченной очередью в *AnyLogic* // Бюллетень науки и практики. Электрон. журн. 2016. №8 (9). С. 92–95. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/osipov> (дата обращения 15.08.2016). DOI: 10.5281/zenodo.60245.
3. Осипов Г. С. Оптимизация одноканальных систем массового обслуживания с неограниченной очередью // Бюллетень науки и практики. Электрон. журн. 2016. №9 (10).

С. 63–71. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/osipov-g-s> (дата обращения: 15.09.2016). DOI: 10.5281/zenodo.154304.

4. Осипов Г. С. Исследование систем массового обслуживания с ожиданием в AnyLogic // Бюллетень науки и практики. Электрон. журн. 2016. №10 (11). С. 139–151. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/osipov-g-s> (дата обращения 15.10.2016). DOI: 10.5281/zenodo.161072.

5. Осипов Г. С., Вашакидзе Н. С., Филиппова Г. В. Многокритериальный выбор альтернатив методом свертки нечетких чисел // Ceteris Paribus. 2016. №3. С. 19–23.

6. Osipov G. Building ratings with fuzzy initial information. Global competition on the markets for labor, education and innovations: 2nd edition, research articles, B&M Publishing, San Francisco, California. 2016, pp. 4–9.

7. Osipov G. S. Multi-criteria analysis of systems at fuzzy criteria. Austrian Journal of Technical and Natural Sciences, 2016, no. 3–4, pp. 82–84. DOI: 10.20534/AJT-16-3.4-82-84.

References:

1. Ventzel E. S. Operations research: tasks, principles, methodology. Moscow, Nauka, 1980, 208 p.

2. Osipov G. Single-channel queuing system with unlimited queue in AnyLogic. Bulletin of Science and Practice. Electronic Journal, 2016, no. 8 (9), pp. 92–95. Available at: <http://www.bulletennauki.com/osipov>, accessed 15.08.2016. (In Russian). DOI: 10.5281/zenodo.60245.

3. Osipov G. Optimization of single-channel queuing system with unlimited queue. Bulletin of Science and Practice. Electronic Journal, 2016, no. 9 (10), pp. 63–71. Available at: <http://www.bulletennauki.com/osipov-g-s>, accessed 15.09.2016. (In Russian). DOI: 10.5281/zenodo.154304.

4. Osipov G. The study of queuing systems with waiting in AnyLogic. Bulletin of Science and Practice. Electronic Journal, 2016, no. 10 (11), pp. 139–151. Available at: <http://www.bulletennauki.com/osipov-g-s>, accessed 15.10.2016. (In Russian). DOI: 10.5281/zenodo.161072.

5. Osipov G. S., Vashakidze N. S., Filippova G.V. Multicriteria choice of alternatives by the convolution of fuzzy numbers. Ceteris Paribus, 2016, no.3, pp. 19–22.

6. Osipov G. Building ratings with fuzzy initial information. Global competition on the markets for labor, education and innovations: 2nd edition, research articles, B&M Publishing, San Francisco, California, 2016, pp. 4–9.

7. Osipov G. S. Multi-criteria analysis of systems at fuzzy criteria. Austrian Journal of Technical and Natural Sciences, 2016, no. 3–4, pp. 82–84. DOI: 10.20534/AJT-16-3.4-82-84.

Работа поступила
в редакцию 17.10.2016 г.

Принята к публикации
19.10.2016 г.