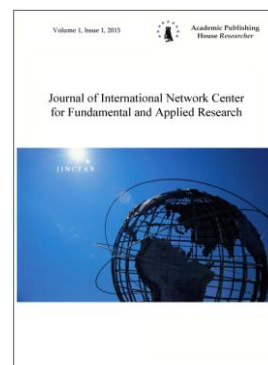


Copyright © 2014 by Academic Publishing House *Researcher*



Published in the Russian Federation  
Journal of International Network Center  
for Fundamental and Applied Research  
Has been issued since 2014.  
ISSN: 2411-3239  
Vol. 1, Is. 1, pp. 62-72, 2014

DOI: 10.13187/jincfar.2014.1.62  
[www.ejournal36.com](http://www.ejournal36.com)



UDC 532.528.2

### Determination of Parameters of the Liquid when Moving in Cavitating Devices

<sup>1</sup> Sergey S. Makarov  
<sup>2</sup> Elena V. Makarova

<sup>1</sup> Institute of Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Russian Federation  
<sup>2</sup> Izhevsky State Technical University named M.T. Kalashnikov, Russian Federation

#### Abstract

The paper contains mathematical model and numerical algorithm for calculating the hydrodynamic parameters of fluid motion in cavitation devices. Qualitative and quantitative results of numerical calculations of test cases of fluid motion on channel cavitating device.

**Keywords:** cavitation; handshake device; mathematical model; numerical algorithm; the hydrodynamic parameters.

#### Введение

Растворенные в жидкости газы, как правило, в незначительной степени влияют на прочность жидкости и практически не нарушают ее однородности. Количество растворенных газов в жидкости подчиняется закону Генри-Дальтона приблизительно до  $3 \cdot 10^7 \text{ Па}$  [1].

$$V_2 = \alpha \cdot V_{жс} \cdot \frac{p_1}{p_0}, \quad (1)$$

здесь  $V_2, V_{жс}$  - соответственно объем растворенного газа и объем жидкости;  $p_0, p_1$  - начальное и конечное давление жидкости;  $\alpha$  - коэффициент растворимости газа в жидкости (число объемов газа, приведенное к  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  и нормальному давлению, равному  $p_a = 10^5, \text{ Па}$ , поглощаемых единицей объема жидкости при парциальном давлении  $10^5, \text{ Па}$ ).

Значение коэффициент растворимости газа в жидкости  $\alpha$  для различных газов изменяются в широких пределах. Для сравнения в таблице 1 приведены значения  $\alpha$  для различных газов в воде.

Таблица 1: Значения коэффициента растворимости  $\alpha$  газа

Жидкость	Газы			
	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	Воздух
Вода	0,031	0,015	0,89	0,02

Растворенные газы будут выделяться из жидкости, когда отношение  $\alpha_1 = V_2/V_{ж}$  превзойдет значение коэффициент растворимости газа  $\alpha$ , являющегося функцией давления и температуры. Принимая  $p_0 = p_a$  можно написать:

$$\alpha_1 = \frac{p_1}{p_a} \alpha. \tag{2}$$

При понижении давления или подвое теплоты через некоторое время будет  $\alpha < \alpha_1$  при этом можно ожидать выделение пузырьков, несмотря на то, что давления в жидкости превышает давления ее насыщенных паров.

Для определения зависимости критических параметров кавитации от геометрии канала и количества растворенного в жидкости газов будем придерживаться теории, предложенной Л.А. Эпштейном [2], по данным [1], согласно которой кавитационная область принимается как однородная среда – гипотетическая сжимаемая жидкость.

Так как процесс деформации пузырьков принят изотермическим, то удельный объем газа  $\delta_1$ , растворившийся (или выделившийся) в жидкости равен [3]:

$$\delta_1 = \delta_0 \left( \frac{p_0 - p_{н.п.}}{p_1 - p_{н.п.}} - 1 \right), \tag{3}$$

здесь  $\delta_0 = \frac{V_2}{m_0}$  - удельный объем нерастворенного газа при давлении  $p_0$  и температуре  $t_0$ ;  $p_{н.п.}$  - давление насыщенных паров газа в жидкости.

Между удельным объемом  $\delta_0$  насыщенной жидкости газом и коэффициентом растворимости газа  $\alpha$  существует следующая связь:

$$\alpha = \delta_0 \frac{p_1}{p_a} \frac{1}{1 - \frac{t}{273}}. \tag{4}$$

Значения удельного объема  $\delta_0$  рассчитанные по зависимости (4) для различных газов в воде при  $p_1 = p_a$  приведены в таблице 2.

Таблица 2: Значения удельного объем нерастворенного газа  $\delta_0$  при  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  и

$$p_a = 10^5, \text{Па}$$

Жидкость	Газы			
	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	Воздух
Вода	0,029	0,139	0,825	0,019

Таким образом, для характера течения существенным является какой газ и в каких объемах растворен в жидкости. Газы, растворяющиеся в малых количествах, следуют закону Генри в большом диапазоне давлений. Для них  $\delta_0$  не зависит от давления и является только функцией температуры, причём с ростом температуры  $\delta_0$  уменьшается.

При этом единица объема  $V$  жидкости, внутри которого выделится (или растворяется) газ, изменится на величину:

$$V = 1 + \delta_1. \tag{5}$$

Влияние присутствия выделившихся пузырьков учитывается через среднюю плотность жидкости:

$$\rho_{cp} = \rho_{жс} \frac{V_{жс}}{V} \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_{жс}} \frac{V_2}{V_{жс}} \right), \tag{6}$$

здесь  $V_{жс}, V_2$  - соответственно части объема  $V$ , занимаемые капельной жидкостью и газом. Как показано в [2] средняя температура гипотетической жидкости остается практически постоянной, а процессы расширения и сжатия газа можно рассматривать как изотермические, следовательно, плотность гипотетической жидкости будет функцией одного давления.

Принимая  $\frac{V_2}{V_{жс}} \ll 1$ , а  $\frac{\rho_2}{\rho_{жс}} \approx 0,0001$  можно получить выражение устанавливающую связь между плотностью и давлением гипотетической жидкости для определения средней плотности:

$$\rho_{cp} = \rho_{жс} \frac{1}{1 + \delta_1} \tag{7}$$

Так как в большинстве случаев, связанных с кавитацией интерес представляет растворенный воздух (малые значения  $\delta_0$ ), то выражение (7) можно представить как:

$$\bar{\rho}_0 = \frac{1}{1 + \delta_0 / \bar{\rho}_0} \tag{8}$$

Здесь  $\bar{\rho}_0 = \frac{P_1 - P_{н.п.}}{P_0 - P_{н.п.}}$  - приведенное давление.

Полученная зависимость (8) строго соответствует случаю, когда объем газа, находится в воде в нерастворенном состоянии в виде множества мелких пузырьков. Полученные зависимости могут быть применены для изучения потока несжимаемой жидкости, в которую подается известное количество воздуха или иного газа.

### Сущность явления кавитации

Обычно явление кавитации происходит в тех случаях, когда абсолютное давление в какой-нибудь области капельной жидкости упадет ниже некоторого критического значения давления  $P_{кав}$ , при котором возникают разрывы оплошности жидкости и образуются каверны, заполненными парами или газами. Объяснение этому явлению в 1894 г. Дал Рейнольдс, а само явление Фруд назвал кавитацией (от латинского «cavum» – пустота) [1].

Часто критическое давление  $p_{кав}$  близко к давлению насыщенных паров жидкости  $p_{н.п.}$  при данной температуре и возникновение кавитации можно рассматривать как вскипание жидкости, обусловленное повышением температуры или понижением давления. Этот процесс сопровождается образованием пузырьков пара (или паровоздушных, парогазовых пузырьков).

На рис. 1 приведена схема образования кавитации.

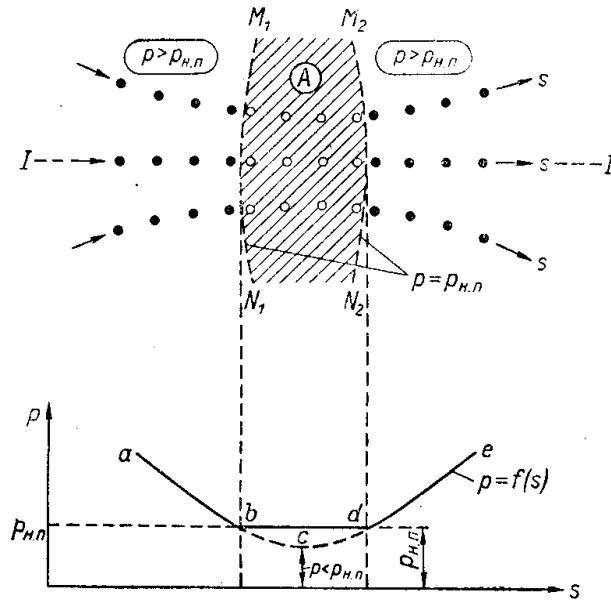


Рис. 1. Схема образования кавитации [3]

Давление потока  $p = f(s)$  жидкости вдоль линии  $I-I$  изменяется по кривой  $abcde$ . В заштрихованной зоне  $A$  потока давление  $p < p_{н.п.}$ . Линии  $M_1N_1$  и  $M_2N_2$  являются границами этой зоны. Во всех точках этих границ  $p = p_{н.п.}$ . При пересечении потоком границы  $M_1N_1$  возникнут пузыри пара, в самой зоне  $A$  будет иметь место двухфазная система, а в районе границы  $M_2N_2$  пузырьки попадая в область  $p > p_{н.п.}$  захлопываются и дальше поток жидкости становится однофазной средой, такой же, как и перед границей  $M_1N_1$ .

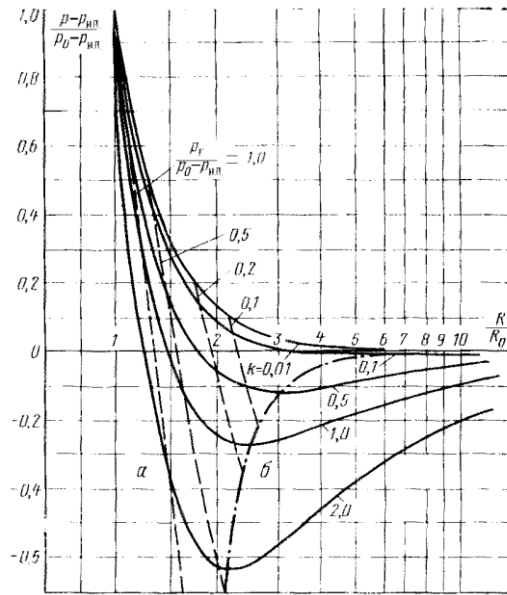
Следует отметить, что появление в жидкости пузырьков пара (разрывов) в районе зоны  $A$  препятствует снижению давления в этой зоне до величины меньшей  $p_{н.п.}$ . Следует считать, что практически давление  $p_{жс}$  в жидкости, не может быть меньше величины  $p_{н.п.}$  [4]. Вследствие появления пузырьков пара вместо кривой  $abcde$  получаем кривую  $abde$ , показанную на рис. 1 сплошной линией ( $bd$  – горизонтальный участок).

### Газовая и паровая кавитация [1]

Термином паровая кавитация принято обозначать кавитационные процессы, связанные с резким ростом и схлопыванием каверны вследствие потери устойчивости равновесия зародышевого пузырька.

Газовой кавитацией называют медленный рост пузырьков, сопровождающийся диффузией газа из жидкости.

Ложной кавитацией, или псевдокавитацией, называют равновесное изменение размеров пузырька без существенного влияния диффузии газа на каверну.



--- - граница устойчивости; - · - · - граница наступления газовой кавитации  
 Рис. 2. Статическое изменение радиуса газового пузырька с изменением давления [1]

На рис. 2 показана область паровой, газовой и ложной кавитации для различных соотношений параметров:

$$k = \frac{2\sigma/R_0}{p_0 - p_{н.п.}} \text{ и } \frac{p_2}{p_0 - p_{н.п.}}. \quad (9)$$

Здесь  $R_0$  - исходный радиус пузырька;  $p_0$  - исходное внешнее давление;  $p_2$  - давление газа, насыщенной жидкости;  $\sigma$  - поверхностное натяжение жидкости;  $p_{н.п.}$  - давление насыщенных паров жидкости.

В области (а), зародышевые пузырьки при падении давления претерпевают устойчивые изменения размеров: сначала ложная затем газовая кавитация. Паровая кавитация возникает лишь при переходе пузырька за границу устойчивости в область (б).

Давление, при котором возникает газовая кавитация, определится как:

$$p_{кав.г} = p_{н.п.} + p_2 - \frac{2\sigma}{R_0} \sqrt{\frac{p_2}{p_0 - p_{н.п.} + 2\sigma/R_0}} \quad (10)$$

Давление, при котором возникает паровая кавитация, определится как:

$$p_{кав.п} = p_{н.п.} - \frac{2\sigma}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2\sigma/R_0}{p_0 - p_{н.п.} + 2\sigma/R_0}} \quad (11)$$

Сопоставление этих выражений показывает, что давление паровой кавитации  $p_{кав.п}$  всегда ниже давления насыщенных паров жидкости  $p_{н.п.}$ , в то время как давление газовой кавитации  $p_{кав.г}$  превышает  $p_{н.п.}$  тем больше, чем выше давление насыщающего жидкость газа  $p_2$  и больше размеры зародышевых пузырьков.

### Кавитирующие устройства

Кавитирующими устройствами можно считать распыляющие форсунки или насадки. На Рис. 3 приведены конструктивные характеристики насадков [5], по данным [1].

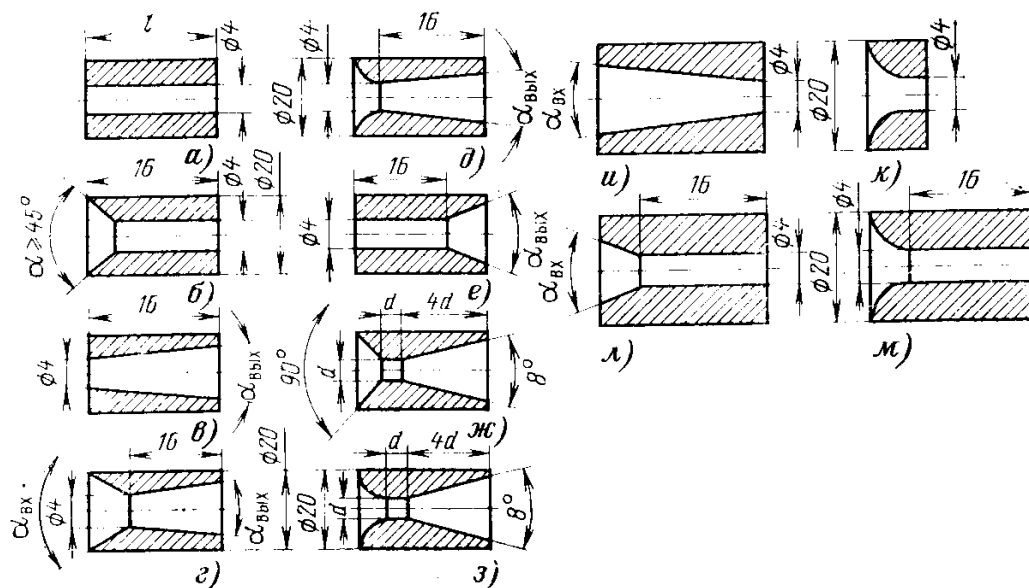


Рис. 3. Конструктивные характеристики насадков:

- а – цилиндрический; б – цилиндрический с коническим входом; в – конический расходящийся; г – конический сходящийся – расходящийся; д – коноидально-конический; е – цилиндрический с коническим выходом; ж – конический сходящийся – расходящийся с промежуточной цилиндрической частью; з – коноидально конический с промежуточной цилиндрической частью; и – конический сходящийся;
- к – цилиндрический с коническим входом; л – коноидально - сходящийся насадок;
- м – коноидально – цилиндрический

Основными составляющими элементами насадков является конфузор (а) и диффузор (б) Рис. 4.

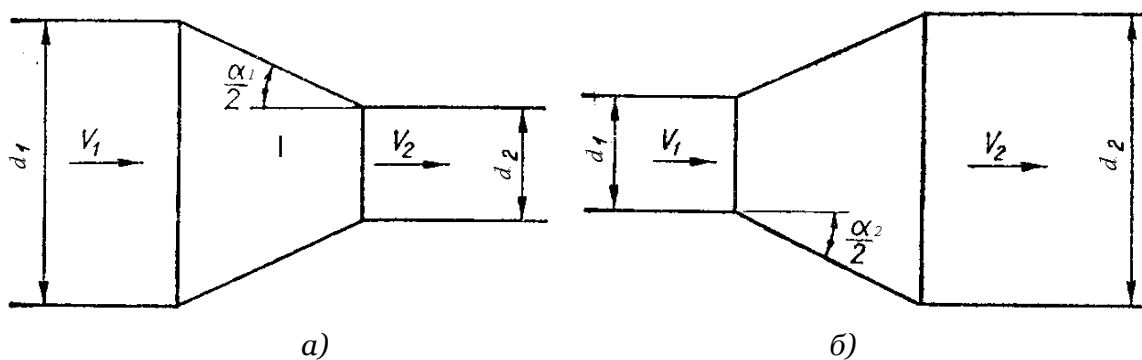


Рис. 4. Кофузор (а), диффузор (б)

При движении потока по конфузору происходит падение давления и увеличение скорости, в связи с этим возникают условия выделения парогазовой фазы из жидкости и образование кавитационного течения.

### Математическая модель

Математическому моделированию процесса гидродинамической кавитации в каналах при течении капельных жидкостей посвящено достаточно много работ. Так, из последних исследований можно выделить работы [6-8]. Проведенные исследования предполагают применение современных CAD – систем и решение дифференциальных систем уравнений.

В данной работе предлагается математическая модель, построенная на основе инженерного подхода. Реализация численного алгоритма позволит без затрат на построение

сложных моделей течения получить качественные и количественные результаты изменения гидродинамических параметров потока жидкости по каналу кавитирующего устройства.

Исходными данными для расчета по предлагаемой математической модели являются геометрические размеры формы участков проходного канала насадка и теплофизические свойства воды.

По исходным заданным геометрическим значениям (длина  $x$ , диаметр  $d$ , углы входа

$\alpha_1$  и выхода  $\alpha_2$ ) рассчитывается площади проходного сечения  $f$ :  $f_i = \frac{\pi d_i^2}{4}, м^2$ . Значение

массового расхода через насадок определится по известному соотношению  $G = \mu f_{мин} \sqrt{2\rho_{ж}(p_{вх} - p_{вых})}, кг/с$ . Из уравнения неразрывности определяется скорость в

проходном сечении выделенного участка:  $w_i = \frac{G}{\rho_{ж} f_i}, м/с$ .

Потери на трение при движении по выделенным участкам можно рассчитать, используя известные соотношения по определению гидравлического коэффициента трения  $\lambda$  и коэффициента гидравлического сопротивления  $\xi$ . Если взять за основу формулу Блазиуса для гидравлически гладких цилиндрических участков труб по определению гидравлического коэффициента  $\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}}$ , то можно прописать выражения по определению коэффициента гидравлического сопротивления всех рассматриваемых участков насадка.

Для входного конфузора (см. рис.4 (а)):  $\xi_k = \xi_{к.вх} \left(1 - d_2^2/d_1^2\right) + \xi_{к.тр}$ , здесь  $\xi_{к.вх}$  - коэффициент конического входа;  $\xi_{к.тр}$  - коэффициент сопротивления трению, определяемый по формуле:  $\xi_{к.тр} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha_1}{2}} \left[1 - \left(d_2^4/d_1^4\right)\right]$ . Для выходного диффузора (см.

рис.4 (б)):  $\xi_{\partial} = \kappa_{см} \left(d_2^2/d_1^2 - 1\right) + \xi_{\partial.тр}$ , здесь  $\kappa_{см}$  - коэффициент смятия при постепенном расширении;  $\xi_{\partial.тр}$  - коэффициент сопротивления трению, определяемый по

формуле:  $\xi_{к.тр} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha_2}{2}} \left[\left(d_2^4/d_1^4\right) - 1\right]$ . Для цилиндрического участка:  $\xi_{ц} = \lambda \frac{x_i}{d_i}$ . Потери

давления на преодоления гидравлических сопротивлений для выделенных участков

определится:  $p_{i,тр} = \xi_i \frac{\rho_{ж} w_i^2}{2}, Па$

На каждом выделенном участке, последовательно производится расчет по следующему алгоритму:

1. Определяется давление в сопряженном проходном сечении между участками

(выхода):  $p_i = p_{i-1} + \left(\frac{\rho w_i^2}{2} - \frac{\rho w_{i-1}^2}{2}\right) - p_{i,тр}, Па$ .

2. Определяется коэффициент растворимости газа в жидкости (число объемов газа, приведенное к  $t = 20^\circ C$  и нормальному давлению, равному  $p_a = 10^5, Па$ , поглощаемых

единицей объема жидкости при парциальном давлении  $10^5, Па$ ):  $\alpha_i = \delta_0 \frac{p_i}{1 - \frac{p_i}{273}}$ , здесь  $p_i$  -

текущее давление;  $\delta_0$  - удельный объем, который в нерастворенном состоянии имела бы масса газа  $m_0$  при давлении  $p_0$  и температуре  $t_0$ . Для воды  $\delta_0 = 0.025$  [1].

3. Разница между значением коэффициентов растворимости газа в жидкости на предыдущем и последующем участках  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$  позволяет определить объем газа десорбированного в пузырьки:  $V_{g.i} = \Delta\alpha \cdot V_i \cdot \frac{p_i}{p_{i-1}}, м^3$ .

4. Из уравнения состояния определяется плотность газа (воздуха) при данном давлении:  $\rho_{g.i} = \frac{p_i}{RT}, кг/м^3$ .

5. Эквивалентный радиус пузырька для дисперсного турбулентного потока с учетом нормально-логарифмического закона распределения определяется по выражению [9]:

$$R_{cp} = \sqrt{R_{max} R_{min}}, м \quad \text{здесь} \quad R_{min} = 2^{1/3} R_{отр}, м \quad - \quad \text{минимальный радиус пузырька};$$

$$R_{max} = 0,53 \frac{\sigma^{0,6} d_i^{0,4}}{w_i^{1,2} \rho_{g,i}^{0,2} \rho_{ж}^{0,4} \lambda_{m,i}^{0,6}}, м \quad - \quad \text{максимальный радиус пузырька}; \quad R_{отр} = \frac{16 \cdot k_f \cdot \sigma}{\lambda_{m,i} \rho_{ж} w_i^2} - \text{отрывной}$$

радиус пузырька;  $k_f = 0.03$  - коэффициент режимных параметров;  $\lambda_{m,i} = \frac{0.017 We}{Re^{0.5}}$  - приведенный гидравлический коэффициент трения [10];  $We, Re$  - числа Вебера и Рейнольдса.

6. Определяется объем единичного пузырька:  $V_1 = \frac{4}{3} \pi R_{cp}^3, м^3$ .

7. Рассчитывается количество пузырьков на рассматриваемом участке насадка:  $n_i = \frac{V_{g.i}}{V_1}$ .

8. Объемная концентрация газа в жидкости:  $n_v = \frac{V_{g.i}}{V_i}$ .

Ниже приведены результаты тестовых примеров движения жидкости по каналу кавитирующего устройства.



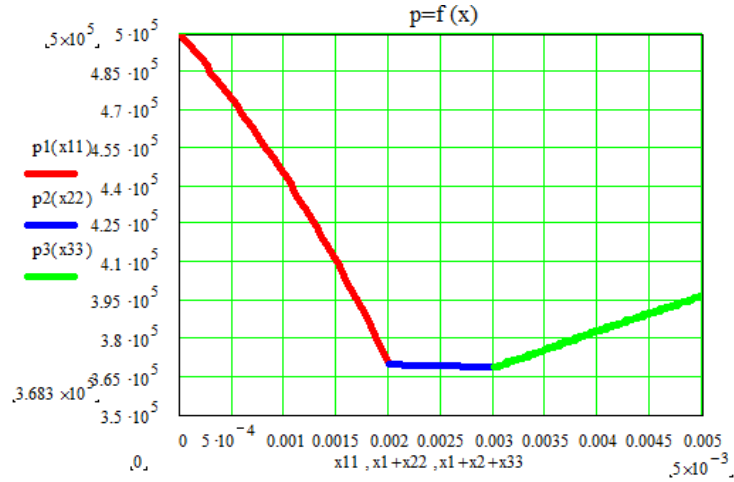


Рис. 5. Давление на участках устройства  $p_1(x_{11})$  - конфузор,  $p_2(x_{22})$  – цилиндрическая часть,  $p_3(x_{33})$ -диффузор

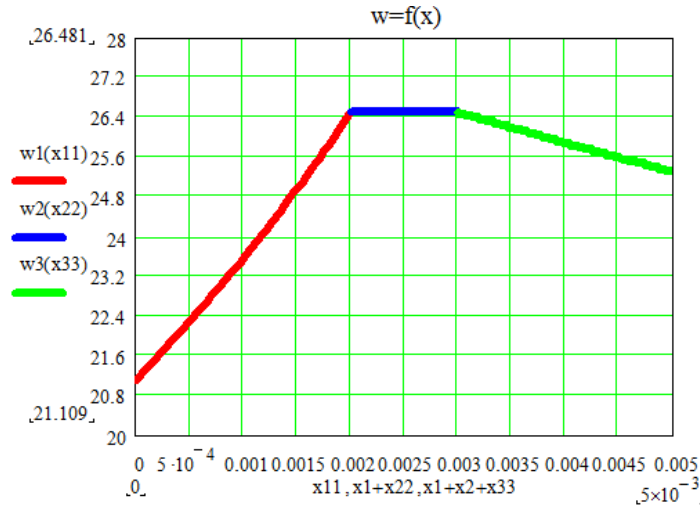


Рис. 6. Скорость потока на участках устройства  $w_1(x_{11})$  - конфузор,  $w_2(x_{22})$  – цилиндрическая часть,  $w_3(x_{33})$ -диффузор

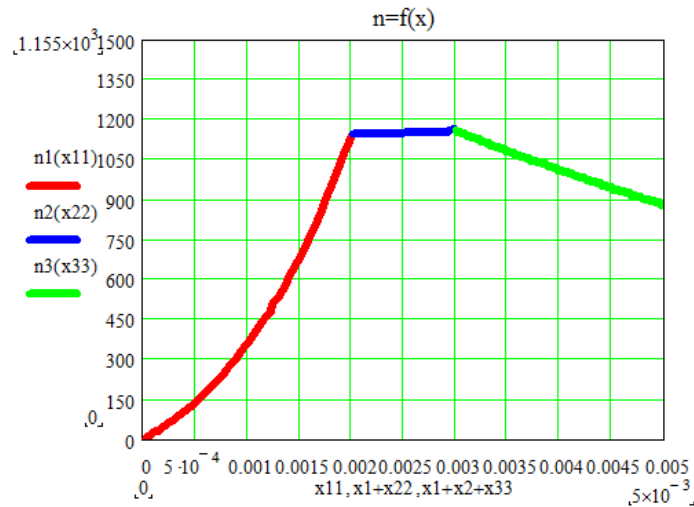


Рис. 7. Количество пузырьков на участках устройства  $n_1(x_{11})$  - конфузор,  $n_2(x_{22})$  – цилиндрическая часть,  $n_3(x_{33})$ -диффузор

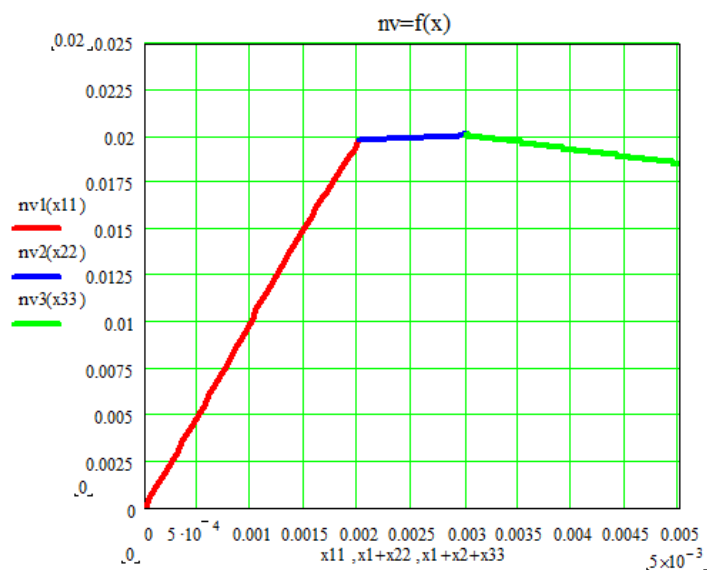


Рис. 8. Объемная концентрация пузырьков на участках устройства  $nv_1(x_{11})$  - конфузор,  $nv_2(x_{22})$  – цилиндрическая часть,  $nv_3(x_{33})$ -диффузор

### Заклучение

Полученные значения параметров движущейся жидкости по предлагаемой модели качественно соответствуют характеру процессов течения в кавитирующих устройствах. В первом приближении их можно считать одними из значений в области допустимых для рассматриваемых типов процессов.

### Примечания:

1. Арзуманов Э.С. Кавитация в местных гидравлических сопротивлениях. М.: Энергия, 1978. 304 с.
2. Эпштейн Л.А. Возникновение и развитие кавитации. – В кн.: Труды ЦАГИ, № 655, 1948. С. 41-118.
3. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976. 293 с.
4. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Л: Энергия, 1970. 552 с.
5. Сиов Б.Н. Истечение жидкости через насадки в среды с противодавлением. М.: Машиностроение, 1968. 140 с.
6. Кулагин В.А., Пьяных Т.А. Исследование кавитационных течений средствами математического моделирования //Журнал сибирского федерального университета. Серия «Техника и технология». 2012. № 1. Т. 5. С. 57–62.
7. Ахметов Ю.М. и др. Исследование гидродинамических и термодинамических процессов высоконапорного многофазного вихревого течения жидкости // Вестник УГАТУ. Т.16. № 2(47). С. 163-168.
8. Руденко М.Г. Кавитация и фазовые превращения в условиях термодинамической неравновесности жидкости. Дисс. ... д-ра техн. наук, спец. 01.04.14. Улан-Удэ, 2012. 333 с.
9. Венгерский Э.В. и др. Гидродинамика двухфазных потоков в системах энергетических установок. М.: Машиностроение, 1982. 128 с.
10. Митюков Н.В., Семакин Ю.А. Имитационная модель кавитирующего потока в канале // Юбилейный сборник научных трудов машиностроительного факультета «Высшая школа оружейников – городу оружейной славы». Ижевск, Изд-во ИжГТУ, 1998. С. 93–98.

### References:

1. Arzumanov E.S. Kavitatsiya v mestnykh gidravlicheskih soprotivleniyakh. M.: Energiya, 1978. 304 s.

2. Epshtein L.A. Vozniknovenie i razvitie kavitatsii. – V kn.: Trudy TsAGI, № 655, 1948. S. 41-118.
3. Kutateladze S.S., Styrikovich M.A. Gidrodinamika gazozhidkostnykh sistem. M.: Energiya, 1976. 293 s.
4. Chugaev R.R. Gidravlika. L: Energiya, 1970. 552 s.
5. Siov B.N. Istechenie zhidkosti cherez nasadki v srede s protivodavleniem. M.: Mashinostroenie, 1968. 140 s.
6. Kulagin V.A., P'yanykh T.A. Issledovanie kavitatsionnykh techenii sredstvami matematicheskogo modelirovaniya //Zhurnal sibirskogo federal'nogo universiteta. Seriya «Tekhnika i tekhnologiya». 2012. № 1. T. 5. S. 57–62.
7. Akhmetov Yu.M. i dr. Issledovanie gidrodinamicheskikh i termodinamicheskikh protsessov vysokonapornogo mnogofaznogo vikhrevogo techeniya zhidkosti // Vestnik UGATU. T.16. № 2(47). S. 163-168.
8. Rudenko M.G. Kavitatsiya i fazovye prevrashcheniya v usloviyakh termodinamicheskoi neravnovesnosti zhidkosti. Diss. ... d-ra tekhn. nauk, spets. 01.04.14. Ulan-Ude, 2012. 333 s.
9. Vengerskii E.V. i dr. Gidrodinamika dvukhfaznykh potokov v sistemakh energeticheskikh ustanovok. M.: Mashinostroenie, 1982. 128 s.
10. Mityukov N.V., Semakin Yu.A. Imitatsionnaya model' kavitiruyushchego potoka v kanale // Yubileinyi sbornik nauchnykh trudov mashinostroitel'nogo fakul'teta «Vysshaya shkola oruzheinikov – gorodu oruzheinoi slavy». Izhevsk, Izd-vo IzhGTU, 1998. S. 93–98.

УДК 532.528.2

### **Определение параметров жидкости при движении в кавитирующих устройствах**

<sup>1</sup>Сергей Сергеевич Макаров

<sup>2</sup>Елена Валерьевна Макарова

<sup>1</sup> Институт механики Уральского отделения РАН, Российская Федерация

<sup>2</sup> Ижевский государственный технический университет  
имени М.Т. Калашникова, Российская Федерация

**Аннотация.** В работе приведена математическая модель и численных алгоритм расчета гидродинамических параметров жидкости при движении в кавитационных устройствах. Приведены качественные и количественные результаты численных расчетов тестовых примеров движения жидкости по каналу кавитирующего устройства.

**Ключевые слова:** кавитация; квитирующие устройства; математическая модель; численный алгоритм; гидродинамические параметры.