

Ймовірнісне прогнозування гідрохімічних рівноважних станів у річках Саксагань та Інгулець

Проведено аналіз термодинамічної рівноваги поверхневих вод. Складено ймовірнісний прогноз хімічного складу річок Саксагань та Інгулець у визначених пунктах спостережень в умовах стаціонарності гідрохімічних процесів.

Ключові слова: поверхневі води, рівноважні системи, марківські ланцюги.

Проведен анализ термодинамического равновесия поверхностных вод. Сложен вероятностный прогноз химического состава рек Саксагань и Ингулец в определенных пунктах наблюдений в условиях стационарности гидрохимических процессов.

Ключевые слова: поверхностные воды, равновесные системы, марковские звенья.

The analysis of thermodynamic equilibrium of surface waters. Complex probabilistic forecast of the chemical composition of the river Saksagan and Ingulec in certain observation points in the conditions of the invariance of the hydrochemical processes.

Key words: surface water, the equilibrium of the system, markov chains.

© Н. П. Шерстюк, Л. О. Носова., В. Н. Белік. 2012

Постановка проблеми. Для більшості природних вод термодинамічна рівновага не характерна [1; 2]. Найбільш нерівноважні води рік і озер тайги, тундри, вологих тропіків, які містять сильний відновник-розчинену органічну речовину й сильний окислювач-вільний кисень. Відповідно до законів термодинаміки у водах протікають процеси, спрямовані на досягнення рівноваги, й органічні речовини окисляються вільним киснем. Однак рівновага ніколи не досягається, тому що нові порції цих активних сполук надходять із навколишніх боліт і атмосфери. Причина нерівноважності вод, таким чином, полягає у постійному притоці енергії, носіями якої служать геохімічні акумулятори-вільний кисень, вуглець і водень органічних речовин.

Усі води, що містять живу речовину (водорості, бактерії, тварини), нерівноважні. Тільки в окремих випадках і для деяких компонентів тут можлива термодинамічна рівновага.

До рівноважних систем (або систем, що намагаються досягти рівноваги) застосовується добре розроблений апарат рівноважної термодинаміки, що дозволяє розраховувати умови осадження мінералів, будувати так звані Eh - рН-діаграми, вирішувати інші завдання. Однак

термодинамічна рівновага має місце тільки в деяких порових розчинах, у солоних озерах та інших гідрохімічних об'єктах, в яких мало живої речовини. Усе це обмежує застосування рівноважної термодинаміки до вивчення водної міграції. Вихід з утруднення був запропонований

Д. С. Коржинським [3], який увів поняття про «локальну», «мозаїчну» рівновагу, коли система в цілому нерівноважна і в ній протікають стаціонарні процеси, пов'язані зі зміною температури, тиску, концентрації речовин. Однак, у кожній конкретній точці ці параметри мають постійне значення, що й визначає можливість на окремих ділянках локальної рівноваги. За Д. С. Коржинським вона виникає при більш повільній зміні параметрів, чим устанавлюється рівновага.

Нерівноважність характерна й для механічних процесів, про що свідчать постійно поточні ріки, вітри, що несуть пісок і пил, багато інших явищ. Тому термін, що використовується в працях по географії – «рівновага у ландшафті» у переважній більшості випадків позначає інше явище – стаціонарність ландшафту.

Хоча поверхневі води, внаслідок розкладання органічної речовини, збагачені вільною енергією і є нерівноважною системою, вони можуть бути стійкими протягом тривалого геологічного часу. Однак це пояснюється не термодинамічною рівновагою, а стаціонарністю процесів. Поверхневі води – це стаціонарна система, стійкість якої пов'язана з тим, що вона безупинно одержує вільну енергію із середовища в кількості, що компенсує її зниження у системі [2].

Характерною рисою великих багатокомпонентних систем, до числа яких належать поверхневі води, є значне число випадкових факторів, що впливають на їх розвиток. У зв'язку із цим багато процесів у поверхневих водах носять ймовірнісний характер, що визначає значну роль теорії ймовірності в їхньому дослідженні [4; 5].

Аналіз основних досліджень та публікацій. Одним з найважливіших факторів, що повинен урахуватися при вивченні, аналізі та прогнозуванні гідрохімічних процесів, є фактор випадковості. Слід зазначити при цьому, що фактор «невизначеності» не адекватний факторові «випадковості», тому що при врахуванні «випадковості» необхідно, щоб масові випадкові явища мали властивість статистичної стійкості. Це означає, що випадкові явища, що враховуються, підкоряються певним статистичним закономірностям, вимоги яких не обов'язкові при врахуванні невизначеності [6].

Умова статистичної стійкості дозволяє використовувати у процесі аналізу встановлення динамічних гідрохімічних рівноваг ефективні математичні методи теорії випадкових процесів і, зокрема, одного з її розділів-теорії марківських процесів [7; 8].

Можливість застосування марківських ланцюгів при визначенні найбільш імовірних станів системи описана в монографії Іллі Пригожина «Порядок з хаосу» [9]. Автор визначає: «Результаты Больцмана означают, что необратимое термодинамическое изменение является изменением в

сторону наиболее вероятных состояний и, что состояние-аттрактор есть макроскопическое состояние, которое отвечает максимуму вероятности.

Как только наиболее возможное состояние достигнуто, система отклоняется от него лишь на небольшие расстояния и на короткие промежутки времени. Иначе говоря, система лишь *флуктуирует* возле состояния-аттрактора. Результаты, полученные Больцманом, полностью аналогичные результатам теории цепей Маркова.»

Мета досліджень. Скласти ймовірнісний прогноз хімічного складу річок Саксагань та Інгулець за визначеними пунктами спостережень в умовах стаціонарності гідрохімічних процесів.

Викладення основного матеріалу. Марківським процесом називається стохастичний процес, в якому даний стан залежить від минулого тільки протягом кінцевого числа поколінь. У марківському процесі першого порядку частина минулого, що впливає на сьогодні, обмежена одним попереднім поколінням: сьогодні повністю визначається безпосередньо минулим, що йому передує [10].

Нехай є деяка фізична система S , стан якої змінюється з плином часу (під системою S може розумітися що завгодно: технічний пристрій, ремонтна майстерня, обчислювальна машина, вміст компонента в воді і т. д.). Якщо стан S змінюється за часом випадковим чином, говорять, що у системі S протікає випадковий процес.

Випадковий процес називається марківським (або «процесом без наслідків»), якщо для кожного моменту часу t_0 ймовірність будь-якого стану системи в майбутньому (при $t > t_0$) залежить тільки від її стану в теперішньому (при $t = t_0$) і не залежить від того коли і яким чином система прийшла до цього стану (тобто як розвивався процес у минулому).

Марковські випадкові процеси відносяться до окремих випадків випадкових процесів (ВП). У свою чергу, випадкові процеси засновані на понятті випадкової функції (ВФ).

Випадковою функцією називається функція, значення якої при будь-якому значенні аргументу є випадковою величиною (ВВ). По іншому, ВФ можна назвати функцію, яка при кожному випробуванні приймає який-небудь заздалегідь невідомий вид [11].

Як правило, вважають, що, якщо аргументом ВФ є час, то такий процес називають випадковим.

Якщо позначити стан системи S_i і зобразити залежність $S_i(t)$, то така залежність і буде випадковою функцією.

ВП класифікуються за видами станів S_i і аргументу t . При цьому ВП можуть бути з дискретними або безперервними станами або часом. стан S_i і аргументу t . При цьому ВП можуть бути з дискретними або безперервними станами або часом.

Існує ще одна важлива властивість ВП. Ця властивість описує ймовірнісний зв'язок між станами ВП. Так, наприклад, якщо у ВП ймовірність переходу системи до кожного кожного ступного стану залежить тільки від попереднього стану, то такий процес називається процесом без післядії.

Залежність $P_{i/i+1} = f(S_i)$ називають перехідною ймовірністю і саме процес без післядій має марківську властивість.

Випадковий процес із дискретними станами й часом називається випадковою послідовністю. Якщо випадкова послідовність має марківську властивість, то вона називається ланцюгом Маркова. Якщо у випадковому процесі стани дискретні, час безупинний й властивість післядії зберігається, то такий випадковий процес називається марківським процесом з безперервним часом.

Марківський ВП називається однорідним, якщо перехідні ймовірності $P_{i/i+1}$ залишаються постійними в ході процесу.

Ланцюг Маркова вважається заданим, якщо задані дві умови:

1. Є сукупність перехідних ймовірностей у вигляді матриці:

$$P_{[n]} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

2. Вектор початкових ймовірностей

$$P^{(0)}_{<n>} = \langle P_{01}, P_{02}, \dots, P_{0n} \rangle, \quad (2)$$

який описує початковий стан системи.

Матриця (1) називається перехідною матрицею (матрицею переходу). Елементами матриці є ймовірності переходу з і-го в j-ий стан за один крок процесу. Матриця, що має властивість (2), називається стохастичною.

Крім матричної форми модель марківського ланцюга може бути представлена у вигляді орієнтованого зваженого графа (рис. 1.).

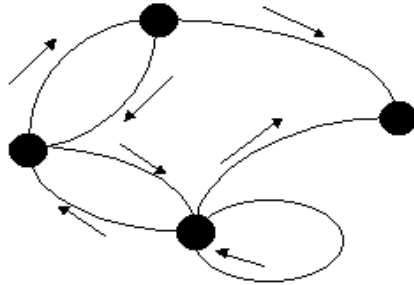


Рис. 1. Орієнтований зважений граф

Вершини графа позначають стан S_i , а дуги-перехідні ймовірності.

Безліч станів системи марківського ланцюга певним чином класифікуються з урахуванням подальшого поведіння системи. Серед усіх можливих станів, по водних об'єктах, що досліджувалися у Кривбасі, виявлені: ергодична безліч, коли можливі будь-які переходи усередині безлічі, але виключені переходи з безлічі й до неї, та поглинаюча безліч, при влученні системи в цю безліч процес закінчується. Поглинаючу безліч для гідрохімічних станів можна трактувати, як якість максимальне значення вмісту певного компонента у воді, після якого не спостерігається якість менше значення вмісту цього ж компонента.

Попередніми дослідженнями доведено [12], що у Кривбасі внаслідок сукупної дії природних та техногенних чинників у воді водних об'єктів

одночасно відбуваються різноманітні гідрохімічні процеси, які надають взаємного впливу. Встановлено, що за час спостережень переважними в гідрохімічних об'єктах були різні процеси, що відбувалися внаслідок різноманітного техногенного навантаження, змін водообміну та з інших причин. Тому, на наш погляд, для прогнозування майбутніх станів гідрохімічних об'єктів, важливим є саме їх теперішній стан, що дає можливість для вирішення прогнозовної задачі використання марківських ланцюгів.

Для дослідження нами були обрані гідрохімічні ряди спостережень по річках Саксагань (3 точки) та Інгулець (7 точок), оскільки річки є динамічними системами, що найбільш відповідає вимогам до марківських ланцюгів.

Наприклад, розглянемо імовірнісне прогнозування мінералізації у воді р.Інгулець (пункт спостережень 5, ІнГЗКа). Мінералізація змінюється від $2,3 \text{ г/дм}^3$ (у 1990 р.) до $3,1 \text{ г/дм}^3$ (у 2010 р.), зміни мінералізації за часом представлені на рисунку 2.

Важливою задачею є обрання розбиття ряду спостережень (мінералізації) на діапазони. Діапазони повинні бути рівними і такими, щоб у кожному з них знаходилося хоча б одне значення. У даному прикладі обраний діапазон 700 мг/дм^3 і ряд розбитий на 5 станів.

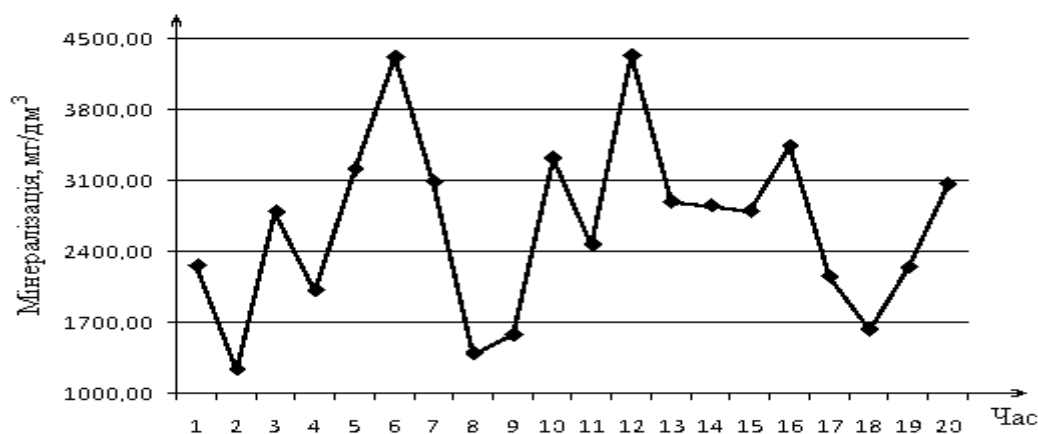


Рис. 2. Графік зміни за часом мінералізації води у р. Інгулець, пункт спостережень 5, ІнГЗКа

Відповідно до цих діапазонів була розрахована матриця перехідних ймовірностей

$$\Pi_{[n]} = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.150 & 0.000 & 0.090 & 0.000 \\ 0.195 & 0.000 & 0.455 & 0.090 & 0.000 \\ 0.090 & 0.150 & 0.000 & 0.090 & 0.070 \\ 0.000 & 0.150 & 0.210 & 0.000 & 0.060 \\ 0.000 & 0.000 & 0.455 & 0.000 & 0.000 \end{pmatrix},$$

та заданий вектор початкових ймовірностей

$$P^{(0)}_{\langle n \rangle} = \langle 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0 \rangle.$$

Для проведення розрахунків використано програмне середовище, описане в [13].

У результаті розрахунків отримано аналітичну функцію ймовірностей та їх розподіл по виділених діапазонах, крім того програма визначає час, коли дана система дійде стаціонарного стану.

За таким принципом проведені розрахунки по усім головним іонам та мінералізації по обраним точкам (таблиця).

Таблиця 1

**Результати ймовірного прогнозування хімічного складу води річок
Саксагань та Інгулець, мг/дм³ (пункти спостережень показані на
картосхемі)**

Показники	Ca ²⁺	Mg ²⁺	K ⁺ +Na ⁺	Cl ⁻	SO ₄ ²⁻	HCO ₃ ⁻	Міне- раліза- ція	Тип води	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
р.Інгулець, пункт спостереження 1, ЦГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)	60,1	41,30	32,00	84,50	171,00	219,60	714,10	S _{II} ^{Na}	
Максимальне (за час спостережень)	130,3	87,32	231,00	213,00	516,00	372,10	1625,0	S _{II} ^{Na}	
Прогноз	Ймовірне	95,33	63,27	110,30	134,06	375,56	312,5	1132,6	S _{II} ^{Mg}
	Похибка, %	23,6	5,3	13,2	4,4	17,6	9,9	6,9	
	Час стабілізації, роки	9,1	11,5	21,9	8,8	1,5	9,1	16,9	
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)	100,2	60,8	48,3	127,6	216,0	244,0	796,9	S _{II} ^{Mg}	
р.Інгулець, пункт спостереження 2, ЦГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)	47,60	36,50	91,30	106,50	131,60	136,60	740,00	S _{II} ^{Na}	
Максимальне (за час спостережень)	137,50	136,80	373,10	450,70	638,50	358,20	1832,5	S _{II} ^{Na}	
Прогноз	Ймовірне	102,07	76,94	179,48	244,30	454,50	273,33	1184,6	S _{II} ^{Na}
	Похибка, %	0	9,8	40,1	13,1	18,7	53,6	8,9	
	Час стабілізації, роки	0*	6,1	2,4	8,8	11,6	2,6	14,0	
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)	120,2	115,4	69,0	127,6	513,6	256,2	1202,0	S _{II} ^{Mg}	
р.Інгулець, пункт спостереження 3, ПівденГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)	110,79	65,70	241,50	270,12	390,80	163,52	1580,4	Cl _{II} ^{Na}	
Максимальне (за час спостережень)	214,70	170,20	609,20	1253,20	797,29	292,90	2909,7	Cl _{IIIa} ^{Na}	
Прогноз	Ймовірне	156,63	114,17	556,11	903,14	665,30	222,71	2416,1	Cl _{II} ^{Na}
	Похибка, %	3,5	7,8	24,7	24,3	27,0	10,9	13,4	
	Час	4,3	6,4	8,6	8,4	9,0	7,8	7,8	

	стабілізації, роки								
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)		210,4	133,7	372,6	514,0	764,0	317,2	2411,9	Cl ^{Na} _{II}
р.Інгулець, пункт спостереження 4, ПівденГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)		108,60	73,00	193,20	251,10	386,70	207,45	1328,7	S ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		260,50	267,50	751,40	1270,10	905,70	378,20	3284,8	Cl ^{Na} _{IIIa}
Прогноз	Ймовірне	217,33	159,80	434,49	850,41	743,10	281,27	2368,4	Cl ^{Na} _{IIIa}
	Похибка, %	44,6	154,0	15,2	60,0	13,4	6,6	15,2	
	Час стабілізації, роки	0*	0	не входить	14,1	9,0	2,6	не входить	
р.Інгулець, пункт спостереження 5, ІнГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)		100,2	79,0	88,3	213,0	424,3	158,6	1395,2	Cl ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		220,4	166,3	1161,2	1988,0	1858,3	298,9	4341,4	Cl ^{Na} _{IIIa}
Прогноз	Ймовірне	160,1	122,5	572,8	804,6	709,9	234,4	2598,8	Cl ^{Na} _{II}
	Похибка, %	6,72	5,48	5,6	12,59	36,8	11,28	4,63	
	Час стабілізації, роки	6,6	19,8	2,7	3,1	3,2	9,4	4,7	
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)		260,2	206,6	565,8	1137,9	868,8	268,4	3308,0	Cl ^{Na} _{IIIa}
р.Інгулець, пункт спостереження 6, ІнГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)		85,20	57,80	94,90	248,50	390,90	134,20	1199,9	Cl ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		210,40	200,60	1080,80	1977,00	831,03	280,60	4683,7	Cl ^{Na} _{IIIa}
Прогноз	Ймовірне	129,67	121,67	491,81	1095,18	575,58	216,00	2700,8	Cl ^{Na} _{IIIa}
	Похибка, %	9,5	5,7	4,8	8,0	22,9	11,0	6,4	
	Час стабілізації, роки	22,3	6,4	2,1	10,7	1,0	2,7	12,2	
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)		280,6	200,5	634,8	1290,4	868,8	219,6	3494,7	Cl ^{Na} _{IIIa}
р.Інгулець, пункт спостереження 7, ІнГЗКа									

Мінімальне (за час спостережень)		80,18	72,98	209,25	284,37	379,08	136,83	1221,1	Cl ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		210,43	316,18	1045,08	2272,89	758,35	464,52	4636,7	Cl ^{Na} _{IIIa}
Прогноз	Ймовірне	142,38	142,06	532,09	885,84	651,08	310,45	2665,6	Cl ^{Na} _{IIIa}
	Похибка, %	13,3	4,2	5,0	9,5	0	4,0	--	
	Час стабілізації, роки	28,4	6,2	6,5	4,5	0	не входить	4,3	
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)		240,5	200,5	627,9	1180,5	907,2	219,6	3376,2	Cl ^{Na} _{IIIa}
р.Саксагань, пункт спостереження 8, ПівнГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)		120,50	91,20	172,68	237,61	448,90	244,00	1552,3	S ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		220,40	166,88	423,20	461,50	1172,49	380,50	2667,1	S ^{Na} _{II}
Прогноз	Ймовірне	156,23	133,18	321,76	364,38	849,60	310,40	2175,5	S ^{Na} _{II}
	Похибка, %	12,7	8,7	13,1	7,0	4,9	4,9	0	
	Час стабілізації, роки	4,5	28,9	22,3	10,7	8,3	8,3	не входить	
Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)		240,7	151,9	397,9	492,8	1257,6	408,7	2812,6	S ^{Na} _{II}
р.Саксагань, пункт спостереження 9, ПівнГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)		100,20	60,80	236,90	210,00	407,00	237,90	1610,0	S ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		257,51	196,48	482,30	485,78	1362,56	417,34	3068,7	S ^{Na} _{II}
Прогноз	Ймовірне	257,51	183,16	363,87	373,2	1343,6	337,98	2892,1	S ^{Na} _{II}
	Похибка, %	12,6	10,1	--	9,0	21,3	8,6	15,2	
	Час стабілізації, роки	не входить	3,4	10,4	3,5	не входить	5,9	6,0	
р.Саксагань, пункт спостереження 10, ПівнГЗКа									
Мінімальне (за час спостережень)		80,16	76,00	122,30	102,27	411,50	152,70	1125,4	S ^{Na} _{II}
Максимальне (за час спостережень)		220,40	170,20	649,55	710,00	1030,56	407,58	2995,6	S ^{Na} _{II}
Ймовірне		157,93	118,75	421,57	371,89	1030,00	273,06	2995,6	S ^{Na} _{II}

	Похибка, %	7,0	8,4	10,9	---	0	6,8	0	
	Час стабілізації, роки	9,2	4,6	9,4	1,8	0	1,6	0	
	Фактичні спостереження (28.10.2011 р.)	170,3	115,4	239,2	365,1	857,6	268,4	2816,5	S_{II}^{Na}

Примітка. *-поглинаюча безліч.

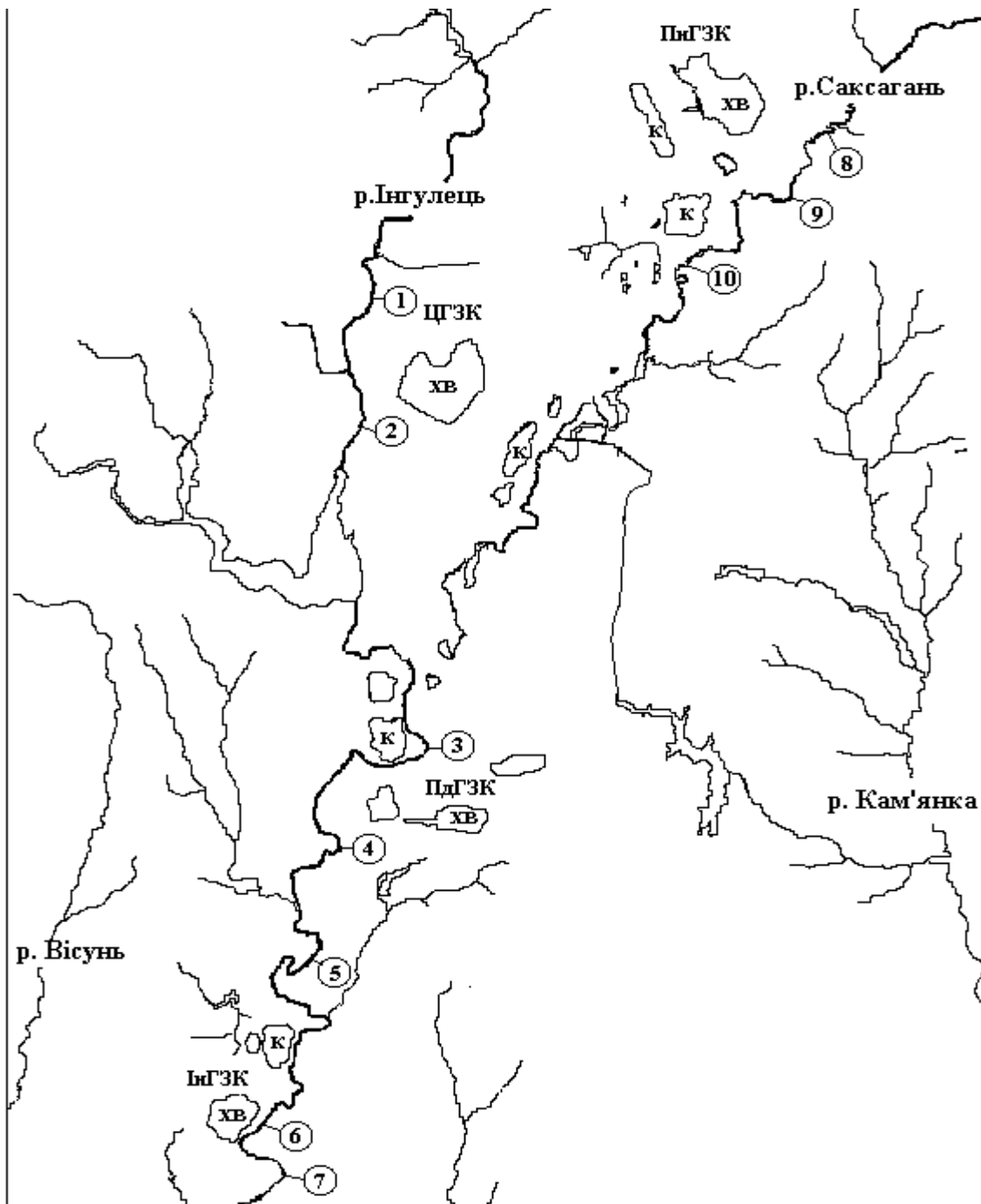


Рис. 3. Картосхема Криворізького залізорудного басейну.
Умовні позначення: ПнГЗК – Північний гірничо-збагачувальний комбінат; ЦГЗК – Центральний гірничо-збагачувальний комбінат; ПдГЗК – Південний гірничо-збагачувальний комбінат; ІнГЗК – Інгулецький гірничо-збагачувальний комбінат; 1 – 10 – номери пунктів гідрохімічних спостережень

По р.Інгулець за результатами ймовірнісного прогнозування на час стабілізації процесів сформувалися дві гідрохімічні ділянки: північна – з типом води S_{II}^{Na} та мінералізацією 1,1 – 1,2 г/дм³. Такий прогнозний стан води у річці є близьким до природного і не викликає занепокоєння. Проведені гідрохімічні спостереження також підтверджують, що гідрохімічний стаціонарний стан у більшості пунктів спостережень досягнутий і прогнозний хімічний склад води у р. Інгулець близький до фактичного.

На південній ділянці річки Інгулець чітко простежується зміна гідрохімічного типу води у часі від Cl_{II}^{Na} до Cl_{IIIa}^{Na} при мінералізації води 2,7 г/дм³. При цьому звертає на себе увагу те, що не за усіма головними іонами та мінералізацією досягається стабілізація; зрозуміло, що це зменшує точність прогнозу. Фактичні гідрохімічні спостереження на цій ділянці більші ніж прогнозні. Так, мінералізація у пункті спостережень 5 на території ІнГЗК становить 3,3 г/дм³ при прогнозному – 2,4 г/дм³, у пункті спостереження 6 – 3,5 г/дм³ при прогнозному – 2,7 г/дм³.

Такі відхилення свідчать про інтенсифікацію певних гідрохімічних процесів на цій ділянці, що може бути обумовлено постійним та прогнозованим збільшенням мінералізації води у водоймі хвостосховища ІнГЗК [12] внаслідок впровадження у технологію збагачення методу магніто-флотаційної доводки концентрату (МФДК).

По р.Саксагань спостерігається найбільша відповідність прогнозних та фактичних значень як вмісту окремих компонентів, так і за мінералізацією (до 3,0 г/дм³, тип води залишається постійним - S_{II}^{Na}).

Висновки:

1. Обґрунтована можливість застосування теорії марківських процесів для аналізу динамічних гідрохімічних рівноваг у воді водних об'єктів.
2. Розраховані матриці перехідних ймовірностей по мінералізації та за вмістом головних іонів по 10 точках (3 – по р.Саксагань та 7 – по р.Інгулець).
3. У результаті розрахунків отримано: аналітичну функцію ймовірностей, час, коли гідрохімічні процеси досягнуть стаціонарного стану, розподіл ймовірностей на час стаціонарності.
4. Визначено, що у стаціонарному стані гідроекологічні умови на р.Саксагань та південній ділянці р.Інгулець є потенційно небезпечними (мінералізація досягне 3,0 г/дм³), що зумовить зміну гідробіотичного складу у річках.
5. Гідроекологічні умови, що склалися зараз по р.Саксагань та на південній ділянці р.Інгулець потребують термінової розробки та впровадження комплексу природоохоронних заходів.

Бібліографічні посилання

1. **Драйвер Дж.** Геохимия природных вод / Дж. Драйвер // Пер. с англ. – М.; 1985. – 440 с.

2. **Перельман А. И.** Геохимия ландшафтов/ А. И. Перельман, Н.С. Касимов. – М.; 1999. – 612 с.
3. **Коржинский Д. С.** Теория метасоматической зональности / Д.С. Коржинский. – М.; 1982.– 423 с.
4. **Белолипецкий В. М.** Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды / В.М. Белолипецкий, Ю. И. Шокин, под ред. Г. А. Сапожникова. – Новосибирск; 1997. – 240 с.
5. **Пузаченко Ю. Г.** Математические методы в экологических и географических исследованиях: учеб. пособие для студ. ВУЗов / Ю.Г. Пузаченко. – М.; 2004. – С. 155–200.
6. **Бабак В. П.** Статистична обробка даних / В.П. Бабак, А. Я.Білецький, О. П. Приставка, П. О. Приставка. – К.; 2001. – 388 с.
7. **Берталанфи Л.** История и статус общей теории систем / Л. Берталанфи // Системные исследования. М.; 1973. – С.33–59.
8. **Емельяненко Т. Г.** Принятие решений в системах мониторинга /Т.Г. Емельяненко, А. В. Зберовский, А. Ф. Приставка, Б. Е. Собко. – Днепропетровск, 2005. – 224 с.
9. **Пригожин И.** Порядок из хаоса/ И. Пригожин, И. Стенгерс.- М.; 1986.- 426 с.
10. **Хант Дж .А.** Марковские процессы и потенциалы / Дж .А. Хант, пер. с англ.– М.; 1962. – 278 с.
11. **Девис Д. С.** Статистический анализ данных в геологии / Д. С. Девис // Пер. с англ. – М.; 1990. – 319 с.
12. **Шерстюк Н. П.** Гідрохімія водоймищ хвостосховищ Криворізького залізорудного басейну / Н. П. Шерстюк // Гідрологія, гідрохімія і гідро екологія. – №2 (23). – 2011. – С. 90 – 101.
13. **Байбуз О. Г.** Системи масового обслуговування/ О. Г. Байбуз, О. П. Приставка, П. О. Приставка: Навч. посібник. – Д.; 2001. – 84 с.

Надійшла до редколегії 29.02.12.