

погледи - мислења - дилеми

МОДЕЛИРАЊЕ, РЕШАВАЊЕ И ПРИМЕНА НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ПРОБЛЕМИ

Јасмина КАРИЌ

Универзитет во Белград
Дефектолошки факултет**Резиме**

Способноста на решавање на проблемите е срцето на математиката. Математиката е „полезна“ само во онаа мерка во која може да се примени во некои ситуации. Способност на математиката да се примени во различни ситуации е она што го нарекуваме „решавање на проблемот“.

(Кокрофт 1982)

Предавање Математика е една од најважните задачи во образованието и воспитувањето на децата со и без посебни потреби. Предавање и учење Математика се претходница во решавањето и примената на математичките проблеми. Математичкото учење треба да нагласи размена на идеи меѓу две или повеќе лица: учител и ученик, ученик и ученик, ученик и автор на учебникот (во отсуство) и употреба на заемни контролни механизми што овозможуваат проверка и демонстрација. Предавањето и учењето на Математиката претставува комплексен процес за кој учителите и учениците веруваат дека се единствено тесно поврзани. Секој ученик е поединец со својата единствена личност. Учениците стекнуваат знаења, умеења и ставови во различен момент, со различна брзина и на различен начин, главно, затоа што нивното ниво на готовност и начинот на реакции, се различни. Сите деца во одделението мора да ги користат своите различни искуства за создавање нови идеи.

Адреса за кореспонденција:

Јасмина Б. КАРИЌ
Универзитет во Белград
Дефектолошки факултет
Високог Стевана 2, 11000 Белград, СЦГ
jkaric@eunet.yu

views - opinions - dilemmas

MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, MODELING AND APPLICATION

Jasmina KARICJ

University of Belgrade
Faculty of Defectology**Abstract**

The ability to solve problems is at the hart of mathematics. Mathematics is only 'useful' to the extent to which it can be applied to a particular situation and it is the ability to apply mathematics to a variety of situations to which we give the name "problem solving".

(Cockcroft1982)

Teaching mathematics is one of the more important tasks of education and upbringing of children with and without special needs. Teaching and learning mathematics is the base for solving and applying mathematical problems.

Mathematics classroom should emphasize the exchange of ideas, between two or more persons [teacher and pupil, pupil and pupil, pupil and textbook author (in absentia)] and the use of mutual control mechanisms which can provide opportunities for verification and demonstration. Teaching and learning mathematics are complex processes which teachers and pupils assume to have a direct relationship, one to the other. Each pupil is an individual with his/her own unique personality. Pupils acquire knowledge, skills, and attitudes at different times, at different rates and in different ways, mainly because their levels of readiness and ways of responding are different. All the children in the classroom need to use their different experiences in constructing their ideas.

Corresponding Address:

Jasmina B. KARICH
University of Belgrade
Faculty of Defectology
Visokog Stevana 2, 11000 Belgrade, SCG
jkaric@eunet.yu

Секојпат треба да му се овозможи на секој ученик да користи повеќе различни начини за претставување на идеите, така што од тоа да произлезе добро флексибилно математичко размислување. Учителот е должен при предавањето и учењето на Математиката да има на ум:

- Целта на Математиката треба да вклучува начини на кои децата трагаат за решенија на проблемите;
- Децата треба да ги поттикнуваме да се согласат или не меѓусебно околу тоа како треба да се реши проблемот, но и да пробаат да ги надминат разликите користејќи ги податоците во врска со проблемот;
- Активностите треба да се осмислат и да поттикнат повисоко ниво на размислување;
- Искуствата на децата треба да се користи како главни покренувачи на нивната мотивација за Математиката и уживањето во неа;
- Решавањето на проблемот главно треба да е кон усмерување во развојат на математичките способности кај децата;
- На децата треба да им се даваат прилики да си го искажат мислењето и да го реорганизираат начинот на размислување.

Решавањето на проблемот почнува со задача која учениците ја разбираат и во која се волни да учествуваат, а за неа немаат моментно решение. Решавањето на проблемот користи математички процеси што им овозможуваат на учениците да дојдат до нови сознанија, а некогаш и нови процедури. Тоа вклучува истражување, откривање и нивна анализа.

Значи, решавањето на проблемот се бави со соочување на проблемот за да биде решен. Постојат барем два вида за решавање на математичките проблеми: решавање на применети математички проблеми и решавање на чисти математички проблеми.

Клучни зборови: *Математика, математички проблем, решавање на проблемот*

Each time it should be enabled to each learner to use many different ways of representing ideas so that good, flexible mathematical thinking would emerge.

The teacher is in obligation to have in mind the following, during teaching and learning of mathematics:

- The goals and objectives of mathematics should include the ways by which children seek to solve problems.
- Children should be encouraged to agree or disagree among themselves on how to solve a problem, and to seek to resolve their differences using the data of the problem.
- Activities should be constructed to enable higher levels of thinking to emerge.
- The experiences of the children should be used as the mainspring of their motivation for doing and enjoying mathematics.
- Problem solving should be a principal focus in developing the children's mathematical abilities.
- Children should be given opportunities to reflect and reorganize their ways of thinking.

Problem solving begins with a task which the pupils understand and are willing to engage in, but for which they have no immediate solution. Problem solving makes use of mathematical processes which enable pupils to develop new insights, and sometimes new procedures. It involves exploration, discovery, and analysis.

Problem solving, therefore, refers to the process of tackling a problem to try and solve it. There are at least two kinds of mathematical problem solving: Applied mathematical problem solving and Purely mathematical problem solving.

Key words: *mathematics, problems in mathematics, problem solving*

Решавање на применети математички проблеми

Решавањето на применетите математички проблеми претставува процес на обиди да се решат проблемите во кои ситуацијата и прашањата што го дефинираат проблемот имаат блиска врска со некој феномен од стварниот свет, а кој може да се реши со примената на одредени математички концепти, методи и резултати.

Пример:

- Кој геометриски облик најдобро го претставува обликот на училишниот двор?
- Да се најдат димензиите на дворот и да се одреди цената на жицата со која би се оградил тој.
- Весна има 13 години. Таа ги сака доберманите и би сакала да има свој доберман, но најнапред мора да ги информира родителите колку чини чување на такво куче?

На пример: кој вид храна му е потребна?

Кое количество храна му е потребна неделно и колку би чинела?

Кои се другите трошоци?

Значи, мора да ги знае вкупните месечни трошоци за чување на кучето.

Решавање чисти математички проблеми

Решавањето на чистите математички проблеми е процес на обиди да се решат проблемите во кои ситуацијата што ги дефинира во целост е дадена во математичката терминологија и операциите.

Примери:

1. Правоаголникот е долг 15м и има обем 54м. Да се најде широчината на правоаголникот.
2. Колку е 25% од 80?

Кога и да се користи Математиката во ситуациите што не се во целост математички, поточно ќе ги опишеме тие активности како примена на Математиката. Примена на Математиката секогаш претпоставува постоење модели. Моделирањето е процес на пренесување реален проблем во математичкиот модел. Математичкиот модел претставува и отсликува аспекти на реалниот проблем.

Applied mathematical problem solving

Applied mathematical problem solving is the process of attempting to solve problems in which the situation and questions defining the problem relate closely to some phenomenon in the real world and which may be solved by the application of certain mathematical concepts, methods, and results.

Examples:

- What is the geometric shape which best describes the shape of the school garden?
- Find the dimensions of the garden and the current cost of fencing wire.
- Vesna is 13 years old. She is keen on Dobermans and she wants to have one of her own but she must first inform her parents as to how much it would cost to maintain a Doberman.

For example, what type of food will the dog need?

What quantity of food is required weekly and how much does that quantity cost?

What other costs will be involved?

Hence, she must find the total cost of maintaining the dog for a month.

Purely mathematical problem solving

Purely mathematical problem solving is the process of attempting to solve problems in which the defining situation is entirely embedded in mathematical terminology and operations.

Examples:

1. A rectangle is 15m and has a perimeter of 54m. Find the width of the rectangle.
2. 25% of a number of 80. What is the number?

Whenever mathematics is used in situations which are not purely mathematical (that is, non-mathematical situations), it is more correct to describe the activities as applications of mathematics. The applications of mathematics always presuppose the existence of a model.

Modelling is the process of translating a real problem situation into a mathematical model. The mathematical model represents and reflects certain aspects of the real problem.

Значи, моделирањето е најважен процес во врска на Математиката со реалниот свет. Кога е даден проблемот во нематематичкиот свет, креираме математички модел што ги отсликува повеќето, ако не и сите, аспекти на проблемот. Потоа се решава математичкиот модел, а решението се интерпретира по примерот од реалниот свет. Моделот се потврдува со проверка на валидноста на решението во смисла на опишување на реалната ситуација. Психолошките процеси (когнитивни, афективни, емотивни), вклучени во моделирањето, примената на Математиката и решавањето на проблемот се критични за предавање и учење на Математиката. Акцентот на моделирањето, примената и решавањето на проблемот бара пристап на предавање на Математиката што се негува кај децата со високо ниво на креативност и размислување. Конвенционалниот пристап на предавање на Математиката става акцент врз предавањето за решавање на проблемот. Учителот се концентрира врз начините на кои научената Математика може да се примени за решавање на проблемот. Проблемите се внимателно одбрани и структурирани за да овозможат примена на скоро научената Математика. Акцентот е ставен врз способноста на учениците она што научиле да го префрлат од еден контекст на проблемот во друг контекст.

Поширок концепт на Математиката советува дека на математичките концепти и алатки на Математиката не треба повеќе да се гледа како на инструменти за решавање на внимателно одбрани и структурирани проблеми, туку како на начин на размислување и организација на искуства. На решавањето на проблемот не треба повеќе да се гледа како на активност во која учениците се впуштаат кога ги освоиле одредени математички концепти и вештини. На решавањето на проблемот треба истовремено да се гледа како на начин за стекнување ново математичко знаење и како на процес на примена на веќе наученото. Акцентот треба да биде на тоа да се ангажираат учениците во активностите што водат до самооткриеното знаење. Ова е основата на конструктивноста.

Modelling is, therefore, a most important process of relating mathematics to the real world.

Given a problem in the world outside mathematics, a mathematical model is formulated which captures most (if not all) aspects of the problem. The mathematical model is then solved and the answer is interpreted in terms of the real world. The model is validated by checking the validity of the answer in terms of the description of the real situation.

The psychological processes (cognitive, affective, emotive) involved in modeling, in applying mathematics and in solving problems are critical to mathematics teaching and learning. Emphasis on problem solving modelling and applications demands an approach to teaching mathematics which fosters the development of such creativity and higher-level thinking skills in children.

A conventional approach to mathematics teaching emphasizes teaching for problem solving. The teacher focuses on ways in which the mathematics being taught can be applied to the solution of problems. Problems are carefully selected and structured to enable the recently learned mathematics to be applicable. Emphases are on the pupil's ability to transfer what they have learned from one problem context to another.

A broader conception of mathematics suggests that mathematical concepts and tools should no longer be viewed as instruments for solving carefully selected and structured problems but as ways of thinking about and organizing one's experiences. Problem solving should no longer be viewed as an activity in which pupils engage after they have acquired certain mathematical concepts and skills. It should be viewed both as a means of acquiring new mathematical knowledge and as a process for applying what has been previously learned. The emphasis should be on pupils' engaging in activities which lead to self-generated knowledge. This is the basis of constructivism.

Конструктивноста става акцент на:

- Улогата на искуствата на ученикот;
- личната природа на прифаќање на концептот;
- конструкција на концептот;
- нови начини за процена на достигнувањата;
- интеракции меѓу две или повеќе лица;
- однос меѓу она што ученикот знае, она што работи и она зошто ученикот работи тоа што го работи.

Четири главни одлики на конструктивноста се:

1. **Знаењето е конструктивна активност**

Ученик: Човеково знаење активно се собира од ученикот.

Учител: Учителот прави окружување во кое учениците може да си го испитаат знаењето, да ги испитаат претходните искуства и, конечно, да си го реструктурираат знаењето на повисоко ниво.

2. **Знаењето е кооперативна активност**

Ученик: Учениците учат кога работат како членови во група, комуницираат со другите, разменуваат ставови и заедно конструираат точни решенија на своите заеднички знаења.

Учител: Учителот учествува во поставување активности, во кои учителот и ученикот може заедно да ги проценат активностите на учењето, во кои ученикот може да постигне смислено учење, а учителот смислено предавање.

3. **Знаењето е моќ**

Учениците не мора да собираат многу информации. Тие времето го минуваат барајќи обрасци. Учениците се охрабруваат да се концентрираат како да учат наспрема стекнување на едноставните стратегии за добивање повисоки оценки.

Учениците развиваат чувство на самодоверба.

4. **Знаењето е интерпретација**

Сите спознанија ги контролира, помалку или повеќе, состојбата на свеста на набљудувачот. Концептуалните модели што ги користи лицето се базираат на предубедувањата и на убедувањата на лицето. Знаењето е живо во смисла да се уогласува со искуството на лицето што знае.

A constructivism puts emphases on:

- Role of the pupils' experience
- Personal nature of concept acquisition
- Concept construction
- New ways for assessing achievement
- Interaction between two or more persons
- Relation between what a pupil knows, what a pupil does and why a pupil does what he/she is doing.

Four distinguishing features of constructivism are:

1. **Knowledge is a constructive activity**

Pupil: Human knowledge is actively built up by the pupil.

Teacher: Teacher creates the setting where pupils are enabled to examine their knowledge and past experiences and finally restructure their knowledge at a higher level.

2. **Knowledge is a co-operative activity**

Pupil: Pupils learn when they work as members of a group, acting and interacting with others, sharing their insights and co-constructing viable explanations of their common knowledge.

Teacher: Teacher participates in setting up activities in which the teacher and pupil can together evaluate learning activities, the pupil can experience meaningful learning, and the teacher, meaningful teaching.

3. **Knowledge is empowerment**

Pupil: Pupils are not required to amass heaps of information; the pupils spend time searching for patterns.

Pupils are encouraged to focus on learning how-to-learn as opposed to acquiring easy strategies for getting better grades or higher marks.

Pupils develop a sense of self-esteem and self-reliance.

4. **Knowledge is interpretation**

All observation is controlled, more or less, by the observer's mind-set.

Conceptual models used by a person are based on a person's misconceptions or preconceptions.

Knowledge is viable in the sense that it fits within the experience of the person who knows.

Предностите на конструктивните обрасци за предавање на Математиката се:

- Во сите конструктивни обрасци учениците учествуваат во решавањето на проблемот;
- Решавањето на проблемот им помага на учениците во развивање на вештината за анализирање и заклучување;
- Решавањето на проблемот им дава на учениците нови и интересни задачи што ги принудуваат да ги проценуваат и модификуваат своите процеси на размислувања, за да им бидат достапни нови информации;
- Решавањето на проблемот ги поттикнува учениците да изведуваат свои методи за решавање на проблемот;
- Решавање на проблемот го подобрува разбирањето, што е последица од учествувањето на ученикот во истражувањето. Ова оди во спротивен правец и разбирањето помага во решавањето на проблемот;

Решавањето на проблемот одредува организација на училниците и активностите во нив. На пример: учениците се сместуваат во мали групи, членовите на секоја група меѓусебно комуницираат, манипулираат со објектите и дискутираат со предностите и мааните на стратегиите на решавањето. Учениците се впуштаат во размена на мислите и активностите, заеднички конструираат коректни објаснувања од општо знаење на групата.

Ситуациите на решавањето на проблемот може да се користат за воведување лекции што водат до развој на математичките концепти и на вештината. Активностите на решавањето на проблемот може да земат форма на решавање на проблем од животот или форма на истражувања или, пак, преземање едноставни проекти од учениците. Учениците се охрабруваат не само да известат за решението, туку и за процесите и стратегиите што ги примениле за да дојдат до него.

Advantages of constructive modes of teaching mathematics are:

- In all instructional modes the pupils are involved in problem solving.
- Problem solving assist pupils in developing analytical and reasoning skills.
- Problem solving provides pupils with new and challenging tasks that force them to evaluate and modify their own thinking processes as new information becomes available.
- Problem solving encourages pupils to devise their own method of working problems.
- Problem solving enhances understanding, which is a consequence of pupils' engaging in investigations and explorations. In turn, understanding aids problem solving.

Problem solving determines the organizations of the classroom and the activities within it. For example, pupils are placed in small groups, members of each group act and interact with each other, manipulate objects and discuss the pros and cons of solution strategies. Pupils engage in sharing their insights and activities, co-operatively constructing viable explanations of the common knowledge of the group.

Problem solving situations can be used to introduce lessons leading to the development of mathematical concepts and skills.

Problem solving activity can take the form of solving real-life problems, undertaking simple projects and investigations by pupils. Pupils are expected and encouraged not merely to report solutions but also the processes and strategies employed in arriving at the solution.

Акцентот на решавањето на проблемот како што го опишавме погоре бара од учениците во математичката училница повеќе да работат заеднички. Кога на учениците би им се овозможило да работат во мали групи со различна возраст, големина и состав, тие би можеле да:

- Идентификуваат и дискутираат на разновидни начини на поставката и решавањето на проблемот;
- Да ја препознаат во Математиката активноста што треба да ја анализираат, да ја оценуваат и да разговараат во врска со неа
- Да сфатат дека Математиката не е склоп на правила што треба да ги запамтат.

Заклучок

Децата стекнуваат математичко знаење така што го конструираат во својата глава. Тие не впираат математичко знаење директно од околината - од предавањето на учителите, од користењето на одредените материјали. Користејќи ги претходните знаења, децата конструираат односи меѓу објектите и истите ги проверуваат. Значи, главна особина на математичкото учење е фокусирана врз размислувањето на децата, а не врз пишувањето на точни одговори. Ова е од клучно значење за предавање Математика во училиштата за деца со оштетен слух, што се сведува главно, на пишување точни одговори. Затоа е важно за учениците да ја искусат Математиката низ разновидни обрасци на репрезентација, социјални поставки и начин на комуникација и резонирање. Истовремено, за да дефектолозите коректно предаваат Математика во одделенската настава во училиштата за деца со оштетен слух, неопходно е да го следат развојот на методиката на Математиката во основните училишта, бидејќи единствено така добиено и постојано дополнувано знаење, овозможува во училиштата за деца со оштетен слух да ги остварат оние задачи што ги поставуваме на таа настава.

Emphasis on problem solving as described above, demands that more co-operative work should be done in the mathematics classroom. By enabling pupils to work in small groups of varying age, size and composition, pupils are able to:

- Identify and discuss various ways of conceptualizing and solving problems;
- Recognize mathematics as an activity to be analyzed, evaluated and talked about;
- Appreciate mathematics is not a set of rules to be memorized.

Conclusion

Children acquire mathematical knowledge by constructing the knowledge within their minds. They do not internalize mathematical knowledge directly from the environment (from being taught by the teacher, from using certain materials). Using their past knowledge, children construct relations between objects, and test these relations. Therefore, the main feature of learning mathematics is the focus on children's thinking and not on children writing correct answers.

This is of key importance for teaching mathematics in schools for children with damaged hearing which is currently mostly based on writing correct answers. Because of this it is important for children to experience mathematics through various modes of representation, social settings and ways of communicating and reasoning. In the same time, for defectologists to correctly teach mathematics in class tuition of schools for children with damaged hearing, it is necessary for them to monitor the development of mathematics teaching in elementary schools, because only knowledge acquired and developed in this way will enable the teaching of mathematics in schools for children with damaged hearing to fulfill the tasks set in front of it.

Литература / References

1. **Leslie S. Beatty, Richard Madden, Eric F. Gardner, Harcourt Brace&World:** *Stanford Diagnostic Arithmetic Tests*, New York, 1984.
2. **Mousley K, Kelly RR.** *Problem solving strategies for teaching mathematics to deaf students*, American Annals of the deaf, 143, No. 4, 1998, 325-337.
3. **Ingram Davd,** *First language acquisition, Method, Description and Explantation.* Cambridge, 1989.
4. **Dejić Mirko,** *Metodika nastave matematike 1*, Učiteljski fakultet, „Jagodina“ 2000.
5. **Vuković Veljko,** *Osnovi metodike nastave matematike*, Učiteljski fakultet „Jagodina“, 1996.
6. **Karić J, Radovanović V, Grubač J.** *Usporedna analiza usvojenosti sadržaja nastave matematike kod dece oštećenog sluha od prvog do četvrtog razreda osnovne škole*, Beogradska defektološka škola 3/2003.
7. **Karić J.** *Stavovi prema uključivanju dece sa posebnim potrebama u redovan sistem obrazovanja*, Nastava i vaspitanje Bgd,1. 2004.
8. **Karić J.** *Čitanje i rešavanje matematičkih zadataka izraženih tekstem i brojem u školi za decu oštećenog sluha*, Nastava br. 4, Banja Luka, 2004.