

Doi: [10.15863/TAS](https://doi.org/10.15863/TAS)
**International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science**

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2014 Issue: 10 Volume: 18

Published: 30.10.2014 <http://www.T-Science.org>

SECTION 4. Computer science, computer engineering and automation.

Murat Sauranbayevich Tulenbayev
Doctor of Technical Sciences, professor of computer science, Dean of the Faculty Taraz state University named after M.Kh Dulaty, Kazakhstan

mtulenbaev@mail.ru

Svetlana Temirhanovna Beglerova
Candidate of Science, Deputy director of Distance Learning Department (DLD) Taraz state University named after M.Kh Dulaty

sbeglerova@mail.ru

Lyudmila Viktorovna Zhulyeva
Software engineer DLD Taraz state University named after M.Kh Dulaty

lyuka-mila@mail.ru

Anastassiya Andreevna Makovetskaya
Software engineer DLD Taraz state University named after M.Kh Dulaty

aytsan.m@bk.ru

ADAPTIVE WAVELET TECHNOLOGIES OF CHEMICAL AND ANALYTICAL INFORMATION SYSTEMS OF ECOMONITORING

Abstract: There are considered wavelet-technologies of data processing in eco-analytical information systems. The adaptive wavelet -bases considering aprioristic information on characteristics of a signal and realizing an optimum filtration of source data are offered.

Key words: the basis, wavelet, adaptive basic systems, frequency - time localization.

Language: Russian

Citation: Tulenbayev MS, Beglerova ST, Zhulyeva LV, Makovetskaya AA (2014) ADAPTIVE WAVELET TECHNOLOGIES OF CHEMICAL AND ANALYTICAL INFORMATION SYSTEMS OF ECOMONITORING. ISJ Theoretical & Applied Science 10 (18): 59-67. doi: <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2014.10.18.15>

АДАПТИВНЫЕ ВЕЙВЛЕТ ТЕХНОЛОГИИ ХИМИКО-АНАЛИТИЧЕСКИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЭКОМОНИТОРИНГА

Аннотация: Рассмотрены вейвлет-технологии обработки данных в экоаналитических информационных системах. Предложены адаптивные вейвлет-базисы, учитывающие априорную информацию о характеристиках сигнала и реализующие оптимальную фильтрацию исходных данных.

Ключевые слова: базис, вейвлет, адаптивные базисные системы, частотно - временная локализация.

Введение.

Информационная система экологического мониторинга обычно осуществляет съем данных об окружающей среде с использованием ИСЗ, самолетов-лабораторий, передвижных и стационарных пунктов наблюдений, оснащенных высокоинформативными химико-аналитическими комплексами (ХАК), включающими хроматографы, спектрометры, рентгенофлуориметры и др.. Определяющим в их использовании является интеллектуальная составляющая химического анализа (методики, программный продукт, эргономика), поэтому вопросы разработки математического, программного и метрологического обеспечения ХАК остаются весьма актуальными [1-3].

Выходной сигнал аналитического прибора ХАК $y(t)$ в большинстве случаев можно рассматривать как аддитивную смесь полезного сигнала $s(t, \mathbf{l})$, помехи $n(t)$ и базисного сигнала (или т.н. дрейфа) $d(t)$ [4]:

$$y(t) = s(t, \mathbf{l}_0) + n(t) + d(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{l}_0 = \{l_0, l_1, l_2, \dots, l_{N-1}\}$ – вектор N параметров сигнала, подлежащих оценке; t – независимая переменная. Параметр l_0 выделен из остальных и назван существенным, так как характеризует положение компонента на оси развертки \mathbf{l} и позволяет различить компоненты между собой.

Модели информативной (полезной) составляющей сигнала чаще принято

представлять в виде суперпозиции M отдельных компонент:

$$s(t, \mathbf{l}_0) = \sum_{m=1}^M A_m f_m(t, l_c, l), \quad (2)$$

где A_m – интенсивность сигнала, мерой которой может служить его амплитуда, площадь или энергия;
 $f(t_c, l_c, l)$ – функция, описывающая форму сигнала (пики), может быть треугольной, трапециевидальной, Гауссовой, Лоррентцовой или другой более сложной, не исключено и табличное задание.

Обобщением гармонического анализа является применение для представления сигнала $s(t)$ в виде ряда или интеграла других систем функций. Такими функциями, в принципе могут быть любые системы линейно независимых функций $\{u(k, t), k=1, 2, \dots, N\}$. Дискретное преобразование выходного сигнала аналитического прибора $y(t)$ будем рассматривать как разложение непрерывного сигнала на конечном интервале времени по системе непрерывных функций $\{u(k, t)\}$. Совокупность коэффициентов такого разложения является дискретным аналогом сигнала – его спектром.

Задавшись дополнительными требованиями к базисной системе, такими как некоррелированность отсчетов спектра, максимизация отношения сигнал/шум с учетом априорных данных о модели сигнала $f(t_c, l_c, l)$ и шума, можно спроектировать адаптивную базисную систему (АБС) по методике, изложенной в статье [5-7]. В работе предложен базис близкий к оптимальному базису Карунена-Лоэва, когда систему линейно-независимых функций $\{U(k, t)\}$ выбирают из условия согласованной фильтрации:

$$\int_T B(t, \tau) U(k, \tau) d\tau = f(k, t) \quad (3)$$

На их основе, воспользовавшись процедурой, аналогичной ортогонализации по Грамму-Шмидту [6], конструируется требуемая система базисных функций $\{\varphi(k, t)\Phi(k, t)\}$:

$$\Phi(k, t) = U(k, t) - \sum_{k=\tau}^{k-1} \gamma_{k\tau} \Phi(\tau, t) = \sum_{k=\tau}^{k-1} d_{k\tau} U(\tau, t) \quad (4)$$

$$\varphi(k, t) = \frac{1}{\sigma_k^2} \int_T B(t, \tau) \Phi(k, \tau) d\tau = \frac{1}{\sigma_k^2} \sum_{\tau=1}^k d_{k\tau} f(\tau, t) \quad (5)$$

где $B(t, \tau)$ – корреляционная функция шума, а σ_k^2 имеет смысл дисперсии k -ой спектральной составляющей:

$$\sigma_k^2 = \int_T \int_T B(t, \tau) \Phi(k, t) \Phi(k, \tau) dt d\tau \quad (6)$$

Коэффициенты ортогонализации $\gamma_{k\tau}$ для рекуррентной схемы вычислений:

$$\gamma_{k\tau} = \int_T U(k, t) \varphi(\tau, t) dt = \frac{1}{\sigma_{\tau}^2} \int_T f(k, \tau) \Phi(\tau, \tau) d\tau, \quad k > \tau$$

и для явной схемы:

$$d_{k\tau} = -(\gamma_{k\tau} - \sum_{i=\tau}^{k-1} \gamma_{ki} d_{i\tau}), \quad \tau = \overline{1, k-2}; \quad (7)$$

$$d_{k, k-1} = -\gamma_{k, k-1}, \quad d_{kk} = 1$$

1. Алгоритмы представления сигналов в адаптивных базисных системах (АБС)

С помощью АБС (4)-(5) выходной сигнал аналитического прибора $y(t)$ может быть представлен в виде линейной комбинации [8, 12, 16-18]:

$$y(t) = \sum_{k=1}^N Y(k) \varphi(k, t), \quad (8)$$

где $Y(k)$ – спектр сигнала:

$$Y(k) = \int_T y(t) \Phi(k, t) dt = Y_0(k) - \sum_{\tau=1}^{k-1} \gamma_{k\tau} Y(\tau) \quad (9)$$

или

$$Y(k) = \sum_{\tau=1}^k d_{k\tau} Y_0(\tau), \quad (10)$$

где величину $Y_0(\tau)$ назовем обобщенным отсчетом:

$$Y_0(k) = \int_T y(t) U(k, t) dt \quad (11)$$

Полученные выражения (8)-(11) являются практическими алгоритмами дискретного представления поступающей в обработку смеси.

В указанные формулы входят элементы матриц ортогонализации γ и d , которые можно синтезировать заранее, с использованием универсальных компьютеров, при разработке математического обеспечения по априорным данным о модели компонента сигнала и корреляционной функции шума.

Формула (11) для определения обобщенного отсчета является хорошо известным алгоритмом работы согласованного фильтра или корреляционного приемника. Однако в задаче дискретного представления он дополнен рекуррентными процедурами (9) для вычисления спектра.

Рассмотрим представление дрейфовой составляющей $d(t)$ временного ряда $y(t)$ в некотором базисе $\{q(k, t), Q(k, t)\}$:

$$D(k) = \int_T g(t)Q(k,t)dt \quad (12)$$

$$\hat{g}(t) = \sum_{k=1}^N D(k)q(k,t) \quad (13)$$

Уточним требование к базису с нулевой дрейфовой составляющей в дискретном представлении сигнала. Предположим, что $d(t)$ аппроксимируется многочленом n -го порядка, тогда достаточным условием равенства нулю $D(k)$ является равенство нулю моментов $(n-1)$ – порядка функции $Q(k,t)$:

$$M_i = \int_T t^{i-1}Q(k,t)dt = 0, \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (14)$$

Далее, пусть существует система линейно независимых функций $\{U'(k,t)\}$, аналогичных $\{U(k,t)\}$, с помощью которых по схеме Грамма-Шмидта строится базис $\{q(k,t), Q(k,t)\}$, т.е. имеются коэффициенты d'_{kr} однозначно определяющие $Q(k,t)$:

$$Q(k,t) = \sum_{\tau=1}^N d'_{k\tau} U'(\tau,t) \quad (15)$$

В силу линейной независимости функции $U'(k,t)$ условие подавления дрейфа (14) можно переписать в виде

$$\int t^{i-1}U'(k,t)dt = 0; \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (16)$$

Для случая подавления линейного дрейфа получим условие выбора $U'(k,t)$ в следующем виде:

$$\int U'(k,t)dt = 0; \quad (17)$$

Выбрать систему $U'(k,t)$ из условия (17) достаточно просто, ему удовлетворяют, например, функции типа «верхушка шляпы», «вейвлет» функции или вторые производные от функции модели типа Гаусса. Однако дополнительное требование согласованной фильтрации (3) значительно усложняет, если не делает вообще невозможным, выбор $U'(k,t)$. Если же пренебречь условием (3) и выбирать $U'(k,t)$ на основе модели сигнала $f(t)$, то возникают следующие проблемы:

– значительно уменьшается соотношение сигнал/помеха в спектральных отсчетах из-за нарушения условия согласованной фильтрации;

– при восстановлении сигнала по АБС, амплитуды боковых лепестков становятся сравнимы с амплитудами самих сигналов (видимо, из-за разрывов 1-го рода в функциях типа «верхушка шляпы» и «Гаусс минус константа»);

– приходится отказываться от учета корреляционной функции шума $V(t,\tau)$ или подбирать ее таким образом, чтобы удовлетворить одновременно условиям (3), (17), что ведет к потере общности всего подхода;

– при попытке как-то учесть $V(t,\tau)$ существенно усложняется процедура перехода из спектральных представлений в одном базисе в спектральном представлении в другом, аналогичное (4-5) (по крайней мере, наши усилия в этом направлении не увенчались успехом).

Таким образом, построение базисных систем для подавления дрейфа имеет смысл только в случае некоррелированного или слабокоррелированного шума в исходном сигнале, причем в качестве $U'(k,t)$ предпочтительнее брать функции, подобные модели пика, но без разрывов первого рода в области существования (например, функции типа вторых производных от гауссовой функции или «вейвлет» подобные функции).

2. Обобщение спектральных представлений в терминах вейвлет-анализа

Основная информация выходного сигнала ХАК проявляется некоторым всплеском в виде пика или другой нестационарности на уровне более или менее равномерного шумового фона или базовой линии (дрейфа). Если исходить из этих свойств сигнала, то в некотором смысле "разумным" выбором будет базис, образованный смещением с постоянным шагом функции - "прародителя". В зависимости от вида такой функции и величины шага смещения могут быть построены различные базисные системы, которые получили общее название *смещенных во времени базисных систем – СБС*. Разложение сигнала по СБС является одним из способов его дискретного представления в виде временного ряда, а его коэффициенты образуют временной спектр сигнала [16-22].

2.1 Частотно - временная локализация

Классическое преобразование Фурье (непрерывное и дискретное) является весьма полезным математическим аппаратом для анализа и синтеза сигналов, однако иногда оказывается недостаточно эффективным при обработке сложных сигналов. Преобразование Фурье, например, не отличает сигналы из двух синусоид с разными частотами, один из которых представляет собой сумму синусоид, второй – последовательно следующие друг за другом синусоиды. В обоих случаях их спектр будет выглядеть как два пика на двух фиксированных частотах. Следовательно, преобразование Фурье в своем традиционном виде не приспособлено для анализа нестационарных сигналов, в том числе

локализованных на некотором временном интервале, так как теряется информация о временных характеристиках сигнала.[9-11,13-15]

Следовательно, обработку реальных сигналов необходимо осуществлять как по частоте, так и во времени. Преимущества этого очевидны. На практике чаще всего приходится иметь дело с нестационарными процессами, в которых информативным является сам факт изменения частотно-временных характеристик сигнала. Примерами таких сигналов являются спутниковые изображения Земли, рентгенограммы внутренних органов, речь и музыка, турбулентные поля различной природы и, наконец, сигналы аналитических приборов, примеры которых приведены выше, т.е. фактически – весь объем информации, с которым приходится иметь дело в повседневной жизни. Для выполнения такого анализа требуются базисные функции, обладающие способностью выявлять в обрабатываемом сигнале как

частотные, так и его временные характеристики. Другими словами, сами базисные функции должны обладать определенными свойствами, названными *частотно - временной локализацией*.

Для анализа и сравнения частотно-временных локальных свойств различных базисов используют плоскость частота - время. Любая функция $\phi(t)$ может характеризоваться интервалом I_t на временной оси и интервалом I_ω в Фурье - области, в которых содержится, например, 90% ее энергии, сосредоточенной около центра тяжести функции $|\phi(t)|^2$ и $|\hat{\phi}(\omega)|^2$. Тогда в этой плоскости функцию $\phi(t)$ можно изобразить в виде прямоугольника, как показано на рисунке 1.

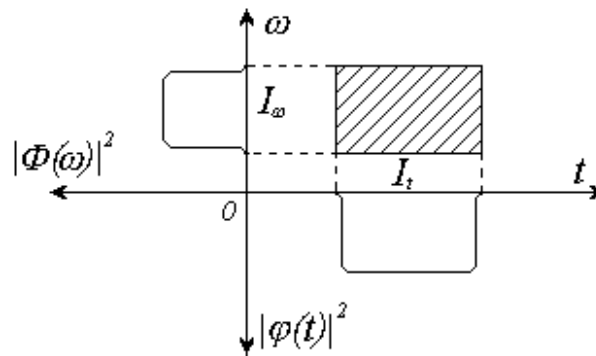


Рисунок 1 – Характеристика частотно-временной локализации функции $\phi(t)$.

Очевидно, что смещение функции на τ от исходного состояния вызовет перемещение прямоугольника параллельно оси t . Модуляция этой функции комплексной экспонентой $e^{j\omega_0 t}$ сдвигает прямоугольник параллельно оси ω . Масштабирование функции (ее сжатие или растяжение) приводит к развороту прямоугольника. Следовательно, ширина функции $\phi_1(t)$ равна $I'_t = \left(\frac{1}{a}\right)I_t$. В соответствии со свойством масштабирования Фурье-преобразования $I'_\omega = aI_\omega$.

В качестве функции, порождающей СБС, будем использовать функцию, которую обозначим как $u(t)$:

$$u_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} u\left(\frac{t}{a}\right), \quad a \in \mathbf{R}_+. \quad (18)$$

Примечание: множитель $1/\sqrt{a}$ в (18) введен для сохранения нормы функции при изменении a . Действительно:

$$\|u_a(t)\| = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} \left|u\left(\frac{t}{a}\right)\right|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt = \|u(t)\|.$$

При такой нормировке $\lim_{t \rightarrow 0} u_a(t) \rightarrow \delta(t)$

Потребуем, чтобы функция (18) удовлетворяла следующим условиям:

$$u(t) \approx 0 \text{ и } \hat{u}(\omega) \approx 0, \quad (19)$$

вне некоторого соответственно временного или частотного интервалов (частотно-временная локализация)

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t) dt \neq 0. \quad (20)$$

Как будет видно из дальнейшего, система функций

$$\left\{ u_{a, kb}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} u\left(\frac{t-kb}{a}\right), k \in Z \right\}, \quad (21)$$

путем сдвигов с шагом b при заданном значении параметра растяжения/сжатия (масштаба) a , образует или фрейм, когда b меньше некоторого значения, или базис Рисса.

Свойством (19) обладают, по крайней мере, дважды дифференцируемые функции:

а) финитные функции, т.е. такие, что $u(t) = 0$ вне некоторого интервала;

б) функции $u(t)$, преобразование Фурье которых удовлетворяют соотношению $|\hat{u}(\omega)| \leq C(1+|\omega|)^{-\alpha-1-\varepsilon}$, где $\alpha = n + \beta$, $n \in N$, $0 \leq \varepsilon, \beta < 1$. Это означает, что функция $u(t)$ должна быстро затухать при $|t| \rightarrow \infty$, принадлежать множеству N раз непрерывно дифференцируемых функций.

В формулах (19) – (21) переменная t и параметры a и b имеют размерность (например, сек.), а ω – размерность рад./сек. Чтобы упростить дальнейшее изложение, введем относительные (не имеющие размерности) величины

$$t/a \text{ и } b_0 = b/a. \quad (22)$$

Величину a при этом определяют, например, как второй центральный момент функции $|u(t)|^2$:

$$a = \left\{ \int t^2 |u(t)|^2 dt \right\}^{1/2} \quad (23)$$

(предполагается, что $\int t |u(t)|^2 dt = 0$).

Тогда функцию $u_a(t)$ будем записывать без индекса a , как $u(t)$, а система функций (21) будет иметь вид:

$$\left\{ u_{a, kb}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} u\left(\frac{t-kb}{a}\right) = u(t-b_0k) = u_{kb_0}(t) \right\} \quad (24)$$

Преобразование Фурье функции $u_a(t)$ будет равно

$$\hat{u}_a(\omega) = \sqrt{a} \hat{u}(a\omega), \quad (25)$$

а функции $u_{a, kb}(t)$ (20):

$$\hat{u}_{a, kb}(\omega) = \hat{u}_a(\omega) e^{-ikb\omega} = \sqrt{a} \hat{u}(a\omega) e^{-ikb\omega}. \quad (26)$$

Так же как и во временной области введем относительную (безразмерную) круговую частоту, положив ее равной $a\omega$. Тогда преобразование Фурье функции $u(t)$ будет $\hat{u}(\omega)$, а функции $u_{kb_0}(t)$:

$$\hat{u}_{kb_0}(\omega) = \hat{u}(\omega) e^{-ikb_0\omega}. \quad (27)$$

Переход к относительным величинам переменных удобно исключительно для теоретических выкладок. К переменным, имеющим размерность, придется возвращаться в приложениях при моделировании и обработке реальных сигналов, имеющих вполне реальные спектральные характеристики и временные масштабы. Для этого необходимо в формулах переменные t заменить на t/a , b_0 – на b/a и ω – на $a\omega$. Из систем функций $\{u_{kb_0}(t) = u(t-kb_0)\}$ синтезируются ортогональные $\{\phi_{kb_0}(t)\}$ или биортогональные $\{\phi_{kb_0}(t) \equiv u_{kb_0}(t), \tilde{\phi}_{kb_0}(t)\}$ смещенные во времени базисные системы функций (СБС).

При b_0 больше некоторой b_{0min} СБС является базисом Рисса, а при $b_0 \leq b_{0min}$ вырождается во фреймы. Более того, примерно при $0.8 \leq b_0 \leq 1.4$ функция $u(t)$ и синтезированные из нее ортогональные и биортогональные СБС, удовлетворяют

масштабирующему уравнению теории вейвлетов с некоторой погрешностью, названной "инженерным нулем".

Система функций $\{u_{kb_0}(t) = u(t - kb_0)\}$ порождает базис, если она является линейно-независимой. Линейная независимость означает, что никакая функция $u_{mb_0}(t)$ из системы $\{u_{kb_0}(t), k \neq m\}$ не может быть выражена через остальные функции:

$$u_{mb_0}(t) \neq \sum_{k \in Z, k \neq m} \gamma_k u_{kb_0}(t), \quad \{\gamma_k\} \in l_2$$

или, что то - же самое, равенство

$$\sum_k \gamma_k u_{kb_0}(t) = 0 \quad (28)$$

справедливо только в том случае, если все $\gamma_k \equiv 0$.

Синтезированная из $u_{mb_0}(t)$ ортогональная система функций, обозначим ее как $\{\phi_{kb_0}(t)\}$, удовлетворяет условию

$$\langle \phi_{mb_0}, \phi_{kb_0} \rangle = \delta_{m-k}, \quad (29)$$

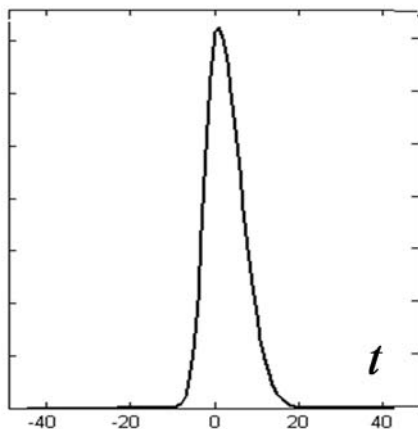


Рисунок 2 – Функция несимметричного гаусса (бигаус).

при $\|\phi(t)\| = I$, где δ_{m-k} – символ Кронекера

$$\delta_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Синтезированная из $u_{mb_0}(t)$ биортогональная система, обозначим ее как $\{\phi_{mb_0}(t) \equiv u_{mb_0}(t), \tilde{\phi}_{kb_0}(t)\}$, удовлетворяет условию

$$\langle \phi_{mb_0}, \tilde{\phi}_{kb_0} \rangle = \delta_{m-k}, \quad (30)$$

при $\langle \phi(t), \tilde{\phi}(t) \rangle = I$.

2.2. Проектирование (синтез) адаптивной СБС

Приведем здесь практический алгоритм синтеза смещенных во времени базисных систем на примере функции несимметричной гауссовой формы (бигаус):

$$u(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t}{\mu_i}\right)^2\right\}, \quad \mu_i = \begin{cases} \mu_0, & -3\mu_0 \leq t \leq 0 \\ 2\mu_0, & 0 \leq t < 3\mu_0 \end{cases} \quad (31)$$

Вид этой функции показан на рисунке 2. С позиций реального программирования все переменные и параметры удобно определять в размерных единицах. Кроме того, $u(t)$ должна быть нормирована $u(t)/\|u(t)\|$.

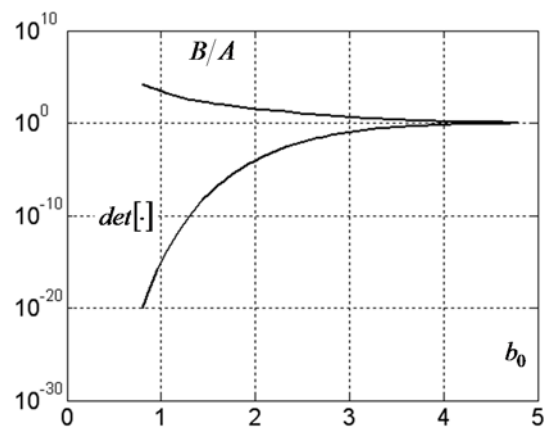


Рисунок 3 – Зависимость определителя Грамма ($det[\cdot]$) и отношения констант Рисса (B/A) от шага b_0 .

Легко проверить, что бигаус удовлетворяет условиям (19) и (20). Требуется выяснить, образуют ли смещения функции (31) базис Рисса. Для этого:

а) Выбирается интервал дискретизации b_0 .

б) Смещением функции $u(t)$ с шагом b образуем систему функций

$$\left\{ u_{a,kb}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} u\left(\frac{t-kb}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{a}} u\left(\frac{t}{a} - kb_0\right), k \in Z \right\} \quad (32)$$

в) Чтобы эта система функций была базисом Рисса, она должна быть, прежде всего, линейно независимой. Для этого необходимо и достаточно, чтобы определитель Грамма квадратной матрицы, составленной из скалярных произведений $\langle u_{a,kb}, u_{a,mb} \rangle$, был отличен от нуля, а именно:

$$\det \left[\langle u_{a,kb}, u_{a,mb} \rangle \right] \neq 0 \quad (33)$$

Очевидно, что его величина зависит от величины шага b_0 . При больших b_0 , когда функции $\{u_{a,kb}\}$ перекрываются слабо, матрица имеет ленточный характер или превращается в диагональную – тогда, очевидно, имеет место линейная независимость. При значениях b_0 меньше некоторой величины

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_b(a\omega) \Big|_{\omega=\Delta_\omega m} &= \sum_k \left| \hat{u}\left(a\left(\omega + \frac{2\pi k}{b}\right)\right) \right|^2 = \sum_k \left| \hat{u}\left(a\omega + \frac{2\pi k}{b_0}\right) \right|^2 = \\ &= \sum_k \left| \hat{u}\left(a\Delta_t\left(\Delta_\omega m + 2\Delta_\omega \frac{Nk}{b}\right)\right) \right|^2 = \sum_{k=-M}^M \left| \hat{u}\left(a\frac{\pi}{N}\left(m + \frac{2N}{b}k\right)\right) \right|^2 \end{aligned} \quad (34)$$

для $M = 10 \dots 15$, путем смещения $\hat{u}_{a,b}(\omega)$ на шаг, равный $\frac{2N}{b}$ дискретных точек.

3) определяем "неравномерность" функции $\hat{\Phi}_b(\omega)$: ее минимального A и максимального B значений. Полученные результаты, как это следует из

определитель резко уменьшается и становится близким нулю (по крайней мере – машинному нулю). В качестве примера на рисунке 3 приведена

зависимость величины $\det \left[\langle u_{a,kb}, u_{a,mb} \rangle \right]$ от b_0 для бигауса (31). Из этого рисунка следует, что система функций становится линейно зависимой довольно условно: определитель Грамма по мере уменьшения b_0 уменьшается монотонно.

г) Чтобы определить величину (или величины) шага b_0 , удобные для практических расчетов, необходимо определить границы Рисса. Теоретическое определение границ Рисса представляет определенные трудности (смотрите, например, [14]). Из формулы

$$A \leq \frac{1}{b_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \hat{u}\left(\omega + \frac{2\pi k}{b_0}\right) \right|^2 \leq B, \text{ вытекает}$$

достаточно простой численный алгоритм для их определения и, таким образом, проверки на "риссовость" функции $u_{a,b}(t)$:

1) вычисляем преобразование Фурье функции $u_a(n\Delta_t)$ на сетке из N дискретных точек $\hat{u}(a m \Delta_\omega)$, где Δ_t, Δ_ω – дискретный шаг по временной и частотной осям соответственно, причем $\Delta_t \Delta_\omega = \pi/N$

2) вычисляем функцию:

$$A \leq \frac{1}{b_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \hat{u}\left(\omega + \frac{2\pi k}{b_0}\right) \right|^2 \leq B,$$

и будут границами Рисса. На рисунке 3 приведена зависимость отношения B/A от b_0 .

Из рисунка 3 можно допустить, что при $b_0 < 0.8$ определитель Грамма равен нулю (по крайней мере – машинному нулю), а отношение

$B/A \approx 2^{14}$. Это означает, что СБС вырождается во фреймы – линейно-зависимую систему функций.

Апробация полученных в настоящей главе результатов по синтезу СБС производилась в

среде MATLAB. На рисунке 4 показан вид функций $\tilde{\phi}(t)$ и $\phi(t)$, построенных по данным процедур ортогонализации по Грамму, в двух версиях.

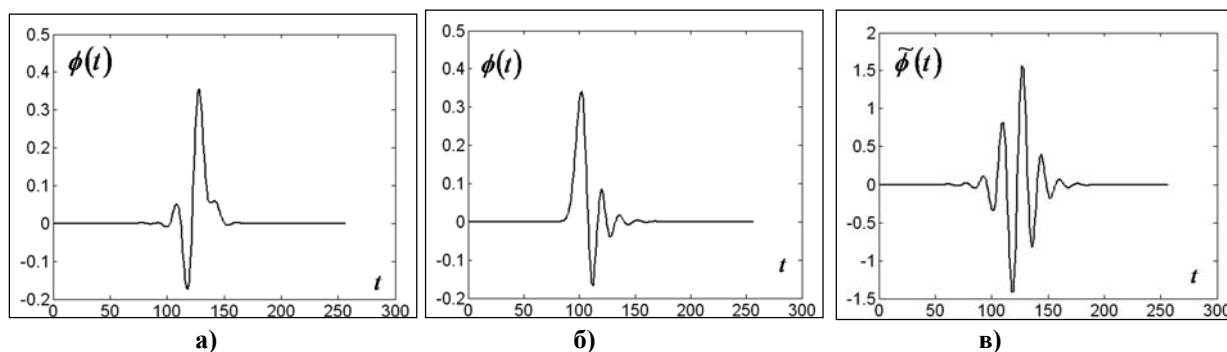


Рисунок 4 – Сравнение формы базисных функций: а) ортонормированный базис по Грамму; б) ортонормированный базис по модифицированной схеме; в) двойственный биортогональный.

Выводы. Таким образом, рассмотрены алгоритмы спектрального представления сигналов ХАК в адаптивных вейвлет-базисах, позволяющие получить некоррелированные и

отфильтрованные отсчеты исходного сигнала. Последующая обработка таких отсчетов МНК-процедурами дают возможность вычисления оптимальных оценок искомых параметров.

References:

1. Krapivin VF, Pshenin ES (2001) Kontseptsiya regional'nogo ekologicheskogo monitoringa. Ekologicheskie sistemy i pribory. No. 8, pp.7-13.
2. Akhmetov AS, Tulenbaev MS (2009) Kontseptsiya geoekoinformatsionnykh sistem monitoringa i voprosy ekologicheskogo obrazovaniya. Rossiyskoe obrazovanie v obshcheevropeyskom obrazovatel'nom prostranstve. Integratsiya obrazovaniya, nauki i biznesa – osnova innovatsionnogo razvitiya ekonomiki. opyt Rossii, Niderlandov, Bel'gii i stran SNG: sb. tr. Mezhdunar. nauchno-prakt. seminar. Moscow: OOO «Ritm», Vyp. 5, pp. 74-78.
3. Beglerova ST, Tulenbaev MS, Akhmetov AS (2010) Kontseptsiya analiticheskikh informatsionno-izmeritel'nykh sistem geoekologicheskogo monitoringa. Obespechenie ekologicheskoy bezopasnosti – put' k ustoychivomu razvitiyu: materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. TarGU. (feb 2010). Taraz: Taraz universiteti, pp. 483-485.
4. Rusinov LA (1984) Avtomatizatsiya analiticheskikh sistem opredeleniya sostava i kachestva veshchestv. L., Khimiya: 160.
5. Rusinov LA, Tulenbaev MS (1984) Kompleksnyy algoritm pervichnoy obrabotki signalov pervogo klassa. V kn. Rusinov LA Novikov LV Spektral'nyy podkhod k pervichnoy obrabotke signalov analiticheskikh priborov- L.: Izd. Leningr. Un-ta: 160.
6. Tulenbaev MS (2009) Sintez adaptivnykh bazisov spektral'nogo predstavleniya signalov khimiko-analiticheskikh kompleksov. Vestnik TarGU imeni M.Kh. Dulati «Prirodopol'zovanie i problemy antroposfery», No.3, pp.189-196.
7. Tulenbaev MS (2010) Spektral'nye algoritmy obrabotki signalov khimiko-analiticheskikh kompleksov v geoinformatsionnykh sistemakh ekonomonitoringa. Vestnik NAN RK – Almaty, No.1, pp.11-17.
8. Novikov LV (2006) Modifitsirovannyye veyvlety v obrabotke dannykh analiticheskikh priborov. Nauchnoe priborostroenie. T.16, No.1, pp. 3-14.
9. Daubechies I (1992) Ten Lectures on Wavelets. SIAM press. Philadelphia, (Perevod: Dobeshi I. Desyat' lektsiy po veyvletam. Moskva-Izhevsk: RITs RKhD, 2001).
10. Mallat S (1999) A wavelet Tour of Signal Processing. San Diego: Academic Press.

- (Perevod: Mallat S. Veyvlety v obrabotke signalov. M.: Mir, 2005).
11. Meyer Y (1993) Wavelets: Algorithms and Applications. Philadelphia: SIAM: 292.
 12. Tulenbaev MS, Beglerova ST, Taszhurekova ZK (2011) Vybor porozhdayushchikh funktsiy kvaziveyvletov v khimiko-analiticheskikh informatsionnykh sistemakh ekologicheskogo monitoringa. "Vestnik KazNTU im. K.I.Satpaeva", Almaty, No.3 (85), pp.232-238.
 13. Longley T (1981) Modified Gram-Schmidt process vo classical Gram-Schmidt. Commun. Statist: Simula Computa. B10(5), pp.517-527.
 14. Burrus CS, Gopinath RA, Haitao Guo (1998) Introduction to Wavelets and Wavelet Transform. New Jersey: Prentice Hall.
 15. Zhang J, Walter G (1994) A Wavelet – Based KL-Like Expansion for Wide-Sense Stationary Random Processes. IEEE Transaction on Signal Processing. vol.42, No.7, pp.1737-1745.
 16. Novikov LV (2007) Obrabotka signalov na osnove ortonormirovannykh kvaziveyvletov. Priborostroenie: Izv. Vuzov. T.50, No.1, pp.3-10.
 17. Tulenbaev MS (2009) Sintez adaptivnykh bazisov spektral'nogo predstavleniya signalov khimiko-analiticheskikh kompleksov. Prirodopol'zovanie i problemy antroposfery: Vestn. TarGU im. M.Kh. Dulati. Taraz, No.3, pp. 189-196.
 18. Tulenbaev MS (2009) Veyvlet-podobnyye bazisy ortogonal'nogo razlozheniya signalov v informatsionnykh sistemakh ekologicheskogo monitoringa. VI Dulatovskie chteniya: mater.Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Taraz, Ch. III, pp. 51-54.
 19. Tulenbaev MS (2009) Veyvlet predstavlenie signalov khimiko-analiticheskikh kompleksov ekologicheskogo monitoringa. Nauka i inzhenernoe obrazovanie bez granits: tr. Mezhdunar. foruma (KazNTU, 13-14 nov. 2009). Almaty, T. 2, pp. 211-214.
 20. Tulenbaev MS, Rusinov LA (2010) Veyvlet predstavleniya signalov analiticheskikh kompleksov ekologicheskogo monitoringa. Dni nauki-2010: materialy VI Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Chekhiya (march 2010). Praga, pp. 50-52. <http://www.rusnauka.com/>
 21. Tulenbaev MS (2010) Algoritmy spektral'nogo predstavleniya i obnaruzheniya v analiticheskikh kompleksakh ekomonitoringa. Sovremennyy nauchnyy vestnik, RF. Dnepropetrovsk: Izd-vo «Nauka i obrazovanie», No.1, pp. 36-40.
 22. Tulenbaev MS, Beglerova ST, Taszhurekova ZK (2011) Issledovanie algoritmov obrabotki ekoanaliticheskikh dannykh na osnove komp'yuternogo imitatsionnogo modelirovaniya. "Vestnik KazNTU im. K.I.Satpaeva", Almaty, No.3 (85), pp.227-231.