

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ОПЫТОВОГО ГЕНЕРАТОРА
ОДИНОЧНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН***К. Е. Афанасьев, С. В. Стуколов***NUMERICAL SIMULATION OF EXPERIMENTAL GENERATOR OF SINGLE SURFACE WAVES***К. Е. Afanasiev, S. V. Stukolov*

Работа выполнена в рамках государственного задания на проведение научно-исследовательских работ (проект 1.3368.2011).

В работе представлена численная модель работы опытового волнопродуктора (генератора) одиночных волн. Численное моделирование выполнено на основе использования метода граничных элементов, экспериментальные данные получены в лаборатории морских и гидротехнических сооружений (Филиал ОАО «26-й ЦНИИ», Санкт-Петербург). Приводятся результаты сравнения экспериментального и численного моделирования трансформации одиночных волн на пологом откосе. Полученная численная модель работы опытового волнопродуктора будет использована при исследовании взаимодействия поверхностных волн с береговыми сооружениями современными бессеточными численными методами, как альтернатива проведения дорогостоящих лабораторных экспериментов.

The paper presents a numerical model of the wavemaker of single surface waves. Numerical simulations were performed with boundary element method, the experimental data were obtained in the Laboratory of Hydrowave Equipment (Branch of OAO «26th Central Research Institute» (St. Petersburg)). The paper presents the results of comparing experimental and numerical modeling of the transformation of single waves on a flat slope. The resulting model of the wavemaker will be used to study the interaction between waves surface and onshore facilities with meshless numerical methods, as an alternative to costly laboratory experiments.

Ключевые слова: численное моделирование, поверхностные волны, волнопродуктор, метод граничных элементов.

Keywords: numerical simulation, surface waves, wavemaker, boundary element method.

Введение

Волны цунами оказывают разрушительное действие на морские побережья и морские гидротехнические сооружения. Источниками их появления служат подводные землетрясения, взрывы вулканических островов, извержения подводных вулканов, обвалы и оползни, взрывы в воде и некоторые другие явления. Большая часть цунами вызывается подводными землетрясениями. Основное место их формирования – Тихий океан. Достаточно полный обзор по гидродинамике волн цунами приведен в монографии Е. Н. Пелиновского [1]. В настоящее время созданы и активно используются теоретические модели генерации, распространения, трансформации и наката волн цунами на береговую линию. В лабораторных и численных исследованиях волну цунами можно моделировать в виде уединенной волны или солитона.

В современных теоретических исследованиях, посвященных трансформации длинных волн, наиболее известными являются модели Грина-Нагди [2], Железняк-Пелиновского [3] и Алешкова [4]. В России многочисленные теоретические исследования в изучении волн цунами проводятся представителями новосибирской школы академика Ю. И. Шокина (Л. Б. Чубаров, З. И. Федотова, Г. С. Хакимзянов и др.) [5; 6].

В Кемеровском государственном университете на протяжении многих лет ведется разработка численных методов решения задач динамики жидкости со свободными границами. Для исследования взаимодействия уединенных волн с береговыми сооружениями и препятствиями применяется технология ме-

тодов граничных элементов [7]. Также начаты работы по исследованию и развитию условно-бессеточных и бессеточных методов для решения задач динамики несжимаемой жидкости со свободными границами, в которых происходят существенные деформации расчетной области, сопровождаемые разрывами основных характеристик течения. Среди условно-бессеточных методов можно отметить метод естественных соседей [8], среди полностью бессеточных – Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) [9].

В лаборатории морских и гидротехнических сооружений (филиал ОАО «26-й ЦНИИ», Санкт-Петербург) на протяжении более 30 лет экспериментальными и теоретическими методами исследуется трансформация волн на акваториях бухт, воздействие их на гидротехнические и береговые сооружения. Создана научная школа под руководством профессора Ю. З. Алешкова, представителями которой являются петербургские авторы статей [10; 11; 12].

В 2010 году между КемГУ и лабораторией морских и гидротехнических сооружений (филиал ОАО «26-й ЦНИИ», Санкт-Петербург) подписано соглашение о научно-техническом сотрудничестве. В рамках соглашения коллектив, руководимый профессором К. Е. Афанасьевым, осуществляет математическое моделирование задач динамики жидкости со свободными границами, разработанными численными методами, а коллектив питерских коллег проводит аналогичные исследования путем проведения экспериментов на оборудовании гидроволновой лаборатории. Плюсы очевидны для каждой из сторон: представители КемГУ имеют доступ к экспериментальным дан-

ным для верификации разрабатываемых численных методов, а сотрудники гидроволновой лаборатории имеют возможность получать результаты численного моделирования для уменьшения количества проводимых дорогостоящих экспериментов.

На первом этапе работ актуальной задачей стало сопоставление получаемых результатов экспериментального и математического моделирования [13]. В качестве начальных данных при численном моделировании задавалась уединенная волна [7], в эксперименте волна продуцировалась волнопродуктором и имела вид ярко выраженного основного волнового сгустка с мощным “хвостовым” сопровождением из волн малой амплитуды. Расхождение в задании начальных данных приводит к существенному расхождению получаемых результатов взаимодействия волн с береговыми конструкциями.

В связи с этим была разработана численная модель работы опытового волнопродуктора, что позволило получать аналогичные экспериментальным начальные данные для математического моделирования исследуемых явлений [14]. Данная работа была выполнена в рамках первого этапа “Исследование процесса генерации волнопродуктором нелинейных волн в несжимаемой жидкости и их последующем распространении” государственного задания на проведение научно-исследовательских работ “Исследование воздействия весовой жидкости на закрепленные и пла-

вающие конструкции и береговые сооружения” (проект 1.3368.2011).

1. Приближение генерируемой волны солитонном

В лабораторных условиях одиночная волна генерировалась вакуумным волнопродуктором в гидроволновом лотке длиной 40 м, шириной 1 м и высотой стенок 1,2 м. Высота одиночной волны варьировалась в диапазоне от 7 см до 20 см при уровне невозмущенной жидкости, равном 55 см. Заложение откоса α составляло 1:50 (рис. 1).

Ввиду того, что генерируемая волна имеет большую длину, можно пренебречь влиянием вязкости и рассматривать задачи в постановке, основанной на модели идеальной несжимаемой жидкости.

На рис. 2 приведена модельная схема расчетной области. Общепринятой практикой при проведении численных расчетов является обезразмеривание величин, входящих в формулировку задачи. В качестве характерных размерных величин взяты глубина бассейна (H) и ускорение свободного падения (g). На рис. 2 приведены безразмерные глубина бассейна, длина откоса и их размерные величины в скобках. Область течения D ограничена твердой границей C_2 , состоящей из левой стенки, горизонтального дна и откоса. Свободная граница C_1 в начальный момент времени соответствует уединенной волне, геометрия которой получена на основе решения стационарной задачи в нелинейной постановке [7].

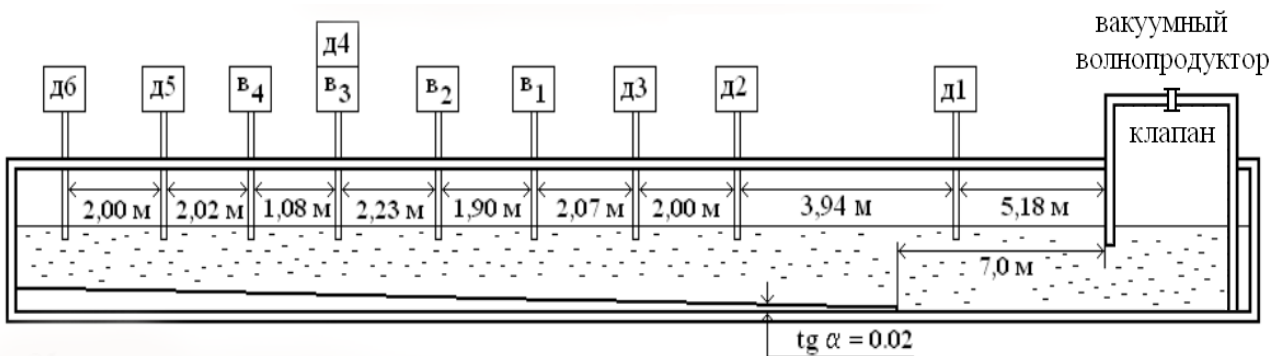


Рис. 1. Геометрия размещения волномеров ($V_1 - V_4$) и датчиков давления ($D_1 - D_6$)

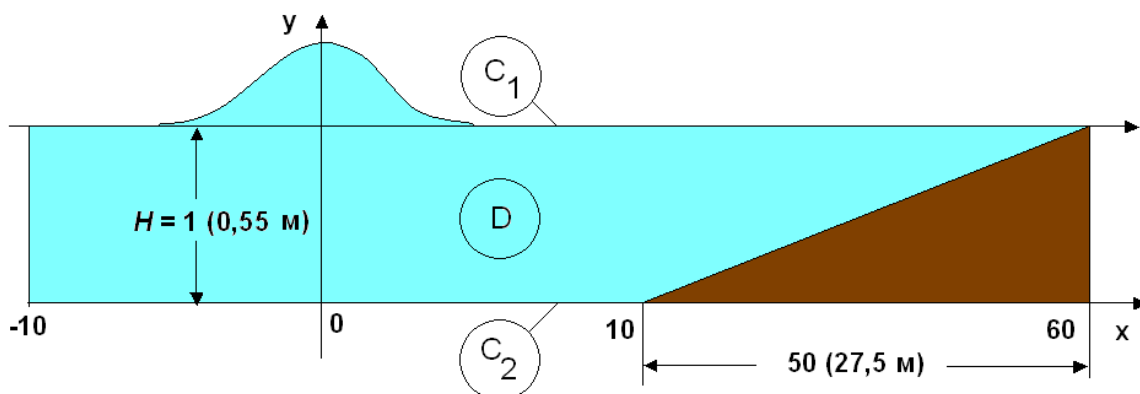


Рис. 2. Схема расчетной области

Моделирование осуществлялось в потенциальной постановке.

В расчетной области течения D , ограниченной поверхностями C_1 и C_2 , решается уравнение Лапласа:

$$\Delta\phi = 0, \quad X(x, y) \in D. \quad (1)$$

На твердых границах ставится условие непротекания:

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0, \quad X(x, y) \in C_2. \quad (2)$$

На свободной границе выполняются кинематическое и динамическое условия:

$$\frac{dx}{dt} = \Delta\phi, \quad X(x, y) \in C_1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + y = 0, \quad X(x, y) \in C_1. \quad (4)$$

По заданному первоначальному положению свободной поверхности и распределению потенциала на ней требуется найти положение свободной границы, динамические и кинематические характеристики течения в последующие моменты времени.

Численное решение было получено методом граничных элементов. Подробное описание алгоритма метода граничных элементов применительно к решению задач взаимодействия уединенных волн с препятствиями можно найти в работе [15].

Таблица 1

Зависимость амплитуды волны от величины набора воды в волнопродуктор

<i>Эксперимент</i>	<i>Величина набора воды в волнопродуктор (см)</i>	<i>Безразмерный набор воды</i>	<i>Высота вышедшей волны (см)</i>	<i>Безразмерная амплитуда</i>
1	8	0,345	7,3	0,1327
2	9	0,364	7,6	0,1381
3	14	0,455	9,2	0,1673
4	20	0,564	11,2	0,2036
5	21	0,582	11,2	0,2036
6	22	0,6	11,6	0,211
7	33,5	0,81	14,7	0,267

В таблице 1 приведены амплитуды генерируемых в эксперименте одиночных волн. Для сравнения с результатами численного моделирования экспериментальные данные обезразмеривались. При численном моделировании амплитуда уединенной волны была взята равной 0,2, что соответствует 4-му эксперименту.

Сравнение проводилось по значениям волномеров $B_1 - B_4$ (рис. 1).

Сравнение опытных и численных результатов производилось следующим образом.

– Экспериментальные данные приводились к безразмерному виду.

– Для сравниваемой величины (возвышение свободной поверхности) определялся момент времени t_0 , в который достигалось максимальное значение в показаниях наиболее близко расположенного к волнопродуктору датчика.

– По значению t_0 синхронизировалось время в численном моделировании.

На рис. 3а приведено сравнение высот проходящих волн для безразмерной амплитуды начальной волны $A = 0,2$. На рис. 3б приведено сравнение по первому волномеру.

Расхождение результатов можно объяснить различными начальными данными: в численных расчетах начальные данные соответствуют уединенной волне, полученной из решения соответствующей стационарной задачи, а в экспериментах, судя по записям волномеров, основной волновой сгусток имеет вид, близкий к солитонному, однако наблюдается и цуг волн меньшей амплитуды, движущихся вслед за основной волной.

Несмотря на данное обстоятельство, экстремумы сравниваемых экспериментальных и расчетных величин достигаются примерно в одинаковое время. Максимальное относительное отклонение экстремальных значений возвышения поверхности составляет около 6 %.

При взаимодействии экспериментально полученной одиночной волны с береговыми конструкциями “хвостовое” ее сопровождение существенно влияет на кинематический характер течения и ее динамическое воздействие на береговые конструкции. Поэтому в численном моделировании возникла необходимость моделирования работы вакуумного волнопродуктора для идентичного экспериментально заданию волн.

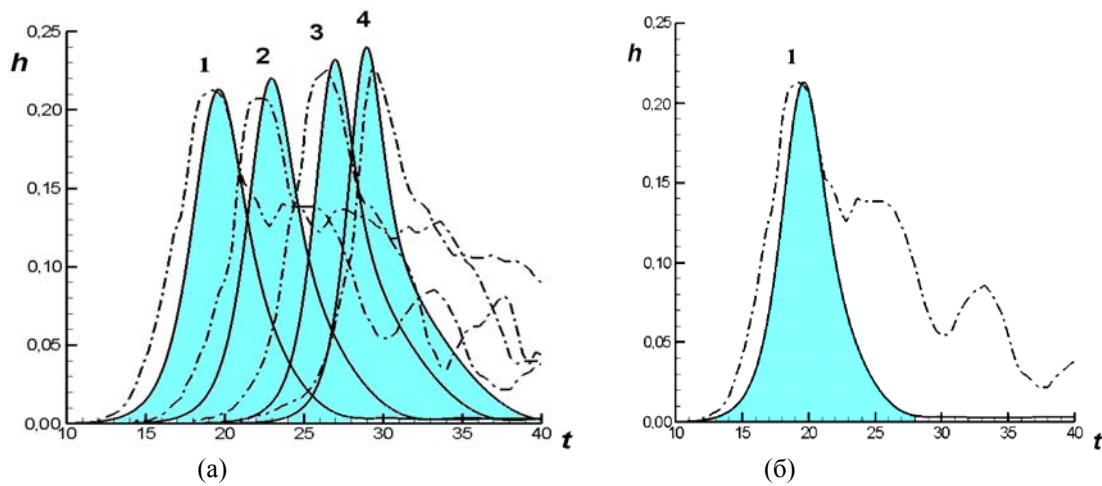


Рис. 3. Графики изменения значений волномеров

a – (V₁ – V₄), б – волномер V₁. Штрихпунктирная линия – данные эксперимента, сплошная – численные результаты. Номер кривой соответствует номеру датчика

2. Моделирование работы волнопродуктора без учета изменения давления газа внутри его камеры

На рис. 4 приведена схема работы волнопродуктора: насосом откачивается воздух до достижения требуемой высоты жидкости в колоколе, затем открывается заслонка и воздух проникает в колокол, а жидкость из колокола под действием силы тяжести истекает в лоток, создавая длинную волну. Зависимость амплитуды генерируемой волны от высоты набора жидкости в волнопродуктор приведена в таблице 1.

От экспериментаторов были получены все размерные характеристики волнопродуктора: линейные

размеры бака волнопродуктора, конструкция и размеры заслонки. Существенным недостатком экспериментальных данных являлось отсутствие какой-либо информации о характеристиках течения внутри камеры волнопродуктора: изменение давления на свободной поверхности, положения свободной поверхности от времени и т. д. Судить о качестве предложенной модели волнопродуктора можно было только по зависимости генерируемых амплитуд волн от набора воды в колокол.

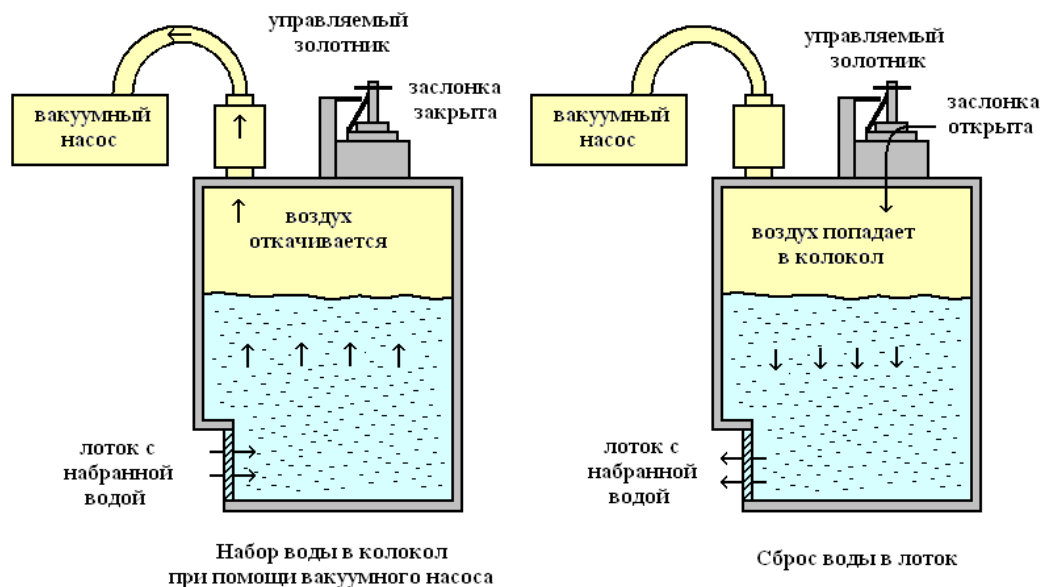


Рис. 4. Схема работы вакуумного волнопродуктора

На первом этапе моделирования выполнены расчеты без учета втекания воздуха через заслонку волнопродуктора. Схема расчетной области приведена на рис. 5. Внешняя твердая граница C_2 , твердая граница C_4 – стенка камеры волнопродуктора, C_1 – поверхность жидкости в гидроволновом лотке, C_3 – поверхность жидкости в камере волнопродуктора. Давление

на свободной поверхности в лотке и в колоколе принималось атмосферное. В краевой задаче (1) – (4) условие непротекания (2) ставится на C_2, C_4 , а условия (3) – (4) на C_1, C_3 . В начальный момент времени задается высота набора воды в колокол – h , истечение жидкости из колокола происходит под действием си-

лы тяжести без изменения давления воздуха внутри колокола.

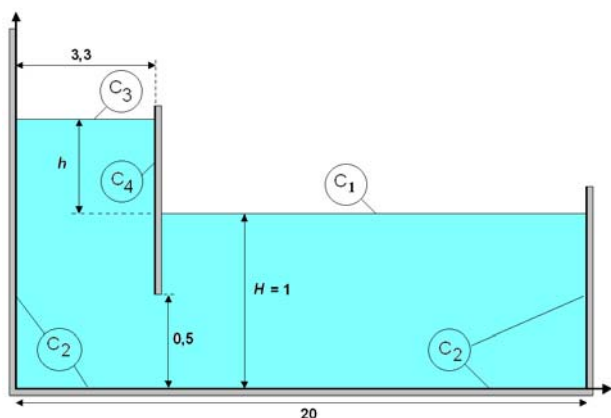


Рис. 5. Схема расчетной области

На рис. 6 приведено сравнение экспериментальных и расчетных амплитуд генерируемых волн в зависимости от высоты набора воды в колокол. Из рисунков видно, что расчетных значений высот волн больше экспериментальных при одинаковых высотах набора воды в колокол.

На рис. 7а приведено сравнение высот волн в местах размещения волномеров при амплитуде исходной волны $A = 0,2$. В эксперименте высота набора воды в колокол задавалась $0,6$, а в расчетах для получения той же амплитуды сгенерированной волны – $0,3$. На рис. 7б приведено сравнение по первому волномеру. Можно отметить, что в численном моделировании появилось “хвостовое” сопровождение основной вол-

ны, однако оно гораздо ниже, чем полученное в эксперименте.

Анализ проведенных расчетов показал, что в колоколе продолжительное время давление ниже атмосферного и для адекватного моделирования работы волнопродуктора требуется учитывать втекание воздуха в колокол через заслонку.

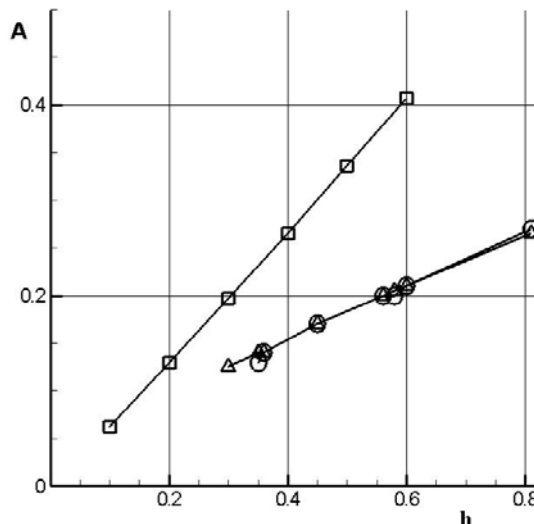


Рис. 6. Сравнение зависимости амплитуды A создаваемой волны от высоты h набора жидкости в волнопродуктор: \circ – экспериментальные данные, \square – данные, полученные без учета втекания воздуха через заслонку, Δ – данные, полученные с учетом втекания воздуха через заслонку волнопродуктора

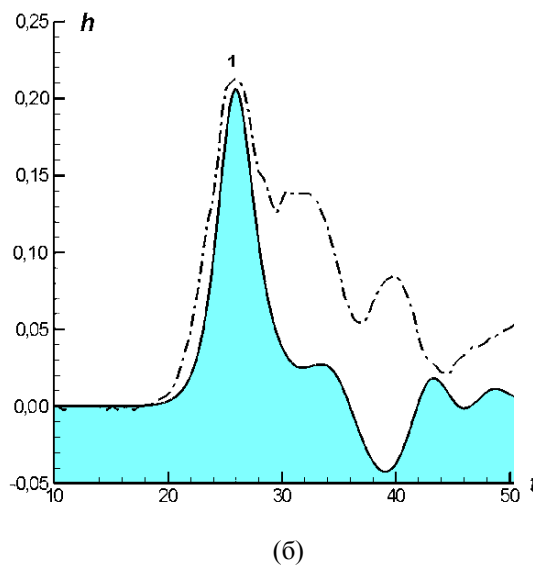
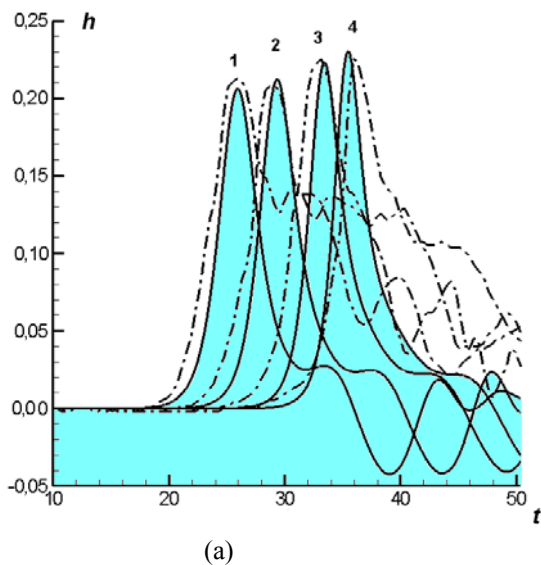


Рис. 7. Графики изменения значений волномеров а – ($V_1 - V_4$), б – волномера V_1 . Штрихпунктирная линия – данные эксперимента, сплошная – численные результаты

3. Моделирование работы волнопродуктора с учетом изменения давления воздуха при открытии заслонки

Так как в эксперименте при открытии заслонки воздух проникает в колокол с некоторым затруднением, то можно предположить, что в колоколе довольно

продолжительный отрезок времени атмосфера разреженная. Без учета изменения с течением времени давления воздуха в волнопродукторе нельзя получить удовлетворительного качественного и количественного совпадения результатов численного и экспериментального моделирования (давление входит в условие

на свободной границе и в лотке, и в волнопродукторе).

На свободной границе в лотке ставится прежнее граничное условие:

$$\frac{d\phi}{dt} - \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + y = 0, \quad x(x, y) \in C_1,$$

а на свободной границе в волнопродукторе с учетом давления, отличного от атмосферного:

$$\frac{d\phi}{dt} - \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + y + p_e = 0, \quad x(x, y) \in C_3. \quad (5)$$

В начальный момент времени задается высота набора воды в колокол – h , истечение жидкости из ко-

локола происходит под действием силы тяжести с учетом изменения давления воздуха внутри колокола. Таким образом, требуется на каждом шаге по времени определять давление воздуха в волнопродукторе для подстановки в граничное условие (5).

Следует обратить внимание на то, что гидродинамическая задача решается в безразмерной постановке, а задача нахождения давления воздуха в камере волнопродуктора – в размерной.

Предположим, что процесс изменения характеристик газа баротропный (температура – постоянная), клапан, впускающий воздух в камеру волнопродуктора, представляет собой круглое отверстие (рис. 8). В таблице 2 приведены принятые характеристики воздуха.

Таблица 2

Принятые характеристики воздуха

Уравнение состояния	$pV = RT \frac{m}{M}$
Молярная масса для воздуха	$M = 0,029 \text{ кг / моль}$
Молярная газовая постоянная	$R = kN_A = 8,314 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{K)}$
Атмосферное давление	$p = 101325 \text{ Па} = 760 \text{ мм.рт.ст.}$
Температура	$T = 293,15 \text{ K} = 20^\circ \text{ C}$
Плотность воздуха при заданном атмосферном давлении	$\rho = 1,2056 \text{ кг / м}^3$

Алгоритм расчета, моделирующий работу вакуумного волнопродуктора, можно представить в следующем виде.

1) Задаем высоту набора воды в волнопродукторе (h), определяем давление на свободной границе в волнопродукторе (p_e).

Данное давление необходимо создавать в волнопродукторе для удержания воды на заданном уровне. Давление в волнопродукторе в зависимости от высоты набора воды можно найти из интеграла Бернулли для жидкости. Так как в начальный момент жидкость покоится, то движение можно принять за стационарное. Соединим линией точку на поверхности в волнопродукторе с точкой на поверхности в лотке (рис. 8). Выпишем уравнение Бернулли:

$$\frac{V_e^2}{2} + gy_e + \frac{P_e}{\rho} = \frac{V_a^2}{2} + gy_a + \frac{P_a}{\rho}$$

Так как скорости в обеих точках равны нулю, зная атмосферное давление и высоту набора воды в волнопродуктор, можем определить давление воздуха на поверхности жидкости в волнопродукторе:

$$P_e = P_a - g\rho(y_e - y_a)$$

2) Из уравнения состояния (табл. 2) определяется плотность воздуха в волнопродукторе по формуле:

$$\rho_e = \frac{P_e M}{RT}$$

3) Объем определяется из геометрических размеров волнопродуктора и высоты набора воды в колокол:

$$V = 3,3 \cdot 1,75 \cdot (2,9 - (y_e - y_a))$$

4) По найденному объему и плотности определяется масса воздуха в волнопродукторе.

5) Определяется скорость втекания воздуха через клапан.

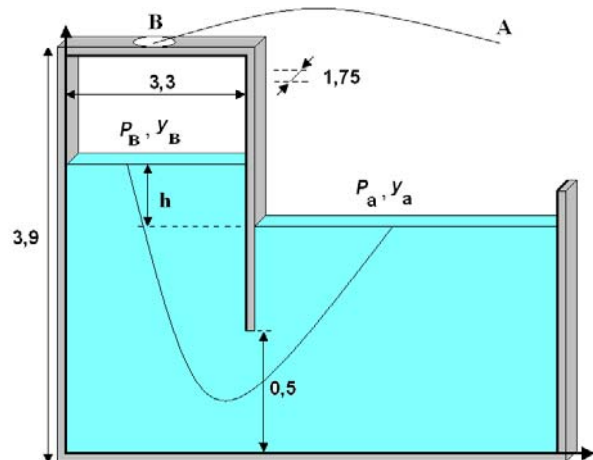


Рис. 8. Схема расчетной области

В точке В, расположенной на горловине отверстия (рис. 8), предполагается, что действуют характеристики (давление, плотность, масса) волнопродукто-

ра. В точке А, расположенной вдали от горловины отверстия, но на одной высоте с точкой В, предполагается, что действуют атмосферные характеристики, причем точку берем достаточно далеко, чтобы скорость в ней была нулевой. Процесс втекания воздуха через клапан на достаточно малом промежутке времени можно считать стационарным (весь процесс – квазистационарным), соответственно можно воспользоваться интегралом Бернулли:

$$\frac{V_B^2}{2} + g y_B + \int_B^A \frac{dP}{\rho} = \frac{V_A^2}{2} + g y_A.$$

После подстановки в данное уравнение нулевой скорости в точке А выражения из уравнения состояния для плотности $\rho = \frac{PM}{RT}$ получаем формулу для

определения скорости втекания воздуха на горловине клапана:

$$V_B^2 = \frac{RT}{M} \ln \left(\frac{P_A}{P_B} \right).$$

Выражение справа может быть отрицательным, в численных расчетах оно бралось по модулю, а знак скорости втекания воздуха определяется на основе сравнения давления в волнопродукторе с атмосферным.

б) Определяется масса проникающего в волнопродуктор воздуха за расчетный шаг по времени через известные значения площади отверстия клапана, скорости втекания и плотности атмосферного воздуха.

Пусть S – площадь отверстия клапана (ее надо будет подбирать на основе сравнения с экспериментом). Тогда можем определить массу втекающего газа за шаг по времени Δt :

$$m_1 = \rho_A \cdot (V_B \cdot S \cdot \Delta t).$$

Так как при решении гидродинамической задачи используются безразмерные переменные, а для определения давления внутри волнопродуктора – размерные, необходимо использовать размерный шаг по времени. Связь с безразмерным шагом по времени следующая:

$$\Delta t_{разм} = \Delta t_{безразм} \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

7) Внутри волнопродуктора переопределяется плотность воздуха с учетом возросшей массы при прежнем объеме.

8) Из уравнения состояния баротропного газа определяется его давление внутри волнопродуктора.

9) Находится значение безразмерного давления, которое подставляем в условие на свободной границе

жидкости в волнопродукторе (5). Выполняется шаг по времени в методе граничных элементов (определяется положение свободной границы и распределение функций, описывающих течение).

Связь между размерным и безразмерным давлением следующая:

$$P_{безразм} = \frac{P_в - 91515}{101325 - 91515} - 1.$$

В данной формуле использованы значения атмосферного давления $P_{атм} = 101325 Па$ и давления (91515 Па), при котором высота набора воды равна 1.

10) Так как положение свободной границы в волнопродукторе изменилось в результате выполнения шага 9, то определяется объем воздуха в волнопродукторе на новом шаге по времени, корректируются значения давления и плотности.

11) Переход к пункту 5).

Конфигурация клапана волнопродуктора довольно сложна, для определения площади отверстия S (используется в пункте 6 приведенного алгоритма) пришлось выполнить несколько расчетов. Удовлетворительного совпадения результатов численного и экспериментального моделирования удалось получить при площади отверстия $S = 0,013 м^2$.

На рис. 6 приведено сравнение экспериментальных и расчетных амплитуд генерируемых волн в зависимости от высоты набора воды в колокол. Заметно почти полное совпадение расчетных значений высот волн с экспериментальными при одинаковых высотах набора воды в колокол.

После удачного сопоставления амплитуд в зависимости от высоты набора воды в колокол были проведены расчеты наката волны на пологий берег. Сравнение было проведено с данными 6-го эксперимента (табл. 1): высота набора воды $h = 0.6$, что соответствует волне с амплитудой 0,21.

На рис. 9 приведено сравнение профилей свободной поверхности в местах установки волномеров. Заметно качественное и количественное совпадение полученных значений численного и экспериментального моделирования. На рис. 10 представлены графики изменения характеристик внутри волнопродуктора с течением времени. График 10в демонстрирует изменение давления, из которого видно, что предположение о том, что давление в волнопродукторе довольно продолжительное время отлично от атмосферного (в безразмерном виде – 0), оказалось верным.

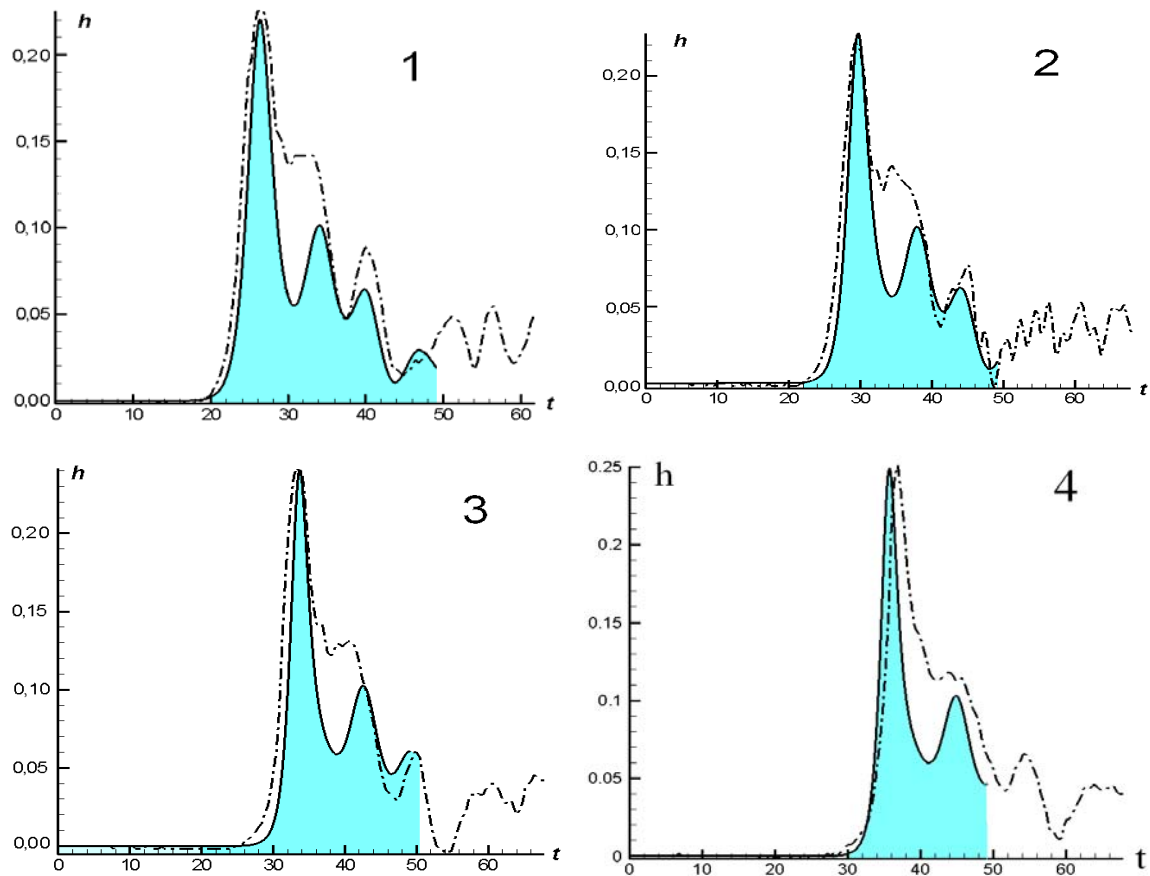


Рис. 9. Графики изменения значений волномеров $V_1 - V_4$, номер на рисунке соответствует номеру волномера. Штрихпунктирная линия – данные эксперимента, сплошная – численные результаты

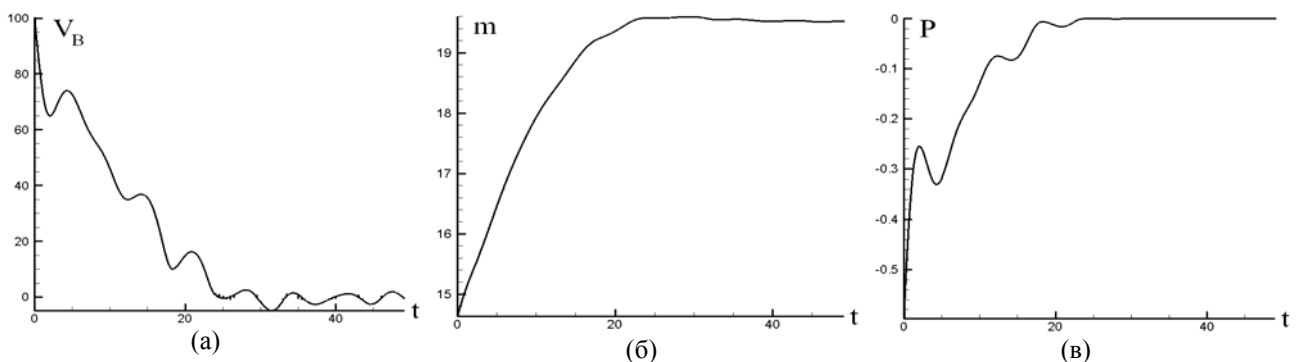


Рис. 10. Графики изменения значений скорости втекания воздуха через клапан (а), массы воздуха в волнопродукторе (б), безразмерного давления в волнопродукторе (в)

Заключение

По результатам сопоставления полученных численных и экспериментальных результатов генерации одиночных волн и их последующем распространении на пологом откосе можно сделать вывод о работоспособности предложенного алгоритма моделирования работы вакуумного волнопродуктора. Незначительные отличия возмущений за фронтом волны можно объяснить тем, что задача рассматривается в потенциальной постановке, при которой не могут исследоваться вихревые течения. Стенка, разделяющая волнопродуктор и лоток с набранной водой, имеет ост-

рую кромку. Поэтому в процессе генерации волны должно возникать вихревое течение, которое также оказывает воздействие на профиль генерируемой волны. Дальнейшие исследования предполагается проводить с использованием разработанного алгоритма моделирования работы вакуумного волнопродуктора и бессеточных или условно-бессеточных методов, позволяющих провести моделирование с учетом вихреобразования. При этом алгоритм моделирования работы вакуумного волнопродуктора останется без изменений, потребуется лишь подобрать площадь отверстия клапана.

Литература

1. Пелиновский, Е. Н. Гидродинамика волн цунами / Е. Н. Пелиновский. – Н. Новгород: ИПФ РАН, 1996. – 276 с.
2. Green, A. E. A derivation of equations for wave propagation in water of variable depth / A. E. Green, P. M. Naghdi // J. Fluid Mech. – 1976. – V. 78. – P. 2. – P. 237 – 246.
3. Железняк, М. И. Физико-математические модели наката цунами на берег / М. И. Железняк, Е. Н. Пелиновский // Накат цунами на берег: сб. науч. тр. – Горький: ИПФ АН СССР, 1985. – С. 8 – 33.
4. Алешков, Ю. З. Полная модель процесса распространения длинных волн и их взаимодействия с вертикальной стенкой / Ю. З. Алешков // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1985. – № 3. – С. 173 – 176.
5. Хакимянов, Г. С. Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами / Г. С. Хакимянов, Ю. И. Шокин, В. Б. Барахнин [и др.]. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. – 394 с.
6. Шокин, Ю. И. Об использовании методов численного моделирования для решения прикладных задач проблемы цунами / Ю. И. Шокин, С. А. Бейзель, З. И. Федотова [и др.] // Тр. Междунар. конф. «Вычисл. и информационные технологии в науке, технике и образовании». – Павлодар: ЭКО, 2006. – Т. I. – С. 36 – 51.
7. Afanasiev, K. E. Simulation of problems with free surfaces by a boundary element method / K. E. Afanasiev, S. V. Stukolov // Springer: Computational Science and High Performance Computing. Series: Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design (NNFM). – 2005. – V. 88. – P. 307 – 338.
8. Афанасьев, К. Е. Моделирование задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами бессеточным методом естественных соседей / К. Е. Афанасьев, Т. С. Рейн // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13. – № 4. – С. 7 – 24.
9. Afanasiev, K. E. Comparative Analysis of the SPH and ISPH Methods / K. E. Afanasiev, R. S. Makarchuk, A. Yu. Popov // Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary. Computational Science and Performance Computing III. Springer, 2007. – V. 101. – P. 206 – 223.
10. Манойлин, С. В. Трансформация нелинейных длинных волн на шельфе / С. В. Манойлин, В. В. Максимов, А. С. Федоров // Исследования по цунами. – М.: Изд-во АН СССР, 1988. – С. 81 – 85.
11. Нуднер, И. С. Воздействие волн цунами на морские гидротехнические сооружения / И. С. Нуднер, В. В. Максимов // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. – 2008. – № 2. – С. 45 – 56.
12. Максимов, В. В. Взаимодействие длинной одиночной волны с морскими гидротехническими сооружениями (экспериментальный подход) / В. В. Максимов, С. В. Манойлин, И. С. Нуднер // Вычислительные технологии, Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. (Серия: Математика, механика, информатика). – Алматы; Новосибирск, 2008. – Т. 13. – № 3 (58). – Ч. II. – С. 361 – 364.
13. Афанасьев, К. Е. Численное и экспериментальное исследование процессов обрушения и последующего распространения нелинейных удаленных волн в прибрежной зоне / К. Е. Афанасьев, Е. Ю. Камынин, С. Н. Карабцев [и др.] // Труды X Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – СПб.: Наука. – 2010. – С. 304 – 307.
14. Афанасьев, К. Е. Численное моделирование работы опытового волнопродуктора одиночных волн / К. Е. Афанасьев, В. В. Максимов, И. С. Нуднер [и др.] // Труды XI Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – СПб.: Наука. – 2012. – С. 201 – 203.
15. Афанасьев, К. Е. Анализ динамических характеристик при взаимодействии уединенной волны с препятствием / К. Е. Афанасьев, Е. Н. Березин // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9. – № 3. – С. 22 – 38.

Информация об авторах:

Афанасьев Константин Евгеньевич – доктор физико-математических наук, профессор, проректор по информатизации КемГУ, заведующий кафедрой ЮНЕСКО по новым информационным технологиям КемГУ, 8(3842)584403, afa@kemsu.ru.

Konstantin E. Afanasiev – Doctor of Physics and Mathematics, Vice-Rector for Informatization, Head of the UNESCO Chair for New Information Technologies in Education and Science, Kemerovo State University.

Стуколов Сергей Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры ЮНЕСКО по новым информационным технологиям КемГУ, 8(3842)546469, serg@kemsu.ru.

Sergey V. Stukolov – Candidate of Physics and Mathematics, Assistant Professor at the UNESCO Chair for New Information Technologies in Education and Science, Kemerovo State University.