УДК 517.958

МОДЕЛЬ ФАЗОВОГО РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТЬ-ПАР ПРИ ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ ПО ДАННЫМ О ПЛОТНОСТИ РАСТВОРА

З. Н. Есина, В. В. Мурашкин, М. Р. Корчуганова

MODEL OF LIQUID-VAPOR PHASE EQUILIBRIUM AT CONSTANT TEMPERATURE AS REVEALED BY SOLUTION DENSITY DATA

Z. N. Esina, V. V. Murashkin, M. R. Korchuganova

Представлена модель равновесия жидкость-пар для бинарных систем при изотермических условиях, основанная на минимизации избыточной энергии Гиббса по параметру сольватации. Математическая модель для коэффициентов активности позволяет определить параметры точек азеотропии и построить диаграмму фазового равновесия жидкость-пар. Метод может применяться для смесей, имеющих одну или несколько азеотропных точек.

The paper presents the model of liquid-vapour equilibrium for binary mixtures under isothermal requirements, based on minimization of excess Gibbs energy regarding the parameter of salvation. The mathematical model for activity coefficients allows to spot parameters of azeotropic points and to construct the diagram of liquid-vapour phase equilibrium. The method can be applied to mixtures having of one or several azeotropic points.

Ключевые слова: азеотроп, равновесие жидкость-пар при изотермических условиях, избыточная энергия Гиббса, параметр сольватации, параметр ассоциации.

Keywords: azeotrope, liquid-vapour equilibrium under isothermal requirements, excess Gibbs energy, parameter of solvation, parameter of association.

Постановка задачи

Определенные соединения разной степени устойчивости, возникающие в растворе, называют сольватами или ассоциатами. Реальные растворы могут рассматриваться как растворы, в которых происходят взаимодействия, приводящие к сольватации и ассоциации чистых компонентов. Ассоциированными называются растворы, в которых существуют относительно устойчивые молекулярные комплексы, образующиеся вследствие относительно сильных направленных взаимодействий между молекулами. Для ассоциированных растворов характерны большие значения избыточных термодинамических функций.

Энергия взаимодействия молекул зависит от числа молекул растворителя, окружающих молекулу растворяемого вещества и от их взаимного расположения. Возможны различные способы «упаковки» молекул обоих веществ. При переходе от одной, наиболее плотной упаковки, для которой характерно определенное соотношение молекул растворителя и растворяемого вещества, к другой скачком изменяются свойства системы. Наибольшая плотность и вязкость раствора связана с наибольшей плотностью «упаковки» молекул растворителя и растворяемого вещества.

В термодинамике молекулярных частиц, как супрамолекулярных ансамблей молекул, широко пользуются предложенным Менделеевым представлением о сольватах. Менделеев писал: «Между молекулярными и определенными химическими соединениями нет резкой границы. Обыкновенно различие между ними полагают в различной способности к разложению под влиянием высокой температуры»; «Если только представим себе, что в растворах имеется химическая связь между молекулами вещества растворенного и растворителя и что между растворителями и растворенными телами образуются разные соединения, вроде различных соединений тел с кристаллизационной [водой], то понятно станет, почему простое механическое сопоставление, простое алгебраическое изображение не может выразить всей совокупности имеющихся явлений».

Фазовое равновесие жидкость-пар может иметь особую точку, когда состав раствора в жидком состоянии совпадает с составом паровой фазы. Это явление называется азеотропией, а смеси называются постояннокипящими, т. к. в процессе испарения при условии равенства составов равновесных фаз не изменяется температура раствора. Азеотроп – смесь двух или более компонентов, которые не могут быть отделены. Термин азеотроп для обозначения бинарных и тройных смесей, характеризующихся наличием максимума или минимума давления пара, ввели в 1911 г. Уэйд и Мерриман.

Во многих технологических процессах следует учитывать явление азеотропии [1 – 3]. Каждая азеотропная смесь может характеризоваться составом, температурой и давлением. Давление в точке азеотропии выше, чем чистых компонентов (для положительного азеотропа), или ниже, чем чистых компонентов (для отрицательного азеотропа). Параметры азеотропа могут быть получены из эксперимента или предсказаны теоретически. О важности решения этой задачи свидетельствует то, что в процессах разделения смесей с помощью ректификации необходимо иметь уверенность в том, что компоненты раствора не образуют азеотропа, так как метод экстрактивной ректификации основан на выборе разделяющего агента, не образующего азеотропных смесей с разделяемыми компонентами. При азеотропной ректификации, наоборот, разделяющий агент должен образовывать азеотроп с компонентами разделяемой смеси.

В основе расчета процессов разделения смесей и создания новых композиций, обладающих необходимыми свойствами при заданной температуре, лежит определение условий равновесия между сосуществующими фазами [4].

До сих пор отсутствует обобщенная теория, позволяющая дать аналитическое описание кривых фазового равновесия, основанное на термодинамических данных о чистых компонентах. В настоящее время фазовые диаграммы жидкость-пар в основном получают экспериментальным путем, но при наличии значительного банка данных по фазовому равновесию он не отвечает полностью потребностям науки и производства [5; 6].

Методы расчета равновесия и азеотропных параметров в неидеальных системах

Молекулярные термодинамические модели для рассмотрения фазового равновесия растворов могут быть разделены на две категории: модели коэффициента активности и модели уравнения состояния. Термин “прогнозирующие молекулярные термодинамические модели” не является официально принятым к настоящему времени, хотя многие исследователи используют его. Он характеризует типы моделей, которые могут описывать фазовое равновесие при условии, что молекулярные соединения или физические свойства чистых компонентов в смеси известны.

Традиционные методы для вычисления гомогенных азеотропов используют коэффициенты летучести или относительные летучести [7; 8]. Методы основаны на решении систем уравнений, выражающих равенство химических потенциалов в сосуществующих фазах, на минимизации свободной энергии и на свойстве выпуклости огибающей для термодинамических потенциалов всех фаз системы [9 – 12].

Хотя упомянутые методы декларировались как очень перспективные, большинство этих методов трудно применять вследствие того, что они требуют сложных математических вычислений. Некоторые из них зависят от модели, могут требовать значительного времени, необходимого для расчета фазовых равновесий в многокомпонентной системе.

Методы молекулярного моделирования, основанные на применении статистических методов, не дали удовлетворительного описания избыточных функций раствора: избыточной свободной энергии Гиббса, энтальпии и энтропии смешения.

Наиболее эффективными являются методы математического моделирования фазовых равновесий, основанные на теории оптимизации избыточных термодинамических функций, таких как избыточная свободная энергия Гиббса или избыточная энтальпия.

Модель, основанная на минимизации избыточной свободной энергии Гиббса

Предлагаемый метод заключается в том, что минимизация избыточной свободной энергии выполняется по внутреннему параметру γ, характеризующему сольватацию молекул в квазихимической модели.

Если происходит образование сольватов молекул чистых компонентов, то молярная масса компонента в растворе может быть рассчитана по формуле: $M'_i = \lambda_i M_i$, где M_i – молярная масса компонента до смешения, λ_i – поправочные коэффициенты. Среднее соотношение числа молекул в сольватах чистых компонентов $\lambda = \lambda_1/\lambda_2$ характеризует устойчивую структуру раствора. Отличие коэффициента λ от единицы свидетельствует о наличии отклонения от идеальности в бинарной системе и необходимости перехода к эффективным мольным долям для получения термодинамически согласованных моделей [4]:

$$z_1 = x_1/(x_1+\lambda x_2),\ z_2 = x_2/(x_1/\lambda+x_1),$$

где x_i – мольная доля компонентов смеси, $i = 1, 2$.

Избыточная составляющая энергии Гиббса раствора, отражающая неидеальность раствора, для бинарной системы дается выражением:

$$G^E = RT \sum_{i=1}^{2} z_i \ln \gamma_i,$$

где γ_i – коэффициент активности i-го компонента; T – абсолютная температура; R – универсальная газовая постоянная: $i = 1, 2$.

Парциальные избыточные энергии Гиббса компонентов раствора: $G_i^E = RT \ln \gamma_i$.

Экспериментальные данные о плотности чистых компонентов и раствора при фиксированной температуре содержат исчерпывающую информацию об ассоциации и сольватации компонентов раствора и служат надежной основой для построения фазовых диаграмм.

Моделирование основано на данных об избыточном молярном объеме и давлении насыщенного пара чистых компонентов при заданной температуре. Для бинарной смеси необходимо иметь данные о зависимости плотности раствора от температуры и состава, используемые для расчета избыточного объема, характеризующего отклонение системы от идеальной:

$$V^E = \mu / \rho - (x_1 \mu_1 / \rho_1 + x_2 \mu_2 / \rho_2), \qquad (1)$$

где μ, μ_i − молярная масса смеси i-го компонента соответственно; ρ, ρ_i − плотность смеси и i-го компонента соответственно, $i = 1, 2$.

Разность уравнений состояния для реальной и идеальной равновесных фаз можно представить в виде [4]:

$$-H^E/(RT^2)\, dT + V^E/(RT)\, dP = \sum_{i=1}^{2} z_i\, d \ln \gamma_i, \qquad (2)$$

где H^E – энтальпия смешения; $i = 1, 2, \ldots, n$; n – число компонентов в системе.

При $T = const$ уравнение (2) принимает вид:

$$V^E/(RT)\, dP = \sum_{i=1}^{2} z_i\, d \ln \gamma_i. \qquad (3)$$

Избыточный объем V^E как функцию эффективной мольной доли первого компонента в растворе z_1 (1) аппроксимируем рядом Редлиха-Кистера методом наименьших квадратов:

$$V^E = z_1(1-z_1)\sum_{k=1}^{m} A_k(2z_1-1)^{k-1},$$

где A_k − коэффициенты ряда Редлиха – Кистера.

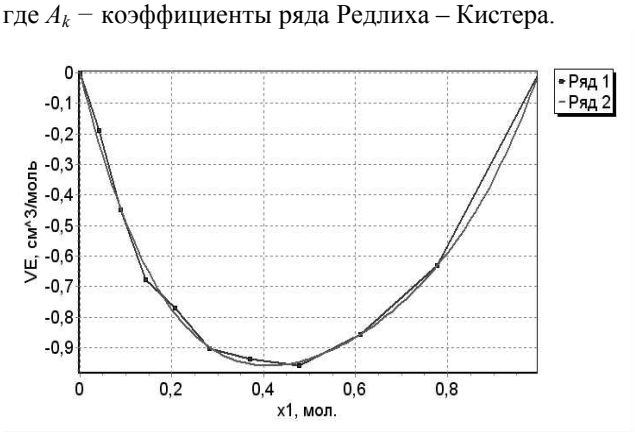

Рис. 1. ***Зависимость избыточного молярного объема водного раствора этанола от мольной доли этанола при температуре t = 70 °C: ряд 1 – эксперимент [13], ряд 2 – расчет по модели Редлиха – Кистера***

На рис. 1 представлена зависимость избыточного молярного объема водного раствора этанола от мольной доли этанола.

Парциальные молярные избыточные объемы компонентов [4]:

$$V_i^E = V^E + (1-z_i)\, dV^E/dz_i,\ i = 1, 2. \qquad (4)$$

Из (4) следует, что парциальные избыточные объемы: $V_i^E = (-1)^{i+1}(1-z_1)^2\sum^m_{k=1} A_k(2\,k\,z_i-1)(2z_i-1)^{k-2},\ i = 1, 2.$

Решая дифференциальное уравнение (3) в предположении, что избыточные молярные объемы не зависят от давления, находим коэффициенты активности и парциальные избыточные энергии Гиббса:

$$G_i^E = V_i^E(z)P_i^0[P(z)/P_i^0-1]+f_i(z,T),$$

где $f_i(z, T)$ – произвольная функция, не зависящая от давления; $i = 1, 2$.

Избыточная энергия Гиббса

$$G^E = z_1[V_1^E P_1^0(1-P/P_1^0)]+z_2[V_2^E P_2^0(1-P/P_2^0)]+F(z_1,T),$$

где $F(z_1,T) = z_1 f_1(z_1,T)+(1-z_1) f_2(z_1,T)$.

На рис. 2 приведен график избыточной энергии Гиббса раствора этиловый спирт – вода при $t = 70$ °С.

Минимизируем избыточную энергию Гиббса G^E при постоянной температуре по параметру $\lambda=\lambda_1/\lambda_2$: $dG^E/d\lambda = 0$.

Получим уравнение $dP/dz_1+q_1(z_1)P = q_2(z_1)$,

где $q_1(z_1) = (dV^E/dz_1)/V^E$,

$$q_2(z_1) = (V_1^E P_1^0 - V_2^E P_2^0 + z_1 P_1^0 dV_1^E/dz_1 + (1-z_1)P_2^0 dV_2^E/dz_1 - F(z_1,T))/V^E.$$

Давление смеси, отвечающее условию фазового равновесия жидкость-пар при $T=const$:

$$P(z_1) = [z_1P_1^0V_1^E+(1-z_1)P_2^0V_2^E+|V^E|(P_1^0+P_2^0)]/|V^E|. \qquad (5)$$

Уравнение (5) можно также записать в виде:

$$P(z_1) = [z_1P_2^0V_1^E+(1-z_1)P_1^0V_2^E]/V^E.$$

Предлагаемую математическую модель можно использовать в системах без экстремума на кривой давления, а также в азеотропных системах. Область азеотропных составов раствора найдем из уравнения, следующего из условия $dP/dz_1 = 0$:

$$[z_1P_1^0V_1^E+(1-z_1)P_2^0V_2^E] = P_2^0V^E. \qquad (6)$$

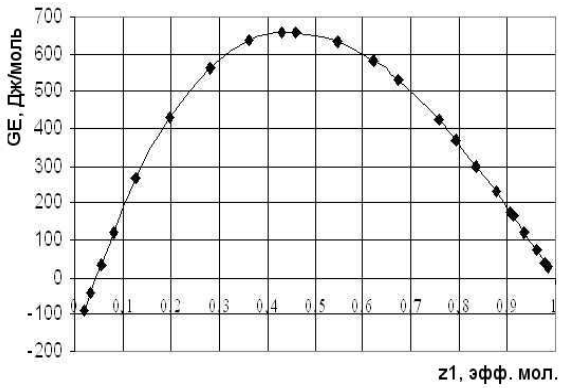

Рис. 2. ***Избыточная энергия системы этиловый спирт-вода при температуре 7 °С., расчет по модели минимизации избыточной энергии Гиббса PCEAS***

Азеотропная область состоит из точек наибольшего сближения кривых, графически представляющих левую и правую часть равенства (6).

На рис. 3 приведены кривые $h_1(z_1) = P_2^0V^E(z_1)$,

$$h_2(z_1) = [z_1P_1^0V_1^E(z_1)+(1-z_1)P_2^0V_2^E(z_1)]$$

в растворе этиловый спирт – вода при температуре $t = 70$°С. Область перекрывания кривых определяется, исходя из точности, с которой измеряется давление чистых компонентов и избыточный объем. В свою очередь, точность, с которой определяется избыточный объем, зависит от точности измерения плотности чистых компонентов и плотности раствора.

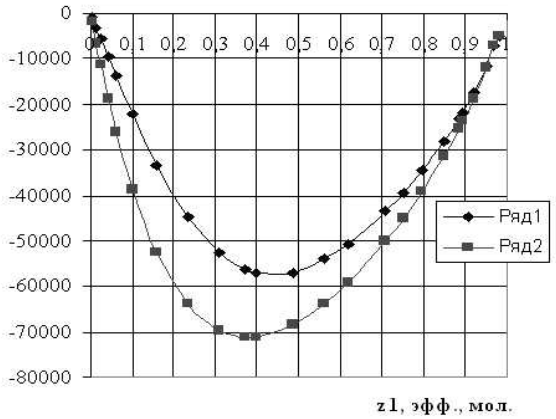

Рис. 3. ***График зависимостей: $h_1(z_1) = P_2^0V^E(z_1)$, [Па·см³/мол]- ряд 1; $h_2(z_1) = [z_1P_1^0V_1^E(z_1) + (1-z_1)P_2^0V_2^E(z_1)]$, [Па·см³/мол] − ряд 2; z_1 − эффективная мольная доля этанола в растворе этанол − вода; t = 70⁰ С***

Давление насыщенного пара смеси может быть представлено в виде [2]:

$$P = z_1\gamma_1P_1^0+z_2\gamma_2P_2^0. \qquad (7)$$

Из (6) и (7) находим $\gamma_1 = P_2^0V_1^E/(P_1^0V^E)$,

$$\gamma_2 = P_1^0V_2^E/(P_2^0V^E).$$

С целью проверки термодинамической согласованности полученных коэффициентов активности найдем функцию $\gamma_1/\gamma_2 = (P_2^0/P_1^0)^2V_1^E/V_2^E$, которая должна удовлетворять условию Херингтона и Редлиха–Кистера [4]:

$$\int_0^1 lg\ \gamma_1/\gamma_2\, dz_1 = 0. \qquad (8)$$

Согласно (8), должны быть равны по величине площади ограниченные кривой $lg\ \gamma_1/\gamma_2$ и осями координат. Если условие (8) не выполняется, вводится поправка $b = b_1/b_2$: $\lg \gamma_1^s/\gamma_2^s = \lg \gamma_1/\gamma_2+ \lg b$,

где $\lg \gamma_1^s = \lg (P_2^0V_1^E/(P_1^0V^E))+\lg b_1$,

$\lg \gamma_2^s = \lg (P_1^0V_2^E/(P_2^0V^E))+ \lg b_2$.

Введение поправок не противоречит принципам термодинамики, согласно которым внутренняя энергия и другие виды энергетических функций, такие как, например, свободная энергия Гиббса, определяются с точностью до произвольной постоянной. Эффективные мольные доли компонентов в азеотропе ($z_1^{аз}$, $z_2^{аз}$) находим в точке пересечения кривых $\lg \gamma_1^s/\gamma_2^s$ и $\lg P_2/P_1$. Если кривые $\lg \gamma_1^s/\gamma_2^s$ и $\lg P_2/P_1$ не имеют точек пересечения, то азеотроп в такой системе не образуется. На рис. 4 приведены графики функций $\lg \gamma_1^s/\gamma_2^s$ и $\lg P_2/P_1$.

Если термодинамическая согласованность не достигнута, что может являться следствием процессов ассоциации молекул смеси в паре, предлагается ввести относительные величины $\tau_1/\tau_2 = (y_1/y_2)$: (w_1/w_2), где

y_1, y_2 и w_1, w_2 – действующие и эффективные мольные доли в паре соответственно. Коэффициенты ассоциации в паре τ_1/τ_2 связаны с коэффициентами ассоциации в жидкости λ_1/λ_2 соотношением $\tau_1/\tau_2 = (\lambda_1/\lambda_2)$: (b_1/b_2), где $b_1/b_2 = b$ – поправка к функции $\lg\gamma_1/\gamma_2$. Возможность рассчитать коэффициент ассоциации в паре позволяет найти энтальпию фазового перехода жидкость-пар при постоянном давлении, которая необходима для построения кривой кипения $T(x)$.

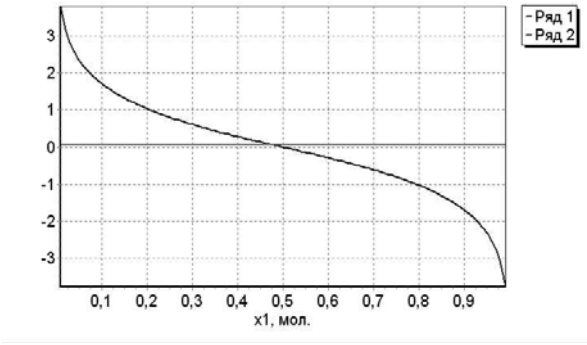

Рис. 4. ***Ряд 1 – $\lg\gamma_1^s/\gamma_2^s$; ряд 2 – $\lg P_2/P_1$ для раствора этанол − циклогексан при температуре 55° С***

Давление насыщенного пара смеси в точке азеотропии может быть найдено в виде:

$$P^{аз} = z_1\gamma_1^{аз}P_1^0 + z_2^{аз}\gamma_2^{аз}P_2^0.$$

В том случае, если кривые $\lg\gamma_1^s$, $\lg\gamma_2^s$ удовлетворяют условию термодинамической согласованности, представим их в виде рядов Редлиха-Кистера:

$$\lg\gamma_1 = z_2^2[B+C(3z_1-z_2)],\ \lg\gamma_2 = z_1^2[B+C(z_1-3z_2)],$$

или аппроксимируем их уравнениями Ван-Лаара [2]:

$$\lg\gamma_1 = A[Bz_2/(Az_1+Bz_2)]^2,\ \lg\gamma_2 = A[Bz_1/(Az_1+Bz_2)]^2. \quad (9)$$

По азеотропным данным $z_1^{аз}$, $z_2^{аз}$, $\lg\gamma_1^{аз}$, $\lg\gamma_2^{аз}$ находим коэффициенты моделей Редлиха–Кистера или Ван-Лаара. Коэффициенты модели Ван-Лаара можно также найти как предельные значения $\lg\gamma_1^s$, $\lg\gamma_2^s$ при бесконечном разбавлении:

$$\lim_{z_1\to 0}\lg\gamma_1^s = \lg\gamma_1^\infty = A,\ \lim_{z_2\to 0}\lg\gamma_2^s = \lg\gamma_2^\infty = B.$$

В случае, если $\lambda = \lambda_1/\lambda_2 = B/A$, аппроксимируем кривые $\lg\gamma_1^s$, $\lg\gamma_2^s$ уравнениями Ван-Лаара (9). Если $\lambda = \lambda_1/\lambda_2$ отлично от B/A, то можно использовать следующие выражения [2]:

$$\lg\gamma_1 = (1-z_1)^2[A+2z_1(B/\lambda-A)],$$
$$\lg\gamma_2 = z_1^2[B+2(1-z_1)(A\lambda-B)]. \quad (10)$$

Используя (10), находим кривую фазового равновесия $P-x$.

Для расчета кривой фазового равновесия $P-y$ воспользуемся соотношением мольных долей компонентов в паре $(y_1/y_2) = (x_1/x_2)\cdot(\gamma_1/\gamma_2)\cdot(P_1^0/P_2^0)_T$,
где x_1, x_2 – мольные доли компонентов в жидком растворе; γ_1, γ_2 − коэффициенты активности;
P_1^0, P_2^0 – давление паров чистых компонентов бинарной смеси при температуре кипения раствора.

Модель *PCEAS* (*Phase Chart Eutectic and Azeotropic Systems*) является моделью уравнения состояния и основана на минимизации избыточной энергии Гиббса по параметру сольватации λ, характеризующему отношение числа молекул A к числу молекул B в молекулярном соединении. Модель позволяет рассчитать равновесие жидкость-пар, жидкость – твердое, а также определить параметры возможных в данной системе азеотропов и эвтектик. Входными параметрами, необходимыми для расчета по модели равновесия жидкость-пар при постоянной температуре, являются коэффициенты уравнения Антуана для определения давления насыщенного пара чистых компонентов A_i, B_i, C_i, плотность чистых компонентов ρ_i^0 при температуре кипения и плотность как функция от состава и температуры смеси $\rho(x, T)$, что дает информацию для расчета избыточного объема смеси $V^E(x, T)$.

На рис. 5 представлена фазовая диаграмма равновесия жидкость-пар для системы этанол-циклогексан при температуре 55° С. На рис. 6 приведена $P-x$ диаграмма жидкость-пар для системы бензол-циклогексан при температуре 40° С.

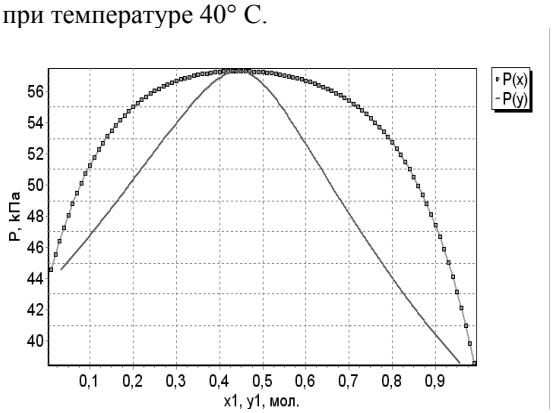

Рис. 5. ***Графики P−x (ряд 1), P−y (ряд 2) для системы этанол − циклогексан, t = 55° С, расчет по модели PCEAS***

Выводы

Предложенная модель равновесия жидкость-пар при изотермических условиях основана на минимизации избыточной энергии Гиббса по параметру сольватации и позволяет дать аналитическое описание кривых фазового равновесия по термодинамическим данным о чистых компонентах. Для моделирования фазовой диаграммы и определения параметров точек азеотропии необходимы данные о давлении насыщенного пара, плотности чистых компонентов и зависимости плотности смеси от состава и давления.

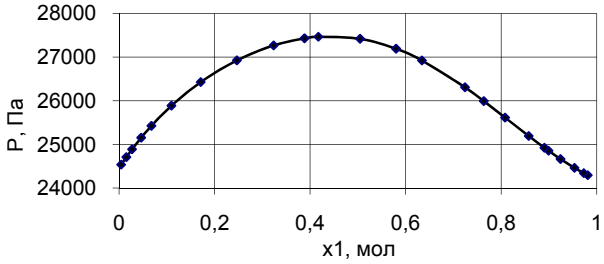

Рис. 6. ***Фазовая диаграмма P−x для системы бензол − циклогексан, t = 40° С, расчет по модели PCEAS***

Таблица

Параметры азеотропных точек в системах на основе циклогексана

Раствор	*Расчет азеотропных параметров по модели PCEAS*			*Литературные данные [14] в точке азеотропии*		
	состав, мол.	*темп-ра кипения, °С*	*давление, Па*	*состав, мол.*	*темп-ра кипения, °С*	*давление, Па*
Этанол – Циклогексан	0,450 0,550	55,00	58000	0,407 0,593	49,30	55860
1-Пропанол – Циклогексан	0,200 0,800	55,00	61000	0,198 0,802	58,00	57009
Бензол – Циклогексан	0,420 0,580	40,00	27465	0,493 0,507	39,99	27477

Литература

1. Жаров, В. Т. Физико-химические основы дистилляции и ректификации / В. Т. Жаров, Л. А. Серафимов. – Л.: Химия, 1975. – 239 с.
2. Коган, В. Б. Азеотропная и экстрактивная ректификация / В. Б. Коган. – Л.: Химия, 1971. – 432 с.
3. Уэйлес, С. Фазовые равновесия в химической технологии: в 2 ч. / С. Уэйлес: [пер. с англ.]. – М.: Мир, 1989. – Ч. 2. – 360 с.
4. Коган, В. Б. Гетерогенные равновесия / В. Б. Коган. – Л.: Химия, 1968. – 432 с.
5. Людмирская, Г. С. Равновесие жидкость-пар: справ. изд. / Г. С. Людмирская, Т. А. Барсукова, А. М. Богомольный; под ред. А. М. Богомольного. – Л.: Химия, 1987. – 336 с.
6. Swietoslawski, W. Azeotropy and Polyazeotropy / W. Swietoslawski. – New York: Macmillan Company. – 1963.
7. Термодинамика равновесия жидкость-пар / А. Г. Морачевский, Н. А. Смирнова, Е. М. Пиотровская [и др.]; под ред. А. Г. Морачевского. – Л.: Химия, 1989. – 344 с.
8. Malesinski, W. Azeotropy and Other Theoretical Problems of Vapor-liquid Equilibrium / W. Malesinski. – London: Interscience, a Division of John Wiley and Sons, 1965.
9. Wang, S. H. New algorithm for calculation of azeotropes from equation of state / S. H. Wang, W. B. Whiting. // Industrial&Engineering, Chemistry Process Design and Development. – 1986. – Vol. 25. – P. 547 – 551.
10. Chapman, R. G. A general algorithm for the calculation of azeotropes in fluid mixtures / R. G. Chapman, S. P. Goodwin // Fluid Phase Equilibria. – 1993. – Vol. 85. – P. 55 – 69.
11. Воронин, Г. Ф. Новые возможности термодинамического расчета и построения диаграмм состояния гетерогенных систем / Г. Ф. Воронин // ЖФХ. – 2003. – Т. 77. – № 10. – С. 1874 – 1883.
12. Воронин, Г. Ф. Выпуклые функции в термодинамике гетерогенных веществ / Г. Ф. Воронин // ЖФХ. – 2005. – Т. 79. – № 12. – С. 2126 – 2139.
13. Стабников, В. Н. Этиловый спирт / В. Н. Стабников, И. М. Ройтер, Т. Б. Процюк. – М.: Пищевая промышленность, 1976. – 272 с.
14. Огородников, С. К. Азеотропные смеси: справочник / С. К. Огородников, Т. М. Лестева, В. Б. Коган; под ред. проф. В. Б. Когана. – Л.: Химия, 1971. – 849 с.

Информация об авторах:

Есина Зоя Николаевна – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики КемГУ, 8(3842) 54-27-70, ezn2@rambler.ru.

Zoya N. Esina – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Computational Mathematics, Kemerovo State University.

Мурашкин Виталий Васильевич – руководитель, репрезентативное бюро «Weishaupt», 8(3842)25-93-44, zitner@mail.ru.

Vitaly V. Murashkin – Director of Weishaupt Representative office.

Корчуганова Маргарита Рашидовна – старший преподаватель кафедры вычислительной математики КемГУ, 8(3842) 54-27-70, markarina@mail.ru.

Margarita R. Korchuganova – Senior Lecturer at the Department of Computational Mathematics, Kemerovo State University.