

---

# ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

---

*Б. И. Федоров*

## БОЛЬЦАНО КАК ОСНОВАТЕЛЬ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЛОГИКИ\*

*Аннотация:* В статье рассматривается исторический приоритет Больцано в отношении вероятности повторения и создания вероятностной логики.

*Ключевые слова:* Больцано, отношение вероятности, аналитические, синтетические, соответствующие логике, вероятностная логика.

*Abstract:* In the article the historical precedence of Bolzano in the relation of probability and repetition to create a probabilistic logic.

*Keywords:* Bolzano, relation of probability, analytical, synthetic, relevant logic, probabilistic logic.

Основным логическим сочинением Больцано считается его четырехтомный труд «Наукоучение. Опыт обстоятельного и большей частью нового изложения логики с постоянным вниманием к ее прежним разработчикам»<sup>1</sup>. Именно здесь мы встречаем те места в тексте, где он подробно обсуждает вопросы вероятностного логического вывода. Впервые во втором томе WL, в § 161 под названием «Отношение сравнительной значимости или вероятности одного предложения относительно других предложений» он вводит в свою логическую теорию определение «отношения вероятностной выводимости». В § 167 под названием «Предложения об отношении вероятности» Больцано говорит о краткой форме выражения подобных предложений, а в разделе «Учение о выводе» этого же тома WL в § 253 под названием «Выводы из предложений, говорящих об отношении вероятности» рассматривает формы умозаключений с вероятностной выводимостью.

Поскольку само отношение вероятностной выводимости Больцано связывает с понятием «значимости» предложения, остановимся вначале кратко на его рассмотрении. В § 147 под названием «Понятие значимости предложения» он отмечает: «Каждое предложение либо истинно, либо не истинно, т. е. ложно... И это условие никогда не

---

\* Работа выполнена при поддержке РФНФ, Грант 11-03-00601а.

<sup>1</sup> Wissenschaftslehre. Versuch einer ausführlichen und größtentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter / Herausgegeben von mehreren seiner Freunde. Mit einer Vorrede von Dr. J. Chr. A. Heinroth. 4 Bände. Sulzbach, 1837 (далее — WL).

© Б. И. Федоров, 2012

## ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

нарушается. Разве лишь в том случае, когда вместо данного предложения мы начинаем рассматривать совсем другое, и нам кажется, что оно и истинно и ложно, когда мы относим его к разным местам, временам или предметам. Так, мы говорим часто, что предложение «ведро вина стоит 10 талеров» в этом месте и в это время истинно, но в другом месте и в другое время оно ложно... Легко видеть, что речь каждый раз идет об одном и том же предложении, которое обнаруживает свое различное отношение к истине. Но из этого же предложения, благодаря только его собственным свойствам, можно образовывать другие предложения, если отдельные его части начать рассматривать как переменные и заменять их то одними, то другими представлениями. ...Если мы специально будем рассматривать известные представления в конкретном предложении в качестве переменных, которые будем заменять другими представлениями, то этим самым мы сможем глубже изучить саму природу отношения этого предложения к истине»<sup>2</sup>. Он продолжает далее: «Если, например, в предложении “человек по имени Кай смертен” рассматривать представление “Кай” в качестве переменной и на ее место позволить ставить другие представления (как, например, Симпрониус, Тит, роза, треугольник и т. д.), то обнаруживается следующая особенность. Все новые предложения, которые образуются в этом случае, будут истинными всякий раз, если только они вообще имеют предметность (не пусты. — *Б. Ф.*), т. е. когда субъект новых образующихся предложений будет их собственным предметным (не пустым. — *Б. Ф.*) представлением. Если вместо представления “Кай” мы будем ставить имена, обозначающие действительных людей (Симпрониус, Тит и т. п.), то всегда будет образовываться истинное предложение. Но если мы будем заменять его на розу, треугольник и т. п., то будут образовываться предложения не только не являющиеся истинными, но и не имеющие предметности (т. е. пустые. — *Б. Ф.*). Подобный результат мы можем и не получить, если с тем же самым переменным представлением “Кай” будем рассматривать, например, предложение “человек по имени Кай всеведущий”. Любое из него образуемое предложение при тех же заменах будет ложным...»<sup>3</sup>. Возникает естественный, по мнению Больцано, вопрос: сколько истинных или ложных предложений можно образовывать таким образом из конкретного предложения и в каком отношении находится множество первых к множеству вторых или к множеству и тех и других вместе? Если разрешается на место представлений, рассматриваемых в конкретном предложении в качестве переменных, всегда ставить любые представления, то множество истинных, как и множество ложных, образуемых из него предложений, всякий раз будет бесконечным. «Ведь если в предложении А вместо переменной j мы поставим представление j' и сделаем его тем самым истинным (ложным), то и каждое равнозначное j' представление, если и не всегда, то в большинстве случаев сделает то же самое. А таких равнозначных представлений (согласно § 96<sup>4</sup>) бесконечно много»<sup>5</sup>. Поэтому, считает он, мы обязаны ввести некоторые ограничения на список представлений, используемых при замене переменных. *Во-первых*, следует запретить замену переменных равнозначными представлениями. *Во-вторых*, для замены переменных следует брать

<sup>2</sup> Ibid. II. S. 80.

<sup>3</sup> Ibid. II. S. 81.

<sup>4</sup> Ibid. II, § 96 «Отношение взаимного охватывания или равнозначности представлений».

<sup>5</sup> Ibid. II. S. 81.

только такие представления, которые образуют только «предметные», т. е. не пустые и не бессмысленные предложения. Использование подобных ограничений, полагает Больцано, позволит сократить множество представлений и множество образующихся при замене предложений. «И тогда значительно чаще, чем ранее, отношение, в котором будет находиться множество истинных или ложных предложений к множеству всех возможных результатов замены можно будет выражать вполне определенным числом»<sup>6</sup>. В тексте WL мы имеем дело со следующим примером. Если, например, относительно предложения «шар под номером 8 находится среди тех, которые вытащены из урны лото», где представление «8» берется в качестве переменной, то, с учетом сделанных ограничений, можно образовать 90 предложений (так как число шаров лото равно 90). Любое другое число превратило бы субъект предложения, т. е. представление «шар под номером X», в беспредметное представление. Например, «шар под номером 91» является пустым представлением относительно содержания указанного выше предложения.

«Отношение, в котором множество истинных предложений, получаемых в результате замены в нем переменных представлений по известным правилам (с учетом ограничений. — Б. Ф.), стоит к множеству всех возможных результатов замены, я называю *значимостью* (*Gültigkeit*) предложения»<sup>7</sup>. Числовую степень значимости предложения Больцано предлагает выражать дробью, числитель которой относится к знаменателю как первое множество ко второму. Так, степень значимости рассмотренного нами в примере предложения будет равна  $5/90$  или  $1/18$ , если из урны лото вытащены 5 шаров, так как из возможных 90 только 5 предложений в этом случае будут истинными. Естественно видеть, что, согласно Больцано, степень значимости предложения будет изменяться в зависимости от того, какие представления рассматриваются в нем в качестве переменных. Например, предложение «этот треугольник имеет три стороны» будет оставаться истинным до тех пор, пока в качестве *единственного* представления, которое рассматривается в качестве переменной, будет выступать представление «этот», при условии, что в результате замены будут образовываться только «предметные» предложения. Но если наряду с представлением «этот» будет в качестве переменной рассматриваться еще и представление «треугольник» или «стороны», то степень значимости предложения изменится. «Следовательно, — отмечает Больцано, — когда мы хотим определить степень значимости некоторого предложения, мы должны указать, какие именно представления в нем рассматриваются в качестве переменных»<sup>8</sup>. Иначе говоря, мы должны говорить о степени значимости предложения относительно тех или иных *его* представлений. В том случае, когда степень значимости предложения определяется относительно более чем одного представления, рассматриваемого в качестве переменной, входящего в состав данного предложения, вычисление ведется по каждому представлению в отдельности. В образуемой новой дроби числитель — сумма числителей дробей, полученных в отдельности, а знаменатель — сумма знаменателей дробей, полученных в отдельности.

Понятие значимости предложения позволяет Больцано провести особую типологию предложений по *степени* их значимости и обнаружить совершенно новый по сравне-

---

<sup>6</sup> Ibid.

<sup>7</sup> Ibid. II. S. 82.

<sup>8</sup> Ibid.

нию с И. Кантом подход к пониманию природы *аналитических* и *синтетических* высказываний. «Если предложение А обладает таким свойством, что все предложения, которые могут быть из него образованы при рассмотрении только представлений  $i, j, \dots$  в качестве переменных, являются все сплошь истинными и предметными, то степень значимости этого предложения А относительно представлений  $i, j, \dots$  является наивысшей, т. е.  $k = 1$ . Мы называем подобные предложения *обще-* или *полностью значимыми* (*allgemein- oder vollgültigen*). Если же, в противном случае, все образуемые из А предложения оказываются сплошь ложными, то его степень значимости является наименьшей, т. е.  $k = 0$ . Подобные предложения я называю *общезначимыми* (*allgemeinungültigen*)<sup>9</sup>. Общезначимые (общезначимые) предложения Больцано называет также предложениями *истинными* (*ложными*) *по своему виду* или *по форме*. При этом отрицание ложного (истинного) по своему виду или по форме предложения А относительно представлений  $i, j, \dots$  равнозначно истинному (ложному) по своему виду или по форме предложению А относительно тех же представлений  $i, j, \dots$ . По существу речь здесь идет о тождественно-истинных (соответственно о тождественно-ложных) высказываниях в современном их понимании. В том случае, когда результат замены переменных представлений в конкретном предложении дает как истинные, так и ложные его варианты, Больцано называет подобные предложения *просто значимыми* (*einfach gültigen*). Применение метода замены представлений в предложениях и введение отношения значимости в логику позволило Больцано, как считает И. Лакатос, не только вплотную подойти, но и «по существу предвосхитить понятие модели как одно из величайших нововведений философии математики XIX века»<sup>10</sup>.

Больцано не устраивает предлагаемое И. Кантом решение проблемы разделения суждений на *аналитические* и *синтетические*. Рассматривая два определения аналитического суждения у И. Канта, в его «Логике» — как «тождественного самому себе», и более известное в «Критике чистого разума» — как суждения, «предикат которого содержится в субъекте», Больцано не только указывает на неопределенность самого термина «содержится», но и считает оба определения слишком узкими, не охватывающими всех возможных видов аналитических суждений вообще. Подход Больцано к решению проблемы заключается в выяснении точного смысла понятий логической истины и логической лжи, определяемых самой структурой предложения. Он начинает с анализа конкретных предложений, в которых в качестве переменных разрешается рассматривать «не относящиеся целиком к логике» представления, при этом не все, а лишь отдельные представления рассматриваются в качестве переменных с соблюдением тех ограничений, о которых речь уже шла выше. «Если все предложения, — говорит Больцано, — которые образуются при замене переменных представлений другими представлениями, либо истинны, либо ложны, то... я позволю назвать их термином, заимствованным у Канта, *аналитическими*. Но любое другое предложение, где нельзя выделить подобного представления, которое можно заменять без изменения истинностного его значения, — *синтетическим*»<sup>11</sup>. Примером аналитического будет предложение

<sup>9</sup> Ibid. II. S. 84.

<sup>10</sup> Лакатос И. Доказательства и опровержения. М., 1967. С. 72.

<sup>11</sup> WL, II. S. 84.

«Человек, который является морально плохим, не заслуживает уважения» относительно представления «человек», при замене которого на «ангел», «живое существо» и т. п. всегда образуются лишь только истинные предложения. В то же время при замене этого представления в предложении «Человек, который является морально плохим, постоянно счастлив» все вновь образуемые предложения будут ложными. В предложении «Бог всеведущ» Больцано не может выделить такого представления, при замене которого другим представлением всегда образовывались бы только ложные или только истинные предложения. Это, согласно Больцано, пример синтетического предложения, поскольку его истинностное значение при вариантах замен может изменяться.

Предложение считается аналитическим в том случае, если в нем имеется хотя бы одно представление, при замене которого другими представлениями все вновь образующиеся предложения становятся истинными (ложными). Особо он выделяет такие аналитические предложения, где в качестве переменных («варьируемых») представлений рассматриваются не одно или несколько, а сразу все нелогические представления. Например, «А есть А», «А, которое есть В, есть В», «А, которое есть В, есть А», «Каждое нечто есть либо В, либо не-В» и подобные им. Примеры аналитических предложений отличаются тем, что при рассмотрении их логической природы нам не требуется никакое другое знание, как только знание чисто логического характера, т. е. знание о понятиях, образующих в этих предложениях те постоянные части, которые целиком принадлежат логике. В то же время для установления аналитической природы ранее рассмотренных предложений требуется и другое знание, так как там еще фигурируют «чуждые логике» понятия. Истинность аналитических предложений второго типа, которым Больцано дает особое название — *логически-аналитические*, не должна зависеть ни от выбора в них представлений в качестве переменных («варьируемых»), ни от области допустимых замен, в то время как истинность просто аналитических предложений полностью зависит от области допустимых замен для выбранных переменных представлений. Степень значимости предложения будет равна 1 в случае *истинного* аналитического или логически-аналитического предложения, и равна 0 в случае *ложного* аналитического или логически-аналитического предложения. Если же степень значимости предложения при выполнении операции замены переменных находится в пределах от 0 до 1, не достигая крайностей, т. е. либо больше 0, либо меньше 1, то его следует относить к *синтетическим* предложениям.

Экспликация аналитических и синтетических предложений у Больцано показывает, что не может существовать аналитичности и синтетичности у предложения как такового вообще, что традиционная дихотомия носит лишь относительный характер. «О суждении, взятом вне той или иной семантической системы, бесполезно спрашивать, аналитическое оно или синтетическое»<sup>12</sup>. Относительность эта проявляется в том, что аналитичность и синтетичность зависят от выбора тех или иных представлений в самом предложении в качестве варьируемых (заменяемых). Аналитическое предложение может превратиться в синтетическое, и, наоборот — в зависимости от того, какие именно конкретные представления будут рассматриваться в нем в качестве «варьируемых»,

<sup>12</sup> Смирнова Е. Д. К проблеме аналитического и синтетического // *Философские вопросы современной формальной логики*. М., 1962. С. 327.

## ИСТОРИЯ ЛОГИКИ

переменных и какими конкретными представлениями будут заменяться «варьируемые», рассматриваемые в качестве переменных. Говоря иначе — языком современной логики, «аналитичность и синтетичность будет определяться областью допустимых значений для переменных в высказывательных формах»<sup>13</sup>.

Введение Больцано в логику логически-аналитических предложений и объяснение их смысловой сущности можно расценивать как первое в истории логики наиболее полное и точное истолкование понятия логической истины. Больцано преодолевает узость кантовского понимания аналитичности и синтетичности и отмечает, что оно охватывает всего лишь две формы суждений: «А есть А» и «А, которое есть В, есть В». Он замечает: «Но разве не должно быть суждение вида “А, которое есть В, есть А” или суждение вида “Каждое нечто есть либо В, либо не-В” также отнесено к аналитическим?.. Вообще мне представляется, что все прежние объяснения не учитывают самое важное в подобных предложениях... что их истинность или ложность зависит не от отдельных представлений, из которых они состоят, а лишь от их формы, и остается неизменной, какие бы представления мы не ставили на место переменных, предполагая, что предметность самого предложения при этом не нарушается»<sup>14</sup>. Бар-Хиллел, знакомясь с трактовкой логически-аналитических предложений у Больцано, был, как он сам отмечает, «потрясен глубиной, точностью и современностью понимания этой проблемы»<sup>15</sup>.

При сопоставлении логически-аналитических, просто аналитических и синтетических предложений по степени значимости с современными семантическими представлениями легко обнаруживается параллель: значимость любого аналитического предложения равна общезначимым или общезначимым, а значимость синтетического лишь частично совпадает со значимостью просто выполнимых форм высказываний. Любое логически-аналитическое предложение является одновременно и просто аналитическим, но не наоборот. Первые и вторые совпадают по степени значимости, но различаются в том, что у просто аналитических предложений, говоря современным языком, лишь некоторые, но не все дескриптивные термины могут быть заменены другими без изменения истинностного значения самого предложения. В логико-аналитических предложениях в качестве переменных должны выступать все дескриптивные термины, за исключением чисто логических, которые, как константы, отличают логические структуры предложений друг от друга. При анализе аналитического и синтетического знания в логике Больцано Бар-Хиллел предложил использовать понятие «бессодержательного употребления термина в высказывании», которое должно, по его мнению, точнее выразить смысл логической формы высказывания и поставить больцановское решение проблемы в тесную связь с пониманием аналитической природы суждений у Г. Фреге и Э. Гуссерля. Под этим понятием Бар-Хиллел понимает такое его вхождение в высказывание, при котором, заменяя термин синонимичными выражениями, мы не только не изменяем истинностного значения самого высказывания, но и оставляем его содержательный смысл неизменным. При этом аналитическим оказывается такое высказывание, которое содержит, по крайней мере, одно бессодержательное вхождение термина. Сам

<sup>13</sup> *Human V.* Analytic and synthetic propositions in Kant and Bolzano // *Ratio*. 1970. Vol. 12 (1). P. 12.

<sup>14</sup> *WL*, II. S. 88.

<sup>15</sup> *Bar-Hillel Y.* Bolzano's definition of analytic proposition // *Theoria*. 1950. Vol. XVI. Part 2. P. 91–117.

Больцано, конечно, подобное понятие не использует и считает в первую очередь более важным то, что «истинность или ложность зависит не от отдельных представлений, а от формы предложения», оставляя без особого внимания вопрос о неизменности его смыслового содержания.

Вернемся, однако, опять к основной теме нашего исследования, связанной с введением в логику Больцано отношения вероятностной выводимости. Само понятие вероятности Больцано считает нужным взять у математики, где она есть «отношение числа благоприятных случаев к числу всех равно возможных случаев», но при уточнении смысла выражений «благоприятных» и «равно возможных». В § 161 он пишет: «Если мы в отдельном предложении  $A$  или в нескольких  $A, B, C, D, \dots$  рассмотрим в качестве варьируемых (переменных) представления  $i, j, \dots$  и увидим, что предложения  $A, B, C, D, \dots$  относительно этих представлений совместимы, то было бы важно еще определить и то отношение, в котором множество случаев, когда предложения  $A, B, C, D, \dots$  становятся истинными, находится к множеству случаев, когда наряду с ними становится истинным и некоторое предложение  $M$ . Если последнее множество будет составлять более половины первого множества случаев, то мы можем просто в силу истинности предложений  $A, B, C, D, \dots$  принять за истинное и предложение  $M$ , а если такого соотношения между множествами случаев нет, то за истинное  $M$  не принимать. Это отношение между образующимися таким образом множествами случаев я позволю себе назвать отношением *сравнительной значимости* (vergleichungsweise Gültigkeit) предложения  $M$  относительно предложений  $A, B, C, D, \dots$  или *вероятностью*, с которой предложение  $M$  получается из предпосылок  $A, B, C, D, \dots$ »<sup>16</sup>.

Ниже Больцано предлагает выражать указанное отношение числовой дробью, в знаменателе которой количество случаев, когда истинны все  $A, B, C, D, \dots$  и предложение  $M$ , а в числителе — количество случаев, когда истинны только предложения  $A, B, C, D, \dots$ . «Значение вероятности, — отмечает Больцано, — возрастает до единицы, если только все представления, которые при замене  $i, j, \dots$  делают истинными все  $A, B, C, D, \dots$  и  $M$ ... если  $M$  выводимо из  $A, B, C, D, \dots$ . В этом случае мы говорим, что предложение  $M$  *достоверно* (gewiß sein) относительно предложений  $A, B, C, D, \dots$ . Если же, напротив, нет таких представлений, которые при замене  $i, j, \dots$  делают истинными как все  $A, B, C, D, \dots$ , так и  $M$ ... если  $M$  находится в отношении несовместимости с  $A, B, C, D, \dots$ , то степень вероятности предложения  $M$  относительно предложений  $A, B, C, D, \dots$  равна нулю».

Рассмотрим примеры «теорем», которые формулируются на основе определения вероятностной выводимости в самом тексте WL. «Если предпосылки  $A, B, C, D, \dots$  равнозначны предпосылкам  $A', B', C', D', \dots$ , то вероятность предложения  $M$  в отношении к  $A', B', C', D', \dots$  одинакова с вероятностью его же в отношении к  $A, B, C, D, \dots$ , но всегда по тем же самым представлениям  $i, j, \dots$ , которые во всех предложениях рассматриваются в качестве переменных. Характер отношения сохраняется и в том случае, если  $M$  равнозначно  $M'$ ». И далее: «Если вероятность предложения  $M$  в отношении предложений  $A, B, C, D, \dots$  и представлений  $i, j, \dots$  равна  $\mu$ , то вероятность его отрицания,  $Neg.M$  равна  $(1 - \mu)$ ». И еще: «Если степень вероятности предложения  $M$  так же велика, как степень вероятности его отрицания, т. е. равна  $\frac{1}{2}$ , то мы говорим, что оно *сомнитель-*

<sup>16</sup> WL. II. S. 172.

но (zweifelhaft). А вероятность, которая еще меньше, можно назвать *невероятностью* (Unwahrscheinlichkeit), которая возрастает по мере уменьшения дроби»<sup>17</sup>. Далее Больцано предлагает рассмотреть еще два таких случая: «Если вероятность предложения  $M$  в отношении предложений  $A, B, C, D, \dots$  и представлений  $i, j, \dots$  равна  $\mu$ , а само предложение  $M$  относительно тех же представлений односторонне выводимо из предложения  $L$ , то сама вероятность  $L$  относительно предложений  $A, B, C, D, \dots$  никогда не больше  $\mu$ , а так как  $M$  само выводимо из  $L$ , то вероятность  $M$  относительно предложений  $A, B, C, D, \dots$  никогда не меньше, чем у  $L$ . Если же вероятность  $M$  в отношении предложений  $A, B, C, \dots$  и представлений  $i, j, \dots$  равна  $\mu$  и если еще вероятность предложения  $N$  относительно этих представлений и относительно посылок  $D, E, F, \dots$ , которые совместимы с  $A, B, C, \dots$ , равна  $\nu$ , то можно утверждать, что предложения  $M, N, \dots$  будут истинны одновременно с вероятностью произведения  $\mu \times \nu \times \dots$ »<sup>18</sup>.

Во втором томе WL § 223–268 «Учение о выводах» Больцано рассматривает многочисленные *формы умозаключений*, в качестве посылок которых в разных количествах и сочетаниях выступают тринадцать предложений так называемого «стандартного» вида. Он называет их «важнейшими формами» любых возможных предложений. «К важнейшим формам предложений, — говорит Больцано, — по моему убеждению, принадлежат те, в которых выступают высказывания о самих представлениях, предложениях и об отношениях между ними. Причем представления или предложения в таких высказываниях должны рассматриваться в качестве переменных»<sup>19</sup>. Не приводя более конкретной причины и критерия выделения «важнейших форм» предложений стандартного вида, он предлагает учитывать в своем «учении о выводах» лишь эти тринадцать. Больцано считает, что можно использовать также и *отрицание* каждой из указанных форм. В этом случае, например, отрицание формы II, согласно ему, совпадает с формой I. Он не выписывает здесь все виды отношений между предложениями, которые обсуждались им ранее, допуская возможность выражения одних логических отношений через другие.

- I) « $a$  имеет  $v$ »;
- II) «ложно, что  $a$  имеет  $v$ »;
- III) «представление [нечто]  $(a + v + c + \dots)$  имеет предметность»;
- IV) «представление о единственном представлении  $a$  имеет предметность»;
- V) «представление о нескольких представлениях  $a$  имеет предметность»;
- VI) «представление об  $n$  представлениях  $a$  имеет предметность»;
- VII) «представления  $a, v, c, \dots$  имеют свойство быть в отношении... (совместимости, несовместимости, охватывания, равнозначности, подчинения, противоречия, сцепления и дополнительного соподчинения)»;
- VIII) «предложения  $A, B, C, \dots$  имеют свойство быть в отношении совместимости» (или —  $A, B, C, \dots$  — совместимы)»;
- IX) «предложения  $A, B, C, \dots$  имеют свойство быть выводимыми из предложений  $M, N, O, \dots$ »;
- X) «предложения  $A, B, C$  и  $M, N, O, \dots$  находятся в отношении равнозначности»;

<sup>17</sup> Ibid. II. S. 172.

<sup>18</sup> Ibid. II. S. 178–179.

<sup>19</sup> Ibid. II. S. 393.



- XI) «предложения  $A, B, C, \dots$  находятся в отношении противоречия»;
- XII) «представление об истинных (ложных) предложениях среди предложений  $A, B, C, \dots$  имеет предметность»;
- XIII) «предложение  $M$  имеет свойство с вероятностью  $\mu$  выводиться из предложений  $A, B, C, \dots$ ».

Отношение выводимости в каждом конкретном правиле, составленном из форм I–XIII, носит ограниченный характер, так как зависит от конкретного сочетания посылок и заключений указанных форм. Лишь высказывания о самом отношении выводимости между совокупностями предложений (между посылками и заключениями) независимо от формы этих предложений, учитывающие только их истинностные значения, позволяют, согласно Больцано, раскрыть сущность логического вывода вообще. Эти высказывания Больцано часто называет словом «вывод». К их числу следует отнести все те содержательные описания свойств выводимости, которые рассматриваются в WL. Из числа этих свойств Больцано выделяет главное, которому должен подчиняться любой логический вывод. Свойство это составляет самую суть отношения выводимости и должно лежать в основе любого доказательного вывода. «Если посылки  $A, B, C, \dots$  рассматриваются вместе с предложениями  $M, N, O, \dots$  и из этой совокупности выводимы  $P, Q, R, \dots$ , то мы можем сказать, что предложения  $P, Q, R, \dots$  становятся истинными всякий раз, как только истинными становятся все  $A, B, C, \dots$  и все  $M, N, O, \dots$ . Мы можем, следовательно, высказать гипотетическое суждение в качестве заключения из предложений  $A, B, C, \dots$  “если есть истинные  $M, N, O, \dots$ , то истинны и  $P, Q, R, \dots$ ” Каждая совокупность представлений, которая делает истинными (при замене переменных на постоянные. — Б. Ф.) все  $A, B, C, \dots$ , делает истинным и предложение о том, что каждая совокупность представлений, которая делает истинными все  $M, N, O, \dots$ , делает истинными и все  $P, Q, R, \dots$ . Таким образом, из любого вывода с  $n$ -посылками можно образовать другой вывод с  $(n - 1)$ ,  $(n - 2)$  и даже с одной посылкой. Так, например, из посылок “ $A$  есть  $B$ ” и “ $B$  есть  $C$ ” выводимо заключение: “ $A$  есть  $C$ ”. Но было бы справедливым также из одной посылки “ $A$  есть  $B$ ” получить заключение “Если  $B$  есть  $C$ , то “ $A$  есть  $C$ ”». «И даже если вывод  $P, Q, R, \dots$  из совокупности  $A, B, C, \dots, M, N, O, \dots$  был бы *точным*, то таковым был бы и другой»<sup>20</sup>. Нетрудно догадаться, что речь здесь по существу идет об *исторически первом* четко выраженном, хотя лишь содержательном аналоге «*дедукционной теоремы*».

Термин «вывод» выступает у Больцано в двух значениях. С одной стороны, он часто использует его для обозначения перехода от опосредующих суждений к опосредованному суждению. «Если причина появления суждения  $M$  лежит в появлении суждений  $A, B, C, \dots$ , то я назову суждение  $M$  *обусловленным*, а последние — *обуславливающими* суждение  $M$ . Часто действия, которые приводят к получению суждения  $M$  из суждений  $A, B, C, \dots$ , называют *заключением* или *выводом*; наконец, если в принятии за истинные  $A, B, C, \dots$  лежит причина принятия за истинное суждение  $M$ , то этот переход мы называем *выводной способностью*»<sup>21</sup>. С другой стороны, термин «вывод» Больцано употребляет для высказываний об отношении выводимости в собственном смысле. «*Выводом* мы назовем всякое выражение, подчиненное форме: «Каждая совокупность представлений,

<sup>20</sup> Ibid. II. S. 397.

<sup>21</sup> Ibid. III. S. 123.

которая на месте  $i, j, \dots$ , включенных в качестве варьируемых (переменных. — Б. Ф.) в предложения  $A, B, C, \dots$ ,  $M, N, O, \dots$ , делает истинными предложения  $A, B, C, \dots$ , делает истинными и предложения  $M, N, O, \dots$ »<sup>22</sup>. Но принятие посылок за истинные, согласно Больцано, еще не гарантирует с необходимостью получения истинного заключения. Нужно, чтобы заключение находилось к посылкам действительно в отношении *выводимости* или *точной выводимости*<sup>23</sup>. А для этого, как считает Больцано, «зависимость между ними должна подпадать под одно из правил вывода, которое само есть выражение отношения выводимости и не касается ничего другого, как только формы участвующих в выводе предложений»<sup>24</sup>.

Как же образуются сами правила вывода, составляющие, как можно было заметить, основу дедуктивной теории Больцано? Беря различные сочетания из одной, двух, трех и более важнейших форм I–XIII или отрицания этих форм и используя понятия логической или точной выводимости, Больцано основывает с их помощью ту или иную из указанных выше форм или их отрицаний в качестве заключения. Таким образом, он получает в своем учении о выводе огромное количество правил: 437! «В этом случае, — говорит Больцано, — речь уже будет идти не о конкретных выводах, но о *формах вывода* (о правилах, по которым уже должен образоваться конкретный вывод)»<sup>25</sup>. Обоснование «правильности» выбираемой комбинации важнейших форм в качестве посылок или заключений в правилах вывода Больцано проводит чаще всего путем разбора соответствующих содержательных примеров. В то же время он использует и «логические критерии» отбора: это требование совместимости посылок в правиле как следствие из определения отношения выводимости. В отдельных случаях он использует также требование независимости посылок, когда между посылками и заключениями можно обнаружить отношение точной выводимости. Однако правила для *точной выводимости* он специально не рассматривает.

В разделе «О выводах» Больцано не рассматривает все, хотя бы даже и «правильные» правила вывода, которые можно получить из комбинаций одной, двух, трех и т. д. важнейших форм предложений. Очевидно, он не ставил целью обсудить в WL все правила, но лишь стремился изложить детально сам метод образования таких правил, основывая его на использовании отношения выводимости относительно сочетаний «важнейших форм» предложений стандартного вида I–XIII. Анализ указанного метода показывает, что в логико-дедуктивной теории Больцано легко конструируются «новые» правила вывода<sup>26</sup>, о которых не упоминается в «Наукоучении». Среди большого числа рассматриваемых Больцано правил вывода иногда обращают на себя внимание такие правила, с помощью которых могут обосновываться другие правила. Обнаруживается, таким образом, как бы подразделение самих правил вывода на основные и производные,

<sup>22</sup> Ibid. II. S. 540.

<sup>23</sup> См.: Федоров Б. И. 1) Образец исторически логической реконструкции // Логические исследования. Вып. 10. М., 2003. С. 175–198; 2) Больцано как логик и методолог науки // Логико-философские штудии. Вып. 9. СПб., 2011. С. 86–97.

<sup>24</sup> WL, II. S. 147.

<sup>25</sup> Ibid. II. S. 394.

<sup>26</sup> См.: Федоров Б. И. Образец исторически логической реконструкции // Логические исследования. Вып. 10. М., 2003. С. 175–198.

хотя сам Больцано не говорит о таком подразделении. Во всяком случае, оно не проводится в тексте WL систематически.

Итак, среди «важнейших форм» предложений последней оказывается форма, в которой утверждается, как считает Больцано, в общем случае следующее: «вероятность предложения  $M$  относительно предложений  $A, B, C, \dots$  и присущих им представлений  $i, j, \dots = \mu$ ». Правила выводов, в которых появляются предложения подобного вида, он рассматривает в § 253 WL и считает необходимым называть их *вероятностными выводами* (Wahrscheinlichkeitsschlüsse). Рассмотрим примеры несколько форм или правил вероятностного вывода из текста WL. «Уже из отдельной посылки “*степень вероятности предложения  $M$  относительно предложений  $A, B, C, D, \dots$  и переменных представлений  $i, j, \dots = \mu$ ”*... получаем заключение: “*степень вероятности предложения  $Neg. M$  относительно тех же предпосылок и тех же переменных представлений равна  $1 - \mu$ ”*. А если мы добавим предложение:  *$M$  равнозначно с  $M'$  относительно тех же представлений  $i, j, \dots$* , то обнаружится, что степень вероятности  $M'$  равна  $\mu$  и т. д. ... В узком смысле лишь такой вывод я назову *просто вероятностным*, в котором первая посылка утверждает, что предложение  $M$  относительно предпосылок  $A, B, C$ , и переменных представлений  $i, j, \dots$  имеет вероятность, а вторая посылка утверждает, что так называемые предпосылки  $A, B, C, \dots$  принимаются мыслящим существом за истинные. Отсюда образуется заключение, что мыслящее существо с определенной вероятностью может также принять за истинное и предложение  $M$ . Это отношение  $M$  к предложениям  $A, B, C, \dots$  не является тем же самым, что и отношение выводимости предложения  $M$  из предложений  $A, B, C, \dots$ , поскольку не само предложение  $M$ , а предложение, что  $M$  *вероятно относительно* (или *из*)  $A, B, C, \dots$  является *выводимым* в собственном смысле слова»<sup>27</sup>. Между тем Больцано отмечает, что в обыденном словоупотреблении допускается такой оборот речи, когда говорят, что само « $M$  выводимо из  $A, B, C, \dots$ , хотя и с определенной вероятностью».

В обычной практике, по мнению Больцано, наиболее часто употребляются два вида вероятностного вывода. *Во-первых*, из обстоятельства выявления определенного свойства  $b$  у нескольких предметов, обозначаемых именем  $A$ , мы заключаем, что это свойство присуще *всем*  $A$ . Вывод подобного вида содержит в себе две посылки. Первая (главная) посылка: «свойство, присущее тем  $A$ , которые мы рассмотрели, присуще, вероятно, и всем  $A$  вообще». Вторая посылка вывода: «свойство  $b$  присуще всем рассмотренным предметам  $A$ ». Такой вид вероятностного вывода Больцано называет *индукцией*, отличая его от вывода по *полной индукции*. Здесь просматривается тесная связь с трактовкой индуктивного вывода как особого вида вероятности в современной логике! *Во-вторых*, мы или всегда, или в большинстве случаев встречаем свойство  $x$  там, где одновременно появляются вместе и другие свойства  $a, b, c, \dots$ , относящиеся к предмету  $M$ . Главная посылка подобного вывода: «свойство  $x$ , которое мы встречаем всегда или почти всегда там, где встречаются и свойства  $a, b, c, \dots$ , можно с большей или меньшей степенью вероятности предполагать у каждого предмета, который обладает свойствами  $a, b, c, \dots$  вместе». При этом сама степень вероятности нашего предположения будет тем больше, чем больше число друг от друга независимых свойств  $a, b, c, \dots$ , чем чаще встречаются эти свойства вместе с рассматриваемым свойством  $x$  и т. д. Вторая

<sup>27</sup> WL, II. S. 509.

посылка этого вывода гласит, что свойство  $x$  и предмет  $M$  являются таковыми, как об этом утверждает первая (главная) посылка. В силу этого из двух посылок образуется заключение о том, что  $x$  вероятно присуще  $M$ . Такой вид вероятностного вывода Больцано называет *аналогией* или *подобием*. Выводы по аналогии Больцано считает особым видом индуктивного вывода. «Если я не ошибаюсь, — говорит Больцано, — можно каждый вывод по аналогии рассматривать в определенном смысле как особый вид индуктивного вывода. Когда мы из утверждения, что из  $m + n$  относящихся к  $A$  предметов  $m$  обладают свойством  $b$ , мы выводим, что и остальные  $n$  предметов обладают этим же свойством  $b$ , то по аналогии из замечания о том, что из  $m + n$  независимых свойств, которые мы обнаруживаем у предметов  $G$ ,  $m$  свойств присуще предмету  $M$ , мы заключаем, что и все остальные  $n$  свойств также присущи  $M$ . Здесь выводы гласят: « $n$  остальных  $A$  обладают свойством  $b$ », и « $n$  остальных свойств  $M$  совпадают с одинаковыми свойствами у  $G$ »<sup>28</sup>. Выводы по аналогии носят вероятный характер. Достоверность и вероятность характеризуют разные степени, уровни доказательности знания. Вероятностное значение имеет многочисленные градации, начиная от маловероятных, ненадежных знаний и кончая степенью, непосредственно граничащей с достоверными знаниями.

При анализе вероятностной выводимости, примеров и тех разъяснений, которые дает сам Больцано, обращает на себя внимание следующий факт. Поскольку само отношение *сравнительной значимости* или *вероятности* некоторого предложения относительно других предложений Больцано рассматривает как отношение, которое имеет место только между *совместимыми* между собой предложениями относительно выделенных в них в качестве переменных представлений  $i, j, \dots$ , это гарантирует наличие у них, по крайней мере, одной *общей* переменной. А выполнение подобного условия в свою очередь по существу означает, что речь идет не просто о вероятностной выводимости, но о *релевантной вероятностной выводимости*, исторически первые основы которой и были заложены Больцано в его логике. Традиционный подход к пониманию выводов по *аналогии* и *индукции* заключался в том, что в их основу закладывалось отношение логического следования. Больцано же впервые предлагает «поменять» это отношение на отношение вероятностной выводимости, чтобы возможно было вычислять степень вероятности заключений при осуществлении подобного рода выводов.

---

<sup>28</sup> Ibid. II. S. 512.