УДК 330 https://doi.org/10.33619/2414-2948/63/24

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ МАТРИЦ В ЭКОНОМИКЕ

©Якубова У. Ш., *ORCID: 0000-0001-5831-7068, Ташкентский государственный экономический университет, г. Ташкент, Узбекистан, umidayakubova73@gmail.com; u.yakubova@tsue.uz*
©Парпиева Н. Т., *ORCID: 0000-0002-5695-8619, Ph.D., Белорусско-Узбекский межотраслевой институт прикладных технических квалификаций в Ташкенте, г. Ташкент, Узбекистан, nparpieva@mail.ru*
©Мирходжаева Н. Ш., *ORCID: 0000-0001-5370-9871, Ташкентский государственный экономический университет, г. Ташкент, Узбекистан, najibaxon_7@mail.ru*

SOME APPLICATIONS OF MATRIX THEORY IN ECONOMICS

©Yakubova U., *ORCID: 0000-0001-5831-7068, Tashkent State Economic University, Tashkent, Uzbekistan, umidayakubova73@gmail.com; u.yakubova@tsue.uz*
©Parpieva N., *ORCID: 0000-0002-5695-8619, Ph.D., Belarusian-Uzbek Intersectoral Institute of Applied Technical Qualifications, Tashkent, Uzbekistan, nparpieva@mail.ru*
©Mirhojaeva N., *ORCID: 0000-0001-5370-9871, Tashkent State Economic University, Tashkent, Uzbekistan, najibaxon_7@mail.ru*

Аннотация. В работе приведены некоторые применения теории матриц в экономике. В частности, при связи между отраслями путем производства и потребления различной продукции, вычисляется количество запланированного валового продукта отраслей, межотраслевая доставка продукции, чистая продукция отраслей. Также рассматривается решение задачи о нахождении бюджетов государств, при заданной структурной матрице торговли этих государств и сумме их бюджетов. Кроме этого, рассмотрено применение понятия собственного вектора и собственного значения для нахождения соотношения государственных бюджетов для сбалансированности торговли участвующих государств.

Abstract. The paper provides some applications of matrix theory in economics. In particular, when the industry is connected by production and consumption of different products, the number of planned gross product of industries, inter-industry delivery of products, and net products of industries is calculated. The task of finding the budgets of states, with the specified structural matrix of trade of these states and the sum of their budgets, is also being considered. In addition, the application of the concept of eigenvector and eigenvalue to find the ratio of state budgets to balance the trade of participating states is considered.

Ключевые слова: матрица, структурная матрица торговли, собственный вектор, собственное значение.

Keywords: matrix, the structural matrix of trade, eigenvector, eigenvalue.

В настоящее время умение применять теоретические знания при решении практических задач становится решающим фактором для изучения дисциплины. В частности, исходя из многолетнего опыта преподавания практической математики в экономическом вузе, авторам

Т. 7. №2. 2021
https://doi.org/10.33619/2414-2948/63

представляется необходимым продемонстрировать решение некоторых экономических задач при помощи математического аппарата.

Если мы не сможем улучшить математическое образование, учитывая потребности современного мира и студентов, мы находимся в опасности превращения математики во все более «мертвый язык» и отчуждения групп студентов, математический потенциал которых останется неразвитым [1].

Самым первым понятием, с которым приходится сталкиваться студентам при изучении практической математики, является понятие о матрице. Здесь им необходимо усвоить, какие действия можно выполнять над матрицами. Например, сложение, вычитание, умножение на число, а также умножение матрицы на матрицу. Объясняется вычисление детерминантов. Затем вводится понятие обратной матрицы.

На следующем этапе приводится несколько способов решения систем линейных уравнений: по правилу Крамера, методом Гаусса и методом обратных матриц.

Вводится понятие линейного оператора и объясняется нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора, заданного матрицей.

Возникает вопрос о применении этих теоретических знаний на практике. Поэтому, в работе рассмотрены некоторые применения теории матриц в экономике.

Например, как можно выразить спрос на нефть в виде линейного вектора, а также как можно вычислить спрос на нефть. Алгеброй матриц также удобно воспользоваться для определения доли телефонов в разном качестве ремонта через 1, 2, 3 года, если известно процентное соотношение качества отремонтированных телефонов.

В работе также рассматривается задача вычисления связи между отраслями путем производства и потребления различной продукции, которую в виде математической модели впервые выразил знаменитый американский экономист российского происхождения В. В. Леонтьев. При помощи этой модели вычисляется количество запланированного валового продукта отраслей, межотраслевая доставка продукции, чистая продукция отраслей; а также необходимое количество производства каждой отрасли при процентном увеличении их конечного продукта, когда заданы коэффициенты затрат и конечный продукт, намеченный в запланированный период.

В работе приведено решение задачи о нахождении бюджетов государств, когда задана структурная матрица торговли этих государств и сумма их бюджетов. Кроме этого, рассмотрено применение понятия собственного вектора и собственного значения для нахождения соотношения государственных бюджетов для сбалансированности торговли участвующих государств [2].

Пример 1. Пусть спрос на нефть за время Т линеен:

$$q^t = \beta_0 + \beta_1 x_1^t + \beta_2 x_2^t + \beta_3 x_3^t + \beta_4 x_4^t + \beta_5 x_5^t$$

здесь t — в верхнем индексе означает период времени, x_1 — стоимость нефти, x_2 — средний доход, x_3 — стоимость альтернативного топлива, x_4 — дополнительная стоимость (например, автомобиля), x_5 — население.

Спрос на нефть за время Т можно выразить в виде линейного вектора спроса следующим образом:

$$q^t = \beta x^t = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix}$$

Пример 2. Спрос на нефть (в миллионах баррелей) можно выразить при помощи модели q = βx и здесь предположим,

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.2 & -0.1 & 0.4 & 0.2 & -0.1 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

Вычислим спрос на нефть при векторе переменных

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Constant} \\ \text{Price} \\ \text{Income} \\ \text{Price of substitute} \\ \text{Price of complement} \\ \text{Population (in m.)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18.5 \\ 52 \\ 12.8 \\ 61 \end{bmatrix}$$

Решение. Спрос на нефть вычисляется следующим образом:

$$q = \beta x = \begin{bmatrix} 4.2 & -0.1 & 0.4 & 0.2 & -0.1 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18.5 \\ 52 \\ 12.8 \\ 61 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29.92 \end{bmatrix}$$

Таким образом, ответ: 29,92 миллиона баррелей.

Пример 3. Телефонный мастер 70% аппаратов ремонтирует низкокачественно, 20% среднего качества и 10% качественно. Согласно статистическим данным, 70% некачественно отремонтированных телефонов через год чинят 10% некачественно, 60% среднего качества, 30% качественно. Среднего качества отремонтированные телефоны через год заново чинят 20% некачественно, 50% средне, 30% полностью. Полностью отремонтированные телефоны через год чинят 60% некачественно, 40% среднекачественно. Если условие задачи продолжается в том же духе, для определения доли телефонов в каждом качестве ремонта через 1, 2, 3 года удобно воспользоваться алгеброй матриц.

$$X_0 = (0{,}7 \quad 0{,}2 \quad 0{,}1)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{aligned} X_1 &= X_0 \cdot A = (0{,}17 \quad 0{,}56 \quad 0{,}27) \\ X_2 &= X_1 \cdot A = (0{,}291 \quad 0{,}490 \quad 0{,}219) \\ X_3 &= X_2 \cdot A = (0{,}2585 \quad 0{,}5072 \quad 0{,}2343) \end{aligned}$$

Модель баланса для многоотраслевой экономики

Основная задача модели баланса состоит в выяснении, при каком выпуске продукции *n*-отраслевого производства полностью удовлетворится спрос. Здесь надо учитывать, что одна часть произведенной *n* отраслями продукции тратится на нужды самой отрасли, другая — на нужды других отраслей и еще одна часть — на не связанные с производством нужды.

Задача вычисления связи между отраслями путем производства и потребления различной продукции довольно трудная. Эту задачу в виде математической модели впервые в 1936 г. выразил знаменитый американский экономист В. В. Леонтьев. Эта модель попытки анализа экономического кризиса 1929–1932 гг. в Америке основана на алгебре матриц.

Рассмотрим производственную деятельность в определенный период, скажем, один год. Обозначим через x_i объем денежно выраженного валового продукта, произведенного i-й отраслью за этот период, здесь $i = 1, 2, ..., n$, через x_{ij} денежный объем произведенной i-й отраслью продукции, потраченной на нужды j-й отрасли, через y_i денежный объем произведенной i-ой отраслью продукции, потраченной на непроизводственные нужды. Естественно, объем валового продукта i-й отрасли должен равняться сумме денежных затрат объемов продукции на нужды п отраслей и непроизводственные нужды, т. е.:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + y_i, \qquad i = 1, 2, \cdots, \ n$$

эти уравнения называются соотношениями баланса.

Если ввести обозначения:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j} \qquad (i,\ j = 1, 2, \cdots, n),$$

a_{ij} означает объем произведенной i-й отраслью продукции, затраченной на единицу объема продукции j-й отрасли. a_{ij}- называется коэффициентом непосредственных затрат. Коэффициенты a_{ij} определяет технология, применяемая в процессе производства в рассматриваемый период. Насколько новая, эффективная применяется технология, настолько меньше коэффициенты a_{ij}, настолько меньше затраты, настолько выше эффективность.

В рассматриваемый период коэффициенты a_{ij} будем считать постоянными, т. е. затраты линейно зависят от валовых затрат:

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j, \qquad (i,\ j = 1, 2, \ldots, n)$$

Из-за этого соотношения рассмотренную многоотраслевую экономическую модель называют еще линейной моделью баланса. В этом случае система уравнений имеет следующий вид.

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j + y_i, \qquad i = 1, 2, \cdots, n$$

Введем следующие обозначения

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}\ a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22} \cdots a_{2n} \\ ------ \\ a_{n1}\ a_{n2} \ldots a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Здесь A — называется технологической матрицей, X — вектором валового продукта, Y

— вектором конечного продукта. Согласно этим обозначениям, систему уравнений можно записать в следующем виде:

$$\mathrm{X} = \mathrm{AX} + \mathrm{Y}.$$

Основная задача многоотраслевого баланса состоит в нахождении вектора валового продукта X по заданному вектору конечного продукта и матрице непосредственных затрат *A*, т. е. последнее уравнение нужно решить относительно неизвестного вектора X. Для этого приведем его к следующему виду $(E - A)\mathrm{X} = \mathrm{Y}$.

Если $\det(E - A) \neq 0$, то существует обратная матрица $(E - A)^{-1}$ и решение имеет следующий вид:

$$\mathrm{X} = (E - A)^{-1}\mathrm{Y}$$

Матрица $S = (E - A)^{-1}$ называется матрицей непосредственных затрат. Для понимания экономического значения этой матрицы рассмотрим единичные векторы конечного продукта $\mathrm{Y}_i = (0, 0, \cdots, 1, \cdots 0)$, $(i = 1, 2, \cdots, n)$ с единицей на i-м месте, нулями на остальных местах. Соответствующие им решения уравнения равны следующим

$$\mathrm{X}_1 = \begin{pmatrix} s_{11} \\ s_{21} \\ \vdots \\ s_{n1} \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{X}_2 = \begin{pmatrix} s_{12} \\ s_{22} \\ \vdots \\ s_{n2} \end{pmatrix}, \ \cdots, \quad \mathrm{X}_n = \begin{pmatrix} s_{1n} \\ s_{2n} \\ \vdots \\ s_{nn} \end{pmatrix}.$$

Значит, элемент s_{ij} матрицы $S = (s_{ij})$ означает количество продукции отрасли i, затраченной на отрасль j, для получения конечного продукта Y'_j.

Согласно экономическому смыслу рассматриваемой задачи, в уравнении

$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n$, $y_i \geq 0, \ (i = \overline{1, n}), \ a_{ij} \geq 0 \ (i, j = \overline{1, n})$, для решения уравнения должно быть $x_i \geq 0 \ (i = \overline{1, n})$. Это можно записать $\mathrm{Y} \geq 0, \ \mathrm{A} \geq 0$ и $X \geq 0$.

Если для произвольного вектора $\mathrm{Y} \geq 0$ существует решение, удовлетворяющее неравенству $\mathrm{X} \geq 0$, матрица $\mathrm{A} \geq 0$ называется продуктивной матрицей. В этом случае модель Леонтьева тоже называется продуктивной моделью.

Пример 4. В следующей таблице даны в условных денежных единицах коэффициенты затрат и конечный продукт, намеченный в запланированный период.

Отрасль		*Потребление*		*Конечный продукт*
		Промышленность	*Сельское хозяйство*	
Производство	Промышленность	0,30	0,25	300
	Сельское хозяйство	0,15	0,12	100

Найти: количество запланированного валового продукта отраслей, межотраслевую доставку продукции, чистую продукцию отраслей; необходимое количество производства каждой отрасли при увеличении конечного продукта сельского хозяйства на 20%, промышленности на 10%.

Решение. а) Запишем матрицу коэффициентов прямых затрат А и вектор конечного продукта Y:

$$A=\begin{pmatrix}0{,}3 & 0{,}25\\ 0{,}15 & 0{,}12\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}300\\ 100\end{pmatrix}$$

отсюда запишем матрицу $E-A=\begin{pmatrix}1-0{,}3 & -0{,}25\\ -0{,}15 & 1-0{,}12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}7 & -0{,}25\\ -0{,}15 & 0{,}88\end{pmatrix}$.

Тогда матрица полных затрат

$$S=(E-A)^{-1}=\frac{1}{0{,}5785}\begin{pmatrix}0{,}88 & 0{,}15\\ 0{,}25 & 0{,}7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}52 & 0{,}26\\ 0{,}43 & 1{,}21\end{pmatrix}.$$

Определим вектор валового продукта:

$$X=\begin{pmatrix}1{,}52 & 0{,}26\\ 0{,}43 & 1{,}21\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}300\\ 100\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}482\\ 250\end{pmatrix}$$

Найдем количество доставленной отраслями продукции xij по формуле $x_{ij}=a_{ij}\cdot x_j$. Например, $x_{11}=a_{11}\cdot x_1=0.3\cdot 482=144.6.$

Вычислив валовой продукт отраслей, межотраслевое снабжение продукцией, а также чистый продукт отраслей, составим следующую Таблицу.

Отрасль		*Потребление*		*Конечный продукт*	*Валовой продукт*
		Промышленность	*Сельское хозяйство*		
Производство	Промышленность	144,6	62,5	300	482
	Сельское хозяйство	72,3	30	100	150
Чистая продукция		265,1	157,5		
Валовой продукт		482	250		

b) Согласно условию, вектор конечного продукта $Y=\begin{pmatrix}300\cdot 1{,}1\\ 100\cdot 1{,}2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}330\\ 120\end{pmatrix}$,

тогда вектор продукта будет следующим: $X=S\cdot Y=\begin{pmatrix}1{,}52 & 0{,}26\\ 0{,}43 & 1{,}21\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}330\\ 120\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}532{,}8\\ 287{,}1\end{pmatrix}$.

Таким образом, промышленное производство надо повысить до 532,8 условных денежных единиц, сельскохозяйственное — до 287,1 условных денежных единиц.

Линейная модель обмена. Пусть $S_1, S_2, \cdots, S_n$ — n государств, их соответствующий национальный доход равен $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Пусть a_{ij} — доля национального дохода государства S_j,потраченного на покупку товаров у государства S_i. Будем считать, что весь национальный доход тратится на приобретение товаров внутри и за пределами страны, т.е. должно иметь место равенство

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}=1,\quad j=1,2,\ldots,n.$$

Рассмотрим следующую матрицу:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ ------- & \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{pmatrix}$$

Она называется структурной матрицей торговли. Доход произвольной страны $S_i\ (i=\overline{1,n})$ от внутренней и внешней торговли определяется равенством $P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n$. Для равновесия торговли страны, необходима ее неубыточность, т. е. доход от торговли каждой страны должен быть не меньше ее национального дохода.

Предположим, $P_i > x_i$, тогда получим следующее:

$$Pi = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}x_k > x_i, \quad i=\overline{1,n}\ ,$$

отсюда следует, $\sum_{i=1}^{n} P_i > \sum_{i=1}^{n} x_i$, т. е. $\sum_{i=1}^{n} P_i = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} a_{ik}x_k = \sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} a_{ik}\right)x_k = \sum_{k=1}^{n} x_k > \sum_{k=1}^{n} x_i$, а это — противоречие. Значит, вместо неравенства $P_i \geq x_i$, имеет место равенство $P_i = x_i$. С экономической точки зрения, это понятно, поскольку все государства не могут получать прибыль одновременно. Если ввести вектор

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

национального дохода государств, то из равенств $P_i = x_i$, т. е. $\sum_{k=1}^{n} a_{ik}x_k = x_i,\quad i=\overline{1,n}$ получим следующее уравнение: $\mathrm{AX}=\mathrm{X}$. Таким образом, рассматриваемая задача сводится к задаче нахождения собственного вектора матрицы A, соответствующего собственному значению $\lambda = 1$.

Пример 5. Если структурная матрица торговли четырех государств

$$A=\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix}$$

сумма бюджетов $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6270$ (условных денежных единиц), найти бюджет каждого государства.

Сначала нужно найти соответствующий собственному значению $\lambda = 1$ заданной структурной матрицы собственный вектор, т. е. решить уравнение $(A-E)\bar{x} = 0$.

$$\begin{pmatrix} -0{,}8 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & -0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & -0{,}5 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 & -0{,}6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку ранг этой системы равен трем, одно из неизвестных — произвольная переменная и остальные выражаются через эту произвольную переменную. Решив систему методом Гаусса, найдем компоненты собственного вектора x

$$x_1 = \frac{140}{121}c, \quad x_2 = \frac{146}{121}c, \quad x_3 = \frac{20}{11}c, \quad x_4 = c.$$

Подставив найденное значение в заданную сумму бюджетов, найдем величину c: c=1210, отсюда найдем искомую величину бюджетов стран при бездефицитной торговле. $x_1 = 1400$, $x_2 = 1460$, $x_3 = 2200$, $x_4 = 1210$.

Пример 6. Рассмотрим торговлю трех стран с бюджетом X_1, X_2, X_3. Будем считать, что весь государственный бюджет тратится на покупку товара внутри страны или импорт из других стран. Скажем, пусть первая страна половину своего бюджета тратит на обмен товарами внутри страны, $\frac{1}{4}$ часть — на покупку сырья у второго государства и оставшуюся $\frac{1}{4}$ часть — на покупку сырья у третьего государства. Второе государство распределяет свой бюджет поровну на внутренний товар, на покупку сырья у первого и третьего государств. Третье государство на $\frac{1}{2}$ бюджета покупает товар у первого государства, на остальную $\frac{1}{2}$ часть — у второго государства, не обменивается товаром внутри страны. Найдем собственный вектор X этой модели международной торговли.

Запишем структурную матрицу этой международной торговли.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} I & II & III \end{array} \\ A = & \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Здесь a_{ij} – доля государственного бюджета государства j на покупку продукции $i-$го государства. Сумма элементов каждого столбца этой матрицы равна единице.

i — государство, после годовой торговли, обладает следующим доходом:

$$P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3$$

Например, для первого государства доход будет следующим:

$$P_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{2}X_3$$

Для сбалансированной торговли необходимо потребовать бездефицитность торговли для каждого государства, т. е. для всех $i = 1, 2, 3$ надо, чтобы $P_i = X_i$.

В матричном виде это равенство выражается как $AX = X$, здесь

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Значит, для рассматриваемого случая, система уравнений, определяющих X, имеет вид

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$$

Общее решение этой системы имеет вид $\begin{cases} x_1 = 2x_3 \\ x_2 = \frac{3}{2}x_3 \end{cases}$.

Поэтому, за собственный вектор можно взять вектор $\bar{x} = x^T = (4;\ 3;\ 2)$. В частности, это означает, что для сбалансированности торговли участвующих государств, их государственные бюджеты должны быть связаны соотношением типа $x_1 : x_2 : x_3 = 4:3:2$.

Таким образом, весь математический аппарат теории матриц, а также теории линейных операторов успешно может быть применен при решении экономических задач. Это является фактором в пользу изучения теоретических основ математики и смежных дисциплин.

Список литературы:

1. Parpieva N., Yakubova U., Mirkhodjaeva N. The Relevance of Integration of Modern Digital Technologies in Teaching Mathematics // Бюллетень науки и практики. 2020. Т. 6. №4. С. 438-443. https://doi.org/10.33619/2414-2948/53/51

2. Rosser M. Basic mathematics for economists. Routledge, 2003.

References:

1. Parpieva, N., Yakubova, U., & Mirkhodjaeva, N. (2020). The Relevance of Integration of Modern Digital Technologies in Teaching Mathematics. *Bulletin of Science and Practice, 6*(4), 438-443. https://doi.org/10.33619/2414-2948/53/51

2. Rosser, M. (2003). *Basic mathematics for economists*. Routledge.

Работа поступила в редакцию 03.01.2021 г.

Принята к публикации 12.01.2021 г.

Ссылка для цитирования:

Якубова У. Ш., Парпиева Н. Т., Мирходжаева Н. Ш. Некоторые применения теории матриц в экономике // Бюллетень науки и практики. 2021. Т. 7. №2. С. 245-253. https://doi.org/10.33619/2414-2948/63/24

Cite as (APA):

Yakubova, U., Parpieva, N., & Mirhojaeva, N. (2021). Some Applications of Matrix Theory in Economics. *Bulletin of Science and Practice, 7*(2), 245-253. (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/63/24