

В. Н. Кочин

Радиоастрономический институт НАН Украины
4, ул. Краснознаменная, Харьков, 61002, Украина
E-mail: kochin@rian.kharkov.ua

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ТЕНЗОРЫ ГРИНА В ТЕОРИИ МИКРОПОЛОСКОВЫХ АНТЕНН

Микрополосковые антенны вследствие их компактности и технологичности изготовления широко используются как самостоятельные передающие или приемные антенны, так и в качестве элементов фазированных антенных решеток. При этом до настоящего времени нет единого строгого подхода, позволяющего исследовать микрополосковые антенны различной геометрической формы. В работе предложен новый подход к исследованию характеристик микрополосковых антенн с излучателями различной геометрии, основанный на использовании поверхностных тензоров Грина для экранированного магнитоэлектрического слоя. Получены выражения для компонент тензоров Грина, обусловленных электрическими поверхностными токами. Приведены примеры использования предложенного подхода к решению задачи о микрополосковой антенне в приближении заданного распределения поверхностного тока и задачи об осесимметричном возбуждении дисковой микрополосковой антенны. Ил. 1. Библиогр.: 14 назв.

Ключевые слова: микрополосковая антенна, магнитоэлектрический слой, поверхностные тензоры Грина, поверхностный ток.

Микрополосковые антенны (МПА) вследствие их компактности и технологичности изготовления нашли широкое применение во многих системах связи. Они широко используются как в качестве самостоятельных передающих или приемных антенн, так и в качестве элементов фазированных антенных решеток. В частности, МПА используются как приемные антенны в аппаратуре пользователей космических навигационных систем (*GPS*, ГЛОНАСС/*GPS* и т. п.) [1], в современных беспроводных системах связи [2] и т. д.

Классическими формами МПА являются прямоугольный и дисковый резонаторы, работающие на низших модах TM_{10} и TM_{11} [3, 4]. Кроме них используются также излучатели эллиптической, треугольной и пятиугольной формы [3]. Путем изменения классических форм излучателей можно добиться существенного изменения многих характеристик МПА, в том числе значительно расширить полосу рабочих частот [5].

Отметим, что МПА представляют собой сложные для теоретического анализа структуры. Это обусловлено тем, что, во-первых, МПА – это трехмерная резонансная структура с размерами порядка длины волны; во-вторых, необходимо учитывать наличие особенностей поля у ребер излучателя МПА; в-третьих, подложка МПА может поддерживать волны поверхностного типа, которые необходимо учитывать особенно при анализе антенных решеток на основе МПА [6].

В последнее время остро стоит проблема миниатюризации МПА. Одним из способов уменьшения габаритов МПА является использование диэлектрических подложек с большим значением диэлектрической проницаемости (более 10) [7]. Однако это приводит к уменьшению полосы согласования МПА и в конечном счете к падению эффективности излучения МПА. Альтернативным способом уменьшения габаритов

МПА является использование метаматериалов в конструкции антенн [8]. Вследствие перечисленных выше и ряда других причин теория МПА далека от завершения.

Наиболее полные обзоры по методам исследования характеристик МПА с излучателями правильной геометрической формы приведены в работах [3, 7]. При этом отметим, что, например, спектральные методы, развитые для анализа прямоугольной [9] и дисковой МПА [10], существенно отличаются друг от друга.

Цель данной работы – дальнейшее развитие строгого спектрального метода исследования МПА правильной геометрической формы с использованием поверхностных тензоров Грина для экранированного магнитоэлектрического слоя. В работе впервые получены поверхностные тензоры Грина, позволяющие получить по распределению электрического тока на поверхности экранированного слоя магнитоэлектрика распределение поля как в слое, так и вне его. Показано, как с помощью приведенных в работе поверхностных тензоров Грина можно исследовать МПА с излучателями различной формы (прямоугольная МПА в постановке заданного распределения поверхностного тока и дисковая МПА при осесимметричном возбуждении).

1. Постановка задачи. Рассмотрим МПА, образованную идеально проводящим бесконечно тонким излучателем, по которому может течь ток (см. рисунок). Излучатель расположен на поверхности экранированного слоя магнитоэлектрика толщиной h . При анализе теоретической модели микрополосковой антенны будем исходить из дифференциальных уравнений Максвелла для монохроматических полей (зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$) и граничных условий на плоскости $\Xi(z=0)$, разделяющей полупространство $1(z>0)$ с параметрами ϵ_1, μ_1

и слой магнетодиэлектрика 2 ($-h < z < 0$) с параметрами ε_2, μ_2 , и плоскости Ξ' ($z = -h$), являющейся идеально проводящим экраном, записанных для шестимерных векторов электромагнитного поля [11]:

$$\mathbf{x}(\vec{R}) = \begin{bmatrix} \vec{E}(\vec{R}) \\ \vec{H}(\vec{R}) \end{bmatrix}.$$

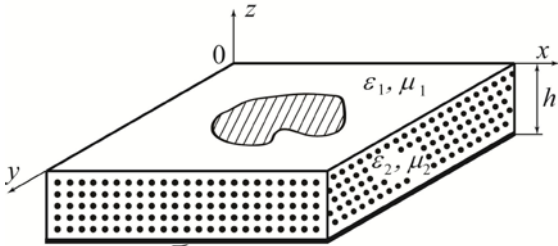
Введем обозначения

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} ik\varepsilon(z) & \nabla \times \hat{I} \\ -\nabla \times \hat{I} & ik\mu(z) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{e}_z \times \hat{I} \\ -\vec{e}_z \times \hat{I} & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{f}(\vec{R}) = \begin{bmatrix} \vec{j}^e(\vec{R}) \\ \vec{j}^m(\vec{R}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_s(\vec{r}) = \begin{bmatrix} \vec{j}_s^e(\vec{r}) \\ \vec{j}_s^m(\vec{r}) \end{bmatrix},$$

где $\vec{j}^e(\vec{R}), \vec{j}^m(\vec{R})$ – электрический и магнитный сторонние токи, соответственно расположенные вне поверхности Ξ ; $\vec{j}_s^e(\vec{r}), \vec{j}_s^m(\vec{r})$ – электрический и магнитный токи на поверхности Ξ ; \vec{e}_z – орт оси $0z$; \hat{I} – единичный тензор; $k = \omega/c$ (c – скорость света в свободном пространстве); $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $R = \sqrt{r^2 + z^2}$;

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_1, & z > 0, \\ \varepsilon_2, & -h < z < 0; \end{cases} \quad \mu(z) = \begin{cases} \mu_1, & z > 0, \\ \mu_2, & -h < z < 0. \end{cases}$$



Металлический экран

Микрополосковая антенна

С учетом введенных обозначений в общем случае задача о МПА может быть записана в виде системы уравнений, состоящей из дифференциальных уравнений Максвелла для поля вне Ξ и Ξ' и граничных условий на Ξ и Ξ' :

$$\mathbf{d}\mathbf{x}(\vec{R}) = \mathbf{f}(\vec{R}), \quad -h < z < 0, \quad z > 0, \quad (2a)$$

$$\mathbf{b}\mathbf{x}_1(\vec{r}) - \mathbf{b}\mathbf{x}_2(\vec{r}) = \mathbf{f}_s(\vec{r}), \quad z = 0, \quad (2б)$$

$$\vec{e}_z \times \hat{I} \cdot \vec{E}_2(\vec{R}) = 0, \quad z = -h. \quad (2в)$$

В дальнейшем будем считать, что на поверхности Ξ могут существовать только электрические токи:

$$\vec{j}_s^m(\vec{r}) = 0. \quad (3)$$

Решение задачи (2а)–(2в) записывается известным образом [11]

$$\mathbf{x}(\vec{R}) = \int \mathbf{h}(\vec{R}, \vec{R}') \mathbf{f}(\vec{R}') d\vec{R}' + \int \mathbf{h}(\vec{R}, \vec{r}') \mathbf{f}_s(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (4)$$

где $\mathbf{h}(\vec{R}, \vec{R}')$ и $\mathbf{h}(\vec{R}, \vec{r}')$ – матрицы 2×2 , компонентами которых являются тензоры Грина электромагнитного поля:

$$\mathbf{h}(\vec{R}, \vec{R}') = \begin{bmatrix} \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') & \hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{R}') \\ \hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{R}') & \hat{G}_{mm}(\vec{R}, \vec{R}') \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Тензоры Грина (5) являются решением системы уравнений, которая получается после подстановки выражения (4) в уравнения (2). В дальнейшем будем считать, что поля, обусловленные сторонними токами, известны

$$\mathbf{x}^0(\vec{R}) = \int \mathbf{h}(\vec{R}, \vec{R}') \mathbf{f}(\vec{R}') d\vec{R}'. \quad (6)$$

При этом поля $\mathbf{x}^0(\vec{R})$ при условии отсутствия токов в плоскости $z = 0$ удовлетворяют граничным условиям (2б) и (2в). Для отличных от нуля компонент матрицы $\mathbf{h}(\vec{R}, \vec{r}')$ (в силу условия (3) $\hat{G}_{mm}(\vec{R}, \vec{r}') = 0$ и $\hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{r}') = 0$) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \nabla \times \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{r}') - ik\mu(z)\hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{r}') &= 0, \\ \nabla \times \hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{r}') + ik\varepsilon(z)\hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{r}') &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} \vec{e}_z \times [\hat{G}_{ee}^1(\vec{r}, \vec{r}') - \hat{G}_{ee}^2(\vec{r}, \vec{r}')] \cdot \hat{I}_t &= 0 \quad (\vec{r} \in \Xi), \\ \vec{e}_z \times [\hat{G}_{me}^1(\vec{r}, \vec{r}') - \hat{G}_{me}^2(\vec{r}, \vec{r}')] \cdot \hat{I}_t &= \hat{I}_t \delta_s(\vec{r}, \vec{r}') \\ & \quad (\vec{r} \in \Xi), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\vec{e}_z \times \hat{G}_{ee}^2(\vec{R}, \vec{r}') \cdot \hat{I}_t = 0 \quad (\vec{R} \in \Xi'),$$

где $\hat{I}_t = \vec{e}_x \vec{e}_x + \vec{e}_y \vec{e}_y$ – тензор, выделяющий касательную к Ξ и Ξ' составляющую вектора (поверхностные источники имеют только тангенциальные к границе Ξ компоненты); $\delta_s(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(x - x')\delta(y - y')$ – «поверхностная» δ -функция. Верхние индексы, сопровождающие тензоры Грина, указывают, что точка наблюдения принадлежит либо области 1, либо 2. Применительно к граничным условиям (8) это означает, что предельный переход $\vec{R} \rightarrow \vec{r}$ совершается со стороны первой либо второй области. В выражениях (8) и далее используется диадная (или афинорная) запись тензоров.

2. Выражения для поверхностных тензоров Грина. Решение дифференциальных уравнений (7), удовлетворяющее граничным условиям (8), строится известным образом [12].

Представим дифференциальный оператор ∇ и искомые тензоры в виде суперпозиции

тангенциальной к плоскости $z = 0$ и перпендикулярной к ней компонент:

$$\nabla = \nabla_t + \vec{e}_z \partial / \partial z,$$

$$\hat{G}_{pq}(\vec{R}, \vec{r}') = \hat{G}_{pq}^t(\vec{R}, \vec{r}') + \hat{G}_{pq}^z(\vec{R}, \vec{r}'),$$

$$\text{где } \hat{G}_{pq}^t(\vec{R}, \vec{r}') = \hat{I}_t \cdot \hat{G}_{pq}(\vec{R}, \vec{r}'); \quad \hat{G}_{pq}^z(\vec{R}, \vec{r}') = \hat{I}_z \cdot \hat{G}_{pq}(\vec{R}, \vec{r}'); \quad \hat{I}_z = \vec{e}_z \vec{e}_z - \text{тензор, выделяющий}$$

нормальную к поверхности $z = 0$ составляющую вектора; $p, q = e, m$.

После ряда преобразований из уравнений (7) получим выражения для тангенциальных компонент искомых тензоров $\hat{G}_{ee}^t(\vec{R}, \vec{r}')$ и $\hat{G}_{me}^t(\vec{R}, \vec{r}')$ через $\hat{G}_{ee}^z(\vec{R}, \vec{r}')$ и $\hat{G}_{me}^z(\vec{R}, \vec{r}')$:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{ee}^t(\vec{R}, \vec{r}') &= \frac{k^2 \varepsilon(z) \mu(z)}{k^2 \varepsilon(z) \mu(z) - \Gamma^2} \left[-\frac{1}{ik \varepsilon(z)} \nabla_t \times \hat{G}_{me}^z(\vec{R}, \vec{r}') + \frac{i \Gamma}{k^2 \varepsilon(z) \mu(z)} \vec{e}_z \times \nabla_t \times \hat{G}_{ee}^z(\vec{R}, \vec{r}') \right], \\ \hat{G}_{me}^t(\vec{R}, \vec{r}') &= \frac{k^2 \varepsilon(z) \mu(z)}{k^2 \varepsilon(z) \mu(z) - \Gamma^2} \left[\frac{1}{ik \mu(z)} \nabla_t \times \hat{G}_{ee}^z(\vec{R}, \vec{r}') + \frac{i \Gamma}{k^2 \varepsilon(z) \mu(z)} \vec{e}_z \times \nabla_t \times \hat{G}_{me}^z(\vec{R}, \vec{r}') \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где Γ имеет смысл постоянной распространения в направлении вдоль оси Oz , а знак \times – векторного произведения.

Поверхностный ток в (8), а также $\hat{G}_{ee}^z(\vec{R}, \vec{r}')$ и $\hat{G}_{me}^z(\vec{R}, \vec{r}')$ представим в виде интегралов Фурье, т. е. в виде разложения по плоским волнам:

$$\hat{I}_t \delta(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\hat{I}_t}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int d\vec{k} \exp(i\vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')), \quad (10)$$

$$\hat{G}_{pq}^z(\vec{R}, \vec{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int d\vec{k} \exp(i\vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')) \begin{cases} \hat{G}_{pq}^{1z}(\vec{k}) e^{i\gamma_1(\kappa)z}, & z > 0 \\ \hat{G}_{pq}^{+z}(\vec{k}) e^{i\gamma_2(\kappa)z} + \hat{G}_{pq}^{-z}(\vec{k}) e^{-i\gamma_2(\kappa)z}, & -h < z < 0, \end{cases} \quad p, q = e, m, \quad (11)$$

$$\text{где } \vec{k} = \kappa_x \vec{e}_x + \kappa_y \vec{e}_y; \quad \gamma_1 = \sqrt{k^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \kappa^2};$$

$$\gamma_2 = \sqrt{k^2 \varepsilon_2 \mu_2 - \kappa^2}; \quad \kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2; \quad \text{Im } \gamma_{1(2)} \geq 0.$$

Подставив (9) в (8), с учетом (10) и (11) получим следующие решения системы уравнений (8):

$$\hat{G}_{ee}^{-z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = \hat{G}_{ee}^{+z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = \frac{1}{2} \hat{G}_{ee}^{2z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t, \quad (12a)$$

$$\hat{G}_{me}^{-z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = -\hat{G}_{me}^{+z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = -\frac{1}{2i} \hat{G}_{me}^{2z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t, \quad (12б)$$

$$\hat{G}_{ee}^{2z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = -\frac{i\gamma_1}{\gamma_2 \sin \gamma_2 h} \hat{G}_{ee}^{1z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t, \quad (12в)$$

$$\hat{G}_{me}^{2z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = -\frac{\mu_1}{\mu_2 \sin \gamma_2 h} \hat{G}_{me}^{1z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t, \quad (12г)$$

$$\hat{G}_{ee}^{1z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = \frac{\gamma_2}{k(\varepsilon_1 \gamma_2 + i \varepsilon_2 \gamma_1 \text{ctg } \gamma_2 h)} \vec{e}_z \vec{k}, \quad (12д)$$

$$\hat{G}_{me}^{1z}(\vec{k}) \cdot \hat{I}_t = -\frac{\mu_2}{\mu_2 \gamma_1 + i \mu_1 \gamma_2 \text{ctg } \gamma_2 h} \vec{e}_z (\vec{e}_z \times \vec{k}). \quad (12e)$$

Таким образом, задача о нахождении поверхностных тензоров Грина для магнитоди-

электрического слоя, расположенного на идеально проводящем экране, решена (для электрических токов в плоскости $z = 0$). Используя приведенные выше выражения, можно исследовать характеристики МПА различной формы. Отметим, что аналогичным образом можно получить выражения и для поверхностных тензоров Грина, обусловленных поверхностными магнитными токами ($\vec{j}_s^m(\vec{r}) \neq 0$), $\hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{r}')$ и $\hat{G}_{mm}(\vec{R}, \vec{r}')$, которые можно использовать при анализе щелевых антенн, расположенных на экранированном магнитодиэлектрическом слое.

3. Результаты. Далее приведем примеры решения с помощью описанного выше подхода задачи о прямоугольной МПА в приближении заданного распределения поверхностного тока и задачи о дисковой МПА с осесимметричным возбуждением, полученных ранее другими авторами [6].

1. Найдем поле излучения тока, текущего по микрополосковому излучателю, предполагая, что известна его поверхностная плотность. Для этого представим плотность поверхностного тока в виде интеграла Фурье

$$\begin{aligned} \tilde{j}_s^e(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y) \exp[i(\kappa_x x + \kappa_y y)] d\kappa_x d\kappa_y. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставив (13) в (4), с учетом (9), (11) и (12) получим следующие выражения спектральных амплитуд электромагнитного поля в области $z > 0$:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_t^1(\kappa_x, \kappa_y) &= -\frac{1}{\kappa^2} \left[\frac{\gamma_1 \gamma_2 \bar{\kappa} \bar{\kappa} \cdot \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y)}{k(\varepsilon_1 \gamma_2 + i\varepsilon_2 \gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 h)} + \right. \\ &\left. + \frac{k\mu_1 \mu_2 (\bar{\kappa} \times \bar{e}_z)(\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \cdot \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y)}{\mu_2 \gamma_1 + i\mu_1 \gamma_2 \operatorname{ctg} \gamma_2 h} \right]; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_t^1(\kappa_x, \kappa_y) &= \frac{1}{\kappa^2} \left[\frac{\varepsilon_1 \gamma_2 (\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \bar{\kappa} \cdot \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y)}{\varepsilon_1 \gamma_2 + i\varepsilon_2 \gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 h} - \right. \\ &\left. - \frac{\mu_2 \gamma_1 \bar{\kappa} (\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \cdot \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y)}{\mu_2 \gamma_1 + i\mu_1 \gamma_2 \operatorname{ctg} \gamma_2 h} \right]; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\tilde{E}_z^1(\kappa_x, \kappa_y) = \frac{\gamma_2 \bar{\kappa} \cdot \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y)}{k(\varepsilon_1 \gamma_2 + i\varepsilon_2 \gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 h)}; \quad (16)$$

$$\tilde{H}_z^1(\kappa_x, \kappa_y) = \frac{\mu_2 (\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \cdot \tilde{J}_s(\kappa_x, \kappa_y)}{\mu_2 \gamma_1 + i\mu_1 \gamma_2 \operatorname{ctg} \gamma_2 h}, \quad (17)$$

которые с точностью до обозначений совпадают с приведенными в работе [6]. Задавая поверхностное распределение тока, например, на прямоугольном излучателе, несложно с помощью

формул (14)–(17) рассчитать диаграмму направленности, коэффициент направленного действия, КПД, входное сопротивление прямоугольной МПА [6]. Электромагнитное поле в слое несложно найти, используя формулы (11) для области $-h < z < 0$, (12а)–(12г), соотношения между спектральными амплитудами в областях 1 и 2 (12д), (12е) и формулы (9).

2. Построим математическую модель дисковой МПА при осесимметричном возбуждении. Радиус диска – $2a$. Система координат выбрана таким образом, что ее начало находится в центре диска. Антенна возбуждается элементарным электрическим диполем, который расположен на оси $0z$ в точке $z = -h$ и ориентирован вдоль оси $0z$. Будем считать, что поле диполя (\vec{E}^i, \vec{H}^i) в отсутствие диска известно (например, [6]) и удовлетворяет граничным условиям в плоскостях $z = 0$ и $z = -h$. Полное поле рассматриваемой антенны представляет собой суперпозицию поля диполя и рассеянного поля, которое излучается электрическим током $\vec{j}_s^e(\vec{r}')$, наведенным на поверхности диска:

$$\vec{E}(\vec{R}) = \vec{E}^i(\vec{R}) + \int \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{r}') \cdot \vec{j}_s^e(\vec{r}') d\vec{r}'; \quad (18)$$

$$\vec{H}(\vec{R}) = \vec{H}^i(\vec{R}) + \int \hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{r}') \cdot \vec{j}_s^e(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (19)$$

Интегрирование в (18) и (19) ведется по поверхности диска.

Подставив в (18) и (19) выражения (9) с учетом (11) и (12), получим следующие выражения для тангенциальных компонент рассеянного электромагнитного поля:

$$\vec{E}_t^{s1}(\vec{R}) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int d\vec{r}' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa_x d\kappa_y \gamma_1 \gamma_2}{k\kappa^2 \Delta_\varepsilon(\kappa)} \exp[i\bar{\kappa}(\vec{r} - \vec{r}') + i\gamma_1 z] \bar{\kappa} \bar{\kappa} \cdot \vec{j}_s^e(\vec{r}'), \quad z > 0,$$

$$\vec{H}_t^{s1}(\vec{R}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\vec{r}' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa_x d\kappa_y \varepsilon_1 \gamma_2}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} \exp[i\bar{\kappa}(\vec{r} - \vec{r}') + i\gamma_1 z] (\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \bar{\kappa} \cdot \vec{j}_s^e(\vec{r}'), \quad z > 0,$$

$$\vec{H}_t^{s2}(\vec{R}) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int d\vec{r}' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa_x d\kappa_y \varepsilon_2 \gamma_1}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} \exp[i\bar{\kappa}(\vec{r} - \vec{r}')] \cos \gamma_2 (z + h) (\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \bar{\kappa} \cdot \vec{j}_s^e(\vec{r}'), \quad z > 0,$$

где $\Delta_\varepsilon(\kappa) = \varepsilon_1 \gamma_2 + i\varepsilon_2 \gamma_1 \operatorname{ctg} \gamma_2 h$ и учтено, что при осесимметричном возбуждении дисковой МПА поверхностный ток на диске имеет только r -компоненту, а φ -компонента равна нулю, т. е. $(\bar{\kappa} \times \bar{e}_z) \cdot \vec{j}_s^e(\vec{r}') = 0$.

В полученных выражениях перейдем от декартовых координат к цилиндрическим (цилиндрические координаты в физическом пространстве r, φ, z , в пространстве волновых чисел – κ, α). В результате получим следующие выражения для тангенциальных компонент рассеянного поля:

$$\begin{aligned}
 \bar{E}_r^{s1}(\bar{R}) &= \frac{-1}{(2\pi)^2} \times \\
 &\times \int_0^a r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty \frac{d\kappa \kappa \gamma_1 \gamma_2}{k \Delta_\varepsilon(\kappa)} e^{i\gamma_1 z} \int_0^{2\pi} d\alpha e^{i\kappa[r \cos(\alpha-\varphi) - r' \cos(\alpha-\varphi')] } (\bar{e}_x \cos \alpha + \bar{e}_y \sin \alpha) [j_x^e(\bar{r}') \cos \alpha + j_y^e(\bar{r}') \sin \alpha], \\
 \bar{H}_r^{s1}(\bar{R}) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\
 &\times \int_0^a r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty \frac{d\kappa \kappa \varepsilon_1 \gamma_2}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} e^{i\gamma_1 z} \int_0^{2\pi} d\alpha e^{i\kappa[r \cos(\alpha-\varphi) - r' \cos(\alpha-\varphi')] } (\bar{e}_x \sin \alpha - \bar{e}_y \cos \alpha) [j_x^e(\bar{r}') \cos \alpha + j_y^e(\bar{r}') \sin \alpha], \\
 \bar{H}_r^{s2}(\bar{R}) &= \frac{-i}{(2\pi)^2} \times \\
 &\times \int_0^a r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty \frac{d\kappa \kappa \varepsilon_2 \gamma_1}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} \frac{\cos \gamma_2 (z+h)}{\sin \gamma_2 h} \int_0^{2\pi} d\alpha e^{i\kappa[r \cos(\alpha-\varphi) - r' \cos(\alpha-\varphi')] } (\bar{e}_x \sin \alpha - \bar{e}_y \cos \alpha) [j_x^e(\bar{r}') \cos \alpha + j_y^e(\bar{r}') \sin \alpha].
 \end{aligned} \tag{20}$$

Введем в рассмотрение новые скалярные функции [13]

$$\begin{aligned}
 E_1(\bar{R}) &= E_x^{s1}(\bar{R}) + iE_y^{s1}(\bar{R}) = E_r^{s1}(\bar{R}) e^{i\varphi}, \\
 H_l(\bar{R}) &= H_x^{sl}(\bar{R}) + iH_y^{sl}(\bar{R}) = iH_\varphi^{sl}(\bar{R}) e^{i\varphi}, \quad l=1, 2,
 \end{aligned} \tag{21}$$

где учтено, что при осесимметричном возбуждении $E_\varphi \equiv 0$ и $H_r \equiv 0$.

Далее подставим в (21) соответствующие выражения для компонент электромагнитного поля из (20), воспользовавшись при этом известными разложениями [14]

$$e^{\pm i\kappa r \cos(\alpha-\varphi)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\pm i)^m e^{\mp im(\alpha-\varphi)} J_m(\kappa r),$$

где $J_m(\rho)$ – функция Бесселя с целым индексом. После взятия определенных интегралов и вычисления сумм, входящих в полученные выражения, будем иметь следующие выражения для тангенциальных компонент рассеянного поля в цилиндрической системе координат

$$\begin{aligned}
 E_r^{s1}(r, z) &= -\int_0^\infty \frac{d\kappa \kappa \gamma_1 \gamma_2}{k \Delta_\varepsilon(\kappa)} e^{i\gamma_1 z} J_1(\kappa r) \times \\
 &\times \int_0^a dr' r' J_1(\kappa r') j_r^e(r'), \quad z > 0, \\
 H_\varphi^{s1}(r, z) &= -\int_0^\infty \frac{d\kappa \kappa \varepsilon_1 \gamma_2}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} e^{i\gamma_1 z} J_1(\kappa r) \times \\
 &\times \int_0^a dr' r' J_1(\kappa r') j_r^e(r'), \quad z > 0, \\
 H_\varphi^{s2}(r, z) &= i \int_0^\infty \frac{d\kappa \kappa \varepsilon_2 \gamma_1}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} \frac{\cos \gamma_2 (z+h)}{\sin \gamma_2 h} J_1(\kappa r) \times \\
 &\times \int_0^a dr' r' J_1(\kappa r') j_r^e(r'), \quad -h < z < 0,
 \end{aligned} \tag{22}$$

где $j_r^e(r') = j_x^e(\bar{r}') \cos \varphi' + j_y^e(\bar{r}') \sin \varphi'$.

Для определения неизвестной плотности поверхностного тока $j_r^e(r')$ на диске в (22) потребуем выполнения граничных условий для тангенциальных компонент полного поля в плоскости $z=0$, а именно равенство нулю r -компоненты электрического поля на диске и непрерывность φ -компоненты магнитного поля в области, не занятой диском. В результате получим систему парных интегральных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty g(\kappa) \beta(\kappa) J_1(\kappa r) d\kappa &= k E_r^{i1}(r), \quad 0 < r < a, \\
 \int_0^\infty g(\kappa) J_1(\kappa r) d\kappa &= 0, \quad r > a,
 \end{aligned} \tag{23}$$

где $g(\kappa) = \kappa \int_0^a dr' r' J_1(\kappa r') j_r^e(r')$;

$\beta(\kappa) = \gamma_1(\kappa) \gamma_2(\kappa) / \Delta_\varepsilon(\kappa)$. Система (23) с точностью до обозначений совпадает с системой парных интегральных уравнений, приведенной в работе [6], где предложен эффективный метод решения таких систем. Необходимо отметить, что предложенный метод решения позволяет свести рассматриваемую задачу к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений Фредгольма II рода.

Выводы. Таким образом, получены поверхностные тензоры Грина, обусловленные электрическими токами, для экранированного магнитодиэлектрического слоя. Предложен новый подход для исследования характеристик МПА с излучателями различной формы, основанный на использовании полученных поверхностных тензоров Грина.

Библиографический список

1. *Labadie N. R.* A Circularly Polarized Multiple Radiating Mode Microstrip Antenna for Satellite Receive Applications / N. R. Labadie, S. K. Sharma, G. M. Rebeiz // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 2014. – 62, N 7. – P. 3490–3500.
2. *Pan Y. M.* Wideband and Low-Profile Omnidirectional Circularly Polarized Patch Antenna / Y. M. Pan, S. Y. Zheng, B. J. Hu // *IEEE Trans. Antennas and Propag.* – 2014. – 62, N 8. – P. 4347–4351.
3. *Microstrip Antenna Design Handbook* / R. Garg, P. Bhartia, I. Bahl, A. Ittipiboon. – Boston-L.: Artech House, Incorporated, 2001. – 845 p.
4. *Carver K. R.* Microstrip Antenna Technology / K. R. Carver, J. V. Mink // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1981. – 29, N 1. – P. 2–24.
5. *Чон К.-Х.* Широкополосные микрополосковые антенны / К.-Х. Чон, А. С. Петров // *Антенны.* – 2001. – Вып. 3 (49). – С. 18–33.
6. *Просвирнин С. Л.* Расчет микрополосковых антенн в приближении заданного распределения поверхностного тока / С. Л. Просвирнин, Ю. Б. Нечаев. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1992. – 112 с.
7. *Панченко Б. А.* Микрополосковые антенны / Б. А. Панченко, Е. И. Нефедов. – М.: Радио и связь, 1986. – 145 с.
8. *Caloz C.* *Elektromagnetic Metamaterial: Transmission Line Theory and Microwave Applications* / C. Caloz, T. Itoh. – N. Y.: Wiley and IEEE Press, 2005. – 352 p.
9. *Pozar D. M.* Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas / D. M. Pozar // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1982. – 30, N 6. – P. 1191–1196.
10. *Chew W. C.* Analysis of a Circular Microstrip Antenna with a Thick Dielectric Substrate / W. C. Chew, J. A. Kong // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1981. – 29, N 1. – P. 68–76.
11. *Жук Н. П.* Двухсторонние граничные условия для среднего электромагнитного поля в случае шероховатой границы / Н. П. Жук, О. А. Третьяков // *Изв. вузов. Радиофизика.* – 1981. – 24, № 12. – С. 1476–1483.
12. *Кочин В. Н.* Двухмерная тензорная функция Грина для среднего поля двух изотропных полупространств со случайной границей / В. Н. Кочин // *Радиофизика и радиоастрономия.* – 2004. – 9, № 1. – С. 57–65.
13. *Хенл Х.* Теория дифракции / Х. Хенл, Ф. Мауэ, К. Вестпаль; пер. с нем. под ред. Г. Д. Малюжинца. – М.: Мир, 1964. – 428 с.
14. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: в 5 т. Т. 3, ч. 2 / В. И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – 324 с.

Рукопись поступила 16.12.2014.

V. N. Kochin

GREEN SURFACE TENSORS
IN MICROSTRIP ANTENNA THEORY

As a result of microstrip antennas compactness and technological effectiveness, they are widely used as independent transmission and receive antennas, and also as elements of phase antenna grids. Thus, there is no strict approach which allows to research microstrip antennas with different geometrical shapes. The new approach to the study of microstrip antennas with patches of different geometry has been suggested in this study. It is based on the application of the Green surface tensors for shielded magnetic-dielectric layer. The expressions for the Green tensor components have been obtained; they are based on electric surface currents. The examples of the offered approach to solution of the problem of microstrip antenna during approximation of given distribution of surface current and the problem of circular microstrip disk antenna with an axisymmetric excitation have been provided.

Key words: microstrip antenna, magnetic-dielectric layer, Green surface tensors, surface current.

В. М. Кочін

ПОВЕРХНЕВІ ТЕНЗОРИ ГРИНА
В ТЕОРІЇ МІКРОСМУЖКОВИХ АНТЕН

Мікросмужкові антени внаслідок їх компактності та технологічності виготовлення широко використовуються як самостійні передавальні або приймальні антени, так і як елементи фазованих антенних решіток. При цьому до теперішнього часу немає строгого підходу, що дозволяє досліджувати мікросмужкові антени різної геометричної форми. В роботі запропоновано новий підхід для дослідження характеристик мікросмужкових антен з випромінювачами різної геометрії, що базується на використанні поверхневих тензорів Гріна для екранованого магнітодіелектричного шару. Одержано вирази для компонент тензорів Гріна, що зумовлені електричними поверхневими струмами. Наведено приклади використання запропонованого підходу до розв'язання задачі про мікросмужкову антену в наближенні заданого розподілу поверхневого струму та задачі про аксіальне збудження дискової мікросмужкової антени.

Ключові слова: мікросмужкова антена, магнітодіелектричний шар, поверхневі тензори Гріна, поверхневий струм.