Нелинейная фильтрация контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде

Р.Г. Хафизов¹, С.А. Охотников¹ ¹ Поволжский государственный технологический университет, 424000, Россия, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 3

Аннотация

Рассмотрены особенности организации нелинейной фильтрации контуров изображений, заданных в виде последовательности комплексных чисел. Исследовано влияние линейных преобразований масштабирования и поворота контура на результат фильтрации. Исследовано изменение спектра контура при прохождении через нелинейные фильтры.

<u>Ключевые слова</u>: нелинейная фильтрация, обработка изображений, комплекснозначный контур, медианный фильтр, адаптивный фильтр, сигма-фильтр, гомоморфный фильтр.

<u>Цитирование</u>: Хафизов, Р.Г. Нелинейная фильтрация контуров изображений, заданных в комплекснозначном коде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 757-762. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-745.

<u>Citation</u>: Khafizov RG, Okhotnikov SA. Nonlinear filtering of image contours defined in complex code. Computer Optics 2020; 44(5): 757-762. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-745.

Введение

Контуры изображений объектов определяют форму изображений и содержат необходимую информацию для их распознавания. В работе [1] предложен подход к кодированию контура $\Gamma = \{\gamma(n)\}, n=0,...,s-$ 1 изображения последовательностью, состоящей из комплексных чисел $\gamma(n) = \gamma_1(n) + i\gamma_2(n)$. Образуемая последовательность рассматривается как дискретный комплекснозначный сигнал, к которому могут быть применены методы обработки теории сигналов. В частности, для контура изображения используются методы спектрального и корреляционного анализа, методы линейной фильтрации и т.п. [1].

Вопросы синтеза и применения контурных линейных фильтров достаточно подробно рассмотрены в целом ряде работ, например, в [1, 4, 5]. При этом комплекснозначный характер такого сигнала, как контур, определяет особенности реализации контурных линейных фильтров. Однако применение методов линейной фильтрации в ряде случаев не позволяет получать требуемый результат. Использование методов линейной фильтрации предполагает аддитивную модель зашумления, а в том случае, когда шум носит мультипликативный характер, линейная фильтрация не всегда показывает хорошие результаты. Шум в контурах, как правило, возникает при выделении контуров и может носить как флуктуационный, так и импульсный характер из-за включения части фона в изображение объекта или наоборот. Кроме того, в таких ситуациях оправданным является использование методов нелинейной фильтрации.

В настоящее время используются различные виды нелинейных фильтров [2, 3, 7–11]. Как и линейные контурные фильтры, нелинейные контурные фильтры работают в скользящем окне, определяемом апертурой фильтра $F_{w,m}$ с размером w и с центром в текущем элементе m.

1. Контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках

В таких фильтрах отклик определяется предварительным упорядочиванием элементов, входящих в апертуру фильтра F_{w,m}, и выбором значения, находящегося на определенной позиции упорядоченной последовательности [2, 7, 10]. Непосредственно фильтрация сводится к замене исходного значения элемента на полученное значение отклика фильтра. При этом главной сложностью организации работы контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, является процедура упорядочивания элементов контура, заданного комплекснозначным кодом. Из-за этого, например, для комплексных чисел не определено понятие «медиана». Упорядочивание элементов контура $\Gamma = \{\gamma(n)\}, n = 0, \dots, s-1,$ входящих в апертуру фильтра, можно производить по одному из четырех параметров элементов контура: модулю, аргументу, вещественной или мнимой части.

Контурный медианный фильтр при обработке контуров изображений заменяет центральный элемент медианой упорядоченной выборки, сформированной из всех элементов контура, входящих в апертуру $F_{w,m}$ фильтра:

$$v(m) = med \{\gamma(n) \mid n \in F_{w,m}\},\$$

где α – принцип упорядочивания ($\alpha = |\gamma(n)|$ – по модулю, $\alpha = \arg \gamma(n)$ – по аргументу, $\alpha = \gamma_1(n)$ – по вещественной части, $\alpha = \gamma_2(n)$ – по мнимой части). На рис. 1 представлен пример медианной фильтрации контура.

Представлял интерес вопрос о влиянии линейных преобразований масштабирования и поворота контура на результат фильтрации. Контурные фильтры, основанные на порядковых статистиках, являются нелинейными, и результат фильтрации определяется, в первую очередь, процедурой упорядочивания элементов контура. Таким образом, требовалось установить, как линейные преобразования масштабирования и поворота контура влияют на результат упорядочивания ЭВ контура.



При масштабировании контура, т.е. когда $v(n) = |\mu| \gamma(n)$, упорядочивание по любому из параметров α не изменяется, т.к. модули, вещественные и мнимые части элементов контура **N**, изменяются пропорционально величине $|\mu|$, а аргументы элементов контура не изменяются.

При повороте контура Γ на угол arg μ модули элементов контура N также не изменяются, и, следовательно, не изменяется упорядочивание по модулю $\alpha = |\gamma(n)|$. Вещественные и мнимые части контура Nизменяются в соответствии с выражением:

 $\begin{aligned} \nu(n) &= \gamma(n)e^{i \arg \mu} = \gamma(n)(\cos(\arg \mu) + i \sin(\arg \mu)) = \\ &= \gamma_1(n)\cos(\arg \mu) + i\gamma_2(n)\cos(\arg \mu) + \\ &+ i\gamma_1(n)\sin(\arg \mu) - \gamma_2(\arg \mu)\sin(\arg \mu) = \\ &= (\gamma_1(n)\cos(\arg \mu) - \gamma_2(n)\sin(\arg \mu)) + \\ &+ i(\gamma_2(n)\cos(\arg \mu) + \gamma_1(n)\sin(\arg \mu)), \end{aligned}$

что может приводить к изменению упорядочивания по вещественной $\alpha = \gamma_1(n)$ и (или) мнимой $\alpha = \gamma_2(n)$ частям. Аргументы элементов контура N при повороте контура Г на угол arg µ получают одинаковое приращение и поэтому, если выполняется условие:

 $\arg v(n) = \arg \gamma(n) + \arg \mu < 2\pi$,

то упорядочивание по аргументу $\alpha = \arg \gamma(n)$ также не изменяется.

При одновременном воздействии преобразований масштабирования и поворота контура, т.е. когда $v(n) = \mu \gamma(n)$, где $\mu = \mu_1 + i\mu_2$, упорядочивание по модулю $\alpha = |\gamma(n)|$ не изменяется, а упорядочивания по вещественной части $\alpha = \gamma_1(n)$, мнимой части $\alpha = \gamma_2(n)$ и аргументу $\alpha = \arg \gamma(n)$ могут как изменяться, так и не изменяться в зависимости от конкретных значений элементов контура Γ и величины μ .

Контурный фильтр, основанный на вычислении усеченного среднего, является модификацией кон-

турного сглаживающего фильтра [2], но при этом из рассмотрения удаляются d/2 наименьших и d/2 наибольших элементов контура, упорядоченных по одному из четырех параметров α , в пределах маски $F_{w,m}$ фильтра с размером w и с центром в текущей точке m. Отклик фильтра представляет собой результат усреднения оставшихся элементов:

$$\mathbf{v}(m) = \frac{1}{w-d} \sum_{n \in F_{w,m}} \gamma'(n) , \qquad (1)$$

где $\gamma'(n)$ – оставшиеся элементы в пределах маски $F_{w,m}$ фильтра после удаления d элементов контура.

Величина *d* может изменяться в пределах от 0 до w– 1. При d=0 контурный фильтр усеченного среднего преобразуется в контурный фильтр скользящего среднего, а при d=w-1-в контурный медианный фильтр.

На рис. 2 представлен пример фильтрации, основанной на вычислении усеченного среднего, с упорядочиванием $\alpha = \gamma_1(n), w = 5$ и d = 2.



Рис. 2. Пример фильтрации, основанной на вычислении усеченного среднего: исходный зашумленный контур (a), результат фильтрации при упорядочивании по вещественной части элементов контура (б)

Исследовано, как изменяется спектр контура на выходе контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, при фильтрации элементарного контура, спектр которого содержит только одну гармонику. На рис. 3 представлен элементарный контур порядка 7, размерность s=8, и его амплитудный спектр [1, 5].

На рис. 4 представлен результат контурной медианной фильтрации элементарного контура с апертурой фильтра w=3, а на рис. 5 - c апертурой фильтра w=5.



Упорядочивание по модулю при медианной фильтрации элементарного контура, содержащего в своем спектре только одну гармонику, не приводит к изменению формы контура. Изменение способа упорядочивания приводит к тому, в спектре выходного контура появляются гармоники, которых изначально не было в спектре входного контура.



Рис. 4. Медианная фильтрация с апертурой фильтра w=3 элементарного контура при упорядочивании: по модулю (а), вещественной части (б), мнимой части (в)



элементарного контура при упорядочивании по: модулю (а), вещественной части (б), мнимой части (в)

2. Контурный адаптивный фильтр

Особенностью адаптивных фильтров является изменение их параметров в зависимости от статистических свойств обрабатываемых контуров [2]. Для организации работы адаптивного локального фильтра подавления шума должна быть заранее известна или оценена перед обработкой дисперсия шума в контуре. Принцип работы контурного адаптивного локального фильтра подавления шума задается выражением:

$$\nu(m) = \gamma(m) - \frac{\sigma^2}{\sigma_F^2} (\gamma(m) - m_F), \qquad (2)$$

где σ^2 – дисперсия шума в контуре, m_F и σ_F^2 – среднее значение элементов и дисперсия шума в пределах маски $F_{w,m}$ фильтра с размером w и с центром в текущем элементе m.

В том случае, когда контур не зашумлен и дисперсия σ^2 шума в контуре равна нулю, то отклик фильтра $\mathbf{N} = \{v(m)\}$ равен обрабатываемому контуру $\Gamma = \{\gamma(m)\}$. Если дисперсия шума σ_F^2 в пределах маски фильтра много больше дисперсии σ^2 шума в контуре, то отклик фильтра $\mathbf{N} = \{v(m)\}$ также приближенно равен обрабатываемому контуру $\Gamma = \{\gamma(m)\}$. Обычно большое значение дисперсии шума σ_F^2 в пределах маски фильтра вызвано наличием существенных изменений аргументов следующих друг за другом элементов контура $\Gamma = \{\gamma(m)\}$, например, из-за острых углов в форме контура изображения.

Когда статистические характеристики текущего участка обрабатываемого контура и всего контура в целом совпадают, то значения обеих дисперсий σ^2 и σ_F^2 примерно равны. В этом случае требуется уменьшить шум за счет усреднения элементов контура в пределах апертуры фильтра. При этом отклик фильтра равен m_F среднему значению элементов контура в пределах апертуры фильтра.

Для корректной работы адаптивного локального фильтра подавления шума должно выполняться условие, что дисперсия флуктуационного шума в контуре не превышает дисперсию шума в пределах маски фильтра. В противном случае отношение σ^2 / σ_F^2 приравнивается к единице.

На рис. 6 представлен пример адаптивной локальной фильтрации контура.

3. Контурный сигма-фильтр

Центральный ЭВ маски $F_{w,m}$ фильтра с размером wи с центром в текущем элементе m замещается средним значением, вычисленным только по тем элементам контура в пределах апертуры фильтра, значения которых попадают в $k\sigma$ – область относительно среднего элемента $\overline{\gamma}$, где σ – СКО шума.

Средний элемент контура $\overline{\gamma}$ в пределах маски фильтра определяется как:

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{w} \sum_{k=0}^{w-1} \gamma \left(m - \left[w/2 \right] k \right),$$

где [*] – целая часть числа. Величина $k\sigma$ определяет радиус окружности на комплексной плоскости. Окружность ограничивает область с центром в конце вектора $\overline{\gamma}$. Попадание в данную область элемента контура в пределах маски фильтра определяет, будет ли он учитываться для формирования выходного отклика фильтра. При этом выбор параметра k в значительной степени определяет результат сигмафильтрации контуров изображений.



На рис. 7 представлен пример фильтрации зашумленного контура сигма-фильтром с апертурой фильтра w=5 и k=1.



Рис. 7. Пример сигма-фильтрации: исходный зашумлённый контур (а), контур на выходе фильтра (б)

4. Гомоморфная фильтрация контуров изображений

В том случае, когда шум $\mathbb{Z} = \{\zeta(n)\}, n = 0, 1, ..., s-1,$ накладывается на исходный контур $\Gamma = \{\gamma(n)\},$ n = 0, 1, ..., s-1, мультипликативно, т.е.

$$\mathbf{N} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{Z}, \quad \mathbf{v}(n) = \gamma(n)\zeta(n), \tag{3}$$

то непосредственное использование спектрального метода анализа при фильтрации контуров затруднительно. При этом спектр P_N контура N не равен произведению спектров P_{Γ} и P_Z контуров Γ и Z соответственно:

 $\mathbf{P}_{\mathbf{N}} \neq \mathbf{P}_{\Gamma} \, \mathbf{P}_{\mathbf{Z}} \; .$

Рассмотрим подход, заключающийся в обработке не самого контура N, а логарифма контура N. В этом случае:

$$\mathbf{E} = \ln \mathbf{N} = \ln \Gamma + \ln \mathbf{Z},$$

$$\varepsilon(n) = \ln v(n) = \ln \gamma(n) + \ln \zeta(n).$$

Так как величины v(n), $\gamma(n)$ и $\zeta(n)$ представляют собой комплексные числа, то натуральный логарифм определяется следующим образом [6]:

$$\ln \gamma(n) = \ln \left(\gamma_1(n) + i \gamma_2(n) \right) = \frac{1}{2} \ln \left| \gamma(n) \right|^2 + i \left[\arg \left(\gamma(n) \right) + 2\pi k \right], \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots.$$
(4)

Вещественная часть комплексного логарифма определяется однозначно, а мнимая часть имеет бесконечное множество значений.

Дальнейшее рассмотрение проведем для главного значения комплексного логарифма, т.е. при k=0.

ДПФ контура E:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{E}} = \mathbf{P}_{\ln \mathbf{N}} = \mathbf{P}_{\ln \Gamma} + \mathbf{P}_{\ln \mathbf{Z}},$$

а ДПФ $P_{H'}$ контура H' на выходе фильтра, заданного частотной характеристикой Ω :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}'} = \mathbf{P}_{\mathbf{E}} \mathbf{\Omega} = \mathbf{P}_{\ln \Gamma} \mathbf{\Omega} + \mathbf{P}_{\ln Z} \mathbf{\Omega} \,.$$

С помощью обратного ДПФ получим контур на выходе фильтра:

$$\eta'(n) = \gamma'(n) + \zeta'(n) \, .$$

Поскольку контур $\mathbf{E} = \{\varepsilon(n)\}, n = 0, 1, ..., s-1,$ был сформирован как натуральный логарифм контура $\mathbf{N} = \{v(n)\}, n = 0, 1, ..., s-1$, то обратная операция (потенцирование) результата фильтрации позволяет получить искомый обработанный контур:

$$\eta(n) = e^{\eta'(n)} = e^{\gamma'(n)} e^{\zeta'(n)} \,.$$

Для комплексных чисел операция потенцирования вычисляется следующим образом [6]:

$$e^{\gamma(n)} = e^{\gamma_1(n) + i\gamma_2(n)} = e^{\gamma_1(n)} e^{i\gamma_2(n)} = \\ = e^{\gamma_1(n)} \left[\cos(\gamma_2(n)) + i\sin(\gamma_2(n)) \right].$$

Исследуем вопрос о влиянии линейных преобразований масштабирования, поворота и сдвига начальной точки контура на результат логарифмирования контура. При масштабировании контура, когда $v(n) = |\mu|\gamma(n)$, в соответствии с выражением (4):

$$\varepsilon(n) = \ln v(n) = \ln \gamma(n) + \ln |\mu| =$$
$$= \left[\frac{1}{2}\ln |\gamma(n)|^2 + \ln |\mu|\right] + i \arg(\gamma(n))$$

т.е. к результату логарифмирования контура прибавляется величина ln|µ|, которая представляет собой вещественное число.

При повороте контура Γ на угол arg μ , когда $\nu(n) = \gamma(n)e^{i \arg \mu}$:

 $\varepsilon(n) = \ln v(n) = \ln \gamma(n) + \ln e^{i \arg \mu} = \ln \gamma(n) + i \arg \mu =$ $= \frac{1}{2} \ln |\gamma(n)|^2 + i [\arg(\gamma(n)) + \arg \mu],$

т.е. к результату логарифмирования контура прибавляется величина $i \arg \mu$. При этом вещественная часть контура **E** не изменяется. Очевидно, что при сдвиге начальной точки контура **Г** в контуре **E** также происходит сдвиг начальной точки.

Также представляет интерес, как изменяется спектр контура после логарифмирования. Спектр контура **E** с учетом выражения (4):

$$\rho_{\rm E}(m) = \sum_{n=0}^{s-1} \varepsilon(n) e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} = \sum_{n=0}^{s-1} \ln \gamma(n) e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} = = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{s-1} \ln \left|\gamma(n)\right|^2 e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} + i \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) e^{\frac{-i2\pi mn}{s}} .$$
 (5)

Если контур Γ представляет собой ЭК, у которого $|\gamma(n)| = 1$, n = 0, 1, ..., s-1, то $\ln |\gamma(n)|^2 = 0$ и контур E будет состоять только из мнимых компонент:

$$\varepsilon(n) = i \arg(\gamma(n)), n=0,1,\ldots,s-1.$$

В этом случае спектр контура E определяется только вторым слагаемым выражения (5). Тогда

$$\rho_{\mathrm{E}}(m) = i \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) \left[\cos\left(\frac{2\pi mn}{s}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi mn}{s}\right) \right] =$$
$$= \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) \sin\left(\frac{2\pi mn}{s}\right) + i \sum_{n=0}^{s-1} \arg(\gamma(n)) \cos\left(\frac{2\pi mn}{s}\right).$$

На рис. 8 представлены амплитудные спектры контуров Е при логарифмировании ЭК Γ_1 с размерностями s = 3, 4 и 5.



Заключение

Основной сложностью организации работы контурных фильтров, основанных на порядковых статистиках, является процедура упорядочивания элементов контура, заданных в виде дискретной последовательности комплексных чисел. Предложено упорядочивание элементов контура, входящих в апертуру фильтра, производить по одному из четырех параметров: модулю, аргументу, вещественной и мнимой частям. Исследовано влияние линейных преобразований масштабирования и поворота контура на результат фильтрации. Показано, что при одновременном воздействии преобразований масштабирования и поворота контура упорядочивание по модулю не изменяется, а упорядочивания по вещественной части, мнимой части и аргументу могут как изменяться, так и не изменяться в зависимости от конкретных значений элементов контура и величины µ.

Рассмотрены принципы работы контурного локального фильтра подавления шума и контурного сигма-фильтра. Показано, что применение контурных адаптивных фильтров при обработке контуров изображений позволяет удалить импульсную помеху и обеспечить сглаживание шумов.

Рассмотрен подход к организации контурной гомоморфной фильтрации. Исследован вопрос о влиянии линейных преобразований масштабирования, поворота и сдвига начальной точки контура на результат логарифмирования контура. Показано, что при масштабировании контура в результате логарифмирования изменяется вещественная часть контура, а при повороте контура Г на угол агд μ – мнимая часть контура. При сдвиге начальной точки контура Г в контуре Е также происходит сдвиг начальной точки.

Литература

- Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов / Под ред. Я.А. Фурмана. – М.: Физматлит, 2002. – 592 с.
- Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с. ISBN: 5-94836-028-8.
- Сорокин, С.В. Сравнительный анализ методов нелинейной фильтрации сигналов и изображений / С.В. Сорокин, М.А. Щербаков. – В кн.: Труды международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2006. – С. 89-91.
- Хафизов, Р.Г. Линейная фильтрация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 408-416.
- Хафизов, Р.Г. Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов / Р.Г. Хафизов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2006. – № 4. – С. 24-27.
- Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Н. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

- Hsieh, H.-J. Employing median filtering to enhance the complex-valued acoustic spectrograms in modulation domain for noise-robust speech recognition / H.-J. Hsieh, B. Chen, J.-w. Hung // 2016 10th International Symposium on Chinese Spoken Language Processing (ISCSLP). 2016. 5 p. DOI: 10.1109/iscslp.2016.7918403.
- Hoyos, Y. Weighted median filters admitting complexvalued weights and their optimization / S. Hoyos, Y. Li, J. Bacca, G.R. Arce // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2004. – Vol. 52, Issue 10. – P. 2776-2787. – DOI: 10.1109/tsp.2004.834342.
- Grigoryan, A.M. Optimal Wiener and homomorphic filtration: Review / A.M. Grigoryan, E.R. Dougherty, S.S. Agaian // Sig-

nal Processing. – 2016. – Vol. 121. – P. 111-138. – DOI: 10.1016/j.sigpro.2015.11.006.

- Bhattacharya, T. Evaluating performance of some common filtering techniques for removal of Gaussian noise in images / T. Bhattacharya, A. Chatterjee // 2017 IEEE International Conference on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI). 2017. P. 1981-1984. DOI: 10.1109/icpcsi.2017.8392061.
- Liashuk, O. Homomorphic two-stage non-causal image filtration in the presence of correlated speckle noise / O. Liashuk, S. Zhuk // 2017 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo). 2017. P. 1–5. DOI: 10.1109/ukrmico.2017.8095368.

Сведения об авторах

Хафизов Ринат Гафиятуллович, доктор технических наук, профессор кафедры радиотехнических и медикобиологических систем. Поволжский государственный технологический университет. Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, обработка и распознавание изображений. Автор более 138 научных работ, соавтор 4 монографий. E-mail: <u>*HafizovRG@volgatech.net*</u>.

Охотников Сергей Аркадьевич, кандидат технических наук (2015), доцент кафедры радиотехнических и медико-биологических систем. Поволжский государственный технологический университет. Область научных интересов: обработка изображений групповых точечных объектов. В списке научных работ С.А. Охотникова 14 статей, 3 авторских свидетельства РФ. E-mail: <u>OhotnikovSA@volgatech.net</u>.

> ГРНТИ: 28.23.15 Поступила в редакцию 23 апреля 2020 г. Окончательный вариант – 5 июня 2020 г.

Nonlinear filtering of image contours defined in a complex-valued code

R.G. Khafizov¹, S.A. Okhotnikov¹ ¹Volga State University of Technology 424000, b. 3., Lenin Sq., Yoshkar-Ola, the Republic of Mari El, Russia

Abstract

The article describes special aspects of the organization of nonlinear filtering of image contours defined as a sequence of complex numbers. An effect of scale and rotation of the contour on the filtering result is studied. Changes in the contour spectra caused by different nonlinear filters are studied.

<u>Keywords</u>: nonlinear filtering, image processing, complex-valued circuit, median filter, adaptive filter, sigma filter, homomorphic filter.

<u>Citation</u>: Khafizov R.G, Okhotnikov S.A. Nonlinear filtering of image contours defined in a complex-valued code. Computer Optics 2020; 44(5): 757-762. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-745.

References

- Furman YaA, ed. Contour analysis introduction and its image and signal processing application. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2002.
- [2] Gonsales R, Woods R. Digital image processing. 4th ed. Pearson; 2017. ISBN: 978-0-13-335672-4.
- [3] Sorokin SV, Shcherbakov MA. A comparative analysis of the methods of nonlinear filtering of signals and images [In Russian]. Proc International Symposium "Reliability and Quality". Penza: 2006: 89-91.
- [4] Khafizov RG, Okhotnikov SA. Linear filtering of continuous contours of images, defined in a complexform [In Russian]. Computer Optics 2010; 34(3): 408-416.
- [5] Khafizov RG. Analysis of continuous complex-valued signals that define the contours of images of flat objects [In Russian]. AN Tupolev Vestnik KGTU 2006; 4: 24-27.
- [6] Korn G, Korn N. Handbook of mathematics for scientists and engineers. Mineola, New York: Dover Publications Inc; 2000. ISBN: 978-0-486-41147-7.
- [7] Hsieh H-J, Chen B, Hung J-w. Employing median filtering to enhance the complex-valued acoustic spectrograms in

modulation domain for noise-robust speech recognition. 2016 10th International Symposium on Chinese Spoken Language Processing (ISCSLP) 2016: 1-5. DOI: 10.1109/iscslp.2016.7918403.

- [8] Hoyos S, Li Y, Bacca J, Arce GR. Weighted median filters admitting complex-valued weights and their optimization. IEEE Trans Signal Process 2004; 52(10): 2776-2787. DOI: 0.1109/tsp.2004.834342.
- [9] Grigoryan AM, Dougherty ER, Agaian SS. Optimal Wiener and homomorphic filtration: Review. Signal Process 2016; 121: 111-138. DOI: 10.1016/j.sigpro.2015.11.006.
- [10] Bhattacharya T, Chatterjee A. Evaluating performance of some common filtering techniques for removal of Gaussian noise in images. 2017 IEEE Int Conf on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI) 2017: 1981-1984. DOI: 10.1109/icpcsi.2017.8392061.
- [11] Liashuk O, Zhuk S. Homomorphic two-stage non-causal image filtration in the presence of correlated speckle noise. 2017 Int Conf on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo) 2017: 1-5. DOI: 10.1109/ukrmico.2017.8095368.

Author's information

Rinat Gafiyatullovich Khafizov, Doctor of Technical Sciences. He is holding a position of professor of Radio and Medical-Biological System Engineering. Volga department State Technological University. His research interests are currently focused on digital signal processing, data processing and image recognition. Author of more than 138 scientific papers, co-author of 4 monographs. E-mail: <u>HafizovRG@volgatech.net</u>.

Sergei Arcadievich Okhotnikov, candidate of Technical Science (2015). He is holding a position of docent of Radio and Medical-Biological System Engineering department. Volga State Technological University. His research interests are currently focused on processing of images of group point objects. He is author of 14 scientific papers and 3 inventor's certificate of Russia Federation. E-mail: <u>OhotnikovSA@volgatech.net</u>.

Received April 23, 2020. The final version – June 5, 2020.