

## Дифракционная модель лазерного спекл-интерферометра микросмещений объектов с рассеивающей поверхностью

Б.А. Гризбил<sup>1</sup>, Л.А. Максимова<sup>2</sup>, В.П. Рябухо<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Саратовский национальный исследовательский государственный университет,  
410012, Россия, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83,

<sup>2</sup> Институт проблем точной механики и управления РАН,  
410028, Россия, г. Саратов, ул. Рабочая, д. 24

### Аннотация

На основе дифракционных преобразований оптического волнового поля разработана математическая модель формирования спекл-модулированных интерференционных картин и сигналов на выходе спекл-интерферометра, позволяющая выявить их свойства и количественные параметры. Рассматривается спекл-интерферометр по схеме Майкельсона, где вместо зеркал в опорном и предметном плечах используются объекты с рассеивающими поверхностями. Обсуждаются результаты численного моделирования спекл-модулированных интерференционных картин с использованием дифракционных преобразований волновых полей в интерферометре. Рассматриваются смоделированные картины, получаемые на выходе интерферометра при фокусировке лазерных пучков на рассеивающие поверхности контролируемого и опорного объектов. Представлены экспериментальные результаты использования спекл-интерферометра с цифровым матричным фотодетектором для измерения температурных микросмещений объекта с рассеивающей поверхностью и количественное сравнение экспериментальных данных с результатами, получаемыми в численном эксперименте с помощью дифракционной модели спекл-интерферометра.

**Ключевые слова:** интерференция, дифракция, спекл-интерферометрия, лазерный интерферометр, интерферометр Майкельсона, интерференционная картина, спекл-модуляция, компьютерное моделирование, математическая модель.

**Цитирование:** Гризбил, Б.А. Дифракционная модель лазерного спекл-интерферометра микросмещений объектов с рассеивающей поверхностью / Б.А. Гризбил, Л.А. Максимова, В.П. Рябухо // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 4. – С. 568-577. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-702.

**Citation:** Grizbil BA, Maksimova LA, Ryabukho VP. Diffraction model of a laser speckle interferometer for measuring micro-displacements of objects with scattering surface. Computer Optics 2020; 44(4): 568-577. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-702.

### Введение

Методы измерения, основанные на интерференции света, позволяют исследовать микросмещения и микродеформации объектов с оптически грубой рассеивающей поверхностью [1,2], которой обладают большинство технических, биологических и растительных объектов. При отражении от рассеивающей поверхности рассеянное лазерное волновое поле приобретает спекл-модуляцию – пространственную амплитудно-фазовую модуляцию стохастического характера [1–3]. Интерференционные картины и сигналы, формируемые в лазерных интерференционных системах с рассеивающими объектами, также с необходимостью приобретают спекл-модулированный характер, что предопределяет особые свойства этих измерительных сигналов [4–10], влияющие на их параметры вплоть до постановки вопроса о возможности или невозможности проведения интерференционных измерений с такими объектами. Свойства и количественные параметры спекл-модуляции интерференционных картин могут быть выявлены в результате математического описания процес-

сов формирования этих картин и их моделирования с использованием численных расчётов дифракционных полей и интерференционных картин, формирующихся на выходе спекл-интерферометра [6, 11, 12].

В данной работе рассматриваются дифракционная математическая и компьютерная модели формирования интерференционных картин на выходе лазерного спекл-интерферометра микросмещений объекта с рассеивающей поверхностью. Представлены экспериментальные результаты использования спекл-интерферометра для измерения температурных микросмещений объектов с рассеивающими поверхностями, выполнено сравнение экспериментальных данных с результатами, получаемыми путём проведения расчётного эксперимента с помощью математической и компьютерной моделей.

### 1. Дифракционная теория формирования спекл-модулированных интерференционных картин

На рис. 1а представлена схема интерферометра Майкельсона, в обоих плечах которого установлены

объекты с рассеивающими поверхностями. Рассеяние лазерного излучения сопровождается спекл-модуляцией дифракционного поля – пространственными флуктуациями его комплексной амплитуды и, соответственно, интенсивности [1–3]. Результирующая интерференционная картина и интерференционный сигнал, возникающий в результате смещения контролируемого объекта, также принимают спекл-модулированный характер, как результат интерференции спекл-полей [6–9]. Картина интерференции спекл-модулированных полей в выходном плече лазерного интерферометра Майкельсона представлена на рис. 1б.

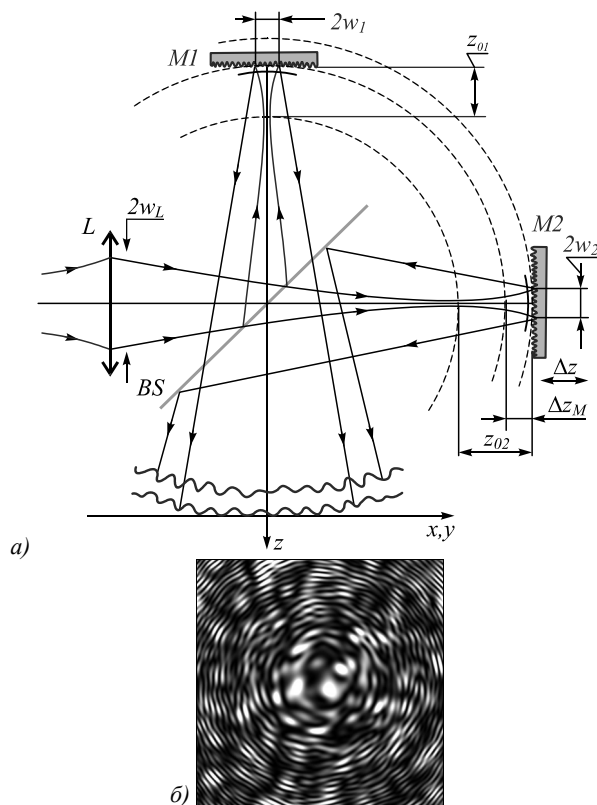


Рис. 1. Схема интерферометра Майкельсона с объектами с рассеивающими поверхностями в обоих плечах (а): L – фокусирующая линза, BS – делитель пучка, M1 – опорный объект, M2 – объект, смещение которого исследуется, 2w<sub>1</sub>, 2w<sub>2</sub> – диаметры освещенных областей на поверхности объектов; спекл-модулированная интерференционная картина I(x,y) в выходном плече интерферометра (б)

Для математического описания и компьютерного моделирования интерференционных картин и сигналов на выходе интерферометра основными являются выражения для комплексных амплитуд  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  дифракционных полей, формирующихся в выходной плоскости интерферометра  $x, y$ , позволяющие определить изменение разности фаз полей  $\Delta\Phi(x, y)$ , возникающее при смещении поверхностей в плечах интерферометра, и изменение интенсивности суммарного интерференционного поля  $I(x, y)$  в зависимости от изменения разности фаз  $\Delta\Phi(x, y)$ .

Комплексные амплитуды волновых полей на выходе интерферометра можно представить в плоскости  $x, y$ , находящейся в ближней или дальней области дифракции поля по отношению к волновым полям на рассеивающих поверхностях объектов в плечах интерферометра, в следующем виде [13, 14]:

$$U_1(x, y) = A_1(x, y) \exp(i(\phi_1(x, y) + \psi_1(x, y))) = A_1(x, y) \exp(i\Phi_1(x, y)), \quad (1)$$

$$U_2(x, y) = A_2(x, y) \exp(i(\phi_2(x, y) + \psi_2(x, y))) = A_2(x, y) \exp(i\Phi_2(x, y)), \quad (2)$$

где  $A_1(x, y)$  и  $A_2(x, y)$  – пространственные распределения действительных амплитуд полей,  $\phi_1(x, y)$ ,  $\phi_2(x, y)$  и  $\psi_1(x, y)$ ,  $\psi_2(x, y)$  – случайные и детерминированные составляющие пространственного распределения фазы волновых полей,  $\Phi_1(x, y)$  и  $\Phi_2(x, y)$  – полные пространственные фазовые распределения.

Выражение для интенсивности интерференционного поля на выходе интерферометра можно представить, полагая полную взаимную когерентность интерферирующих полей, в следующем виде:

$$I(x, y) = |U_1(x, y) + U_2(x, y)|^2 = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \times \cos(\Delta\psi_{12}(x, y) + \Delta\phi_{12}(x, y)) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos(\Delta\Phi(x, y)), \quad (3)$$

где  $I_1(x, y) = A_1^2(x, y)$  и  $I_2(x, y) = A_2^2(x, y)$  – пространственные распределения интенсивностей интерферирующих полей,  $\Delta\psi_{12}(x, y)$  и  $\Delta\phi_{12}(x, y)$  – детерминированная и случайная разности фаз полей,  $\Delta\Phi(x, y) = \Phi_1(x, y) - \Phi_2(x, y)$  – полная разность фаз.

Случайная составляющая разности фаз  $\Delta\phi_{12}(x, y)$  изменяется в плоскости наблюдения интерференционной картины случайным образом, оставаясь практически неизменной в пределах отдельных спеклов суммарного поля и изменяясь почти скачкообразно в интервале  $[-\pi, \pi]$  при переходе к соседнему спеклу интерференционного поля.

Детерминированная разность фаз  $\Delta\psi_{12}(x, y)$  изменяется определенным образом, и для неё можно записать выражение:

$$\Delta\psi_{12}(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_{12}(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \left( (z_1 - z_2) + \sqrt{x^2 + y^2 + z_1^2} - \sqrt{x^2 + y^2 + z_2^2} \right), \quad (4)$$

где  $\Delta_{12}(x, y)$  – разность хода волн, приходящих в точку наблюдения с заданными координатами  $(x, y)$ ,  $z_1$  и  $z_2$  – расстояния от поверхностей до плоскости наблюдения интерференционной картины,  $z_1 - z_2 = \pm\Delta z_M$ . Для оптической оси интерферометра ( $x=0, y=0$ ) детерми-

нированная разность фаз принимается равной  $\Delta\psi_{12}(0, 0) = (2\pi/\lambda)2\Delta z_M$ ,  $\Delta z_M$  – разность длин плеч интерферометра по оптической оси  $z$ .

Если в пределах отдельного спекла суммарного поля разность фаз  $\Delta\psi_{12}(x, y)$  изменяется больше, чем на  $2\pi$  рад, то в спеклах образуются интерференционные полосы (рис. 1б). Смещение  $\Delta z$  какой-либо поверхности в плечах интерферометра вдоль его оптической оси сопровождается изменением величины  $\Delta z_M$  и, как следствие, изменением разности фаз  $\Delta\psi_{12}$  интерферирующих волн. В результате возникает смещение интерференционных полос в пределах спеклов в ту или иную сторону в зависимости от знака  $\Delta z$  и временные осцилляции интенсивности в каждой точке интерференционной картины.

Комплексные амплитуды спекл-полей  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  на выходе интерферометра можно определить, используя дифракционное преобразование граничных полей на поверхностях объектов  $U_1(x_0, y_0)$ ,  $U_2(x_0, y_0)$  в ближнюю область дифракции с помощью преобразования Френеля или в дальнюю область с использованием преобразования Фурье [13, 14] в зависимости от размеров освещённых областей  $2w_1, 2w_2$  на рассеивающих поверхностях M1 и M2 и расстояний  $z_1$  и  $z_2$  от этих поверхностей до плоскости наблюдения картины интерференции (рис. 1а).

Положение рассеивающей поверхности в плече интерферометра определяет пространственное распределение комплексной амплитуды дифракционного поля, рассеянного поверхностью. Изменение положения поверхности вызывает соответствующие изменения комплексной амплитуды дифракционного поля, что отражается в интерференционной картине на выходе интерферометра. Описание этих процессов с использованием дифракционных преобразований волновых полей позволяет создать математическую и компьютерную модели интерферометра с рассеивающими поверхностями в его плечах – спекл-интерферометра микросмещений (см. также [6]).

Применение преобразования Фурье и, соответственно, алгоритма быстрого преобразования Фурье [15] в компьютерной модели позволяет существенно сократить время расчётов. Использование фурье-преобразования возможно, если размеры освещённых областей на рассеивающих поверхностях  $2w_1$  и  $2w_2$  существенно меньше расстояний  $z_1$  и  $z_2$  до плоскости регистрации интерференционной картины, так что  $\pi w_1^2/\lambda z_1 \ll \pi$  и  $\pi w_2^2/\lambda z_2 \ll \pi$  [13, 14]. На практике такая ситуация возникает при фокусировке лазерного пучка на поверхность объектов в интерферометре или при незначительных расфокусировках, так что  $2w_1$  и  $2w_2$  можно считать относительно малыми.

В практике лазерных интерференционных измерений часто необходимо учитывать Гауссовы свойства освещающего лазерного пучка с конечным диаметром его перетяжки  $2w_0$  [16, 17], а в ряде случаев, возможно, и векторный характер лазерных Гауссовых

пучков [17]. При этом необходимо учитывать расстояния  $z_{01}$  и  $z_{02}$  между перетяжками освещающих лазерных пучков и поверхностями опорного и контролируемого объектов, а также величину радиуса перетяжки лазерного пучка  $w_0$  (рис. 1а).

Комплексные амплитуды опорного  $U_1(x, y)$  и объектного  $U_2(x, y)$  дифракционных полей в реальных интерференционных системах можно вычислить с использованием дифракционных преобразований в приближении ближней области дифракции [13, 14]:

$$U_1(x, y) \approx \frac{1}{i\lambda z_1} \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}z_1\right) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda z_1}(x^2 + y^2)\right) \times \iint U_1(x_0, y_0) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda z_1}(x_0^2 + y_0^2)\right) \times \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda z_1}(xx_0 + yy_0)\right) dx_0 dy_0, \quad (5)$$

$$U_2(x, y) \approx \frac{1}{i\lambda z_2} \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}z_2\right) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda z_2}(x^2 + y^2)\right) \times \iint U_2(x_0, y_0) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda z_2}(x_0^2 + y_0^2)\right) \times \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda z_2}(xx_0 + yy_0)\right) dx_0 dy_0, \quad (6)$$

где  $U_1(x_0, y_0)$  и  $U_2(x_0, y_0)$  – граничные поля – волновые поля в непосредственной близости от поверхности объекта, можно представить в виде:

$$U_1(x_0, y_0) = U_{01}(x_0, y_0)r_1(x_0, y_0), \quad (7)$$

$$U_2(x_0, y_0) = U_{02}(x_0, y_0)r_2(x_0, y_0),$$

где  $r_1(x_0, y_0)$  и  $r_2(x_0, y_0)$  – комплексные амплитудные коэффициенты отражения поверхностей опорного и смещающегося объектов, которые для рассеивающих поверхностей – случайные функции координат  $x_0, y_0$ ,  $U_{01}(x_0, y_0)$  и  $U_{02}(x_0, y_0)$  – комплексные амплитуды полей, освещающих опорную и контролируемую поверхности.

С учётом Гауссова характера освещающих лазерных пучков для  $U_{01}(x_0, y_0)$  и  $U_{02}(x_0, y_0)$  можно использовать следующие выражения [16, 17]:

$$U_{01}(x_0, y_0) = A_{01} \frac{w_0}{w_1(z_{01})} \exp\left[-\frac{(x_0^2 + y_0^2)}{w_1^2(z_{01})}\right] \times \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}z_{01}\right) \exp\left(i\arctg\left(\frac{z_{01}}{R_c(w_0)}\right)\right) \times \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda R_1(z_{01})}(x_0^2 + y_0^2)\right), \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 U_{02}(x_0, y_0) = & A_{02} \frac{w_0}{w_2(z_{02})} \exp \left[ -\frac{(x_0^2 + y_0^2)}{w_2^2(z_{02})} \right] \times \\
 & \times \exp \left( i \frac{2\pi}{\lambda} z_{02} \right) \exp \left( i \arctg \left( \frac{z_{02}}{R_c(w_0)} \right) \right) \times \\
 & \times \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda R_2(z_{02})} (x_0^2 + y_0^2) \right),
 \end{aligned} \tag{9}$$

где  $A_{01}$ ,  $A_{02}$  и  $w_1(z_{01})$ ,  $w_2(z_{02})$  – амплитуды и радиусы по амплитуде освещающих лазерных Гауссовых пучков на поверхностях М1 и М2,  $w_0$  и  $R_c(w_0)$  – радиус перетяжки и конфокальный параметр освещающего лазерного пучка,  $R_1(z_{01})$  и  $R_2(z_{02})$  – радиусы кривизны волновых фронтов освещающих пучков на опорной М1 и контролируемой М2 поверхностях.

Параметры лазерного пучка определяются соотношениями [16]:

$$\begin{aligned}
 w = w_0 \left( 1 + \left( \frac{\lambda z_0}{\pi w_0^2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad R_c = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \\
 R = z_0 \left( 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z_0} \right)^2 \right) = z_0 \left( 1 + \left( \frac{R_c}{z_0} \right)^2 \right).
 \end{aligned} \tag{10}$$

Комплексные коэффициенты отражения поверхностей опорного и смещающегося объектов  $r_1(x_0, y_0)$  и  $r_2(x_0, y_0)$  в (7) определяют эффект амплитудно-фазовой модуляции освещающих лазерных пучков и, соответственно, эффект рассеяния лазерных пучков на шероховатых поверхностях объектов.

Таким образом, при численном расчёте комплексных амплитуд интерферирующих волновых полей  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  на выходе спекл-интерферометра необходимо учитывать:

- различие в поверхностной структуре объектной и опорной поверхностей – различия случайных функций  $r_1(x_0, y_0)$  и  $r_2(x_0, y_0)$ , что соответственно обеспечивает различия в реализациях спекл-модуляции, вносимой опорной и контролируемой поверхностями;
- различие в расстояниях  $z_{01}$  и  $z_{02}$  от перетяжек лазерных пучков до поверхностей (рис. 1а), поскольку это различие влияет: на разность хода и, соответственно, на разность фаз волн в интерферометре, на размеры освещённых областей на поверхностях, на радиусы кривизны волновых фронтов полей, освещающих поверхности;
- параметры Гауссова лазерного пучка, направляемого в интерферометр: радиус перетяжки лазерного пучка  $w_0$ , определяемой фокусным расстоянием  $f$  фокусирующей линзы  $L$  и диаметром лазерного пучка  $2w_L$  в апертуре этой линзы (рис. 1а),  $w_0 \approx \lambda f / \pi w_L$ ;

- радиусы кривизны  $R_1(z_{01})$  и  $R_2(z_{02})$  волновых фронтов освещающих лазерных пучков на поверхностях опорного М1 и контролируемого М2 объектов.

Таким способом можно рассчитать комплексные амплитуды дифракционных полей  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  в плоскости регистрации интерференционной картины на выходе спекл-интерферометра, используя формулы (5), (6) и (8), (9) для опорного  $U_1(x, y)$  и объектного  $U_2(x, y)$  полей.

Имея комплексные амплитуды дифракционных полей, можем записать в явном виде выражение для интенсивности суммарного поля – интерферограммы:

$$\begin{aligned}
 I(x, y) = & |U_1(x, y) + U_2(x, y)|^2 = \\
 = & I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2 \operatorname{Re} [U_1(x, y) U_2^*(x, y)].
 \end{aligned} \tag{11}$$

В интерференционном эксперименте вследствие осевого микросмещения объекта М2 изменяется расстояние  $z_{02}$  (рис. 1а). В результате изменяется комплексная амплитуда освещающего поля  $U_{02}(x_0, y_0)$  на поверхности объекта, изменяется расстояние  $z_1$  от поверхности объекта до плоскости наблюдения интерференции  $x, y$  и соответственно меняется дифракционное поле  $U_2(x, y)$  – изменяются его фазовые  $\Phi_2(x, y)$  и в некоторой степени амплитудные  $A_2(x, y)$  пространственные распределения, что в целом проявляется в характере изменения структуры интерферограммы  $I(x, y)$ , определяемой (11).

## 2. Моделирование интерференционных картин на выходе спекл-интерферометра

При моделировании интерференционных картин на выходе интерферометра использовались численные расчёты пространственного распределения комплексных амплитуд опорного и объектного волновых полей для заданных положений опорной и объектной поверхностей в плечах интерферометра. Для формирования случайной составляющей каждого волнового поля, возникающей при отражении от шероховатой поверхности, задавались комплексные коэффициенты отражения  $r_1(x_0, y_0)$  и  $r_2(x_0, y_0)$  поверхностей. Для этого формировались две матрицы случайных независимых вещественных величин  $u(x_0, y_0)$  и  $v(x_0, y_0)$ , распределённых по нормальному закону в интервале  $[-1, 1]$ . На основе этих матриц формировалась матрица случайных комплексных величин

$$r(x_0, y_0) = u(x_0, y_0) + i v(x_0, y_0). \tag{12}$$

Таким образом, случайные составляющие полей, возникающие при их рассеянии на неоднородностях поверхностей в плечах интерферометра, формировались в виде дискретного массива независимых круговых Гауссовых случайных величин  $r_1(x_0, y_0)$ ,  $r_2(x_0, y_0)$  [3]. Попиксельная корреляция рассеянного поля позволяет считать такое поле фактически  $\delta$ -коррелированным, что чаще всего имеет место на практике при

рассеянии света на шероховатых поверхностях с мелкоструктурными неоднородностями.

Комплексные амплитуды Гауссовых волновых полей  $U_{01}(x_0, y_0)$  и  $U_{02}(x_0, y_0)$ , освещающих поверхности, рассчитывались с использованием (8) и (9).

Согласно формулам (7) формировались матрицы с распределением комплексных амплитуд граничных полей  $U_1(x_0, y_0)$  и  $U_2(x_0, y_0)$  в плоскостях отражения лазерных пучков от шероховатых поверхностей в плечах интерферометра.

Матрицы комплексных амплитуд полей  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  на выходе интерферометра рассчитывались путём дифракционных преобразований граничных полей по формулам (5) и (6). В результате сложения этих матриц формировалась матрица комплексных амплитуд суммарного поля на выходе интерферометра. Матрица распределения интенсивности поля на выходе интерферометра – интерференционная картина, формировалась путём возведения в квадрат модуля комплексной амплитуды суммарного поля:

$$I(x, y) = |U_2(x, y) + U_1(x, y)|^2. \quad (13)$$

На рис. 2 представлены образцы смоделированных спекл-модулированных интерференционных картин, образующихся на выходе интерферометра при различных величинах относительного положения  $\Delta z_M = z_{02} - z_{01}$  рассеивающих поверхностей в плечах интерферометра (рис. 1а). Моделирование интерферограмм, представленных на рис. 2, проводилось по формулам (5)–(11) при использовании преобразований для ближней области дифракции.

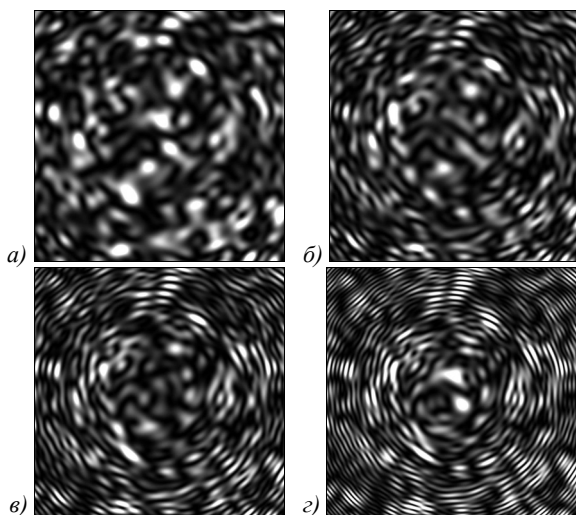


Рис. 2. Смоделированные спекл-модулированные интерференционные картины, формируемые в выходном плече интерферометра (рис. 1а), при различных величинах взаимного положения  $\Delta z_M$  шероховатых поверхностей в плечах интерферометра:  $\Delta z_M = 0,5$  мм (а),  $\Delta z_M = 1$  (б),  $\Delta z_M = 1,5$  (в);  $\Delta z_M = 2,5$  (г). Среднее расстояние от рассеивающих поверхностей до плоскости наблюдения  $z = 600$  мм; радиус перетяжки лазерного пучка  $w_0 = 0,1$  мм; расстояние от перетяжки до опорной поверхности  $z_{01} = 0$ ; длина волны  $\lambda = 0,63$  мкм, размер картин –  $50 \times 50$  мм

В интерференционном эксперименте при фокусировке лазерных пучков на рассеивающие поверхности в плечах интерферометра расстояние от рассеивающих поверхностей до плоскости наблюдения часто оказывается много больше размеров области освещения на поверхности. В этом случае можно полагать, что плоскость регистрации интерференционной картины на выходе интерферометра находится в дальней области дифракции. Тогда для дифракционных преобразований граничных полей в плечах интерферометра с целью упрощения численных расчётов можно использовать фурье-преобразование [13, 14]:

$$\begin{aligned} U_1(x, y) &\approx \mathbf{F}_1 \{U_1(x_0, y_0)\}; \\ U_2(x, y) &\approx \mathbf{F}_2 \{U_2(x_0, y_0)\}. \end{aligned} \quad (14)$$

При пространственном фурье-преобразовании использовалось искусственное увеличение размеров числовой матрицы поля комплексных амплитуд граничного поля путём окружения (дополнения) матрицы последовательностями нулей, что с физической точки зрения определяет размеры неосвещённой области на поверхности. Такое увеличение пиксельного размера граничного поля позволяет получить дифракционное спекл-модулированное поле, в котором на каждый спекл приходится не один пиксель, как в случае использования матрицы с размерами только освещённой области на рассеивающей поверхности, а достаточно большое число пикселей, равное отношению размеров дополненной и исходной матриц.

Для численного расчёта комплексных амплитуд дифракционных полей  $U_1(x, y)$ ,  $U_2(x, y)$  в дальней области дифракции в системе MATLAB использовался алгоритм быстрого фурье-преобразования [15].

### 3. Экспериментальные исследования, сравнение с теорией

Для сравнения результатов работы теоретической модели с экспериментальными результатами по исследованию интерференции лазерных спекл-полей разработан макет интерферометра по схеме Майкельсона, в котором вместо зеркал использовались объекты с рассеивающими поверхностями в обоих его плечах [7, 8], так что на выходе интерферометра имела место интерференция двух неидентичных спекл-полей, отражённых поверхностями опорного и исследуемого объектов (рис. 3). В качестве опорного использовался или внешний объект, не связанный с объектом измерения, или объект, служащий частью некоторой конструкции, как и измеряемый объект (рис. 3). В первой схеме производятся измерения смещения относительно внешнего объекта, во второй – взаимного смещения различных частей одного и того же устройства, конструкции или различных частей поверхности одного и того же объекта.

В качестве фотодетектора для наблюдения и регистрации картины интерференции и её изменения в

процессе смещения поверхности контролируемого объекта использовался не одиночный фотодетектор, как это обычно используется в лазерных интерферометрах смещений, а матричный фотодетектор, обеспечивающий цифровую запись некоторой части картины спекл-модулированного интерференционного поля на выходе интерферометра и её изменения в процессе движения исследуемого объекта.

На выходе интерферометра (рис. 4) устанавливались объектив 8 для масштабирования суммарного поля и согласования размеров спеклов в интерференционном поле и размеров матрицы фотодетектора так, чтобы в кадре изображения помещалось несколько спеклов, а интерференционные полосы в пределах спеклов разрешались матрицей фотодетектора.

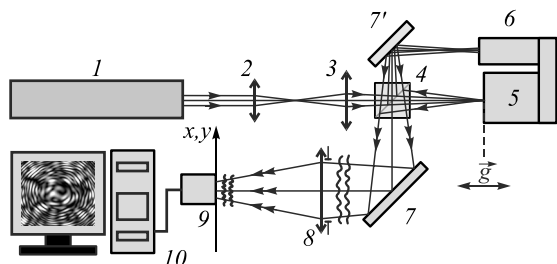


Рис. 3. Лазерный спекл-интерферометр нормальных смещений  $\Delta z = g$  объекта с рассеивающей поверхностью с внутренним опорным объектом: 1 – лазер (He-Ne), 2, 3 – линзы преобразования и фокусировки лазерного пучка, 4 – делитель лазерного пучка, 5 – объект, 6 – опорный объект, 7, 7' – поворотные зеркала, 8 – объектив, 9 – цифровой матричный фотодетектор, 10 – компьютер

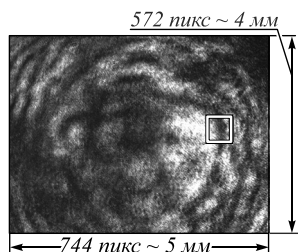


Рис. 4. Спекл-модулированная интерференционная картина на выходе интерферометра в плоскости матричного сенсора цифровой фотокамеры. Белая рамка – область интерферограммы, подвергаемая численной обработке

Вышеприведённые теоретические представления для свойств интерференционной картины на выходе интерферометра применимы и к такой конфигурации схемы интерферометра с использованием объектива 8 в его выходном плече, поскольку при фокусировке лазерных пучков на поверхности опорного и измеряемого объектов апертура этого объектива оказывается в дальней области дифракции, и структура интерференционного поля, попадающего в эту апертуру, только масштабируется в пространстве за объективом – в пространстве изображений. Смещение положения фотодетектора или объектива вдоль оптической оси приводит только к изменению масштаба интерференционной картины, что и использовалось в эксперименте для ре-

гистрации требуемых для последующей обработки интерференционных картин.

Для создания непрерывного смещения поверхности исследуемого объекта и, соответственно, непрерывной динамики интерференционной картины на выходе интерферометра использовался нагрев и охлаждение объекта – изменение его температуры на  $\Delta T$ , обеспечивающее непрерывное деформационное смещение поверхности объекта в нормальном к ней направлении. В качестве такого объекта использовался катод электронной пушки СВЧ – лампы бегущей волны [18], нагрев которого приводит к его смещению вдоль оси лампы относительно других её электродов. Смещение катода определялось или относительно внешнего объекта, или относительно управляющего электрода катодно-сеточного узла лампы (рис. 3). Изменение температуры нагрева катода  $\Delta T$  осуществлялось путём изменения напряжения накала катода  $V_0$ , подаваемого на подогреватель катода. Освещение лазерными пучками поверхностей катода и управляющего электрода осуществлялось вдоль оси лампы через специальное стеклянное окно (описание конструкции см. в [18]).

При фокусировке лазерных пучков на поверхности измеряемого и опорного объектов на выходе интерферометра можно наблюдать картину интерференции спекл-полей, формирующихся в предметном и опорном плечах интерферометра. По изменению этой интерференционной картины можно определить нормальное смещение объекта – составляющую смещения вдоль лазерного пучка, освещающего поверхность объекта. При этом важно отметить, интерферометр с рассеивающими поверхностями обладает свойством самоустойчивости, которое заключается в том, что на выходе интерферометра центр концентричности интерференционных полос (рис. 4) занимает неизменное положение, лежащее на продолжении оси освещающего лазерного пучка, при различных угловых ориентациях предметной и опорной поверхностей по отношению к направлению падающего пучка света, а также при различных их пространственных положениях, в том числе и при нормальном смещении контролируемого объекта.

Необходимое условие для наблюдения интерференционных полос и регистрации их смещения, как это следует из теоретической модели спекл-интерферометра и подтверждается в эксперименте, состоит в превышении размеров спеклов периода полос – полосы должны формироваться в пределах спеклов (рис. 2б-з). Экспериментально наблюдаемая спекл-модулированная интерференционная картина – интерферограмма – приведена на рис. 4, где указаны линейные размеры цифрового изображения и его размеры в количестве пикселей, а также квадратной белой рамкой показана выделенная область, в которой интерферограммы подвергались численной обра-

ботке с целью получения данных о нормальном смещении объекта с течением времени  $\Delta z(t) = g(t)$ .

Смещение  $\Delta z = g$  контролируемой поверхности вдоль направления  $z$  освещающего лазерного пучка вызывает изменение фазы дифрагированного на поверхности волнового поля в том же направлении  $z$  на величину:

$$\Delta\Phi_g(\Delta z) = \frac{2\pi}{\lambda} 2\Delta z = \frac{2\pi}{\lambda} 2g, \quad (15)$$

где  $\lambda$  – длина волны лазерного света.

При произвольных направлениях волновых векторов освещения  $\vec{k}_i(x_0, y_0)$  и рассеянного поля в направлении наблюдения  $\vec{k}_o(x, y)$ , а также при произвольной ориентации вектора смещения поверхности  $\vec{g}$  изменение фазы  $\Delta\Phi_g$  дифрагированного поля определяется выражением [2, 19, 20]:

$$\Delta\Phi_g(\vec{g}, \vec{k}_i, \vec{k}_o) = \vec{g}(\vec{k}_i - \vec{k}_o), \quad (16)$$

где

$$|\vec{k}_i| = |\vec{k}_o| = 2\pi/\lambda.$$

Распределение интенсивности  $I(x, y)$  интерференционного поля на выходе интерферометра в плоскости фотодетектора может быть представлено в виде

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \times \cos[\Delta\psi_{12}(x, y) + \Delta\phi_{12}(x, y) + \Delta\Phi_g(x, y)], \quad (17)$$

где  $I_1(x, y)$  и  $I_2(x, y)$  – распределения интенсивностей интерферирующих полей, отражённых опорной поверхностью и поверхностью объекта измерения,  $\Delta\psi_{12}(x, y)$  – детерминированная разность фаз интерферирующих полей, обусловленная геометрией интерференционного эксперимента,  $\Delta\phi_{12}(x, y)$  – случайная разность фаз, обусловленная спекл-модуляцией интерферирующих полей,  $\Delta\Phi_g(x, y)$  – фазовый сдвиг, обусловленный смещением поверхности объекта и определяемый выражением (16), где зависимость от направления  $\vec{k}_o$  определяет зависимость от координат  $x, y$  в плоскости регистрации. При изменении величины  $g$  изменяется величина  $\Delta\Phi_g(x, y)$ , что вызывает осциллирующее изменение  $I(x, y)$ . На рис. 5 представлены экспериментальные (левый столбец) и смоделированные (правый столбец) интерференционные картины на выходе спекл-интерферометра, получаемые при различных значениях разности фаз  $\Delta\Phi_g(x, y)$ , отличающихся на  $\pi/2$  от одного изображения к следующему изображению интерференционной картины в областях, отмеченных квадратной рамкой.

Для записи изменения во времени интенсивности интерференционной картины  $I(x, y, t)$  в нашем эксперименте регистрировались или полные кадры, или только небольшой фрагмент выделенной области всего изображения  $I(x, y, t_N)$  в дискретные моменты времени  $t_N$ , где

$N$  – номер отсчёта – номер кадра. Частота отсчётов – частота записи кадров  $f_d$  должна быть такой, чтобы на период временных осцилляций интенсивности  $I(x, y, t_N)$  приходилось достаточное число отсчётов  $\Delta N$ . В наших экспериментах наибольшая частота записи кадров была  $f_d = 25 \text{ с}^{-1}$ , что при самой большой в экспериментах частоте осцилляций интенсивности – при максимальной скорости смещения  $v(t) = dg(t)/dt$ , на один период осцилляций приходилось 8–10 отсчётов.

Запись полных кадров интерферограмм с полосами внутри спеклов на периферии позволяет определять изменение направления движения полос, а значит, и изменение направления смещения объекта, что зачастую происходит на практике (см. например, [18]), а также позволяет для обработки интерферограмм выбирать область с наиболее высоким контрастом полос и малым уровнем мелкоструктурной модуляции интерферограмм, что обеспечивает более высокое качество получаемых осциллограмм (рис. 6).

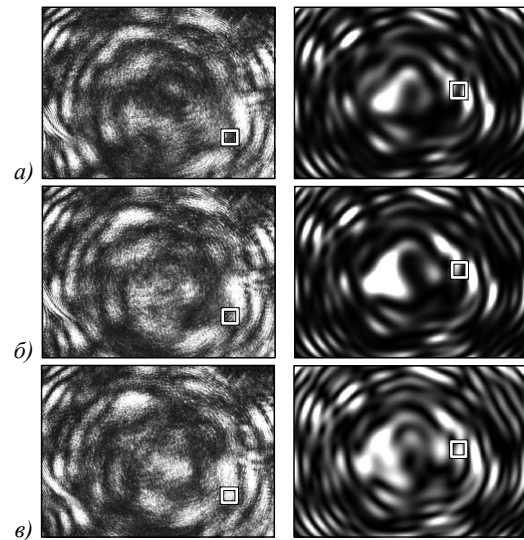


Рис. 5. Экспериментальные (левый столбец) и смоделированные (правый столбец) интерференционные картины на выходе спекл-интерферометра, получаемые при различных значениях разности фаз  $\Delta\Phi_g(x, y)$ , отличающихся на  $\pi/2$  от одной интерференционной картины к следующей в областях, отмеченных квадратной рамкой:  $\Delta\Phi_g$  (а),  $1,5\pi$  (б),  $2\pi$  (в)

На рис. 6а представлена осциллограмма изменения интенсивности интерференции, полученная в результате обработки экспериментальных интерференционных картин при смещении объекта в результате его нагрева и последующего остывания.

Для определения по осциллограмме  $I(x_1, y_1, t_N)$  смещения  $g(t_N)$  для каждого момента времени  $t_N$  в процессе нагрева и охлаждения объекта использовалось соотношение, получаемое из (15) с учётом периодичности осцилляций интенсивности света на выходе интерферометра:

$$g(t_N) = m(t_N) \frac{\lambda}{4}, \quad (18)$$

где  $m(t_N)$  – число полупериодов осцилляций интенсивности с момента начала нагрева.

Для проверки математической модели лазерного спекл-интерферометра выполнено сравнение величин смещения поверхности объекта, полученных в натурном эксперименте с использованием спекл-интерферометра и получаемых с использованием разработанной дифракционной математической модели спекл-интерферометра смещений.

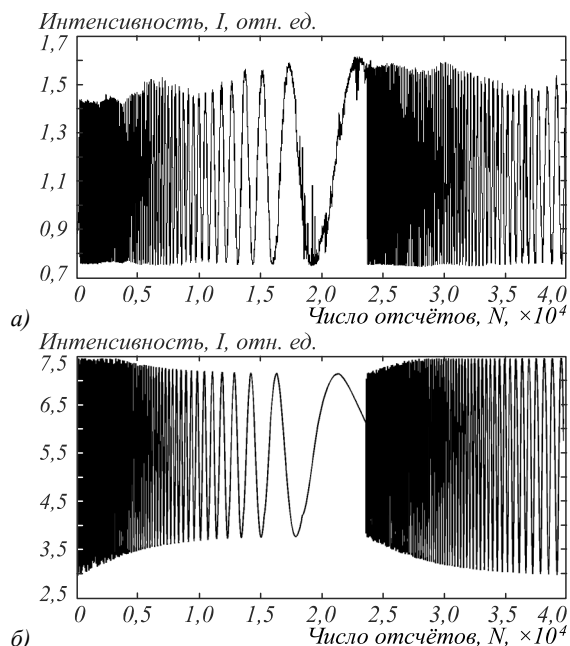


Рис. 6. Осциллограммы изменения интенсивности света на выходе интерферометра: экспериментальная (а), смоделированная (б), полученные в результате обработки экспериментально зарегистрированных и смоделированных интерференционных картин при смещении объекта в результате его нагрева и последующего остывания

При компьютерном моделировании серии интерферограмм для численного эксперимента величина смещения объекта  $\Delta z$  задавалась с использованием следующих выражений:

$$\Delta z_1(N) = A_1 \left( 1 - \exp[-B_1(N - N_1)] \right)^{C_1}, \tag{19}$$

$$\Delta z_2(N) = A_2 + B_2(N - N_2) + C_2(N - N_2)^2 + D_2(N - N_2)^3, \tag{20}$$

где функция  $\Delta z_1(N)$  определяет часть общего графика смещения объекта при его нагреве с момента  $N_1$  подачи напряжения накала на подогреватель катода и заканчивающийся моментом  $N_2$  отключения напряжения накала. Функция  $\Delta z_2(N)$  описывает вторую часть графика – остывание, началом которой является конец первой части – момент  $N_2$  отключения напряжения накала, и заканчивающийся в момент  $N_3$  прекращения записи интерференционных картин.

Процесс подбора функций  $\Delta z_1(N)$  и  $\Delta z_2(N)$  проводился в среде OriginLab. Для функции смещения в ре-

зультате нагрева  $\Delta z_1(N)$  оптимальным выражением оказалась функция Вейбулла второго типа – выражение (19), а для остывания – полином Ньютона третьей степени – выражение (20). Коэффициенты  $A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2, D_2$  подбирались в автоматическом режиме для каждого натурального эксперимента с соответствующим напряжением накала. В частности, для численного моделирования величины смещения при напряжении накала  $V_0 = 5$  В получены и использованы следующие коэффициенты:  $A_1 = 26,96, B_1 = 2,36 \cdot 10^{-4}, C_1 = 1,05; A_2 = 26,68, B_2 = -0,00367, C_2 = 1,98 \cdot 10^{-7}, D_2 = -4,05 \cdot 10^{-12}$  и отсчёты  $N_1 = 0, N_2 = 23685$ .

На рис. 7 представлено сравнение результатов натурального и численного экспериментов в виде графиков кривых смещения поверхности объекта  $\Delta z(N) = g(t)$  при различных изменениях его температуры  $\Delta T$ , возникающих в результате подачи различных напряжений накала катода  $V_0$ : кривые 1 – напряжение накала  $V_0 = 4$  В, 2 –  $V_0 = 5$  В, 3 –  $V_0 = 6$  В.

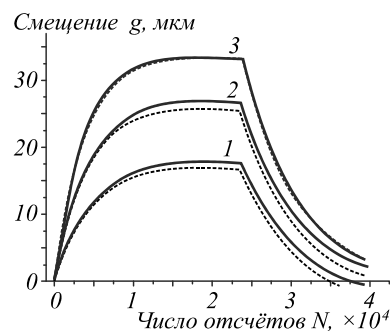


Рис. 7. Графики смещения объекта  $\Delta z = g$ , полученные в результате натурального эксперимента (сплошные линии – напряжение накала: 1 – 4 В, 2 – 5 В, 3 – 6 В) и в результате использования математической модели спекл-интерферометра (штриховые линии) и экспериментально определенной функции смещения  $g(t_N) = g(N)$

Сравнение экспериментальных и теоретических смещений (рис. 7) показывает максимальное отличие получаемых значений  $\sim 1$  мкм. Например, на вход математической модели подаётся смещение в интервале  $0 \div 17,7$  мкм, а на выходе имеем смещение в интервале  $0 \div 16,9$  мкм (кривые 1 на рис. 7). При этом формы кривых, как это видно на рис. 7, повторяются с высокой точностью. Имеющиеся отличия, как мы считаем, обусловлены неточностью в определении числа  $m$  полупериодов осцилляций интенсивности в начале и в конце первой части осциллограмм – экспериментальной и смоделированной (рис. 6). По нашим оценкам, это приводит к максимальной ошибке  $\Delta g \approx 2 \cdot \lambda / 4 \approx 0,3$  мкм. Источник остальной части несовпадения экспериментальной и теоретической кривых нами пока определён не установлен. Возможно, как мы полагаем, это связано с неточностью подбора коэффициентов функций (19) и (20) для  $\Delta z(N)$ .

### Заключение

Разработанная математическая модель спекл-интерферометра даёт возможность выявлять физиче-



ские свойства и количественные параметры спекл-модулированных интерференционных картин и сигналов и, как следует полагать, позволяет уточнять метрологические свойства спекл-интерферометров микросмещений. Компьютерная реализация математической модели лазерного спекл-интерферометра микросмещений даёт возможность формировать в численном виде интерференционные картины на выходе спекл-интерферометра, с высокой точностью соответствующие получаемым в натурном эксперименте по измерению микросмещений с использованием лазерного спекл-интерферометра, построенного по схеме интерферометра Майкельсона, которая наиболее часто используется для подобных измерений.

Математическая и компьютерные модели спекл-интерферометров в силу их приближённости к натурным моделям интерферометров позволяют планировать натуральный эксперимент в его процедурных исполнениях, в обработке интерференционных изображений, в оптимизации схемных решений для спекл-интерферометрии.

### *Благодарности*

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по Государственному заданию Института проблем точной механики и управления РАН, № гос. рег. АААА-А18-118042790042-4.

### *Литература*

1. **Goodman, J.W.** Speckle phenomena in optics: Theory and applications / J.W. Goodman. – Bellingham, Washington: SPIE, 2020. – 468 p.
2. **Джоунс, Р.** Голографическая и спекл-интерферометрия / Р. Джоунс, К. Уайкс; пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 328 с.
3. **Гудмен, Дж.** Статистическая оптика / Дж. Гудмен; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 528 с.
4. **Аранчук, В.М.** Отношение сигнал/шум в лазерном доплеровском спекл-интерферометре с опорным пучком / В.М. Аранчук // Оптический журнал. – 1994. – № 10. – С. 31-34.
5. **Ulyanov, S.S.** Speckle interferometry for biotissue vibration measurement / S.S. Ulyanov, V.P. Ryabukho, V.V. Tuchin // Optical Engineering. – 1994. – Vol. 33, Issue 3. – P. 908-914. – DOI: 10.1117/12.157694.
6. **Бадалян, Н.П.** Лазерная дистанционная спекл-интерферометрия. Модель формирования спекл-структуры / Н.П. Бадалян, В.В. Кийко, В.И. Кислов, А.Б. Козлов // Квантовая электроника. – 2008. – Т. 38, Issue 5. – С. 477-481.
7. **Горбатенко, Б.Б.** Оптические схемы и статистические характеристики сигнала спекл-интерферометров перемещений / Б.Б. Горбатенко, Д.В. Лякин, О.А. Перепелицына,

- В.П. Рябухо // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 3. – С. 268-280.
8. **Ryabukho, V.P.** Interference of laser speckle fields / V.P. Ryabukho, I.S. Klimenko, L.I. Golubentseva // Proceedings of SPIE. – 1994. – Vol. 2340. – P. 513-522. – DOI: 10.1117/12.195955.
9. **Meijer, F.** Determination of the phase in the center of a circular two-beam interference pattern to determine the displacement of a rough surface / F. Meijer, D. Kucharski, E. Stachowska // Optical Engineering. – 2018. – Vol. 57, Issue 10. – 104101 (8 p.). – DOI: 10.1117/1.OE.57.10.104101.
10. **Georges, M.P.** Digital holographic interferometry and speckle interferometry applied on objects with heterogeneous reflecting properties / M.P. Georges, C. Thizy, F. Languy, Y. Zhao, J.-F. Vandenrijt // Applied Optics. – 2019. – Vol. 58, Issue 34. – P. G318-G325. – DOI: 10.1364/AO.58.00G318.
11. **Etchepareborda, P.** Comparative analysis of nanometric inspection methods in fringeless speckle pattern interferometry / P. Etchepareborda, A.L. Vadnjaj, A. Bianchetti, F.E. Veiras, A. Federico, G.H. Kaufmann // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56, Issue 3. – P. 365-374. – DOI: 10.1364/AO.56.000365.
12. **Tendela, L.P.** A novel approach for measuring nanometric displacements by correlating speckle interferograms / L.P. Tendela, G.E. Galizzi // Optics and Lasers in Engineering. – 2018. – Vol. 110. – P. 149-154. – DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.05.023.
13. **Born, M.** Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light / M. Born, E. Wolf. – 7<sup>th</sup> ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2002. – 994 p.
14. **Goodman, J.W.** Introduction to Fourier optics / J.W. Goodman. – 3<sup>rd</sup> ed. – Roberts & Company Publishers, 2005. – 528 p.
15. **Айфичер, Э.** Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис; пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. – 992 с.
16. **Быков, В.П.** Лазерные резонаторы / В.П. Быков, О.О. Силичев. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.
17. **Levy, U.** Mathematics of vectorial Gaussian beams. / U. Levy, Y. Silberberg, N. Davidson // Advances in Optics and Photonics. – 2019. – Vol. 11, Issue 4. – P. 828-890. – DOI: 10.1364/AOP.11.000828.
18. **Журавлев, С.Д.** Применение лазерной интерферометрии для измерения тепловых уходов междуэлектродных зазоров в КСУ мощной импульсной ЛБВ и их влияние на макропараметры электронного пучка / С.Д. Журавлев, Р.Ю. Богачев, В.И. Роговин, А.И. Петросян, В.И. Шестеркин, Б.А. Гризбил, В.П. Рябухо, А.А. Захаров // Электронная техника. Серия 1: СВЧ-техника. – 2018. – № 4(539). – С. 45-51.
19. **Островский, Ю.И.** Голографическая интерферометрия / Ю.И. Островский, М.М. Бутусов, Г.В. Островская. – М.: Наука, 1977. – 336 с.
20. **Hsieh, H.-L.** Heterodyne speckle interferometry for measurement of two-dimensional displacement / H.-L. Hsieh, P.-C. Kuo // Optics Express. – 2020. – Vol. 28, Issue 1. – P. 724-736. – DOI: 10.1364/OE.382494.

---

**Сведения об авторах**

**Гризбил Богдан Анатольевич**, 1995 года рождения, аспирант кафедры оптики и биофотоники Саратовского государственного университета. Область научных интересов: интерферометрия, когерентность, голография. E-mail: [jdmwin10@mail.ru](mailto:jdmwin10@mail.ru).

**Максимова Людмила Александровна**, 1965 года рождения, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории проблем когерентно-оптических измерений в точной механике Института проблем точной механики и управления РАН. Область научных интересов: спекл-интерферометрия, обработка цифровых изображений, интерференционные измерения, интерференционная микроскопия. E-mail: [maksimovala@yandex.ru](mailto:maksimovala@yandex.ru).

**Рябухо Владимир Петрович**, 1951 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и биофотоники Саратовского государственного университета, заведующий лабораторией проблем когерентно-оптических измерений в точной механике Института проблем точной механики и управления РАН. Область научных интересов: когерентность, интерферометрия, интерференционная микроскопия, голография. E-mail: [ryp-optics@yandex.ru](mailto:ryp-optics@yandex.ru).

---

ГРНТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 14 февраля 2020 г. Окончательный вариант – 28 марта 2020 г.

---

---

# Diffraction model of a laser speckle interferometer for measuring micro-displacements of objects with scattering surface

B.A. Grizbil<sup>1</sup>, L.A. Maksimova<sup>2</sup>, V.P. Ryabukho<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Saratov State University, 410012, Saratov, Russia, Astrakhanskaya, 83,

<sup>2</sup> Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences  
410028, Saratov, Russia, Rabochaya, 24

## Abstract

On the basis of diffraction transformations of an optical wave field a mathematical model for the formation of speckle modulated interference patterns and signals at the output of a speckle interferometer is developed, which allows us to identify their properties and quantitative parameters. Speckle interferometers based on a Michelson arrangement are considered, where objects with scattering surfaces are used instead of mirrors in the reference and object arms. Results of numerical simulation of speckle modulated interference patterns on the basis of diffraction transformations of wave fields in an interferometer are discussed. Simulated images obtained at the output of the interferometer when focusing laser beams on the scattering surfaces of the controlled and reference objects are considered. Experimental results of using a speckle interferometer with a digital matrix photodetector for measuring the temperature micro-displacements of an object with a scattering surface and a quantitative comparison of experimental data with the results obtained by a numerical experiment using a diffraction model of a speckle interferometer are presented.

**Keywords:** interference, diffraction, speckle interferometry, laser interferometer, Michelson interferometer, interference pattern, speckle modulation, computer simulation, mathematical model.

**Citation:** Grizbil BA, Maksimova LA, Ryabukho VP. Diffraction model of a laser speckle interferometer for measuring micro-displacements of objects with scattering surface. *Computer Optics* 2020; 44(4): 568-577. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-702.

**Acknowledgements:** This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education in the framework of the work on the state order of the Institute for Problems of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences, no. reg. AAAA-A18-118042790042-4.

## References

- [1] Goodman JW. *Speckle phenomena in optics: Theory and applications*. Bellingham, Washington: SPIE Publishers; 2020.
  - [2] Jones R, Wykes C. *Holographic and speckle interferometry*. Cambridge University Press; 1983.
  - [3] Goodman JW. *Statistical optics*. New York: John Wiley & Sons Inc; 2000.
  - [4] Aranchuk VM. Signal-to-noise ratio in a laser Doppler speckle interferometer with a reference beam. *J Opt Technol* 1994; 61(10): 734-737.
  - [5] Ul'yanov SS, Ryabukho VP, Tuchin VV. Speckle interferometry for biotissue vibration measurement. *Optical Engineering* 1994; 33(3): 908-914. DOI: 10.1117/12.157694.
  - [6] Badalyan NP, Kiyko VI, Kislov VV, Kozlov AB. Remote laser speckle interferometry: A speckle pattern formation model. *Quantum Electronics* 2008; 38(5): 477-481. DOI: 10.1070/QE2008v038n05ABEH013622.
  - [7] Gorbatenko BB, Lyakin DV, Perepelitsyna OA, Ryabukho VP. Optical schemes and statistical properties of displacement speckle interferometer signal [In Russian]. *Computer Optics* 2009; 33(3): 268-280.
  - [8] Ryabukho VP, Klimenko IS, Golubentseva LI. Interference of laser speckle fields. *Proc SPIE* 1994; 2340: 513-522. DOI: 10.1117/12.195955.
  - [9] Meijer F, Kucharski D, Stachowska E. Determination of the phase in the center of a circular two-beam interference pattern to determine the displacement of a rough surface. *Optical Engineering* 2018; 57(10): 104101. DOI: 10.1117/1.OE.57.10.104101.
  - [10] Georges MP, Thizy C, Languy F, Zhao Y, Vandenrijt J-F. Digital holographic interferometry and speckle interferometry applied on objects with heterogeneous reflecting properties. *Appl Opt* 2019; 58(34): G318-G325. DOI: 10.1364/AO.58.00G318.
  - [11] Etchepareborda P, Vadnjai AL, Bianchetti A, Veiras FE, Federico A, Kaufmann GH. Comparative analysis of nanometric inspection methods in fringeless speckle pattern interferometry. *Appl Opt* 2017; 56(3): 365-374. DOI: 10.1364/AO.56.000365.
  - [12] Tendela LP, Galizzi GE. A novel approach for measuring nanometric displacements by correlating speckle interferograms. *Opt Lasers Eng* 2018; 110: 149-154. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.05.023.
  - [13] Born M, Wolf E. *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7<sup>th</sup> ed. Cambridge: Cambridge University Press; 2002.
  - [14] Goodman JW. *Introduction to Fourier optics*. 3<sup>rd</sup> ed. Roberts & Company Publishers; 2005.
  - [15] Ifeachor EC, Jervis BW. *Digital signal processing. A practical approach*. 2<sup>nd</sup> ed. Prentice Hall: Pearson Education Limited; 2002.
  - [16] Bykov VP, Silichev OO. *Laser resonators* [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2004.
  - [17] Levy U, Silberberg Y, Davidson N. Mathematics of vectorial Gaussian beams. *Adv Opt Photonics* 2019; 11(4): 828-890. DOI: 10.1364/AOP.11.000828.
  - [18] Zhuravlev SD, Bogachev RYu, Rogovin VI, Petrosyan AI, Shesterkin VI, Grizbil BA, Ryabukho VP, Zakharov AA. The use of laser interferometry for measuring thermal drifts of interelectrode gaps in cathode-grid nodes of a high-power pulsed TWT and their influence on electron
-

---

beam macro-parameters [In Russian]. Elektronnaya tekhnika. Seriya 1: SVC-tehnika 2018; 4(539): 45-51.

[19] Ostrovsky YI, Butusov MM, Ostrovskaya GV. Interferometry by holography. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 1980. ISBN: 978-3-662-13489-4.

[20] Hsieh H-L, Kuo P-C. Heterodyne speckle interferometry for measurement of two-dimensional displacement. Opt Express 2020; 28(1): 724-736. DOI: 10.1364/OE.382494.

---

*Authors' information*

**Bogdan Anatol'evich Grizbil** (b. 1995) post-graduate student at Optics and Biophotonics department of Saratov State University. Research interests: interferometry, coherence, holography. E-mail: [jdmwin10@mail.ru](mailto:jdmwin10@mail.ru) .

**Lyudmila Aleksandrovna Maksimova** (b. 1965) Candidate of Physical-Mathematical Sciences, senior researcher at the Laboratory of Problems of Coherent-Optical Measurements in Precision Mechanics of the Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences. Research interests: speckle interferometry, digital image processing, interference measurements interference microscopy. E-mail: [maksimovala@yandex.ru](mailto:maksimovala@yandex.ru) .

**Vladimir Petrovich Ryabukho** (b. 1951) Doctor of Physical-Mathematical Sciences, Professor at Optics and Biophotonics department of Saratov State University and Head of the Laboratory of Problems of Coherent-Optical Measurements in Precision Mechanics of the Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences. Research interests: coherence, interferometry, interference microscopy, holography. E-mail: [rvp-optics@yandex.ru](mailto:rvp-optics@yandex.ru) .

---

*Received February 14, 2020. The final version – March 28, 2020.*

---