

Когерентность вихревых псевдобесселевых пучков в турбулентной атмосфере

И.П. Лукин¹

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН,
634055, Россия, г. Томск, пл. Академика Зуева, д. 1

Аннотация

Проведено теоретическое исследование когерентных свойств вихревых конических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере. При анализе использовалось аналитическое решение уравнения для поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения. Рассматривались следующие характеристики когерентности вихревых конических волн: степень когерентности, радиус когерентности, среднеквадратичный и интегральный масштабы степени когерентности. Проанализирована зависимость этих характеристик от параметров оптического излучения и турбулентной атмосферы. Отмечается наличие высокой чувствительности среднеквадратичного и интегрального масштабов степени когерентности вихревых конических волн, в отличие от радиуса когерентности этих волн, к влиянию атмосферной турбулентности.

Ключевые слова: коническая волна, топологический заряд, оптическое излучение, атмосферная турбулентность, когерентность, радиус когерентности.

Цитирование: Лукин, И.П. Когерентность вихревых псевдобесселевых пучков в турбулентной атмосфере / И.П. Лукин // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 6. – С. 926-935. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-926-935.

Введение

Оптический элемент, называемый аксиконом [1], в отличие от обычных (сферических) линз, создаёт не фокус, а фокальную линию. Большая фокальная глубина, предельно малая ширина фокальной линии, а также боковой подвод энергии делают его незаменимым в метрологии, системах машинного зрения и т.п. для целей увеличения глубины фокуса в существующих методах и устройствах [2–4]. Дополнительные возможности применения для аксикона возникают при совместном использовании его вместе со спиральной фазовой пластиной [5–7]. Два этих устройства позволяют формировать бездифракционные вихревые псевдобесселевые лазерные пучки, именуемые вихревыми коническими волнами [8, 9].

Однако таким образом удаётся генерировать оптические пучки, которые обладают свойством бездифракционности лишь в ограниченной области пространства, т.е. псевдобесселевы оптические пучки [2–4]. Можно ожидать, что сформированные таким образом Бесселевы пучки будут иметь продольную протяжённость от сантиметров до сотен метров [2–4]. Бездифракционные псевдобесселевы пучки получили широкое распространение в различных приложениях (в том числе и при распространении в турбулентной атмосфере) [10–14]. Отметим, что фундаментальной особенностью вихревых волн является наличие топологического заряда. Причём надо подчеркнуть, что вихревые конические волны не единственные оптические пучки, переносящие топологический заряд при распространении [15–18]. Подобной способностью обладают также Лагерр–Гауссовы оптические пучки [15, 17, 18].

Поскольку при распространении в турбулентной атмосфере когерентность оптического излучения снижается [19, 20], то естественно ожидать изменения структуры сформированного в такой среде бездифракционного Бесселева пучка.

В связи с этим проходит проверку возможность реализации высокоскоростной адаптации турбулентных искажений вихревых псевдобесселевых пучков [12], использующей для получения информации о состоянии атмосферной турбулентности регистрацию искажений пробного Гауссова пучка. Применение дополнительного (Гауссовского) пучка связано с малой информативностью при получении информации об атмосферной турбулентности данных о радиусе когерентности псевдобесселевых пучков [21, 22]. Однако малая информативность измерений радиуса когерентности ещё не означает, что любые характеристики когерентности вихревых псевдобесселевых пучков в турбулентной атмосфере не являются информативными.

В настоящей работе проводится теоретическое исследование когерентных свойств псевдобесселевых пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере, с целью нахождения характеристики когерентности оптических волн, имеющей высокую чувствительность к параметрам атмосферной турбулентности. При анализе этой задачи используется аналитическое решение уравнения для поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения. Дан детальный анализ поведения радиуса когерентности, среднеквадратичного и интегрального масштабов степени когерентности псевдобесселева пучка (конкретно, конической волны) в зависимости от параметров оптического излучения и турбулентной атмосферы. Проведено сравнение исследуемых масштабов когерентности вихревых конических волн с аналогичными характеристиками фундаментальной конической волны.

1. Основные определения

Для вихревой конической волны, формируемой из Гауссовского пучка после прохождения через коническую линзу (аксикон) и спиральную фазовую пластину, распространяющейся в положительном направлении

оси x , начальное распределение поля оптического излучения ($x=0$) имеет следующий вид [2, 3, 8, 9]:

$$U_0(\boldsymbol{\rho}) = E_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_0^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_a^2} - i\beta\rho\right) \exp(im\phi), \quad (1)$$

где E_0 – начальная амплитуда поля; a_0 – радиус Гауссова пучка; $\beta = \sqrt{k^2 - k_x^2}$ – параметр конической волны (компонента волнового вектора \mathbf{k} , ортогональная оси x) (скалярная величина с размерностью m^{-1}); $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число оптического излучения; λ – длина волны оптического излучения в вакууме; k_x – компонента волнового вектора по направлению оси x ; $\boldsymbol{\rho} = \{y, z\} = \{\rho, \phi\}$ – поперечная к направлению распространения оптического излучения пространственная координата; $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$, $\phi = \arctan(y/z)$ – модуль и аргумент этой координаты; m – топологический заряд (безразмерная скалярная величина, целое число); a_a – радиус апертуры аксикона ($a_a \gg a_0$). В случае конической фокусировки оптического излучения аксиконом с прямолинейной образующей параметр конической волны (поперечная составляющая волнового вектора, определяемая отклонением оптических лучей аксиконом в радиальном направлении) может быть представлен следующим образом [2, 3, 8, 9]: $\beta = k \sin(\gamma)$, где $\sin(\gamma) \cong (n_a - 1)\alpha$; γ – угол наклона оптических лучей к оси симметрии аксикона; n_a – показатель преломления среды аксикона; α – угол наклона прямолинейной образующей аксикона.

Будем рассматривать поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля когерентной оптической волны $U(x, \boldsymbol{\rho}) = E(x, \boldsymbol{\rho}) \exp(ikx)$, распространяющейся в турбулентной атмосфере [19, 20]. Здесь $E(x, \boldsymbol{\rho})$ – комплексная амплитуда оптической волны в точке наблюдения $\{x, \boldsymbol{\rho}\}$, описываемая параболическим приближением скалярного волнового уравнения [19]. Соответственно для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптической волны в точках наблюдения $\{x, \boldsymbol{\rho}_1\}$ и $\{x, \boldsymbol{\rho}_2\}$ верно соотношение

$$\Gamma_2(x, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \langle U(x, \boldsymbol{\rho}_1) U^*(x, \boldsymbol{\rho}_2) \rangle \cong \langle E(x, \boldsymbol{\rho}_1) E^*(x, \boldsymbol{\rho}_2) \rangle,$$

где $\langle \dots \rangle$ – усреднение по ансамблю реализаций флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы. Общее решение уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка $\Gamma_2(x, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ поля оптической волны выражается в виде следующего соотношения [19]:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) &= \langle E(x, \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) E^*(x, \mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2) \rangle = \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 x^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}'_1 \int \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}'_2 \Gamma_2^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2) \times \\ &\times \exp\left\{ \frac{ik}{x} \mathbf{R} [\boldsymbol{\rho} - (\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)] - \frac{ik}{2x} \boldsymbol{\rho} (\boldsymbol{\rho}'_1 + \boldsymbol{\rho}'_2) + \right. \\ &\left. + \frac{ik}{2x} (\rho_1^2 - \rho_2^2) - \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \boldsymbol{\rho} + (1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Gamma_2^{(0)}(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2) = U_0(\boldsymbol{\rho}'_1) U_0^*(\boldsymbol{\rho}'_2)$ – начальное значение функции взаимной когерентности второго порядка;

$$H(\boldsymbol{\eta}) = 2 \int \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} \Phi_\epsilon(\mathbf{k}) [1 - \cos(\mathbf{k}\boldsymbol{\eta})] -$$

функция, описывающая влияние случайных неоднородностей среды распространения на оптическое излучение; $\Phi_\epsilon(\mathbf{k})$ – спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы; $\mathbf{R} = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2$ и $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$ – суммарная и разностная координаты точек наблюдения. Так как обычно спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы рассматривают Колмогоровский [$\Phi_\epsilon(\mathbf{k}) \sim k^{-11/3}$] [19], то интеграл от функции $H(\boldsymbol{\eta})$ из выражения (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} &\frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \boldsymbol{\rho} + (1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)] \cong \\ &\cong \rho_0^{-5/3} \int_0^1 d\xi |\xi \boldsymbol{\rho} + (1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)|^{5/3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\rho_0 = (0,36 C_\epsilon^2 k^2 x)^{-3/5}$ – радиус когерентности плоской волны в турбулентной атмосфере [19, 20]; C_ϵ^2 – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха [19]; x – длина трассы распространения. Для упрощения процедуры дальнейшего анализа выражения (2) с начальным условием (1), влияние случайных неоднородностей турбулентной атмосферы (3) учтём в приближении квадратичной аппроксимации для функции $H(\boldsymbol{\eta})$ [20, 21]:

$$\begin{aligned} &\frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \boldsymbol{\rho} + (1 - \xi)(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)] \cong \\ &\cong \frac{1}{3} \rho_0^{-2} [\rho^2 + \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2) + (\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2)^2]. \end{aligned} \quad (4)$$

2. Основные соотношения

Зная функцию взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере, можно дать оценку масштабов когерентности оптической волны в турбулентной атмосфере [19, 20]. Так как пространственные координаты функции взаимной когерентности поля оптической волны определены, как это сделано в уравнении (2), то нормированная функция взаимной когерентности второго порядка (комплексная степень когерентности) оптической волны имеет следующий вид:

$$\gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})}{\sqrt{\langle I(x, \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) \rangle \langle I(x, \mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2) \rangle}}, \quad (5)$$

где $\langle I(x, \mathbf{R}) \rangle \equiv \Gamma_2(x, \mathbf{R}, 0)$ – средняя интенсивность оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, в точке $\{x, \mathbf{R}\}$. Вычислив модуль комплексной степени когерентности оптической волны на оптической оси ($R=0$), получим выражение для её степени когерентности в турбулентной атмосфере:

$$\begin{aligned} \mu(x, \rho) &\equiv \\ &\equiv \sqrt{\left\{ \operatorname{Re}[\gamma_2(x, 0, \rho)] \right\}^2 + \left\{ \operatorname{Im}[\gamma_2(x, 0, \rho)] \right\}^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

При распространении в турбулентной атмосфере плоской или сферической волны их степени когерентности представляют собой монотонно спадающие функции от ρ [19, 20], а степень когерентности конической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, имеет более сложный функциональный вид [21, 22]. Для полной характеристики поведения степени когерентности конической волны в турбулентной атмосфере, в отличие от случаев плоской и сферической волн (когда для описания когерентных свойств оптического излучения было достаточно одного масштаба когерентности – радиуса когерентности), предлагается, кроме радиуса когерентности ρ_c [19, 20], рассматривать ещё два масштаба когерентности: среднеквадратичный масштаб степени когерентности ρ_s [23, 24] и интегральный масштаб степени когерентности ρ_m . Радиус когерентности ρ_c обычно определяют [20] по первому пересечению графика степени когерентности некоторого заданного уровня, например, равного $\exp(-1)$, т.е.

$$\mu(x, \rho_c) = 0,37. \quad (7)$$

Нормированный среднеквадратичный масштаб степени когерентности ρ_s впервые был введён в работах Л. Манделя и Э. Вольфа [23, 24]:

$$\rho_s = \sqrt{\frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} d\rho \rho^2 [\Gamma_2(x, 0, \rho)]^2}{\int \int_{-\infty}^{\infty} d\rho [\Gamma_2(x, 0, \rho)]^2}}. \quad (8)$$

Интегральный масштаб степени когерентности ρ_m вычислим по площади под графиком одномерного профиля степени когерентности как функции от координаты ρ :

$$\rho_m = \int_0^{\infty} d\rho \mu(x, \rho). \quad (9)$$

Подобно тому, как обычно вводятся интегральные масштабы для корреляционной и спектральной функций стационарного случайного процесса [25].

Для плоской волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере с колмогоровским спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости, при использовании квадратичной аппроксимации для функции $H(\boldsymbol{\eta})$, описывающей влияния случайных неоднородностей среды распространения на оптическое излучение, т.е. тогда, когда выражение (3) заменяется формулой (4), степень когерентности $\mu(x, \rho)$ (6), радиус когерентности ρ_c (7), среднеквадратичный масштаб степени когерентности ρ_s (8) и интегральный масштаб степени когерентности ρ_m (9) соответственно равны:

$$\begin{aligned} \mu_{pl}(x, \rho) &= \exp(-\rho^2/\rho_0^2), \\ \rho_{c\ pl} &= \rho_0, \\ \rho_{s\ pl} &= (1/\sqrt{2})\rho_0, \\ \rho_{m\ pl} &= (\sqrt{\pi}/2)\rho_0. \end{aligned}$$

Эти же физические величины для случая сферической волны имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mu_{sp}(x, \rho) &= \exp\left[-(1/3)(\rho^2/\rho_0^2)\right], \\ \rho_{c\ sp} &= \sqrt{3}\rho_0, \\ \rho_{s\ sp} &= \sqrt{3}(1/\sqrt{2})\rho_0, \\ \rho_{m\ sp} &= \sqrt{3}(\sqrt{\pi}/2)\rho_0. \end{aligned}$$

Радиус когерентности ρ_c , среднеквадратичный масштаб степени когерентности ρ_s и интегральный масштаб степени когерентности ρ_m для плоской и сферической волн связаны следующими соотношениями:

$$\frac{\rho_{s\ pl}}{\rho_{c\ pl}} = \frac{\rho_{s\ sp}}{\rho_{c\ sp}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71, \quad (10)$$

$$\frac{\rho_{m\ pl}}{\rho_{c\ pl}} = \frac{\rho_{m\ sp}}{\rho_{c\ sp}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,89. \quad (11)$$

3. Степень когерентности конической волны

Для дальнейшего анализа интегральное выражение (2), описывающее поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля конической волны (1), может быть упрощено. С этой целью перейдём от векторных переменных в выражении (2) $\boldsymbol{\rho}'_1$ и $\boldsymbol{\rho}'_2$ к соответствующим им полярным координатам: $\{\rho'_1, \phi\}$ и $\{\rho'_2, \psi\}$, и к полярным координатам векторов суммы и разности координат точек наблюдения: $\mathbf{R} = \{R, \varphi_R\}$ и $\boldsymbol{\rho} = \{\rho, \varphi_\rho\}$. Интегралы по пространственным переменным ρ'_1 и ρ'_2 являются интегралами, содержащими большой параметр k ($k \rightarrow \infty$) в комплексной экспоненте подынтегральной функции

$$\int_0^{\infty} d\rho'_j f_j(\rho'_j) \exp\left[ikS_j(\rho'_j)\right],$$

где $j=1, 2$, а функции $f_j(\rho'_j)$ имеют периоды осцилляций заведомо большие, чем периоды осцилляций экспоненциальных членов подынтегральных функций. Проанализировав эти интегралы, можно показать, что они имеют в области интегрирования по одной невырожденной стационарной точке [26] с координатой $\rho'_j = x\beta/k$, а вторые производные от функций $S_j(\rho'_j)$ в этих стационарных точках соответственно равны: $1/x$ и $-1/x$. В силу всего вышесказанного, с учётом соотношений (3) и (4), интегральное выражение (2) для поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля конической волны (1), представляющее собой четырёхкратный интеграл, методом стационарной фазы [26] преобразовывается к выражению в виде двукратного интеграла по углу

вым координатам ϕ и ψ , описывающим в параксиальном приближении изменение когерентности поля конической волны при распространении в турбулентной атмосфере:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{\rho}) &\equiv \Gamma_2(x, R, \phi_R, \rho, \phi_\rho) \equiv \\ &\equiv \frac{E_0^2}{2\pi} \tilde{\beta}^2 \exp\left[i\tilde{R}\tilde{\rho} \cos(\phi_R - \phi_\rho) - \frac{1}{3}q\tilde{\rho}^2\right] \times \\ &\times \exp\left[-\left(1 + \frac{a_0^2}{a_a^2} + \frac{2}{3}\Omega_0 q\right)\Omega_0^{-1}\tilde{\beta}^2\right] \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\phi \exp\left[im\phi - i\tilde{\beta}\tilde{R} \cos(\phi_R - \phi) - \right. \\ &\left. - \frac{i}{2}\tilde{\beta}\tilde{\rho} \cos(\phi_\rho - \phi) - \frac{1}{3}q\tilde{\beta}\tilde{\rho} \cos(\phi_\rho - \phi)\right] \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\psi \exp\left[-im\psi + i\tilde{\beta}\tilde{R} \cos(\phi_R - \psi) - \right. \\ &\left. - \frac{i}{2}\tilde{\beta}\tilde{\rho} \cos(\phi_\rho - \psi) + \frac{1}{3}q\tilde{\beta}\tilde{\rho} \cos(\phi_\rho - \psi) + \right. \\ &\left. + \frac{2}{3}q\tilde{\beta}^2 \cos(\phi - \psi)\right], \end{aligned} \quad (12)$$

где $\mathbf{R} = \{R, \phi_R\}$ и $\mathbf{\rho} = \{\rho, \phi_\rho\}$ – полярные координаты суммарного и разностного векторов точек наблюдения \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 ; $\tilde{R} = \sqrt{k/x} R$, $\tilde{\rho} = \sqrt{k/x} \rho$ – нормированные на диаметр первой зоны Френеля $\sqrt{x/k}$ суммарные и разностные координаты точек наблюдения; $\tilde{\beta} = \sqrt{k/x} \beta$ – нормированный параметр конической

волны; $q = x/(k\rho_0^2)$ – параметр, характеризующий условия распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере [19]; $\Omega_0 = ka_0^2/x$ – число Френеля передающей апертуры Гауссова пучка. Формула (12), описывающая поле вихревой конической волны, получена в параксиальном приближении [$\rho < x \sin(\gamma)$] для основного участка $\lambda/\sin^2(\gamma) \ll x < x_a$ фокального отрезка аксикона $x_a = a_a/\sin(\gamma)$ [2–4]. Подставив выражение (12) в формулу (6), можно показать, что степень когерентности конической оптической волны $\mu(x, \rho)$ на её оптической оси ($R=0$) не зависит от начального радиуса Гауссова пучка a_0 и радиуса апертуры аксикона a_a .

В наглядной форме процесс трансформации степени когерентности конических волн при различных значениях топологического заряда $m=0, 1, 2, 3$ представлен на рис. 1 (для волн с $\tilde{\beta}=0,1$) и рис. 2 (для волн с $\tilde{\beta}=1,0$). Эти рисунки являются контурными графиками (20 градаций серого) степени когерентности $\mu(x, \rho)$ фундаментальной ($m=0$) и вихревых ($m \geq 1$) конических волн $\{\mu(x, \rho) \in [1; 0]\}$ как функции от нормированной радиальной координаты $\tilde{\rho} \in [0; 10]$ и параметра $q \in [0; 5]$, рассчитанные по формулам (5), (6) и (12). Поскольку безразмерный параметр q , с одной стороны, пропорционален длине трассы распространения x , с другой – структурному параметру флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы C_ϵ^2 [19, 20], то увеличение параметра q связано либо с ростом длины трассы распространения оптического излучения, либо с усилением флуктуаций турбулентной атмосферы.

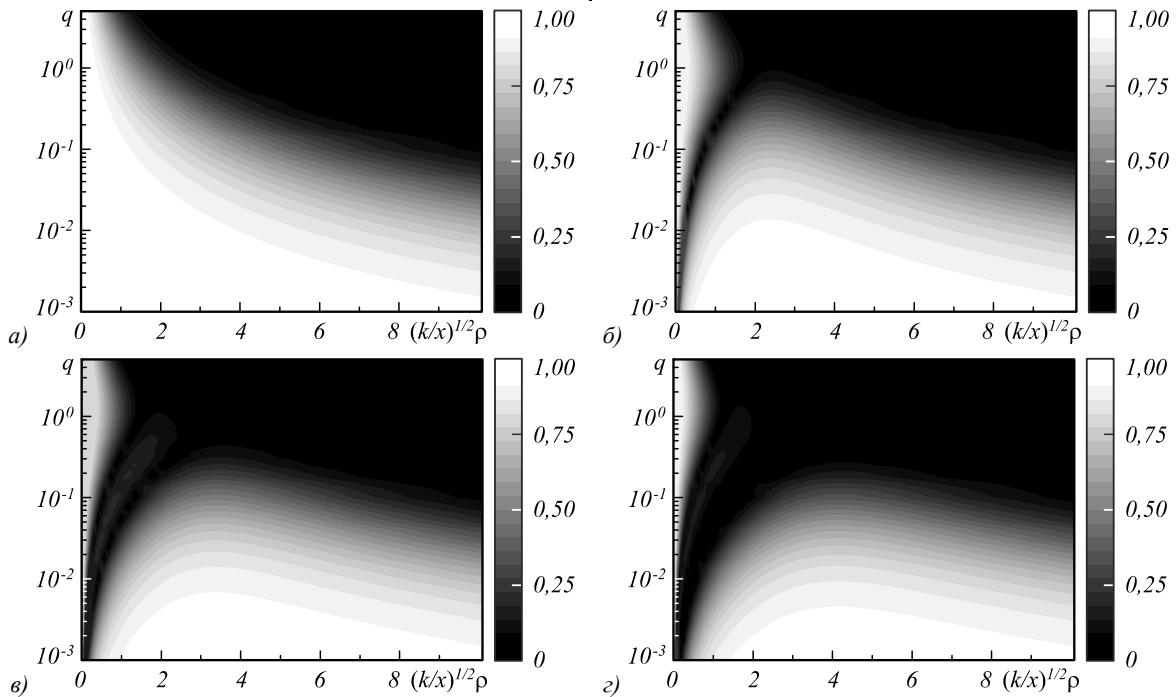


Рис. 1. Степени когерентности конических волн для $\tilde{\beta}=0,1$ при различных значениях топологического заряда m : 0 (а), 1 (б), 2 (в) и 3 (г)

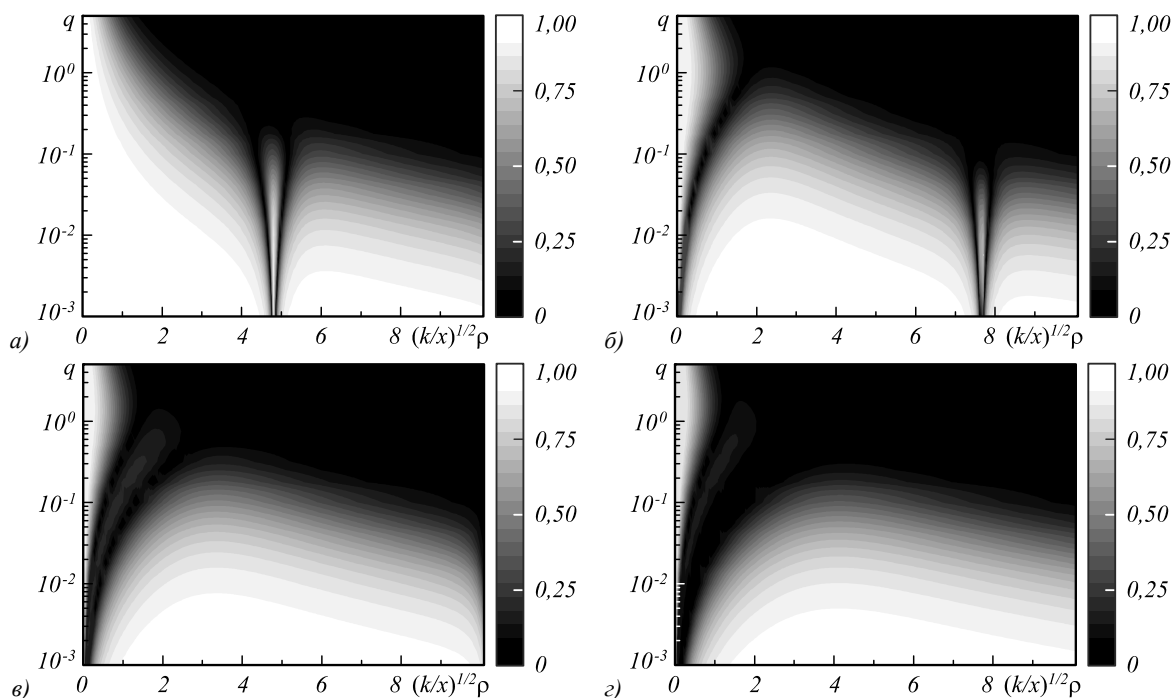


Рис. 2. Степени когерентности конических волн для $\tilde{\beta} = 1,0$ при различных значениях топологического заряда m : 0 (а), 1 (б), 2 (в) и 3 (г)

Рис. 1а и 2а показывают, что при распространении в турбулентной атмосфере когерентность фундаментальной ($m=0$) конической волны монотонно уменьшается. На рис. 1б-г и 2б-г можно проследить формирование и исчезновение в приосевой области ($\tilde{\rho} < 3$) кольцевой дислокации степени когерентности [22] в вихревых конических волнах. Наличие влияния регулярной структуры конической волны на степень когерентности $\mu(x, \rho)$ видно для фундаментальной ($m=0$) конической волны на рис. 2а при $\tilde{\rho} \approx 5$ и для вихревой конической волны с $m=1$ на рис. 2б при $\tilde{\rho} \approx 8$.

Поскольку мы рассматриваем вихревые ($m \geq 1$) и фундаментальную ($m=0$) конические волны (1), обладающие свойством аксиальной симметрии, то таким же свойством обладают и степени когерентности $\mu(x, \rho)$ этих волн на их оптической оси ($R=0$) [см. выражение (12)]. Графики степени когерентности $\mu(x, \rho)$, изображённые на рис. 1 и 2, обнаруживают, что при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере в центральной части двумерного поля степени когерентности $\mu(x, \rho)$ при определённых условиях формируются кольцевые структуры – области низкой когерентности. В частности, для вихревых ($m \geq 1$) конических волн наблюдается кольцевая дислокация [22], которая слабо зависит от значения нормированного параметра конической волны $\tilde{\beta}$, но существенно от величины топологического заряда m и турбулентных условий распространения на трассе (т.е. параметра q). Кроме того, для оптических волн с $\tilde{\beta} = 1,0$ (см. рис. 2) у фундаментальной ($m=0$) и вихревой с $m=1$ конических волн формируется парная кольцевая структура, которая регистрируется для $m=0$ при $q \leq 0,20$ (рис. 2а), а для $m=1$ – при $q \leq 0,10$

(рис. 2б). У вихревых конических волн с $m > 1$ подобная структура возникает для $\tilde{\rho} > 10$, и по этой причине не видна на рис. 2в и 2г.

Основываясь на данных, приведённых на графиках рис. 1 и 2, можно сделать два вывода: 1) с увеличением величины топологического заряда m когерентность вихревых конических волн уменьшается, в частности, когерентность вихревых конических волн при прочих равных условиях меньше когерентности фундаментальной конической волны и 2) по мере увеличения значения нормированного параметра конической волны $\tilde{\beta}$ уменьшается разница в уровнях когерентности вихревых и фундаментальной конических волн.

Приведённые выше факты доказывают наличие более низкого уровня когерентности у вихревых конических волн при распространении в турбулентной атмосфере по сравнению с уровнем когерентности фундаментальной конической волны при одинаковых условиях распространения. Однако пока речь шла лишь о качественном анализе данного явления. В следующих параграфах статьи представим результаты количественной оценки этого эффекта.

4. Радиус когерентности конической волны

Проведём оценки радиуса когерентности ρ_c конических волн, пользуясь определением (7). Результаты численных расчётов радиуса когерентности ρ_c фундаментальной ($m=0$) и вихревых ($m=1, 2, 3, 4$) конических волн (1) на их оптической оси ($R=0$) для различных значений топологического заряда m при $\tilde{\beta} = 1,0$ по формулам (5)–(7) и (12) представлены на рис. 3. Тонкими линиями на рис. 3 изображён радиус

когерентности конической волны, жирные штриховая и пунктирная прямые линии представляют случаи сферической и плоской волн соответственно.

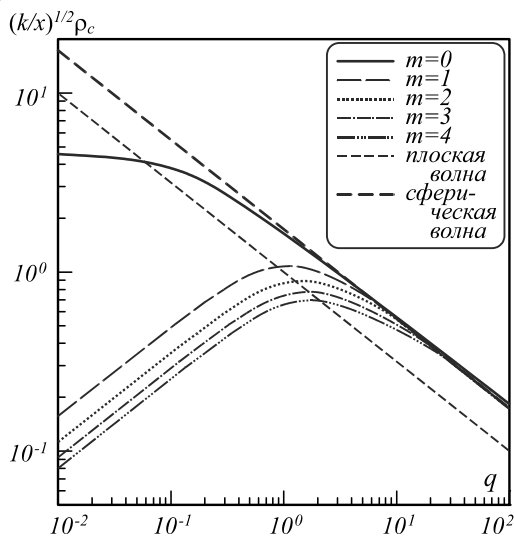


Рис. 3. Радиус когерентности конических, плоской и сферической волн

Оказывается, что с увеличением параметра q радиус когерентности ρ_c фундаментальной конической волны сначала постоянен (при $q < 0,1$), затем монотонно убывает, приближаясь при $q > 1,0$ к аналогичной характеристике сферической волны, равной $\rho_{c\text{ sp}} = \sqrt{3}\rho_0$. Для вихревых конических волн появляется существенная по величине область значений q ($q < 1,0$), при которых радиус когерентности ρ_c этих волн растёт при увеличении параметра q , и лишь при $q > 1,0$ начинает уменьшаться, т.е. функционально зависимость, описывающая воздействие атмосферной турбулентности на радиус когерентности вихревой конической волны, носит немонотонный характер.

Наиболее существенное уменьшение радиуса когерентности вихревых конических волн по сравнению с фундаментальной наблюдается при значениях параметра $q \leq 10$, что связано с формированием при малых q и исчезновением при $q \sim 10$ кольцевой дислокации степени когерентности [22] вихревых конических волн (см. рис. 1–2). В целом радиус когерентности вихревой конической волны при любом значении топологического заряда m всегда меньше радиуса когерентности фундаментальной конической волны.

Основываясь на полученных результатах, можно заключить, что для вихревой конической волны радиус когерентности ρ_c не даёт исчерпывающей информации о её когерентных свойствах в турбулентной атмосфере.

5. Среднеквадратичный масштаб степени когерентности конической волны

Нормированный среднеквадратичный масштаб степени когерентности, определяемый соотношением (8), фундаментальной ($m = 0$) и вихревых ($m = 1, 2, 3, 4$) конических волн ρ_s (1) на их оптической оси ($R = 0$) для различных значений топологического заряда m

при $\tilde{\beta} = 1,0$, вычисленный по формулам (5), (6), (8) и (12), представлен на рис. 4. Тонкие линии графика соответствуют среднеквадратичному масштабу степени когерентности конических волн, жирные штриховая и пунктирная прямые линии представляют сферическую и плоскую волны.

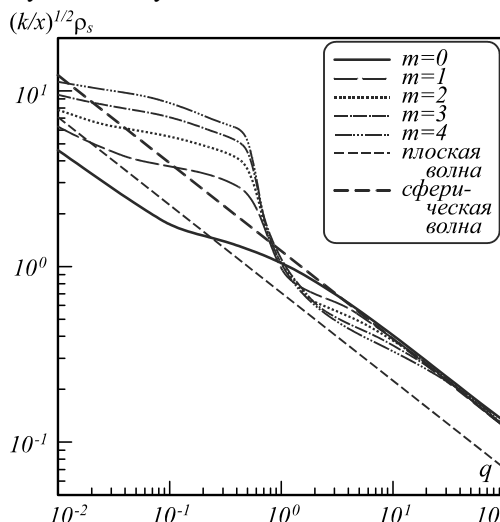


Рис. 4. Среднеквадратичный масштаб степени когерентности конических, плоской и сферической волн

Данные проведённого анализа показали (см. рис. 4), что среднеквадратичные масштабы степени когерентности фундаментальной и вихревых конических волн ρ_s примерно одинаково ведут себя по мере увеличения параметра q (монотонно убывают с ростом q) для различных значений параметра $\tilde{\beta}$. Тем не менее, в области слабых флуктуаций ($q < 1,0$) среднеквадратичный масштаб вихревых конических волн больше соответствующего масштаба фундаментальной волны, причём с ростом значения топологического заряда m разница между масштабами возрастает, а в области сильных флуктуаций ($q > 1,0$) картина становится обратной: масштаб фундаментальной конической волны больше масштабов вихревых волн. При $q > 10$ величины среднеквадратичных масштабов любых волн совпадают с соответствующей характеристикой сферической волны $\rho_{s\text{ sp}}$:

$$\rho_{s\text{ sp}} = \sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \rho_0 .$$

Такое поведение нормированного среднеквадратичного масштаба показывает как достоинства данной характеристики, так и её недостатки, для описания когерентных свойств вихревых конических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Достоинство состоит в том, что этот физический параметр максимально чувствителен к влиянию атмосферной турбулентности (практически функциональная зависимость близка к степенному закону « $-1/2$ ») и мало чувствителен к величине топологического заряда m . Недостаток данной характеристики проявляется в неоднозначности зависимости её от величины топологического заряда m . Объясняется это сниженным значением для неё вклада малых пространствен-

ных размеров, где максимально проявляются различия поведения когерентности вихревых конических волн. По этой причине данная характеристика не может служить надёжным критерием для сравнения уровней когерентности вихревых конических волн в турбулентной атмосфере.

6. Интегральный масштаб степени когерентности конической волны

Для того чтобы получить количественную оценку уменьшения когерентности вихревых конических волн по сравнению с когерентностью фундаментальной конической волны в турбулентной атмосфере, воспользуемся оценкой интегрального масштаба степени когерентности этих волн (9). На рис. 5 представлены результаты расчёта интегрального масштаба степени когерентности ρ_m (9) конических волн (1) на их оптической оси ($R=0$) при $\tilde{\beta}=1,0$, проведённые с использованием выражений (5), (6), (9) и (12). Тонкие линии на графике – это интегральный масштаб степени когерентности ρ_m конических волн, а жирные штриховая и пунктирная прямые – интегральные масштабы сферической и плоской волн соответственно. Результаты вычислений показывают (см. рис. 5), что интегральный масштаб степени когерентности фундаментальной конической волны в турбулентной атмосфере при значении нормированного параметра $\tilde{\beta}=1,0$ в целом близок к интегральному масштабу степени когерентности $\rho_{m\text{ sp}}$ сферической волны:

$$\rho_{m\text{ sp}} = \sqrt{3} \left(\sqrt{\pi}/2 \right) \rho_0.$$

Таким образом, в этих условиях функциональная зависимость интегрального масштаба степени когерентности фундаментальной конической волны от параметра q практически близка к степенному закону « $-1/2$ ». Рис. 5 показывает, что интегральный масштаб степени когерентности вихревой конической волны ρ_m с увеличением топологического заряда m относительно интегрального масштаба степени когерентности фундаментальной конической волны уменьшается, причём чем больше топологический заряд m , тем больше это уменьшение.

Основное уменьшение когерентности вихревых конических волн происходит при значениях параметра $q \in [0,1; 10]$, что связано (как и для радиуса когерентности) с формированием и исчезновением кольцевой дислокации степени когерентности этих волн [22]. Отметим, что соотношения (10) и (11), имевшие место в случаях плоской и сферической волн, для фундаментальной и вихревых конических волн не выполняются.

Заключение

В работе теоретически показано, что радиус когерентности, нормированный среднеквадратичный и интегральный масштабы степени когерентности конической волны существенно зависят от величины

параметра q , характеризующего условия распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере. С увеличением параметра q величины нормированного среднеквадратичного и интегрального масштабов степени когерентности вихревой конической волны уменьшаются почти по степенному закону (« $-1/2$ »), а для радиуса когерентности этой волны наблюдается немонокотонная зависимость. Следует, однако, отметить, что нормированный среднеквадратичный масштаб степени когерентности вихревой конической волны зависит от величины топологического заряда менее однозначно, чем интегральный масштаб степени когерентности этой волны.

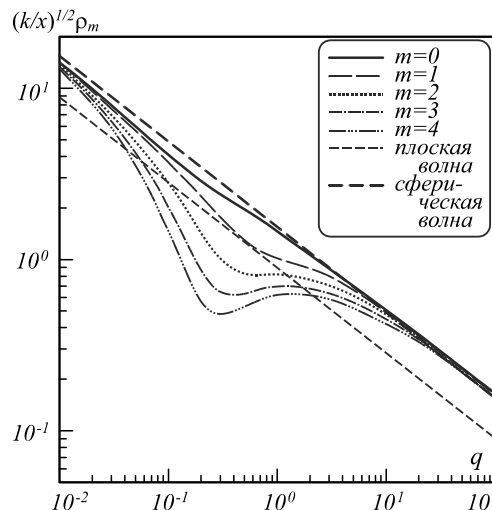


Рис. 5. Интегральный масштаб степени когерентности конических, плоской и сферической волн

Установленные закономерности позволяют дать конкретные рекомендации по использованию масштабов степени когерентности конических волн при получении информации об атмосферной турбулентности. Для этих целей предлагается использовать не измеритель радиуса когерентности псевдобесселевого пучка, а измеритель одного из двух масштабов степени когерентности этого пучка: либо среднеквадратичного ρ_s , либо интегрального ρ_m . Это обусловлено тем, что как среднеквадратичный, так и интегральный масштабы степени когерентности таких пучков, в отличие от радиуса когерентности, при любых условиях распространения максимально чувствительны к искажающему влиянию атмосферной турбулентности и только во вторую очередь зависят от параметров оптического излучения.

Кроме того, приведённые в работе результаты анализа интегрального масштаба степени когерентности показывают, что вихревые конические волны при распространении в турбулентной атмосфере обладают более низкой когерентностью, чем фундаментальная. Это связано с наличием кольцевой дислокации степени когерентности, которая формируется при распространении вихревых пучков в турбулентной атмосфере. Всё это происходит в области перехода от низких уровней флуктуаций в турбулентной атмосфере к высоким, т.е. тогда, когда коническая волна

всё ещё продолжает сохранять (хотя и частично) свои инвариантные свойства. Коническая волна окончательно теряет свойство инвариантности в тот момент, когда её радиус когерентности сравнивается с радиусом когерентности сферической волны.

Работа докладывалась на Международной конференции «Цифровая сингулярная оптика: Приложения и основы (DSOAF-2018)», г. Севастополь, 17–21 сентября 2018 г.

Благодарности

Работа выполнена по проекту фундаментальных исследований РАН № АААА-А17-117021310149-4.

Литература

1. **McLeod, J.H.** The axicon: A new type of optical element / J.H. McLeod // Journal of the Optical Society of America. – 1954. – Vol. 44, Issue 8. – P. 592-597.
2. **Friberg, A.T.** Stationary-phase analysis of generalized axicons / A.T. Friberg // Journal of the Optical Society of America A. – 1996. – Vol. 13, Issue 4. – P. 743-750.
3. **Popov, S.Yu.** Design of diffractive axicons for partially coherent light / S.Yu. Popov, A.T. Friberg // Optics Letters. – 1998. – Vol. 23, Issue 21. – P. 1639-1641.
4. **Akturk, S.** Intensity distribution around the focal regions of real axicons / S. Akturk, B. Zhou, B. Pasquiou, M. Franco, A. Mysyrowicz // Optics Communications. – 2008. – Vol. 281, Issue 17. – P. 4240-4244. – DOI: 10.1016/j.optcom.2008.05.027.
5. **Fedotowsky, A.** Optimal filter design for annular imaging / A. Fedotowsky, K. Lehevec // Applied Optics. – 1974. – Vol. 13, Issue 12. – P. 2919-2923.
6. **Khonina, S.N.** Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, K. Jefimovs, J. Simonen, J. Turunen // Journal of Modern Optics. – 2004. – Vol. 51, Issue 14. – P. 2167-2184. – DOI: 10.1080/09500340408232521.
7. **Khonina, S.N.** The phase rotor filter / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, M.V. Shinkaryev, V.A. Soifer, G.V. Uspleniev // Journal of Modern Optics. – 1992. – Vol. 39, Issue 5. – P. 1147-1154. – DOI: 10.1080/09500349214551151.
8. **Degtyarev, S.A.** Photonic nanohelix generated by a binary spiral axicon / S.A. Degtyarev, A.P. Porfirev, S.N. Khonina // Applied Optics. – 2016. – Vol. 55, Issue 12. – P. B44-B48. – DOI: 10.1364/AO.55.000B44.
9. **Kotlyar, V.V.** Diffraction of conic and Gaussian beams by a spiral phase plate / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, H. Elfstrom, N. Tossavainen, J. Turunen // Applied Optics. – 2006. – Vol. 45, Issue 12. – P. 2656-2665. – DOI: 10.1364/AO.45.002656.
10. **Birch, P.** Long-distance Bessel beam propagation through Kolmogorov turbulence / P. Birch, I. Ituen, R. Young, Ch. Chatwin // Journal of the Optical Society of America A. – 2015. – Vol. 32, Issue 11. – P. 2066-2073. – DOI: 10.1364/JOSAA.32.002066.
11. **Cheng, M.** Propagation properties of an optical vortex carried by a Bessel-Gaussian beam in anisotropic turbulence / M. Cheng, L. Guo, J. Li, Q. Huang // Journal of the Optical Society of America A. – 2016. – Vol. 33, Issue 8. – P. 1442-1450. – DOI: 10.1364/JOSAA.33.001442.
12. **Chen, Sh.** Demonstration of 20-Gbit/s high-speed Bessel beam encoding/decoding link with adaptive turbulence compensation / Sh. Chen, Sh. Li, Y. Zhao, J. Liu, L. Zhu, A. Wang, J. Du, L. Shen, J. Wang // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, Issue 20. – P. 4680-4683. – DOI: 10.1364/OL.41.004680.
13. **Doster, T.** Laguerre-Gauss and Bessel-Gauss beams propagation through turbulence: analysis of channel efficiency / T. Doster, A.T. Watnik // Applied Optics. – 2016. – Vol. 55, Issue 36. – P. 10239-10246. – DOI: 10.1364/AO.55.10239.
14. **Soifer, V.A.** Vortex beams in turbulent media: review / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // Computer Optics. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
15. **Gbur, G.** Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation / G. Gbur, R.K. Tyson // Journal of the Optical Society of America A. – 2008. – Vol. 25, Issue 1. – P. 225-230.
16. **Fu, Sh.** Pre-correction of distorted Bessel-Gauss beams without wavefront detection / Sh. Fu, T. Wang, Zh. Zhang, Y. Zhai, Ch. Gao // Applied Physics B. – 2017. – Vol. 123, Issue 12. – P. 275. – DOI: 10.1007/s00340-017-6853-1.
17. **Porfirev, A.P.** Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium / A.P. Porfirev, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56, Issue 11. – P. E8-E15. – DOI: 10.1364/AO.56.0000E8.
18. **Khonina, S.N.** A technique for simultaneous detection of individual vortex states of Laguerre-Gaussian beams transmitted through an aqueous suspension of microparticles / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Pararin // Optics and Lasers in Engineering. – 2018. – Vol. 105. – P. 68-74. – DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.01.006.
19. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля / С.М. Рытов, Ю.А. Кравцов, В.И. Татарский; под ред. С.М. Рытова. – Изд. 2-е, испр. – М.: Наука, 1978. – 464 с.
20. Когерентность лазерного излучения в атмосфере / М.С. Бельский, В.П. Лукин, В.Л. Миронов, В.В. Покасов; под ред. В.Е. Зуева. – Новосибирск: Наука, 1985. – 176 с.
21. **Лукин, И.П.** Когерентность бесселева пучка в турбулентной атмосфере / И.П. Лукин // Оптика атмосферы и океана. – 2012. – Т. 25, № 5. – С. 393-402.
22. **Luкин, I.P.** Formation of a ring dislocation of a coherence of a vortex optical beam in turbulent atmosphere / I.P. Luкин // Proceedings of SPIE. – 2013. – Vol. 9066. – P. 90660Q. – DOI: 10.1117/12.2049508.
23. **Mandel, L.** Fluctuations of photon beams: The distribution of the photo-electrons / L. Mandel // Proceedings of the Physical Society. – 1959. – Vol. 74, Issue 3. – P. 233-243.
24. **Mandel, L.** The measures of bandwidth and coherence time in optics / L. Mandel, E. Wolf // Proceedings of the Physical Society. – 1962. – Vol. 80, Issue 4. – P. 894-897.
25. **Татарский, В.И.** Распространение волн в турбулентной атмосфере / В.И. Татарский. – М.: Наука, 1967. – 548 с.
26. **Федорюк, М.В.** Метод перевала / М.В. Федорюк. – М.: Наука, 1977. – 368 с.

Сведения об авторе

Лукин Игорь Петрович, 1952 года рождения, в 1975 году окончил радиофизический факультет Томского государственного университета (ТГУ, ныне – Национальный исследовательский Томский государственный университет) по специальности 12.04.02 – «Оптические и оптико-электронные приборы», в 1985 году защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук «Флуктуации частотно-

разнесённых волн в случайно-неоднородных средах» по специальности 01.04.05 – «Оптика», а в 2005 году – диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук «Флуктуации оптических волн в средах с турбулентными и дискретными неоднородностями» по специальности 01.04.05 – «Оптика», в 1995 году ему присвоено звание «старший научный сотрудник» по специальности «Оптика», работает ведущим научным сотрудником в ИОА СО РАН. Область научных интересов: распространение оптических волн в случайно-неоднородных средах. E-mail: lukin_ip@iao.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 4 декабря 2018 г. Окончательный вариант – 21 сентября 2019 г.

Coherence of vortex pseudo-Bessel beams in turbulent atmosphere

I.P. Lukin¹

¹Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS, sq. Academician Zuev 1, 634055, Tomsk, Russia

Abstract

Theoretical research of coherent properties of vortex conic waves propagating in a turbulent atmosphere was developed. The analysis was based on the analytical solution of the equation for the transverse second-order mutual coherence function of a light field. The following characteristics of coherence of vortex conic waves were considered: the coherence degree, the coherence radius, the root-mean-square and the integral scale of coherence degree. Dependence of these characteristics on the parameters of optical radiation and turbulent atmosphere was analyzed. Unlike the coherence radius, the root-mean-square and integral scales of the coherence degree of vortex conic waves were found to be highly sensitive to the influence of atmospheric turbulence.

Keywords: conic wave, topological charge, optical radiation, atmospheric turbulence, coherence, coherence radius.

Citation: Lukin IP. Coherence of vortex pseudo-Bessel beams in turbulent atmosphere. Computer Optics 2019; 43(6): 926-935. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-926-935.

Acknowledgements: The work was funded under a basic research project of the Russian Academy of Sciences, No. AAAA-A17-117021310149-4.

References

- [1] McLeod JH. The axicon: A new type of optical element. *J Opt Soc Am* 1954; 44(8): 592-597.
- [2] Friberg AT. Stationary-phase analysis of generalized axicons. *J Opt Soc Am A* 1996; 13(4): 743-750.
- [3] Popov SYu, Friberg AT. Design of diffractive axicons for partially coherent light. *Opt Lett* 1998; 23(21): 1639-1641.
- [4] Akturk S, Zhou B, Pasquiou B, Franco M, Mysyrowicz A. Intensity distribution around the focal regions of real axicons. *Opt Commun* 2008; 281(17): 4240-4244. DOI: 10.1016/j.optcom.2008.05.027.
- [5] Fedotowsky A, Lehovc K. Optimal filter design for annular imaging. *Appl Opt* 1974; 13(12): 2919-2923.
- [6] Khonina SN, Kotlyar VV, Skidanov RV, Soifer VA, Jefimovs K, Simonen J, Tutunen J. Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements. *J Mod Opt* 2004; 51(14): 2167-2184. DOI: 10.1080/09500340408232521.
- [7] Khonina SN, Kotlyar VV, Shinkaryev MV, Soifer VA, Uspleniev GV. The phase rotor filter. *J Mod Opt* 1992; 39(5): 1147-1154. DOI: 10.1080/09500349214551151.
- [8] Degtyarev SA, Porfirev AP, Khonina SN. Photonic nanohelix generated by a binary spiral axicon. *Appl Opt* 2016; 55(12): B44-B48. DOI: 10.1364/AO.55.000B44.
- [9] Kotlyar VV, Kovalev AA, Khonina SN, Skidanov RV, Soifer VA, Elfstrom H, Tossavainen N, Turunen J. Diffraction of conic and Gaussian beams by a spiral phase plate. *Appl Opt* 2006; 45(12): 2656-2665. DOI: 10.1364/AO.45.002656.
- [10] Birch P, Ituen I, Young R, Chatwin Ch. Long-distance Bessel beam propagation through Kolmogorov turbulence. *J Opt Soc Am A* 2015; 32(11): 2066-2073. DOI: 10.1364/JOSAA.32.002066.
- [11] Cheng M, Guo L, Li J, Huang Q. Propagation properties of an optical vortex carried by a Bessel-Gaussian beam in anisotropic turbulence. *J Opt Soc Am A* 2016; 33(8): 1442-1450. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001442.
- [12] Chen Sh, Li Sh, Zhao Y, Liu J, Zhu L, Wang A, Du J, Shen L, Wang J. Demonstration of 20-Gbit/s high-speed Bessel beam encoding/decoding link with adaptive turbulence compensation. *Opt Lett* 2016; 41(20): 4680-4683. DOI: 10.1364/OL.41.004680.
- [13] Doster T, Watnik AT. Laguerre-Gauss and Bessel-Gauss beams propagation through turbulence: analysis of channel efficiency. *Appl Opt* 2016; 55(36): 10239-10246. DOI: 10.1364/AO.55.010239.
- [14] Soifer VA, Korotkova O, Khonina SN, Shchepakina EA. Vortex beams in turbulent media: review. *Computer Optics* 2016; 40(5): 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [15] Gbur G, Tyson RK. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation. *J Opt Soc Am A* 2008; 25(1): 225-230.
- [16] Fu Sh, Wang T, Zhang Zh, Zhai Y, Gao Ch. Pre-correction of distorted Bessel-Gauss beams without wavefront detection. *Appl Phys B* 2017; 123(12): 275. DOI: 10.1007/s00340-017-6853-1.
- [17] Porfirev AP, Kirilenko MS, Khonina SN, Skidanov RV, Soifer VA. Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium. *Appl Opt* 2017; 56(11): E8-E15. DOI: 10.1364/AO.56.0000E8.
- [18] Khonina SN, Karpeev SV, Parinin VD. A technique for simultaneous detection of individual vortex states of Laguerre-Gaussian beams transmitted through an aqueous suspension of

- microparticles. *Optics and Lasers in Engineering* 2018; 105: 68-74. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.01.006.
- [19] Rytov SM, Kravtsov YuA, Tatarskii VI. Principles of statistical radiophysics. V. 4. Wave propagation through random media. Berlin: Springer; 1989.
- [20] Belen'kii MS, Lukin VP, Mironov VL, Pokasov VV. Coherence of laser radiation in the atmosphere [In Russian]. Novosibirsk: "Nauka" Publisher; 1985.
- [21] Lukin IP. Coherence of a Bessel beam in a turbulent atmosphere. *Atmos Ocean Opt* 2012; 25(5): 328-337. DOI: 10.1134/S1024856012050053.
- [22] Lukin IP. Formation of a ring dislocation of a coherence of a vortex optical beam in turbulent atmosphere. *Proc SPIE* 2013; 9066: 90660Q. DOI: 10.1117/12.2049508.
- [23] Mandel L. Fluctuations of photon beams: The distribution of the photo-electrons. *Proc Phys Soc* 1959; 74(3): 233-243.
- [24] Mandel L, Wolf E. The measures of bandwidth and coherence time in optics. *Proc Phys Soc* 1962; 80(4): 894-897.
- [25] Tatarskii VI. The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation. Springfield, Virginia: National Technical Informational Service; 1971.
- [26] Fedoryuk MV. Method of saddle-point [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1977.

Author's information

Igor Petrovich Lukin (b. 1952) graduated from Radiophysics department of Tomsk State University (presently, Tomsk National Research University, short – Tomsk University) in 1985, majoring in Optical and Optical-electronic Devices. He received his CS degree in Physics and Mathematics in 1985 and his DS degree in Physics and Mathematics in 2005. Currently he works as the leading researcher in the Laboratory of Wave Propagation of the V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS, Tomsk, Russia. Research interests are the propagation of optical waves in randomly inhomogeneous media. E-mail: lukin_ip@iao.ru.

Received December 4, 2018. The final version – September 21, 2019.
