

## ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

### Топологическая стабильность оптических вихрей при дифракции на случайном фазовом экране

В.В. Котляр<sup>1,2</sup>, А.А. Ковалёв<sup>1,2</sup>, А.П. Порфирьев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

#### Аннотация

Теоретически показано, что распределение средней интенсивности в фокусе сферической линзы Гауссова оптического вихря, рассеянного фазовым случайным экраном (диффузором), имеет вид кольца с отличным от нуля значением на оптической оси. Радиус кольца средней интенсивности зависит как от топологического заряда оптического вихря, так и от рассеивающей силы диффузора. Поэтому по радиусу средней интенсивности нельзя однозначно судить о величине топологического заряда. Однако о величине топологического заряда оптического вихря можно судить по числу сингулярных фазовых точек, которые можно определить датчиком Шака–Гартмана. Показано также, что если использовать линейную комбинацию двух оптических вихрей, то распределение средней интенсивности будет иметь локальные максимумы, число которых равно разности топологических зарядов двух исходных вихрей. Число этих максимумов уже не будет зависеть от степени рассеяния диффузора и может служить индикатором для идентификации оптического вихря. Моделирование и эксперимент подтверждают теоретические выводы.

**Ключевые слова:** оптический вихрь, топологический заряд, случайный экран, диффузор, рассеивающая среда.

**Цитирование:** Котляр, В.В. Топологическая стабильность оптических вихрей при дифракции на случайном фазовом экране / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.П. Порфирьев // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 6. – С. 917-925. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-917-925.

#### Введение

Задача поиска оптических полей, устойчивых к искажениям при прохождении через рассеивающие среды, в том числе через турбулентную атмосферу, является актуальной задачей. Решение такой задачи требуется для систем беспроводной оптической связи [1–3]. Обычно при решении такой задачи отталкиваются от моделей случайных источников (моделей Шелла), которые описываются корреляционной функцией амплитуды (кросс-спектральная плотность [4]). Наиболее распространены следующие модели Шелла: Гауссовая [5], Бесселя–Гаусса [6] и Лагерра–Гаусса [7]. Но в этих моделях нет фазы оптических вихрей. В работе [8] попытались учесть вихревую фазу, разместив спиральную фазовую пластинку (СФП) после случайного источника. В работе [9] численно исследуется распространение вихревых пучков Лагерра–Гаусса различных порядков через случайную фазовую искажающую среду с Гауссовой корреляционной функцией. Аналогично в работе [10] моделируется численно и исследуется экспериментально распространение пучков Лагерра–Гаусса с нулевым радиальным индексом через аэрозольную среду (также с Гауссовой корреляционной функцией). В работе [11] численно и экспериментально исследуется уже многопорядковый дифракци-

онный оптический элемент для одновременного определения отдельных вихрей в пучках Лагерра–Гаусса, прошедших через водную суспензию микрочастиц. Есть работы, в которых получены аналитические выражения для средней интенсивности когерентного лазерного пучка Бесселя произвольного порядка [12] (или линейной комбинации таких пучков [13]), который прошел через слабую турбулентную атмосферу. Эти выражения показывают, что распределения средней интенсивности зависят от топологического заряда оптического вихря. При слабой турбулентности (слабом диффузоре) топологический заряд можно определять по радиусу светового кольца. Но при сильном рассеянии (когда дисперсия фазы случайного диффузора сравнима с длиной волны и больше ее) радиус светового кольца оптического вихря точно определить нельзя. Можно определять топологический заряд с помощью датчика Шака–Гартмана, так как (это показано ниже) при рассеянии оптического вихря с топологическим зарядом  $n$  на случайном фазовом диффузоре изолированный ноль интенсивности расщепляется на  $n$  нулей интенсивности с топологическим зарядом 1. При увеличении степени рассеяния эти изолированные  $n$  нулей интенсивности сохраняются вблизи оптической оси, но расстояние между ними увеличивается. Но для

этого нужен дополнительный оптический элемент – датчик Шака–Гартмана.

В данной работе мы предлагаем определять относительный топологический заряд линейной комбинации двух оптических вихрей по простому подсчёту числа локальных максимумов в распределении интенсивности светового поля, рассеянного на случайном фазовом экране.

**1. Средняя интенсивность оптического вихря, рассеянного диффузором**

Рассмотрим в качестве когерентного светового поля прошедший через фазовый диффузор Гауссов пучок с внедрённым в его центр оптическим вихрем первого порядка. Комплексная амплитуда такого поля имеет вид:

$$E(x, y) = w^{-1}(x + iy) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2} + i\psi(x, y)\right), \quad (1)$$

где  $w$  – радиус перетяжки Гауссова пучка,  $\psi(x, y)$  – случайная фаза диффузора.

Тогда корреляционная функция амплитуды в начальной плоскости поля (1) имеет вид:

$$\begin{aligned} W_0(x, y, x', y') &= (x + iy)(x' - iy') \times \\ &\times \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2}{w^2}\right) \times \\ &\times \exp\left[-\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{\sigma^2}\right]. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) мы использовали аппроксимацию корреляционной функции фазового диффузора в виде Гауссовой экспоненты:

$$\begin{aligned} \langle \exp(i\psi(x, y) - i\psi(x', y')) \rangle &= \\ = \exp\left[-\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{\sigma^2}\right], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma$  – радиус корреляции однородного фазового диффузора, угловые скобки в (3) означают усреднение по ансамблю статистически подобных фазовых диффузоров.

Корреляционная функция амплитуды случайного светового поля в дальней зоне или в фокусе сферической линзы находится с помощью преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} W(\xi, \eta, \xi', \eta') &= \left(\frac{k}{2\pi f}\right)^2 \iint_{R^2} \iint_{R^2} W_0(x, y, x', y') \times \\ &\times \exp\left[-\frac{k}{f}(x\xi + y\eta - x'\xi' - y'\eta')\right] dx dy dx' dy', \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k$  – волновое число монохроматического света,  $f$  – фокусное расстояние линзы. Подставляя (2) в (4), получим явное выражение для средней интенсивности  $\bar{I}(x, y) = W(x = x', y = y')$  случайного светового поля с сингулярной фазой в фокусе линзы:

$$\bar{I}(r) = \left(\frac{kw^2}{2fL}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8L^2}\right) + \frac{1}{8}\left(\frac{r}{\bar{w}}\right)^2\right] \exp\left(-\frac{r^2}{\bar{w}^2}\right), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{w} &= \left(\frac{2f\sqrt{w^2 + 2\sigma^2}}{kw\sigma}\right), \\ L^2 &= 1 + \frac{w^2}{2\sigma^2}. \end{aligned}$$

Из (5) видно, что наличие оптического вихря в освещающем диффузор поле приводит к формированию кольцевого распределения средней интенсивности. Причём радиус кольца средней интенсивности зависит как от радиуса перетяжки Гауссова пучка, так и от радиуса корреляции фазового диффузора (чем больше радиус корреляции диффузора, тем слабее рассеивает свет диффузор).

Сингулярность высшего порядка не вносит асимметрию в распределение средней интенсивности. В [12] получено выражение для средней интенсивности пучка Бесселя–Гаусса, прошедшего через слабую турбулентность. Выражение получено с помощью расширенного принципа Гюйгенса–Френеля. Но, к сожалению, в этом выражении (уравнение (23) в [12]) есть ошибка, и из него следует, что средняя интенсивность не обладает круговой симметрией. Мы проделали аналогичный путь и получили выражение для средней интенсивности Гауссова пучка, прошедшего СФП и случайный фазовый диффузор. Для этого воспользуемся формулами (1)–(4), но вместо (1) используем комплексную амплитуду вида:

$$\begin{aligned} E(x, y) &= \\ = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2} + i\psi(x, y) + in \arg(x + iy)\right), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $n$  – топологический заряд оптического вихря, который формируется после СФП. Для исходного поля (6) нельзя с помощью (4) вычислить все 4 интеграла, а можно вычислить только два интеграла из четырёх. Поэтому для поля (6) в фокусе сферической линзы с фокусным расстоянием  $f$  средняя интенсивность, согласно (4), будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \bar{I}(\rho) &= \frac{i^n}{2\pi} \left(\frac{k}{f}\right)^2 \frac{\sqrt{\pi}w^3\sigma^3}{8(w^2 + \sigma^2)^{3/2}} e^{-\xi\rho^2} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \int_0^\infty r dr d\bar{\varphi} \exp(-in\bar{\varphi} - \beta r^2 + i\gamma r \rho \cos \bar{\varphi}) \times \\ &\times \left(-\frac{k\rho}{f} + \frac{2ir}{\sigma^2} e^{i\bar{\varphi}}\right)^n \times \\ &\times \left(\left(\frac{k\rho}{f}\right)^2 - \frac{4r^2}{\sigma^4} + \frac{4ikr\rho}{f\sigma^2} \cos \bar{\varphi}\right)^{\frac{1-n}{2}} \times \\ &\times (I_{(n-1)/2}(x) - I_{(n+1)/2}(x)), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $I_\nu(x)$  – модифицированные функции Бесселя,

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{k^2 w^2 \sigma^2}{8f^2(w^2 + \sigma^2)}, \\ \beta &= \frac{2\sigma^4 + w^4 + 4\sigma^2 w^2}{2\sigma^2 w^2 (w^2 + \sigma^2)}, \\ \gamma &= \frac{k(w^2 + 2\sigma^2)}{2f(w^2 + \sigma^2)}, \\ x &= \frac{w^2(k^2 \sigma^4 \rho^2 - 4f^2 r^2 + 4ikf\sigma^2 r \rho \cos \bar{\varphi})}{8\sigma^2 f^2 (w^2 + \sigma^2)}, \\ \bar{\varphi} &= \varphi - \theta. \end{aligned} \tag{8}$$

Из (7), (8) видно, что средняя интенсивность явно не зависит от полярного угла  $\theta$ , и поэтому обладает радиальной симметрией. Причём на оптической оси при  $\rho=0$  интеграл по  $\varphi$  в (7) равен  $2\pi$  и остаётся только интеграл по  $r$ . Поэтому на оптической оси средняя интенсивность отлична от нуля.

На основе (7) можно определять топологический заряд  $n$  оптического вихря по измерению эффективного радиуса (расстояние от максимума средней интенсивности до центра), так как этот радиус увеличивается с ростом номера  $n$ . Но эти измерения будут с ошибкой, так как будут зависеть от качества усреднения интенсивности. А качество усреднения, в свою очередь, будет зависеть от параметров турбулентности. Согласно [12] радиус корреляции  $\sigma$  однородного фазового диффузора из (3) можно связать с параметром турбулентности:

$$\sigma^{-2} = \pi^2 k^2 z / 3 \int_0^\infty dy y^3 F(y), \tag{9}$$

где  $F(y)$  – спектр мощности флуктуаций показателя преломления турбулентной атмосферы,  $z$  – прошедшее пучком расстояние в турбулентной среде.

Рассмотрим далее вихревые пучки, у которых средняя интенсивность не обладает круговой симметрией, а имеет локальные максимумы, которые связаны с топологическими зарядами угловых гармоник, входящих в линейную комбинацию, образующую вихревой пучок. Вместо (6), рассмотрим начальный когерентный пучок с комплексной амплитудой:

$$\begin{aligned} E(x, y) &= \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2} + i\psi(x, y)\right) \times \\ &\times \left[ \exp(in \arg(x + iy)) + \right. \\ &\left. + \alpha \exp(im \arg(x + iy)) \right], \end{aligned} \tag{10}$$

где  $\alpha$  – амплитуда второй угловой гармоники,  $n$  и  $m$  – целые топологические заряды. Действуя аналогично (7), получим для поля (10) среднюю интенсивность в фокусе сферической линзы в виде:

$$\begin{aligned} \bar{I}(\rho, \theta) &= \bar{I}_{nm}(\rho) + \alpha^2 \bar{I}_{mm}(\rho) + \\ &+ \alpha \bar{I}_{nm}(\rho) e^{i(m-n)\theta} + \alpha \bar{I}_{mm}(\rho) e^{-i(m-n)\theta}, \end{aligned} \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{I}_{nm}(\rho) &= \frac{i^m}{2\pi} \left(\frac{k}{f}\right)^2 \frac{\sqrt{\pi} w^3 \sigma^3}{8(w^2 + \sigma^2)^{3/2}} e^{-\xi \rho^2} \times \\ &\times \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\bar{\varphi} \exp(-in\bar{\varphi} - \beta r^2 + i\gamma r \rho \cos \bar{\varphi}) \times \\ &\times \left(-\frac{k\rho}{f} + \frac{2ir}{\sigma^2} e^{i\bar{\varphi}}\right)^m \times \\ &\times \left(\left(\frac{k\rho}{f}\right)^2 - \frac{4r^2}{\sigma^4} + \frac{4ikr\rho}{f\sigma^2} \cos \bar{\varphi}\right)^{\frac{1-m}{2}} \times \\ &\times (I_{(m-1)/2}(x) - I_{(m+1)/2}(x)). \end{aligned} \tag{12}$$

Из (12) следует, что  $\bar{I}_{nm}$  и  $\bar{I}_{mm}$  совпадают с (7),  $\bar{I}_{nm} \neq \bar{I}_{nm}$ . Из (11) видно, что средняя интенсивность зависит от полярного угла  $\theta$  и имеет  $|m-n|$  локальных максимумов. Число этих максимумов не зависит от других параметров задачи, и в том числе от радиуса корреляции диффузора  $\sigma$ .

## 2. Результаты моделирования

### 2.1. Моделирование Гауссова оптического вихря

Вначале рассмотрим распространение Гауссовых оптических вихрей, прошедших диффузор со случайной фазой (6). На рис. 1 показаны распределения интенсивности пучков (6) после распространения в свободном пространстве. Параметры расчёта следующие: длина волны  $\lambda = 1,55$  мкм (при такой длине волны свет в летних условиях на средних широтах пропускается примерно 70%, и в то же время эта длина волны широко используется в оптических волокнах), радиус перетяжки Гауссова пучка  $w = 1$  мм, расстояние распространения  $z = 1$  м, топологический заряд  $n = 3$ , радиус корреляции диффузора  $\sigma = 50$  мкм. Фаза на диффузоре варьировалась от  $-\pi/6$  до  $\pi/6$  (рис. 1а), от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$  (рис. 1б), от  $-17\pi/18$  до  $17\pi/18$  (рис. 1в). Расчётная область на всех рисунках –  $R \leq x, y \leq R$ , где  $R = 5$  мм.

Из рис. 1в видно, что определение топологического заряда по радиусу кольца затруднительно, так как само кольцо сильно разрушается при больших шумах. Однако даже при больших шумах анализ распределения фазы, например, с помощью датчика Шака–Гартмана, позволяет определить порядок вихря (топологический заряд  $n$ ), который распадается на  $n$  вихрей первого порядка (на всех рис. 1з-е в центре картины видно три сингулярных точки).

Кроме распределения интенсивности, было промоделировано измерение орбитального углового момента (ОУМ) с помощью двух цилиндрических линз [14]. Предполагалось, что фокусное расстояние линз равно  $f = 500$  мм. Для пучков на рис. 1 ОУМ (теоретически равен 3) составил соответственно 2,60, 2,58 и 1,24 (ошибка 13%, 14% и 59% соответственно). То есть при вариациях случайной фазы диффузора, при-

мерно равных  $2\pi$ , ОУМ оптического вихря существенно уменьшается.

На рис. 2 также показаны распределения интенсивности пучков (б) после распространения в свободном пространстве ( $z=1$  м), но для разных топологических зарядов. Параметры расчёта те же, что и на рис. 1, но длина волны равна  $\lambda=532$  нм, размер расчётной области  $R=4$  мм, а топологический заряд равен  $n=3$  (рис. 2а),  $n=5$  (рис. 2б) и  $n=7$  (рис. 2в). Случайная фаза на диффузоре варьировалась от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ . Видно, что с ростом топологического заряда увеличивается радиус светлого кольца.

На рис. 2 видно, что при вариации фазы случайного диффузора меньше  $\pi$  в центре распределения фазы для всех оптических вихрей сохранилось число точек фазовой сингулярности (вернее, число спиральных ветвей): 3 (рис. 2з), 5 (рис. 2д), 7 (рис. 2е), которые можно подсчитать с помощью датчика Шака–Гартмана.

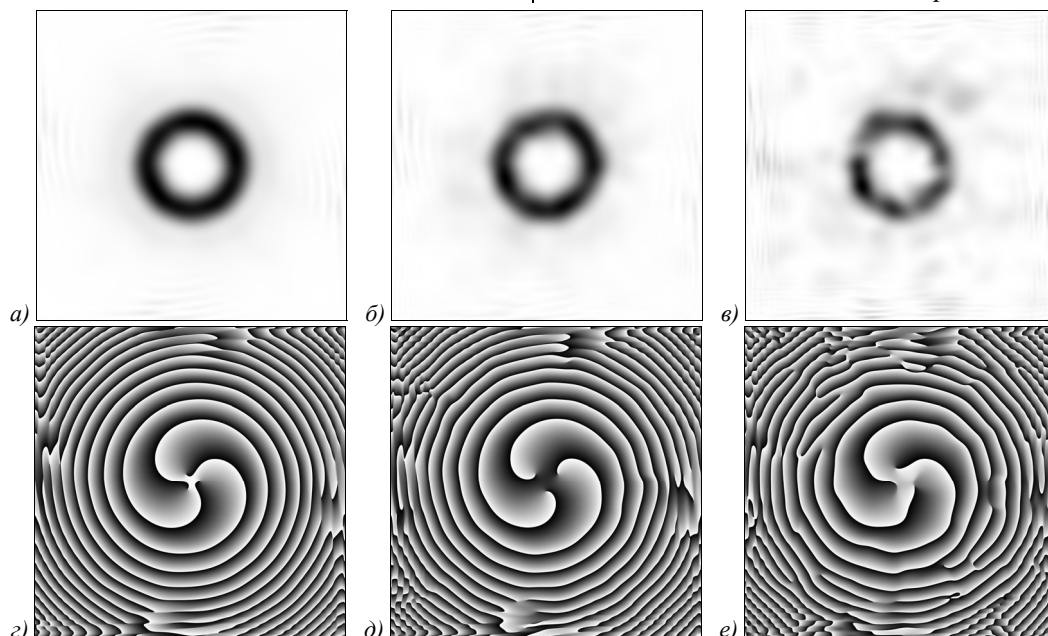


Рис. 1. Распределения интенсивности (негатив) (а–в) и фазы (чёрный цвет – 0, белый цвет –  $2\pi$ ) (з–е) Гауссова оптического вихря, прошедшего диффузор со случайной фазой, после распространения в пространстве при разной величине случайной фазы диффузора: от  $-\pi/6$  до  $\pi/6$  (а), от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$  (б) от  $-17\pi/18$  до  $17\pi/18$  (в)

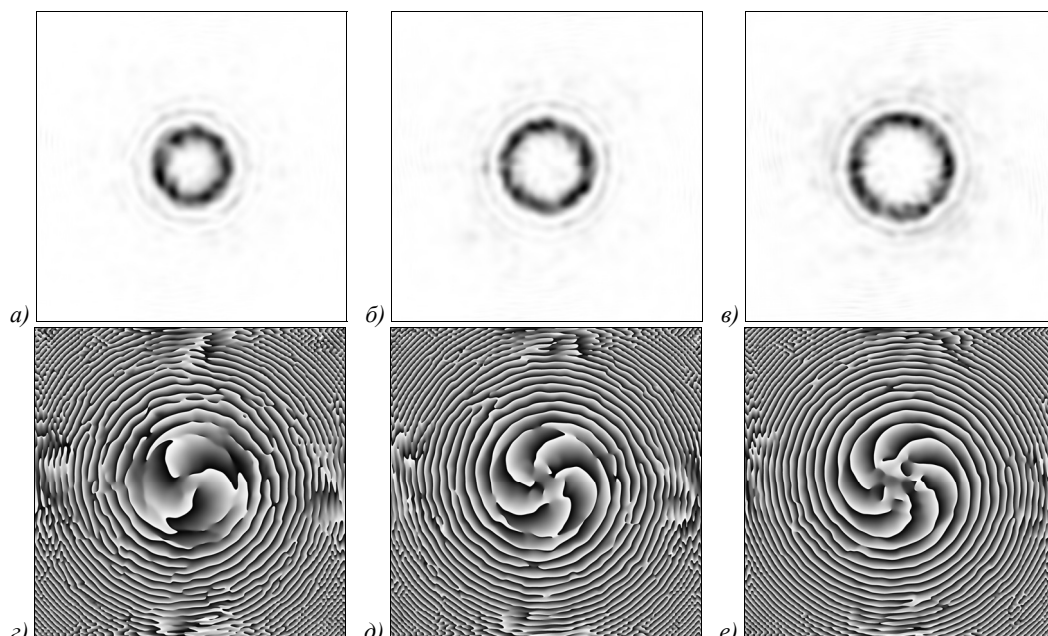


Рис. 2. Распределения интенсивности (а–в) (негатив) и фазы (чёрный цвет – 0, белый цвет –  $2\pi$ ) (з–е) Гауссова оптического вихря, прошедшего диффузор со случайной фазой, после распространения в пространстве ( $z=1$  м) при разных топологических зарядах  $n$ : 3(а), 5(б), 7(в)

При измерении ОУМ световых полей на рис. 2 с помощью двух цилиндрических линз ОУМ оказался

равен соответственно 2,97, 4,24 и 6,59 (максимальная ошибка 15%). То есть при вариации случайной фазы

диффузора меньше  $\pi$  ОУМ оптических вихрей уменьшается меньше, чем на 15%.

### 2.2. Моделирование суперпозиции двух Гауссовых оптических вихрей

Из рис. 2 видно, что определение топологического заряда по радиусу светового кольца затруднительно в силу искажения самого кольца. Поэтому далее рассмотрим световое поле без радиальной симметрии. В качестве такого поля рассмотрим суперпозицию двух Гауссовых пучков (10) с  $\alpha = 1$ , прошедших через СФП

с разным топологическим зарядом. Вместо кольца, распределение интенсивности должно состоять из  $|n - m|$  пятен. На рис. 3 показано распределение интенсивности суперпозиции двух Гауссовых вихрей с топологическими зарядами  $n = 2$  и  $m = 5$ . Параметры расчёта те же, что и на рис. 2.

На рис. 4 приведены фаза с рис. 3б, но после прохождения через диффузор, а также распределение интенсивности после распространения в свободном пространстве. Параметры расчёта те же, что и на рис. 2.

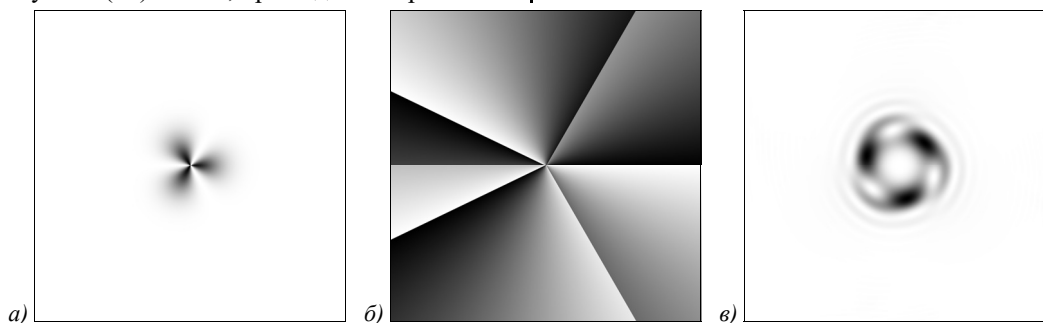


Рис. 3. Распределение интенсивности (негатив) (а) и фазы (чёрный цвет – 0, белый цвет –  $2\pi$ ) (б) в начальной плоскости ( $z = 0$ ), а также распределение интенсивности (негатив) после распространения в свободном пространстве ( $z = 1$  м) (в)

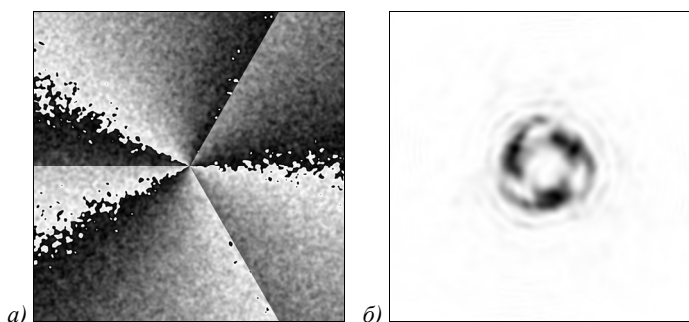


Рис. 4. Распределение фазы в начальной плоскости (чёрный цвет – 0, белый цвет –  $2\pi$ ) (а) и распределение интенсивности (негатив) после распространения в свободном пространстве ( $z = 1$  м) (б)

Несмотря на искажение картины интенсивности диффузором, на ней отчётливо видны три тёмных пятна. ОУМ, измеренный с помощью двух линз, оказался равен 3,12 (теоретическое значение – 3,5).

### 3. Эксперимент

На рис. 5 показана оптическая схема, использованная в эксперименте. Линейно-поляризованное выходное излучение твердотельного лазера подвергалось пространственной фильтрации и коллимировалось с помощью системы, состоящей из пинхолла  $PH$  (диаметр отверстия 40 мкм) и сферической линзы  $L_1$  ( $f_1 = 250$  мм). Далее расширенный лазерный пучок направлялся на дисплей пространственного модулятора света  $SLM$  (HOLOEYE PLUTO VIS,  $1920 \times 1080$  пикселей, размер пикселя 8 мкм), который был использован для реализации фазовой маски, формирующей заданный вихревой пучок. Комбинация линз  $L_2$  ( $f_2 = 500$  мм),  $L_3$  ( $f_3 = 150$  мм) и диафрагмы  $D$  образовывала  $4f$ -систему и была использована для пространственной фильтрации лазерного пучка, промодулированного по фазе после модулятора. Таким образом, в задней фокальной плоскости линзы  $L_3$  было

сформировано световое поле, комплексно-сопряжённое полю в плоскости дисплея модулятора. На расстоянии 1 м от задней фокальной плоскости линзы  $L_3$  располагалась видеокамера TopCam UCMOS08000KPB (разрешение –  $3264 \times 2448$  пикселей, размер пикселя – 1,67 мкм), фиксирующая сформированные распределения интенсивности. Диаметр освещающего Гауссова пучка был равен примерно 2 мм. На рис. 6 показаны распределения интенсивности, полученные в случае формирования различных вихревых пучков в отсутствие и при наличии фазовых неоднородностей.

На рис. 6а, в показаны измеренные распределения интенсивности при дифракции Гауссова пучка с радиусом перетяжки 1 мм и длиной волны 532 нм на спиральной фазовой пластинке с топологическим зарядом 5 (6а), к фазе которой добавлен аддитивный шум с дисперсией фазы, равной  $\pi$  (6в). Видно, что на расстоянии 1 м от модулятора получилось ожидаемое кольцевое распределение интенсивности, которое не сильно искажилось при шуме фазы модулятора с максимальной задержкой в половину длины волны. На рис. 6б, г показаны трёхлепестковые распределения

интенсивности, сформированные также на расстоянии 1 м от модулятора, когда фаза модулятора описывается выражением:

$$F(x, y) = \arg \left\{ \left[ \exp(i5\varphi) + \exp(i2\varphi) \right] \exp(i\psi(x, y)) \right\}, \quad (13)$$

где  $\psi(x, y)$  – случайная функция с дисперсией, равной  $\pi$ . На рис. 6б фаза модулятора была без шума, а на рис. 6г – с шумом. В обоих случаях отчётливо видна трёхлепестковая структура оптического вихря, но из-за искажений светового поля, которые вносит модулятор, не видно искажений интенсивности из-за шума фазы. Искажения, вносимые модулятором, связаны с тем, что при кодировании не учитывалась амплитуда суперпозиции двух оптических вихрей, а учитывалась только их фаза.

Из эксперимента на рис. 6 можно заключить, что фазовые искажения оптических вихрей, дисперсия которых не превышает половины длины волны, не

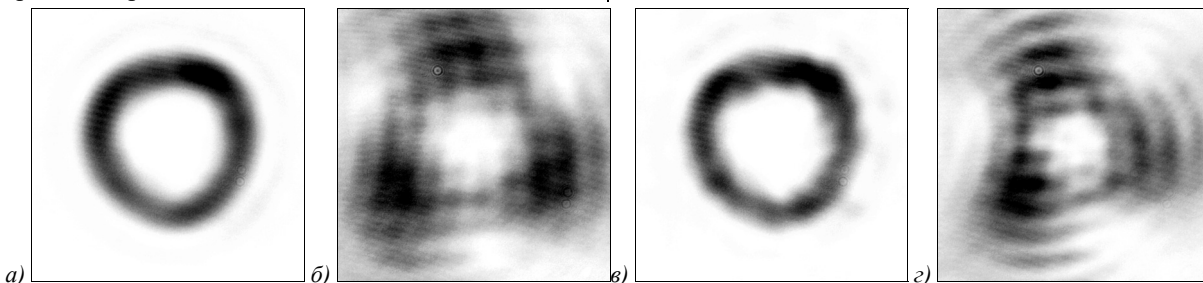


Рис. 6. Распределения интенсивности (негативы), полученные на расстоянии 1 м для различных вихревых пучков в отсутствие (а, б) и при наличии (в, г) фазовых неоднородностей: вихревой пучок с топологическим зарядом 5 (а, в); суперпозиция вихревых пучков с топологическими зарядами 2 и 5 (б, г). Размер изображений – 4×4 мм

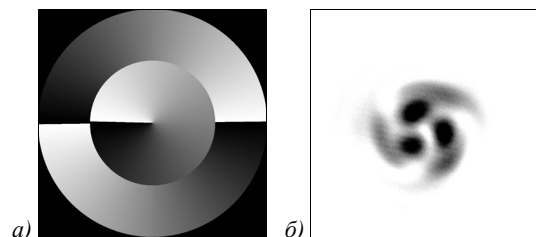


Рис. 7. Фаза составной спиральной пластинки (а) (внутренний круг – фаза с топологическим зарядом +1, а кольцо – фаза с топологическим зарядом -2) и распределение интенсивности (негатив) на расстоянии 1 м от модулятора (б)

Чтобы не применять процедуру кодирования фазы (рис. 4а), можно по-другому сформировать вихревой пучок с тремя локальными максимумами интенсивности с помощью составного фазового элемента. На рис. 7 показана фаза составной спиральной пластинки, формирующая оптический вихрь с тремя лепестками интенсивности (рис. 7б). Если к фазе (рис. 7а) аддитивно добавить случайный шум с разной дисперсией, то на расстоянии 1 м от модулятора сформируется интенсивность, у которой три лепестка сохраняются вплоть до фазового шума, равного  $3\pi/2$  (рис. 8).

**Заключение**

В работе с помощью преобразования Френеля и при выборе корреляционной функции фазового слу-

приводят к существенным искажениям распределения интенсивности, по которым можно определить топологический заряд исходного (до искажения) оптического вихря.

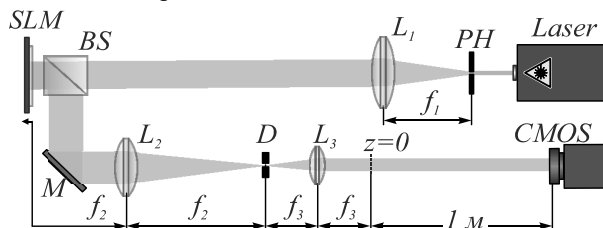


Рис. 5. Экспериментальная схема: Laser – твердотельный лазер, формирующий линейно-поляризованный Гауссов пучок ( $\lambda = 532$  нм), PH – пинхолл (размер отверстия – 40 мкм),  $L_1, L_2, L_3$  – сферические линзы ( $f_1 = 250$  мм,  $f_2 = 500$  мм,  $f_3 = 150$  мм), SLM – пространственный модулятор света (HOLOEYE PLUTO VIS), BS – светоделительный кубик, D – диафрагма, M – зеркало, Cam – видеокамера TourCam UCMOS08000KPB

чайного экрана (диффузора) в виде Гауссовой экспоненты получено распределение средней интенсивности в фокусе сферической линзы для Гауссова пучка, прошедшего спиральную фазовую пластинку с целым топологическим зарядом и диффузор. Средняя интенсивность получена в виде двойного интеграла по радиальной и полярной переменным. Из полученного выражения следует, что средняя интенсивность имеет радиальную симметрию (не зависит от полярного угла) и имеет вид кольца с отличным от нуля значением на оптической оси. Радиус кольца средней интенсивности зависит как от топологического заряда оптического вихря, так и от рассеивающей силы диффузора. Получено в виде суммы четырёх двойных интегралов выражение для средней интенсивности в фокусе линзы для линейной комбинации двух оптических вихрей, рассеянных диффузором с Гауссовой корреляционной функцией. В этом случае распределение средней интенсивности имеет локальные максимумы, число которых равно разности топологических зарядов двух исходных вихрей. Число этих максимумов не зависит от степени рассеяния диффузора и может служить индикатором для идентификации оптического вихря. С помощью составной спиральной фазовой пластинки, формирующей оптический вихрь с тремя лепестками интенсивности, экспериментально показано, что этот оптический вихрь можно определить

при рассеянии его фазовым диффузором с дисперсией фазы меньше  $3\pi/2$ .

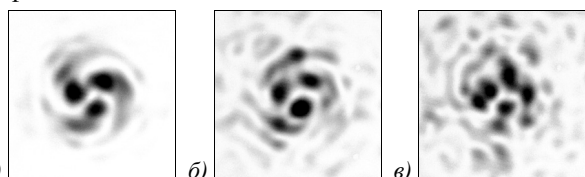


Рис. 8. Распределения интенсивности (негативы), измеренные на расстоянии 1 м от модулятора с фазой (рис. 7а) при наличии фазовых неоднородностей с дисперсией:  $\pi/2$  (а),  $\pi$  (б),  $3\pi/2$  (в). Размер изображений –  $4 \times 4$  мм

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003 в частях «Средняя интенсивность оптического вихря, рассеянного диффузором» и «Эксперимент» и грант 18-07-01129 в части «Моделирование Гауссова оптического вихря»), а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Моделирование суперпозиции двух Гауссовых оптических вихрей».

### Литература

1. **Gbur, G.** Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation / G. Gbur, R.K. Tyson // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2008. – Vol. 25. – P. 225-230.
2. **Krenn, M.** Communication with spatially modulated light through turbulent air across Vienna / M. Krenn, R. Fickler, M. Fink, J. Handsteiner, M. Malik, T. Sheidl, R. Ursin, A. Zeilinger // *New Journal of Physics*. – 2014. – Vol. 16. – P. 113028.
3. **Soifer, V.A.** Vortex beams in turbulent media: review / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // *Computer Optics*. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
4. **Mandel, L.** *Optical coherence and quantum optics* / L. Mandel, E. Wolf. – Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
5. **Mei, Z.** Random sources generating ring-shaped beams / Z. Mei, O. Korotkova // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38, Issue 2. – P. 91-93.
6. **Cang, J.** Propagation of Laguerre-Gaussian and Bessel-Gaussian Schell-model beams through paraxial optical systems in turbulent atmosphere / J. Cang, P. Xiu, X. Liu // *Optics & Laser Technology*. – 2013. – Vol. 54, Issue 30. – P. 35-41.
7. **Zhou, Y.** Propagation properties of Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam in non-Kolmogorov turbulence / Y. Zhou, Y. Yuan, J. Qu, W. Huang // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, Issue 10. – P. 10682-10693.
8. **Chen, Y.** Experimental demonstration of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model vortex beam / Y. Chen, F. Wang, C. Zhao, Y. Cai // *Optics Express*. – 2014. – Vol. 22, Issue 5. – P. 5826-5838.
9. **Карпеев, С.В.** Сравнение устойчивости вихревых пучков Лагерра–Гаусса к случайным флуктуациям оптической среды / С.В. Карпеев, В.Д. Паранин, М.С. Кириленко // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 208-217. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-208-217.
10. **Porfirev, A.P.** Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium / A.P. Porfirev, M.S. Kirilenko, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Applied Optics*. – 2017. – Vol. 56, Issue 11. – P. E8-E15. – DOI: 10.1364/AO.56.0000E8.
11. **Khonina, S.N.** A technique for simultaneous detection of individual vortex states of Laguerre–Gaussian beams transmitted through an aqueous suspension of microparticles / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Paraniin // *Optics and Lasers in Engineering*. – 2018. – Vol. 105. – P. 68-74. – DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.01.006.
12. **Wang, W.** Propagation of Bessel Gaussian beams through non-Kolmogorov turbulence based on Rytov theory / W. Wang, Z. Wu, Q. Shang, L. Bai // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 26, Issue 17. – P. 21712-21724.
13. **Wang, W.** Propagation of multiple Bessel Gaussian beams through weak turbulence / W. Wang, Z. Wu, Q. Shang, L. Bai // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27, Issue 9. – P. 12780-12793.
14. **Kotlyar, V.V.** Calculation of fractional orbital angular momentum of superpositions of optical vortices by intensity moments / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27, Issue 8. – P. 11236-11251. – DOI: 10.1364/OE.27.011236.

### Сведения об авторах

**Котляр Виктор Викторович**, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

**Ковалёв Алексей Андреевич**, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 150 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: [alanko@smr.ru](mailto:alanko@smr.ru).

**Порфирьев Алексей Петрович**, 1987 года рождения, в 2010 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук (2013 год). Доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета, научный сотрудник лаборатории микро- и нанотехнологий ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, оптическое манипулирование, структурированные лазерные пучки. E-mail: [porfirev.alexey@smr.ru](mailto:porfirev.alexey@smr.ru).

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 30 мая 2019 г. Окончательный вариант – 26 июня 2019 г.

## Topological stability of optical vortices diffracted by a random phase screen

V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>, A.A. Kovalev<sup>1,2</sup>, A.P. Porfirev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

<sup>2</sup> Samara National Research University, 443086, Russia, Samara, Moskovskoye Shosse 34

### Abstract

Here, we theoretically demonstrate that if a Gaussian optical vortex is distorted by a random phase screen (diffuser) then the average intensity distribution in the focus of a spherical lens has a form of a ring with a nonzero value on the optical axis. The radius of the average-intensity ring depends on both the topological charge of an optical vortex and on the diffusing power of the diffuser. Therefore, the value of the topological charge cannot be unambiguously determined from the radius of the average intensity ring. However, the value of the topological charge of the optical vortex can be obtained from the number of points of phase singularity that can be determined using a Shack-Hartmann wavefront sensor. It is also shown that if we use a linear combination of two optical vortices, then the average intensity distribution has local maxima, the number of which is equal to the difference of the topological charges of the two original vortices. The number of these maxima no longer depends on the scattering force of the diffuser and can serve as an indicator for optical vortex identification. Modeling and experiments confirm the theoretical conclusions.

**Keywords:** optical vortex, topological charge, random screen, diffuser, scattering medium.

**Citation:** Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Topological stability of optical vortices diffracted by a random phase screen. *Computer Optics* 2019; 43(6): 917-925. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-6-917-925.

**Acknowledgements:** This work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under projects 18-29-20003 ("Average intensity of an optical vortex scattered by a diffuser" and "Experiment") and 18-07-01129 (Simulation of the Gaussian optical vortex) and by the RF Ministry of Science and Higher Education within the state project of FSRC "Crystallography and Photonics" RAS under agreement 007-Г3/Ч3363/26 ("Simulation of a superposition of two Gaussian optical vortices").

### References

- [1] Gbur G, Tyson RK. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation. *J Opt Soc A* 2008; 25: 225-230.
- [2] Krenn M, Fickler R, Fink M, Handsteiner J, Malik M, Sheidl T, Ursin R, Zeilinger A. Communication with spatially modulated light through turbulent air across Vienna. *New J Phys* 2014; 16: 113028.
- [3] Soifer VA, Korotkova O, Khonina SN, Shchepakina EA. Vortex beams in turbulent media: Review. *Computer Optics* 2016; 40(5): 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [4] Mandel L, Wolf E. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge: Cambridge University Press; 1995.
- [5] Mei Z, Korotkova O. Random sources generating ring-shaped beams. *Opt Lett* 2013; 38(2): 91-93.
- [6] Cang J, Xiu P, Liu X. Propagation of Laguerre-Gaussian and Bessel-Gaussian Schell-model beams through paraxial optical systems in turbulent atmosphere. *Opt Las Technol* 2013; 54(30): 35-41.
- [7] Zhou Y, Yuan Y, Qu J, Huang W. Propagation properties of Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam in non-Kolmogorov turbulence. *Opt Express* 2016; 24(10): 10682-10693.
- [8] Chen Y, Wang F, Zhao C, Cai Y. Experimental demonstration of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model vortex beam. *Opt Express* 2014; 22(5): 5826-5838.
- [9] Karpeev SV, Parinin VD, Kirilenko MS. Comparison of the stability of Laguerre-Gauss vortex beams to random fluctuations of the optical environment. *Computer Optics* 2017; 41(2): 208-217. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-208-217.
- [10] Porfirev AP, Kirilenko MS, Khonina SN, Skidanov RV, Soifer VA. Study of propagation of vortex beams in aerosol optical medium. *Appl Opt* 2017; 56(11): E8-E15. DOI: 10.1364/AO.56.0000E8.
- [11] Khonina SN, Karpeev SV, Parinin VD. A technique for simultaneous detection of individual vortex states of Laguerre-Gaussian beams transmitted through an aqueous suspension of microparticles. *Opt Laser Eng* 2018; 105: 68-74. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.01.006.



- [12] Wang W, Wu Z, Shang Q, Bai L. Propagation of Bessel Gaussian beams through non-Kolmogorov turbulence based on Rytov theory. *Opt Express* 2018; 26(17): 21712-21724.
- [13] Wang W, Wu Z, Shang Q, Bai L. Propagation of multiple Bessel Gaussian beams through weak turbulence. *Opt Express* 2019; 27(9): 12780-12793.
- [14] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Calculation of fractional orbital angular momentum of superpositions of optical vortices by intensity moments. *Opt Express* 2019; 27(8): 11236-11251. DOI: 10.1364/OE.27.011236.

---

#### *Authors' information*

**Victor Victorovich Kotlyar** is the head of a laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and a professor of Computer Science department at Samara National Research University. He graduated from Kuibyshev State University (1979), received his Candidate's and Doctor's Degrees in Physics & Mathematics from Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation of the RAS (1992). He is a co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current research interests include diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices.

**Alexey Andreevich Kovalev** (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 150 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices.

**Alexey Petrovich Porfirev** (b. 1987) graduated (2010) from Samara National Research University, majoring in Applied Physics and Mathematics. He holds the Candidate's Degree in Physics and Mathematics (2013). Currently he is an associate professor at Technical Cybernetics department of Samara National Research University and a researcher at Micro- and Nanotechnologies laboratory of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. His current research interests include diffractive optics, optical manipulation and structured laser beams.

---

*Received May 30, 2019. The final version – June 26, 2019.*

---