

## Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	PIHII (Russia) = 0.207	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

## International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2018 Issue: 04 Volume: 60

Published: 30.04.2018 <http://T-Science.org>

**Vladimir Vladimirovich Pozevalkin**

Master, leading programmer of the faculty of distance educational technologies,  
Orenburg State University  
[pozevalkinvv@mail.ru](mailto:pozevalkinvv@mail.ru)

### SECTION 7. Mechanics and machine construction.

## METHOD OF MATHEMATICAL DATA PROCESSING ON THERMAL PHENOMENA IN HEAT TESTS OF METAL-PROCESSING MACHINES

**Abstract:** The article investigates the method of approximation of the source experimental data containing errors due to both the operation algorithm of the measuring equipment and the nonlinear nature of the various thermal processes occurring in the working machine. At the initial stage of processing the source data obtained from the results of a natural thermal test, it often becomes necessary to perform a smoothing procedure for these data. Approximation allows smoothing the source data and thereby significantly improving their quality, as well as obtaining calculated values suitable for further calculations of the kinetic or dynamic characteristics of the thermal processes occurring in the machine tool. The method is tested on the solution of the model problem. The task is solved by means of mathematical processing of temperature indexes of structural elements of the machine in the given zones.

**Key words:** thermal testing of machines, measurement results, processing error, approximation, smoothing.

**Language:** Russian

**Citation:** Pozevalkin VV (2018) METHOD OF MATHEMATICAL DATA PROCESSING ON THERMAL PHENOMENA IN HEAT TESTS OF METAL-PROCESSING MACHINES. ISJ Theoretical & Applied Science, 04 (60): 178-183.

**Soi:** <http://s-o-i.org/1.1/TAS-04-60-35> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2018.04.60.35>

### МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ О ТЕРМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЯХ ПРИ ТЕПЛОВЫХ ИСПЫТАНИЯХ МЕТАЛЛООБРАБАТЫВАЮЩИХ СТАНКОВ

**Аннотация:** В статье проведено исследование метода аппроксимации исходных экспериментальных данных, содержащих погрешности обусловленные как алгоритмом работы измерительной аппаратуры, так и нелинейным характером различных тепловых процессов, протекающих в работающем станке. На начальном этапе обработки исходных данных, полученных по результатам проведения натурального теплового испытания, достаточно часто возникает необходимость выполнить процедуру сглаживания этих данных. Аппроксимация позволяет сгладить исходные данные и тем самым значительно повысить их качество, а также получить расчётные значения пригодные для дальнейших вычислений кинетических или динамических характеристик протекающих в станке тепловых процессов. Исследуемый метод апробирован на решении модельной задачи. Поставленная задача решается посредством математической обработки температурных показателей конструктивных элементов станка в заданных зонах.

**Ключевые слова:** тепловые испытания станков, результаты измерений, погрешность обработки, аппроксимация, сглаживание.

#### Введение

В настоящее время эффективность предприятий обрабатывающей промышленности в значительной степени определяется качеством деталей изготовленных на металлообрабатывающих станках. При этом степень соответствия требованиям предъявляемым к современным станкам,

важнейшими из которых являются точность и устойчивость к тепловым воздействиям, определяет их качественные показатели. На всех этапах механической обработки детали происходит неравномерный и непрерывный нагрев узлов станка, что в свою очередь приводит к изменению формы и линейных размеров различных его деталей [2].



## Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.207	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

Подобные деформации существенно снижают точность расположения инструмента станка относительно заготовки. Однако большинство учёных сходятся во мнении, что проблема снижения точности обработки детали в следствии тепловых деформаций уже решена, а остальные считают её не столь важной [1, 3, 7]. Но как показывают практика, вклад тепловых деформаций в общий баланс погрешностей обработки может достигать до 70%. Следовательно, тепловые деформации являются основной причиной нарушения точности при работе станка. Образовавшиеся в связи с этим противоречия между требованиями точности и отрицательным воздействием температуры могут быть разрешены различными способами, в частности расчётами [6].

На практике математическое решение задачи о процессах нагрева и охлаждения в станках становится весьма затруднительным, так как процессы распределения тепла теплопроводностью протекают одновременно в связи с отсутствием установившихся температурных условий. К тому же процессы распределения температур в деталях сложной геометрии с трудом поддаются расчёту ввиду отсутствия граничных условий для дифференциальных уравнений. Соответственно для сложных условий теплообмена точные методы решения дифференциальных уравнений не позволяют получить удовлетворительные результаты. Поэтому с целью определения температурных полей в сложных деталях и узлах станков в основном применяется приближённое числовое моделирование [8].

### **Теоретические основы метода исследования.**

Стремительное развитие вычислительной техники позволяет значительно расширить возможности моделирования систем охлаждения современных станков. Для этого составляют

различные алгоритмы расчёта потерь мощности с достаточно высокой степенью точности, а затем их связывают с расчётами температурных полей [4]. Но несмотря на быстрое развитие цифровых методов, практическая область применения теоретических рассуждений при исследовании температурных полей и деформаций до сих пор сравнительно невелика.

Точность компенсации температурной погрешности в значительной степени зависит от качества аппроксимации исходных экспериментальных данных. Так как процесс обработки результатов эксперимента в исходном виде, очень часто приводит к возникновению погрешностей. Это, в свою очередь, может препятствовать получению достоверной информации о динамике и кинетике протекающего теплового процесса, формирующего тепловые деформации различных элементов несущей системы станка. Несмотря на то, что исходная экспериментальная информация может быть получена различными способами. Например, в результате непосредственного наблюдения за показаниями измерительных устройств с применением многооборотных измерительных головок при измерении температурных смещений шпиндельной головки станка [9]. А также в результате применения различных автоматизированных измерительных систем [10]. В любом случае тепловые характеристики будут обладать ступенчатым характером (рис.1). Однако, получить достаточно качественный набор экспериментальной информации можно, применив к ней метод аппроксимации степенным полиномом, представляющим собой сумму степенных функций с постоянными коэффициентами при этих функциях. Значения постоянных коэффициентов, в свою очередь, можно вычислить методом наименьших квадратов.

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.207	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

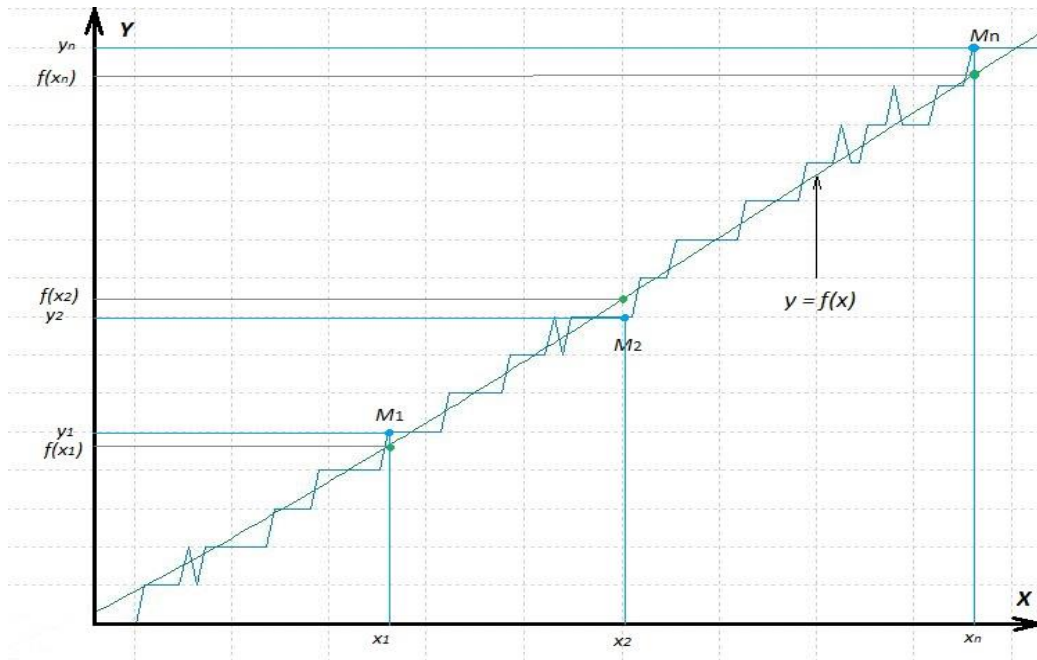


Рисунок 1 – График исходного набора данных с обозначениями

Для реализации указанного метода необходимо исследовать показатели  $X, Y$ , имеющие количественное выражение, при чём показатель  $Y$  находится в прямой зависимости от показателя  $X$ . Обозначим переменной  $X$  время проведения эксперимента в минутах, а переменной  $Y$  значение температуры по Цельсию в определённой зоне несущей системы станка. Переменной  $n$  обозначим объём исходных экспериментальных данных. Исходный набор данных можно так же записать в виде точек  $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), \dots, M_n(x_n, y_n)$  (рис.1). Задача заключается в определении аппроксимирующей функции вида:

$$y = f(x), \quad (1)$$

график которой будет проходить как можно ближе к исходным точкам  $M_1, M_2, \dots, M_n$ .

Следует отметить, что наиболее оптимальной является функция полинома высокой степени, график которой проходит через все исходные точки. Метод наименьших квадратов позволяет подобрать такую функцию вида (1), для которой сумма квадратов отклонений будет наименьшей (2).

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2. \quad (2)$$

Предположим, что исходные экспериментальные данные на графике имеют ярко выраженную тенденцию располагаться по прямой (рис.1). В этом случае необходимо выполнить поиск уравнения прямой с наиболее оптимальными значениями  $a$  и  $b$ . То есть задача будет заключаться в определении таких

коэффициентов  $a$  и  $b$ , при которых сумма квадратов отклонений будет наименьшей (3).

$$\sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2. \quad (3)$$

Следует отметить, что в данном случае речь идёт о функции двух переменных, аргументами которой являются параметры искомым зависимостей:

$$F(a; b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2. \quad (4)$$

Следовательно, для решения поставленной задачи необходимо определить минимум функции двух переменных. Сначала найдём частные производные первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a} &= \left( \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 \right)'_a = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[ 2(y_i - (ax_i + b)) * (y_i - (ax_i + b))'_a \right] = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n [(y_i - ax_i - b) * (0 - (x_i + 0))] = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n [(y_i - ax_i - b) * (-x_i)] = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n (ax_i^2 + bx_i - x_i y_i). \end{aligned} \quad (5)$$

## Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.207	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial b} &= \left( \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 \right)'_b = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[ 2(y_i - (ax_i + b)) * (y_i - (ax_i + b))'_b \right] = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n [(y_i - ax_i - b) * (0 - (0+1))] = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее приравняем значения  $\partial F/\partial a$  и  $\partial F/\partial b$  к нулю, а затем составляем стандартную систему уравнений:

$$\begin{cases} 2 \sum_{i=1}^n (ax_i^2 - bx_i - x_i y_i) = 0 \\ 2 \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Тогда можно сократить каждое из уравнений на два и вынести коэффициенты за знак суммы:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i = 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b n - \sum_{i=1}^n y_i = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Теперь можно записать систему уравнений в прикладной форме:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (9)$$

Составив простейшую систему линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными  $a$  и  $b$ , а затем решив её, например, методом Гаусса [5], можно определить стационарную точку. Проверив достаточное условие экстремума, можно утверждать, что в этой точке, функция (4) достигает именно минимума. То есть наилучшим образом приближает экспериментальные точки. Следовательно, график этой функции будет проходить максимально близко к исходным экспериментальным точкам. Полученную аппроксимирующую функцию также называют уравнением парной линейной регрессии.

### Экспериментальные исследования.

Рассматриваемая выше по тексту задача имеет большое практическое значение.

Например, для предварительной математической обработки экспериментальных данных, полученных в результате проведения натуральных тепловых испытаний станков, можно применить метод аппроксимации степенным полиномом (10), коэффициенты которого вычисляются описанным выше способом:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m. \quad (10)$$

где:  $x$  – время в минутах;  $a$  – постоянные коэффициенты;  $m$  – степень полинома.

Построив расширенную матрицу системы уравнений  $M$ , состоящую из основной матрицы с добавлением вектора столбца свободных значений (11), а затем решив её методом Гаусса, получим значения постоянных коэффициентов.

$$M = \begin{bmatrix} n+1 & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^m & \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n x_i^m & \sum_{i=1}^n x_i^{2m} & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{2m} & \sum_{i=1}^n x_i^m y_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

Подставив значения коэффициентов в уравнение (10), можно вычислить приближённое значение функции в заданной точке.

Исследуемый метод апробирован на решении модельной задачи, в которой исходными экспериментальными данными являлись тепловые характеристики изменения температуры на поверхности одного из узлов станка. Особенностью экспериментальных данных, полученных с помощью традиционного алгоритма работы измерительной аппаратуры, является их ступенчатый вид (рис.1). Для исключения подобного обстоятельства, в автоматических системах можно применить исследуемый метод аппроксимации.

На рисунке 2 представлены исходные экспериментальные данные и приближённые значения функции. На графике символом "1" обозначены исходные экспериментальные данные, символом "2" приближённые значения функции. Расчёты выполнены с помощью полинома пятой степени.

## Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.207	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 4.102	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

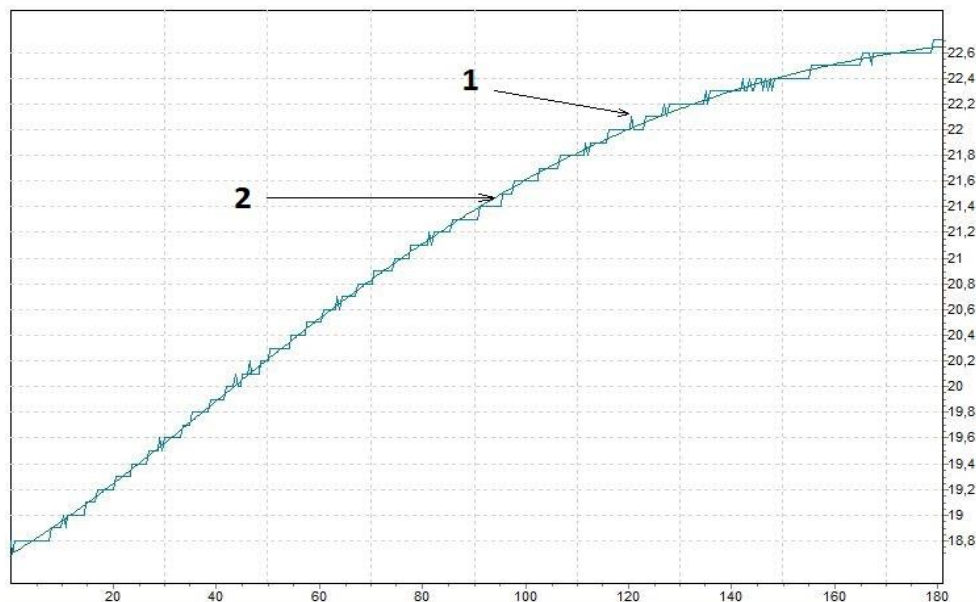


Рисунок 2 – Результат аппроксимации исходных экспериментальных данных

### Заключение

В ходе экспериментальных исследований установлено, что применение метода полиномиальной аппроксимации позволяет значительно повысить качество исходных экспериментальных данных, содержащих погрешности обусловленные методом измерения, за счёт предварительной математической обработки.

Результаты исследований в данной области могут стать основой для разработки эффективных алгоритмов компенсации температурной погрешности, реализация которых в современных станках позволит значительно повысить точность обработки деталей.

### References:

1. Alferov V.I. (2006) Raschet teplostoykosti pri proektirovanii metallovezhushchikh stankov. STIN, M., №4, p. 7-12. ISSN: 0869-7566.
2. Benardos P.G., Mosialos S., Vosniakos G.C. (2006) Prediction of workpiece elastic deflections under cutting forces in turning. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, №22, p. 505-514.
3. Gorbunov V.P., Grigor'ev V.F. (2015) Otsenka vliyaniya teplovykh deformatsiy mnogotselevogo stanka na pokazateli tochnosti. VII Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya "Innovatsii v mashinostroenii" (INMASH-2015), Kemerovo, 23-25 sentyabrya 2015 g., p. 508-512.
4. Gebhardt M., Schneeberger A., Weikert S., Knapp W., Wegener K. (2014) Thermally caused location errors of rotary axes of 5 axis machine tools. Int. J. of Automation Technology, vol. 8 (4), p. 511-522.
5. Safronova E.S., Meyrmanova D.A., Kapchikaeva D.N. (2015) Ispol'zovanie metodov Gaussa i Kramera pri reshenii sistem lineynykh algebraicheskikh uravneniy. Aktual'nye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika. T. 3, №9, p. 301-305. ISSN: 2308-8877.
6. Starodubov V.S. (2008) Temperaturnye deformatsii stankov s ChPU, sposoby ikh snizheniya i korrektsii. Vestnik mashinostroeniya, №2, p.48-53.
7. Jedrzejewski J., Kowal Z., Kwasny W., Winiarski Z. (2015) In-house system for holistic modelling of machine tool operating

**Impact Factor:**

<b>ISRA (India)</b>	<b>= 1.344</b>	<b>SIS (USA)</b>	<b>= 0.912</b>	<b>ICV (Poland)</b>	<b>= 6.630</b>
<b>ISI (Dubai, UAE)</b>	<b>= 0.829</b>	<b>PIHII (Russia)</b>	<b>= 0.207</b>	<b>PIF (India)</b>	<b>= 1.940</b>
<b>GIF (Australia)</b>	<b>= 0.564</b>	<b>ESJI (KZ)</b>	<b>= 4.102</b>	<b>IBI (India)</b>	<b>= 4.260</b>
<b>JIF</b>	<b>= 1.500</b>	<b>SJIF (Morocco)</b>	<b>= 2.031</b>		

- properties. 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics, ICSAI 2014, p. 411–416, DOI: 10.1109/ICSAI.2014.7009324.
8. Zhang H., Yang J., Zhang Y., Shen J., Wang C. (2011) Measurement and compensation for volumetric positioning errors of CNC machine tools considering thermal effect. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 55, is. 1–4, p. 275–283.
  9. Yagopol'skiy A.G. (2014) Analiz korrektsii teplovykh deformatsiy v stankakh. *Vestnik MGТУ im. N.E. Bauman. Ser. Mashinostroenie*, №5 (98), p. 98–105.
  10. Yagopol'skiy A.G., Kropotin N.Yu. (2016) Apparato-programmnoe obespechenie issledovaniy sostoyaniya tokarnykh stankov po parametram traektoriy peremeshcheniya supportnogo uzla. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie*, №5 (674), p. 84-90.

