



TRANSFORMACIONES ENTRE FLIP-FLOPS "D_JK_T"

Abstract- Se presenta un método que reduce en más de tres cuartas partes el proceso de diseño de Redes Secuenciales con flip-flops. Mediante las transformaciones "D_JK_T" se obtienen -casi en un solo paso- las *cuatro* ecuaciones de control (D, J, K y T), derivadas todas de *un* único Mapa de Karnaugh (por flip-flop), inferido directamente del Diagrama de Estados. Se logra también una inobjetable ganancia en la claridad del diseño; son evidentes las economías que en esfuerzo y trabajo se consiguen, y hay una merma en la posibilidad de cometer errores, gracias a la mayor simplicidad de todo el procedimiento. Lo anterior hace de ésta una cómoda herramienta, indispensable para el diseño de Redes Secuenciales.

Index Terms—Circuitos Digitales; Diagramas de Estados; Flip-flops; Máquinas Algorítmicas; Diseño Lógico; Metodología de Diseño de Redes Secuenciales; Mapas de Karnaugh; Máquinas de Estados Finitos; Máquinas Secuenciales; Transformación "D_JK_T"; Máquinas de Moore y de Mealy.

■ Luis Guillermo Uribe Cataño
UCAB

L. G. Uribe se desempeña como Vicepresidente de Investigación y Desarrollo de Electriahorro.com, Caracas, Venezuela y es profesor de Sistemas Digitales en la Universidad Católica Andrés Bello, UCAB y en la Universidad Simón Bolívar USB. Mayo de 2004 (<mailto:GUribeC@cantv.net>)

I. Nomenclatura

En este artículo se hace referencia a los componentes básicos de las Redes Secuenciales: flip-flops tipo "D" (Delay), "T" (Toggle) y "JK". Se supone que el lector conoce el procedimiento clásico para realizar el análisis y la síntesis de circuitos empleando los mencionados dispositivos. Deben entenderse a cabalidad los conceptos de Diagrama de Estados, Minimización y Codificación de Estados; las antiguas ideas de Matriz de Estados Futuros y Matrices de Control y, en general, el proceso convencional de Diseño de Redes Secuenciales.

En la simbología empleada, Q" significa el valor presente de un biestable, Q'" representa su valor **negado**, y Q'+¹ indica el estado futuro del flip-flop en consideración.

Las condiciones de indiferencia en los Mapas de Karnaugh se señalan mediante la letra "X".

En las ecuaciones lógicas la operación AND se representa mediante el símbolo "•" y el OR por el convencional "+".

II. Introducción

La teoría clásica del **Diseño** de Redes Secuenciales ofrece un método de Síntesis que permite partir de la descripción del problema hasta obtener las ecuaciones de control de cada flip-flop involucrado. Así, por ejemplo, si han de emplearse N flip-flops tipo "D", tendrá que generarse **una** ecuación de control para cada entrada "D" de los N biestables. Si los dispositivos escogidos son N flip-flops del tipo "JK", tendrán que obtenerse **dos** ecuaciones de control (una para la "J" y otra para la "K") de cada uno de los N circuitos incluidos.

La metodología de diseño actual parte, pues, de la »Descripción del Problema, procede a la obtención del »Diagrama de Estados, »Minimización y Asignación de Estados, »Matriz de Estados Futuros, »Matriz de Control para cada flip-flop, »Mapas de Karnaugh para cada entrada de Control, obtención de las »Ecuaciones de Control y de Salida, y culmina con el »Diagrama Lógico o el Circuitual. Note que el número de "mapas" necesarios para las Ecuaciones de Control tendrá que ser **uno** para cada flip-flop tipo "D" y "T", y **dos** para cada "JK". En general, los mapas de una clase de flip-flop se han tratado en forma independiente de los de las otras clases, y los

realizados para los flip-flops tipo "D" no ayudan en la elaboración de los "JK" o "T". La Matriz de Control se hace observando —para cada posición en la Matriz de Estados Futuros— qué valor tiene cada flip-flop (estado presente) y cuál será su estado futuro; se anotan así las entradas de control apropiadas para lograr dichas transiciones, según la correspondiente Tabla de Excitación de cada tipo de dispositivo. De allí se va a los Mapas de Karnaugh y luego a las ecuaciones.

Obsérvese la simplificación lograda con la metodología que aquí propondremos, que permite pasar directamente del Diagrama de Estados a **un** Mapa de Karnaugh por biestable, y a partir de ese **solo Mapa de Karnaugh** extraer las ecuaciones de control de **todos** los dispositivos: D, J, K y T.

Siendo el procedimiento de **Análisis** inverso al de Síntesis, la Transformación "D_JK_T simplifica también la metodología convencional en este terreno.

Es raro que una técnica tan sencilla como eficaz no se haya empleado hasta el momento, pero la verdad es que libros de texto, antiguos y modernos, de autores tan reconocidos como Wakerly, Tocci, Mano, Gajski, Floyd y muchos más, la han ignorado por completo.

III. Antecedente

Para el ulterior desarrollo es fundamental reconocer el siguiente hecho: Cuando un Mapa de Karnaugh está poblado de condiciones de indiferencia en la mitad correspondiente a una variable, afirmada (**B**) o negada (**B'**), dicha variable se *desvanece* de la expresión final. Esto puede ilustrarse mediante un Mapa de Karnaugh de la siguiente forma:

TABLA I
Eliminación de la variable **B**

B\A	0	1
0	a0	a1
1	b0	b1

(a)

B\A	0	1
0	a0	a1
1	X	X

(b)

B\A	0	1
0	X	X
1	a0	a1

(c)

La ecuación general, extraída del mapa (a) de la Tabla I, es la siguiente:

$$F(A, B) = (A' \cdot B') \cdot a0 + (A' \cdot B) \cdot a1 +$$

¹ Véase la bibliografía al final del documento (Referencias)

$$(A \cdot B') \cdot b_0 + (A \cdot B) \cdot b_1 \quad \text{Al}$$

considerar **b0** y **b1** —que ocupan la mitad del área de **B** o de **B'**— como condiciones de indiferencia, puede verse en los mapas (b) y (c) de la Tabla I que la ecuación se reduce a:

$$F(A, B) = A' \cdot a_0 + A \cdot a_1 = F(A)$$

La variable **B** desaparece de una expresión así.

IV. Deducción del Método

Los flip-flops tipo "D" son los dispositivos más sencillos de manejar a la hora de obtener las ecuaciones de control —a partir del Diagrama de Estados—, porque su Tabla de Excitación **no** muestra dependencias del Estado Presente; sólo del Estado Futuro. Es decir, que si el Estado Futuro es **0**, la entrada "D" deberá ser **0**, con independencia del estado actual del flip-flop; y si el Estado Futuro ha de ser **1**, la entrada "D" tendrá que valer **1** para lograrlo, sin importar en qué Estado Presente se encuentre. Así que el Diagrama de Estados, en los que se indican Estados Presentes y Estados Futuros, para el caso de biestables tipo "D" representa también Estados Presentes y Variables de Control "D". Para los demás **tipos** de flip-flop es preciso analizar ambas condiciones: en qué estado se encuentran y hacia qué estado irán. En la Tabla II se presenta la Tabla de

TABLA II

Tabla de Excitación:

Qué valores hay que colocar en las entradas de los distintos tipos de flip-flops, a fin de lograr realizar una transición desde el estado **Qⁿ** hasta **Qⁿ⁺¹**

Q ⁿ	Q ⁿ⁺¹	D	J	K	T	S	R
0	0	0	0	X	0	0	X
0	1	1	1	X	1	1	0
1	0	0	X	1	1	0	1
1	1	1	X	0	0	X	0

Excitación para los flip-flops más comunes.

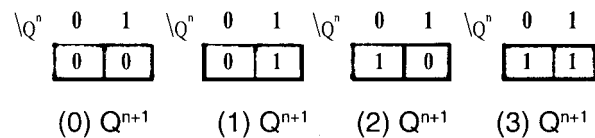
Esta sencillez no es una novedad; lo que sí sería innovadores que pudiéramos obtener las ecuaciones para los demás biestables, a partir de los mapas de Karnaugh realizados para los flip-flops del tipo "D". He ahí nuestro objetivo.

A. Transformación "D" a "JK"

Por inducción perfecta vamos a demostrar la transformación que relaciona los flip-flops tipo "D" con los "JK". Las cuatro posibles combinaciones que pueden formarse entre Estados Presentes y Estados Futuros para un solo biestable se muestran en la Tabla III; en ella los valores externos corresponden al Estado Presente, y los valores dentro de las celdas son los Estados Futuros:

TABLA III

Las cuatro posibles combinaciones entre el estado presente y el estado futuro, para un solo flip-flop



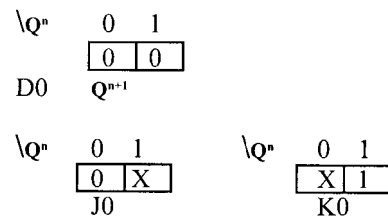
Si estos mapas correspondieran a cuatro flip-flops tipo "D", sus ecuaciones podrían escribirse de inmediato así:

$$D_0 = 0; \quad D_1 = Q^n; \quad D_2 = Q^n; \quad D_3 = 1$$

Si fueran, en cambio, flip-flops "JK", los mapas de Karnaugh resultantes, según la teoría convencional, serían los siguientes (en la Tabla IV se repiten una a una —para facilitar la referencia— las cuatro combinaciones de la Tabla III):

TABLA IV

Las cuatro posibles combinaciones entre el estado presente y el estado futuro, para un solo biestable, y los Mapas de Karnaugh correspondientes para **J** y **K**



$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{0 \quad 1} \\ D1 \quad Q^{n+1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{0 \quad X} \\ J1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{X \quad 0} \\ K1 \end{array}$$

TABLA IV (Cont.)

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{1 \quad 0} \\ D2 \quad Q^{n+1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{1 \quad X} \\ J2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{X \quad 1} \\ K2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{1 \quad 1} \\ D3 \quad Q^{n+1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{1 \quad X} \\ J3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \backslash Q^n \quad 0 \quad 1 \\ \boxed{X \quad 0} \\ K3 \end{array}$$

Compare cuidadosamente los cuatro casos, restringiéndose primero a las áreas de Q^n , es decir, donde 0 vale 0. Note que para esa condición, **siempre** son iguales los valores de las "J" y los de las "D". Verifique también que en el área de 0 (donde Q^n vale 1) hay **siempre** una condición de indiferencia en todos los mapas de las "J". Inferimos entonces que no se necesita establecer un mapa especial para cada "J", sino que bien puede su ecuación obtenerse leyéndola directamente del mapa que hicimos para el flip-flop tipo "D", *mientras nos limitemos a procesar e/ área en donde el flip-flop está negado (0)*. El resto del área (la que estamos omitiendo y que es donde el flip-flop está afirmado) se encuentra llena de condiciones de indiferencia; por tanto la variable Q^n simplemente **no** aparecerá en la ecuación de la "J".

Ahora haga el mismo análisis para la "K" y encontrará que los valores de las "K" son **siempre negados** en relación a los correspondientes valores

de las "D", para el área donde el flip-flop está afirmado (Q^n); verifique también que en la otra mitad del mapa (donde el flip-flop está negado: Q^n) hay **siempre** una condición de indiferencia en todos los mapas de las "K". Deducimos que tampoco es necesario establecer un mapa para cada "K" sino que también su ecuación puede extraerse directamente del mapa que hicimos para la "D", *a condición de que nos limitemos a procesar e/ área en donde el flip-flop está afirmado (Q)* y que, para seleccionar los implicantes, tomemos los "ceros" en lugar de los "unos". (Esta última imposición equivale a negar el mapa de las "D", para que sean idénticos a los de las "K"). Como el resto del área (la que estamos omitiendo, en donde el flip-flop está negado) está llena de condiciones de indiferencia, sabemos que la variable Q^n **no** formará parte de la ecuación lógica para la "K", según la premisa elaborada en el ANTECEDENTE.

Así, pues, si estos mapas hubieran correspondido a cuatro flip-flops tipo "JK", las ecuaciones podrían escribirse de inmediato, a partir de los mapas de "D", como sigue:

$$J0=0, K0=1$$

$$J1=0, K1=0$$

$$J2 = 1, K2 = 1$$

$$J3 = 1, K3 = 0$$

Puede verificar que obtendría los mismos resultados extrayendo las ecuaciones de los 8 Mapas de Karnaugh para los flip-flops "JK"; nosotros, en cambio, sólo hemos tenido que usar 4 mapas, los mismos de los fantásticos flip-flops "D".

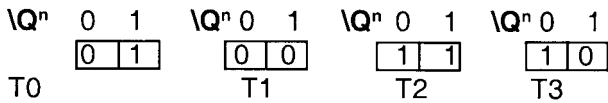
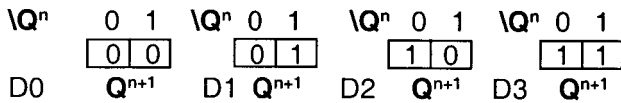
Note que la transformación D_{JK} es biunívoca; funciona tanto de D_{JK} como de JK_D . Esta característica es especialmente útil para el **ANÁLISIS**, ya que se puede partir de las ecuaciones "JK", obtener los mapas de "D" y de allí directamente el Diagrama de Estados del circuito.

B. Transformación $\bar{D} T$

A continuación establecemos una comparación similar entre flip-flops tipo "D" y tipo "T".

TABLA V

Las cuatro posibles combinaciones entre el estado presente y el estado futuro, para un solo biestable, y los Mapas de Karnaugh correspondientes para T:



Observe que los mapas de "D" y de "T" tienen la siguiente relación: son **iguales** en las áreas de **Q'** (en donde Q vale 0), y son **contrarios** en las áreas en donde el flip-flop está afirmado (Q). Para situaciones no triviales se recomienda generar mapas para los flip-flops tipo "T" (si es que hubiera necesidad de utilizar tales dispositivos), para lo cual *no habría que repetir todo el diseño*, sino que bastaría con hacer simplemente una copia mecánica a partir del mapa de "D", transfiriendo **intactos** los valores que se encuentran en el área en donde el flip-flop en cuestión está **negado** (Q') y **negados** los valores en donde el flip-flop esté **afirmado** (Q).

Note también que la transformación D_T es biunívoca; funciona tanto de D_T como de T_D.

V. Metodología Propuesta

Demostraciones aparte, la metodología que proponemos se resume en esta sección, incluyendo el procedimiento completo que, como se verá, es en extremo sencillo.

Comience obteniendo el »Diagrama de Estados apropiado, de acuerdo al problema planteado; realice la »Asignación o Codificación de Estados y de allí »deduzca directamente los Mapas de Karnaugh para las entradas de control de flip-flops tipo "D". Dependiendo de cuál tipo de biestable es el que en realidad va a emplear, los pasos de la nueva metodología son los siguientes:

A. Flip-Flops tipo "D"

Si va a emplear flip-flops tipo "D", obtenga las ecuaciones directamente de sus Mapas de Karnaugh.

B. Flip-Flops tipo "JK"

Si va a emplear biestables del tipo "JK", extraiga las ecuaciones de las "J" —de los mismos mapas "D" que acaba de obtener— leyéndolas directamente del

área en donde el flip-flop para el cuál está escribiendo la ecuación vale 0 (Área de 0'). Al terminar, elimine todas las posibles ocurrencias de la **Q'** que correspondan a ese flip-flop.

Las ecuaciones de las "K" obténgalas —también de los mismos mapas "D"— a partir de los "**ceros**" que encuentre en el área afirmada correspondiente al flip-flop para el cuál está extrayendo la función (Área de **Q**). Al terminar, elimine cualquier aparición que hubiera ocurrido de la variable **Q** asociada al propio flip-flop.

C. Flip-Flops tipo "T"

Para obtener las ecuaciones de flip-flops tipo "T" es conveniente generar nuevos Mapas de Karnaugh, pero esta es, como ya se dijo, una operación mecánica muy sencilla que se hace transfiriendo **intactos** los valores que se encuentran en el área en donde el correspondiente flip-flop está **negado** (0') y transfiriendo **negados** los valores en donde el flip-flop esté **afirmado** (Q), a partir siempre de los mapas originales de los biestables tipo "D".

VI. Ejemplo I: Síntesis

Para mayor claridad se presenta a continuación el diseño del clásico contador en binario natural, base 16, con 4 flip-flops "DCBA", cuya secuencia de conteo es la siguiente (se presenta en forma de Tabla de Transiciones en lugar del Diagrama de Estados, por ser más sencilla de dibujar la tabla que el diagrama; pero éstos son equivalentes):

TABLA VI

Tabla de Transiciones de Estados para el contador binario natural de 4 bits

D ⁿ	C ⁿ	B ⁿ	A ⁿ	D ⁿ⁺¹	C ⁿ⁺¹	B ⁿ⁺¹	A ⁿ⁺¹
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	/	1
0	0	1	1	0	/	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	/	1
0	1	1	1	/	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	/	1
1	0	1	1	1	/	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	/	1
1	1	1	1	0	0	0	0

TABLA VII

Mapas de Karnaugh para flip-flops tipo "D"

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
D 11	1	1	0	1
10	1	1	1	1

D^{n+1}

$$D = D \cdot B' + D \cdot C' + D \cdot A' + D' \cdot C \cdot B \cdot A$$

$$= D \approx (C \cdot B \cdot A)$$

$$J_D = (D') \cdot C \cdot B \cdot A = C \cdot B \cdot A \quad (\text{Un solo uno})$$

$$K_D = (D) \cdot C \cdot B \cdot A = C \cdot B \vee A \quad (\text{Un solo "cero"})$$

Nota: Se elimina (D') de "J_D" y (D) de "K_D"

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	0	0	1	0

C^{n+1}

$$D_C = C \cdot B' + C \cdot A' + C' \cdot B \cdot A$$

$$= C \oplus (B \cdot A)$$

$$J_C = (C') \cdot A \cdot B = A \cdot B$$

$$K_C = (C) \cdot A \cdot B = A \cdot B \quad (\text{Recuerde: se toman los ceros...})$$

Nota: Se elimina (C') de "J_C" y (C) de "K_C"

TABLA VII (Cont.)

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

B^{n+1}

$$D_B = B' \cdot A + B \cdot A'$$

$$= B \approx A$$

$$J_B = (B') \cdot A = A$$

$$K_B = (B) \cdot A = A \quad (\text{Acuérdese de tomar los ceros...})$$

Nota: Se elimina (B') de "J_B" y (B) de "K_B"

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

A^{n+1}

$$D_A = A'$$

$$J_A = (A') \cdot 1 = 1$$

$$K_A = (A) \cdot 1 = 1 \quad (\text{Recuerde: se toman los ceros...})$$

Nota: Se elimina (A') de "J_A" y (A) de "K_A"

La solución del ejemplo hecha con flip-flops tipo "T", y la correspondiente obtención de sus Mapas de Karnaugh, se deja como ejercicio trivial para el lector.

VII. Ejemplo II: Síntesis

Diseñar un circuito secuencia) sincrónico que produzca en la línea "Z" un pulso del mismo ancho que un período del reloj, cada vez que se oprima una señal de entrada "I".

El problema puede ser representado por medio de la siguiente Tabla de Transiciones:

TABLA VIII

Tabla de Transiciones de Estados para el generador de un pulso.

Tabla de Salida Z

I \ Q	0	1	Q	0	1
0	0	0			
I 1	1	1	1		
			Q		Q

$$Z = I \cdot Q'$$

$D = I$
 $J = I; K = I'$ (No es sorprendente: así se hace un FF D con JK)
 $T = I + Q$ (Por inspección)

Se trata de un contador binario ascendente (00, 01, 10, 11), con una línea "E" de habilitación ("Enable").

Se han obviado los siguientes pasos: Mapas de Karnaugh para las dos J y las dos K; Mapas de Excitación. Hubiéramos podido hacer en un solo paso la Matriz de Estados Futuros.

VIII. Ejemplo II: Análisis

Analice el siguiente circuito y describa su comportamiento:

$$J_1 = K_1 = E \cdot Q_0; J_0 = K_0 = E$$

TABLA IX
Mapas "D" a partir de "JK"

		Q_1			
		$Q_1 Q_0$ 00	01	11	10
E	0	0	0	1	1
	1	0	1	0	1
		Q_0		Q_1^{n+1}	

		Q_1			
		$Q_1 Q_0$ 00	01	11	10
E	0	0	1	1	0
	1	1	0	0	1
		Q_0		Q_0^{n+1}	

TABLA X
Matriz de Estados Futuros

		Q_1			
		$Q_1 Q_0$ 00	01	11	10
E	0	00	01	11	10
	1	01	10	00	11
		Q_0		$Q_1^{n+1} Q_0^{n+1}$	

IX. Referencias

Libros:

- [1] John F. **Wakerly**, Stanford University, "Digital Design: Principles and Practices and Xilinx 4.2i Student Package", 3rd ed., ISBN: 0-13-176059-9, Ed. Prentice Hall, Published: 07/19/2002
- [2] Ronald J. **Tocci**, Monroe Community College, Neal S. Widmer, Purdue University, "Digital Systems: Principles and Applications", 8 ed, ISBN: 0-13-085634-7, Ed. Prentice Hall, Published: 05/26/2000
- [3] Thomas L. **Floyd**, Fundamentos de Sistemas Digitales, 7 ed, ISBN: 84-205-2994-X, Ed. Prentice Hall, Publicado 2000
- [4] Daniel D. **Gajski**, University of California, Irving, "Digital Design", ISBN: 0-13-301144-5, Publisher: Prentice may, Published: 09/09/1996
- [5] M. Morris **Mano**, California State University, Los Angeles, "Digital Design", ISBN: 0-13-062121-8, Ed. Prentice Hall, Published: 08/01/2001
- [6] Antonio Lloris et al., Sistemas Digitales, ISBN: 84-481-2146-5 McGraw-Hill, 2003
- [7] Luis G. **Uribe C.**, "Circuitos Lógicos", Publicado por la Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá; 1972. Sirvió como texto en la Facultad de Electrónica de la Javeriana por más de 10 años.