

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2016 Issue: 11 Volume: 43

Published: 30.11.2016 <http://T-Science.org>

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

Alexandr Nikolayevich Shevtsov

candidate of technical sciences, member of PILA (USA),
 member of European Academy of Natural History (UK),
 corresponding member of the Kazakhstan National
 Academy of Natural Sciences,
 President of International Academy TAS,
 Department of «Mathematics», Deputy Director on
 Science of faculty of information technologies,
 automation and telecommunications,
 Taraz state University named after M.Kh. Dulati,
 Kazakhstan
Shev_AlexXXXX@mail.ru

ON SOME PROPERTIES OF THREE CONSECUTIVE NUMBERS

Abstract: The article considers the sequence of three natural numbers, properties and regularities for generalization to n dimensional case extent in the calculation of the coefficient of proportionality for equality. The convergence coefficient during the growth of the initial point of reference and extent.

Key words: sequence, integer, convergence**Language:** Russian

Citation: Shevtsov AN (2016) ON SOME PROPERTIES OF THREE CONSECUTIVE NUMBERS. ISJ Theoretical & Applied Science, 11 (43): 177-185.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-11-43-33> Doi:  <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2016.11.43.33>

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ТРЕХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Аннотация: В статье рассматриваются последовательность из трех натуральных чисел, ее свойства и закономерности для обобщения на n мерный случай степени, при вычислении коэффициента пропорциональности для равенства. Показана сходимость коэффициента при росте начальной точки отсчета и степени.

Ключевые слова: последовательность, натуральное число, сходимость.

Введение

Рассмотрим выражение состоящее из трех последовательных чисел $31+33=2*32$. Очевидно, что при изменении начальной точки отсчета этих последовательных чисел само выражение всегда остается верным, т.е.:

$$1+3=2*2$$

$$10+12=2*11$$

$$4444+4446=2*4445$$

и т.д.

При рассмотрении выражения $\sqrt{1} + \sqrt{3} < 2\sqrt{2}$ очевидно получим знак меньше

```
evalf(sqrt(1)+sqrt(3));
2.732050808
```

```
evalf(2*sqrt(2));
2.828427124
```

При рассмотрении выражения $\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{3} < 2\sqrt[3]{2}$ знак меньше сохранится

```
evalf(1^(1/3)+3^(1/3));
2.442249570
```

```
evalf(2*(2^(1/3)));
2.519842100
```

Увеличим промежуток

```
for i from 1 to 50 do
  evalf(1^(1/i)+3^(1/i))<evalf(2*(2^(1/i)));
od;
```

i=1	4=4
i=2	$2.732050808 < 2.828427124$
i=3	$2.442249570 < 2.519842100$
i=4	$2.316074013 < 2.378414230$
i=5	$2.245730940 < 2.297396710$
i=6	$2.200936955 < 2.244924096$
i=7	$2.169930813 < 2.208179028$
i=8	$2.147202690 < 2.181015466$
i=9	$2.129830964 < 2.160119478$
i=10	$2.116123174 < 2.143546926$
...	...
i=50	$2.022215413 < 2.027918960$

Обобщим данное выражение и напишем общую формулу

$$\sqrt[n]{x+1} + \sqrt[n]{x+3} = k_n \sqrt[n]{x+2}$$

где

x - начальная точка отсчета,

n - порядок,

Impact Factor:

ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	РИНЦ (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 1.042	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		

k_n - коэффициент пропорциональности.

Тогда выражая коэффициент пропорциональности получим:

$$k_n = \frac{\sqrt[n]{x+1} + \sqrt[n]{x+3}}{\sqrt[n]{x+2}}$$

или

$$k_n = \sqrt[n]{\frac{x+1}{x+2}} + \sqrt[n]{\frac{x+3}{x+2}}$$

Материалы и методы

Выразим данный коэффициент k_n на Maple и построим график функции k_n .

```
> restart;
n:=100;
k:=x->((x+1)^(1/n)+(x+3)^(1/n))/((x+2)^(1/n));
evalf(k(500));
s:=taylor(k(x), x=0, 5);
n := 100
k := x → 
$$\frac{(x+1)^{\left(\frac{1}{n}\right)} + (x+3)^{\left(\frac{1}{n}\right)}}{(x+2)^{\left(\frac{1}{n}\right)}}$$

1.999999961
```

Разлагая в ряд Тейлора, получим

$$\begin{aligned}
s &:= \frac{1}{2}(1+3^{1/100})2^{\frac{99}{100}} + \left(-\frac{1}{400}(1+3^{1/100})2^{\frac{99}{100}} + \frac{1}{2}\%1\right)x + \\
&\quad \left(-\frac{1}{400}\%1 + \frac{101}{160000}(1+3^{1/100})2^{\frac{99}{100}} + \frac{1}{2}\left(-\frac{11}{20000}3^{1/100} - \frac{99}{20000}\right)2^{\frac{99}{100}}\right)x^2 + \left(\frac{101}{160000}\%1\right. \\
&\quad \left.- \frac{1}{400}\left(-\frac{11}{20000}3^{1/100} - \frac{99}{20000}\right)2^{\frac{99}{100}} - \frac{6767}{32000000}(1+3^{1/100})2^{\frac{99}{100}}\right. \\
&\quad \left.+ \frac{1}{2}\left(\frac{2189}{18000000}3^{1/100} + \frac{6567}{2000000}\right)2^{\frac{99}{100}}\right)x^3 + \left(\frac{1}{2}\left(-\frac{1963533}{800000000} - \frac{654511}{21600000000}3^{1/100}\right)2^{\frac{99}{100}}\right. \\
&\quad \left.- \frac{6767}{32000000}\%1 + \frac{2036867}{25600000000}(1+3^{1/100})2^{\frac{99}{100}} + \frac{101}{160000}\left(-\frac{11}{20000}3^{1/100} - \frac{99}{20000}\right)2^{\frac{99}{100}}\right. \\
&\quad \left.- \frac{1}{400}\left(\frac{2189}{18000000}3^{1/100} + \frac{6567}{2000000}\right)2^{\frac{99}{100}}\right)x^4 + O(x^5) \\
\%1 &:= \left(\frac{1}{300}3^{1/100} + \frac{1}{100}\right)2^{\frac{99}{100}}
\end{aligned}$$

> s:=evalf(simplify(s));

$$s := 1.997155378 + .003292024341x - .003013022780x^2 + .002582355946x^3 - .002179512808x^4 + O(x^5)$$

Impact Factor:

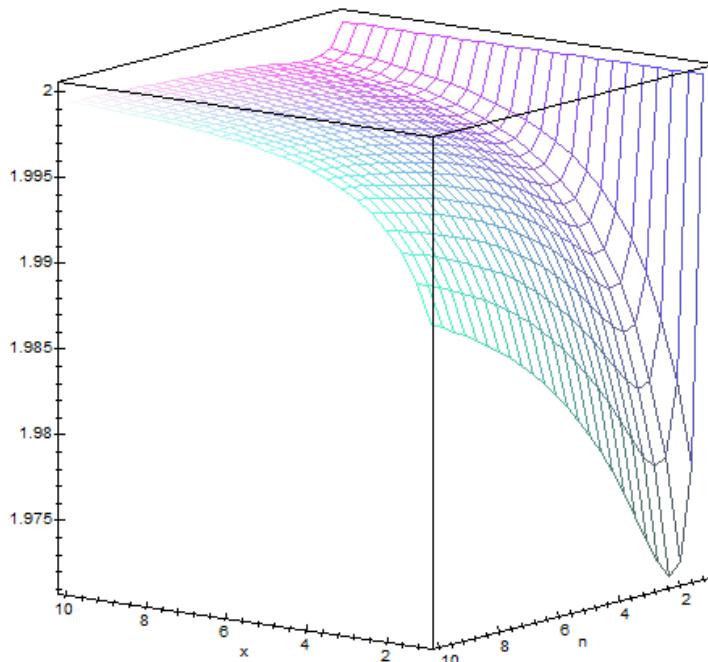
ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	РИНЦ (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 1.042	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		

```
restart;
k:=(x,n)->((x+1)^(1/n)+(x+3)^(1/n))/((x+2)^(1/n));
evalf(k(10,10));
```

$$k = (x, n) \rightarrow \frac{(x+1)^{\left(\frac{1}{n}\right)} + (x+3)^{\left(\frac{1}{n}\right)}}{(x+2)^{\left(\frac{1}{n}\right)}}$$

1.999372998

```
plot3d(k(x,n),x=1..10,n=1..10);
```

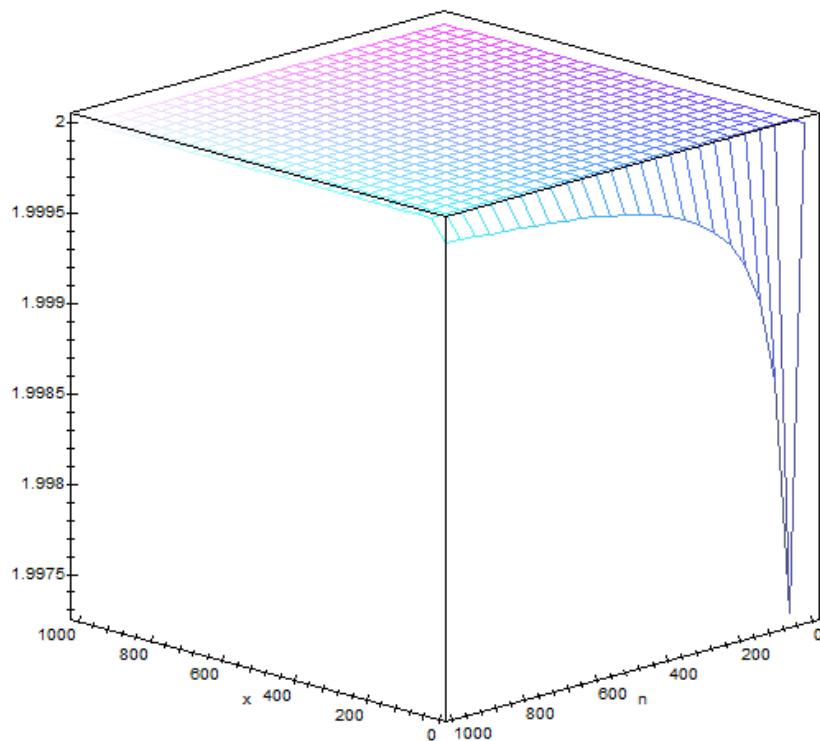


При возрастании x или n будем отмечать сходимость выражения к числу 2.

Impact Factor:

ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	РИНЦ (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 1.042	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		

```
plot3d(k(x,n),x=1..1000,n=1..1000);
```



Если вместо корня использовать степень, получим

```
restart;
k:=(x,n)->((x+1)^(n)+(x+3)^(n))/((x+2)^(n));
evalf(k(10,10));
plot3d(k(x,n),x=1..10,n=1..10);

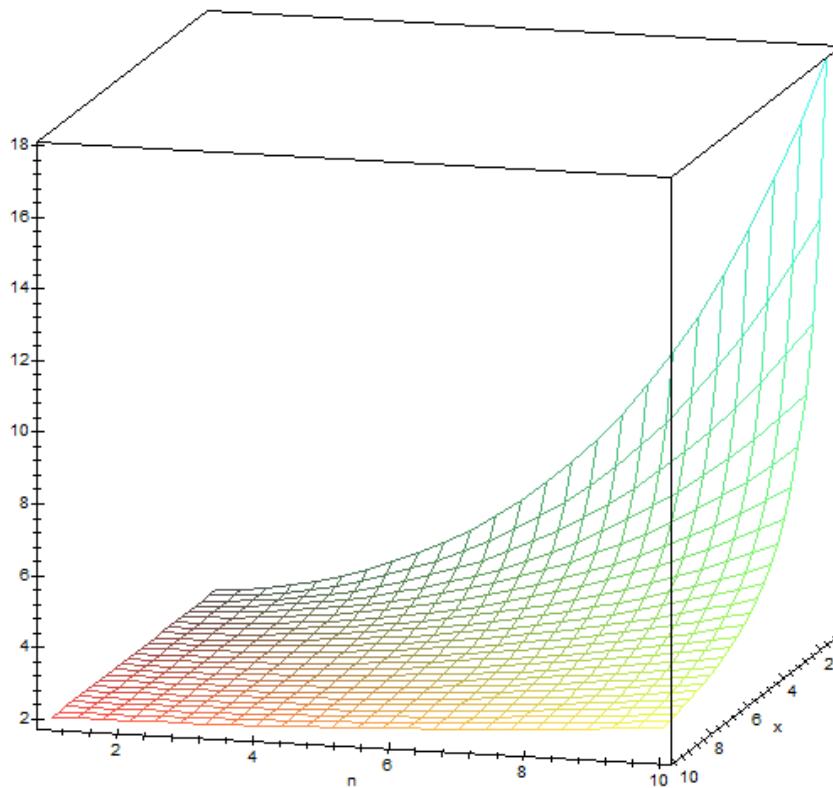

$$k = (x, n) \rightarrow \frac{(x + 1)^n + (x + 3)^n}{(x + 2)^n}$$

2.645395496
```

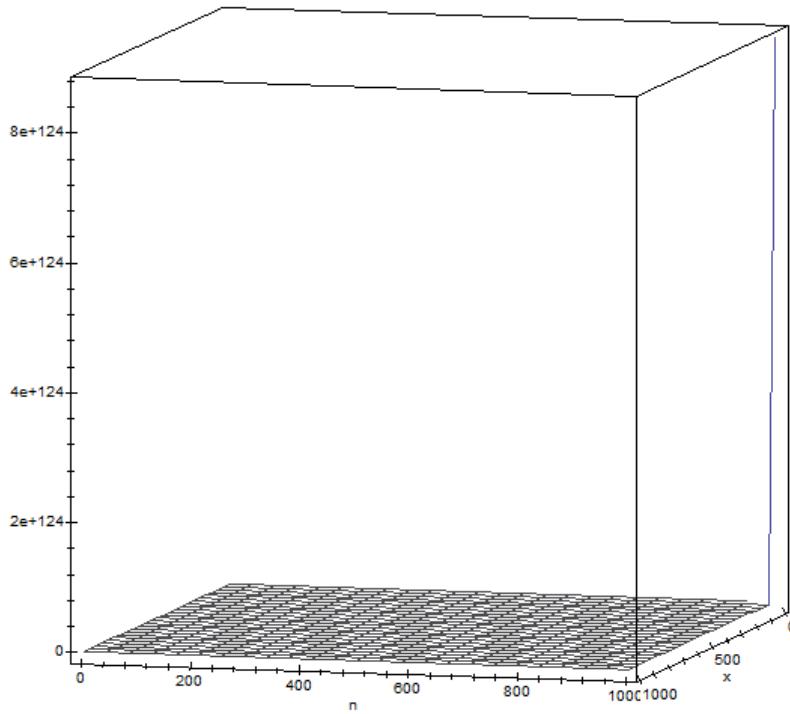
```
plot3d(k(x,n),x=1..10,n=1..10);
```

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИНЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



```
plot3d(k(x,n),x=1..1000,n=1..1000);
```



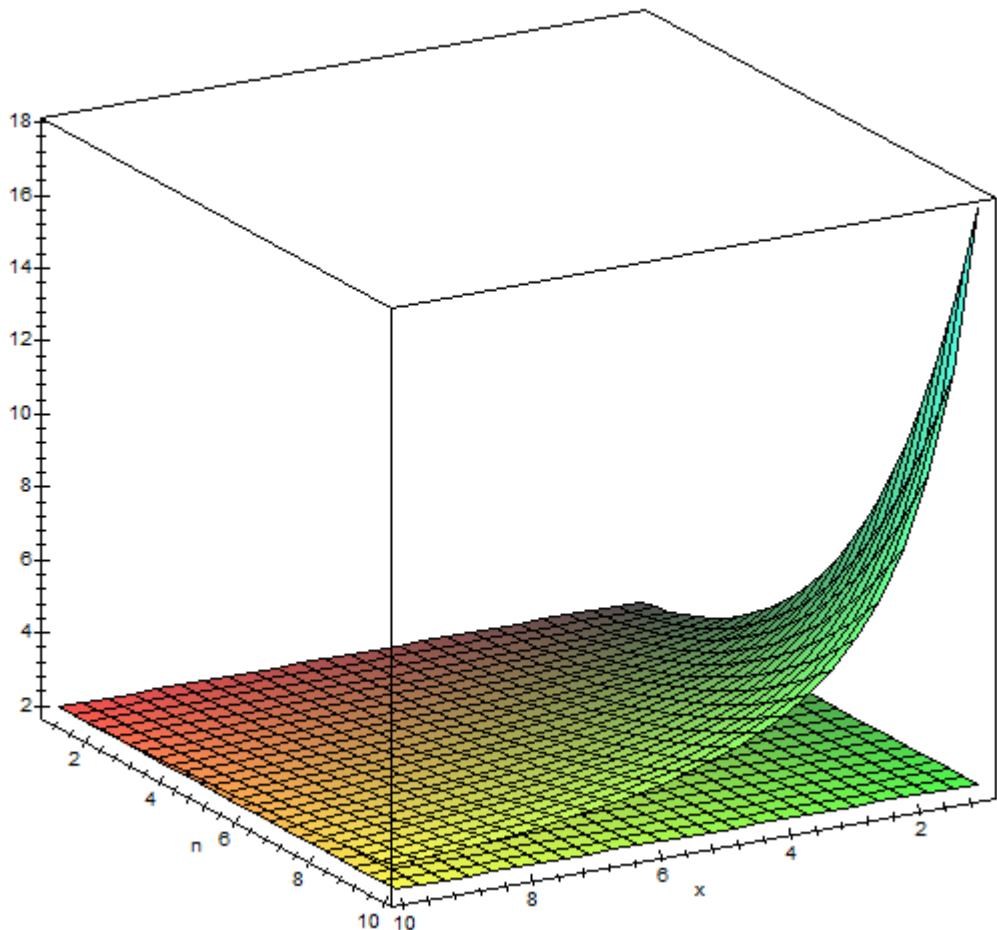
Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИНЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

```
restart;
k:=(x,n)->((x+1)^n+(x+3)^n)/((x+2)^n);
k2:=(x,n)->((x+1)^(1/n)+(x+3)^(1/n))/((x+2)^(1/n));
k := (x, n) → 
$$\frac{(x + 1)^n + (x + 3)^n}{(x + 2)^n}$$

k2 := (x, n) → 
$$\frac{\left(\frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n}\right)}{(x + 2)^{\left(\frac{1}{n}\right)}}$$

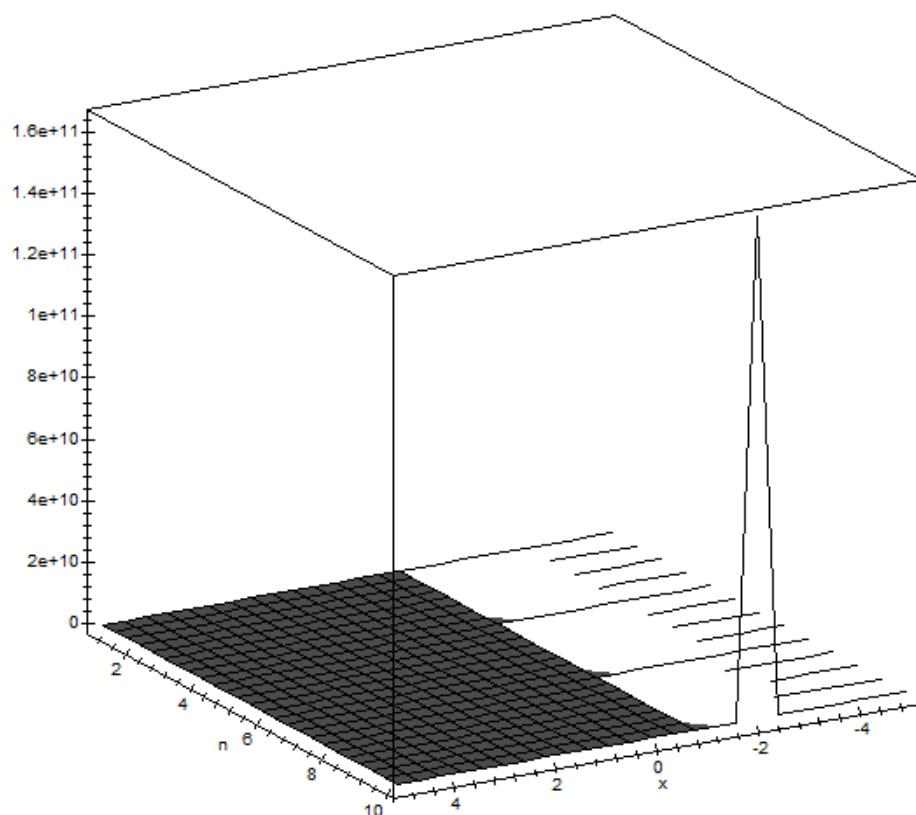
plot3d({k(x,n),k2(x,n)},x=1..10,n=1..10,axes=boxed,orientation=[60,70]);
```



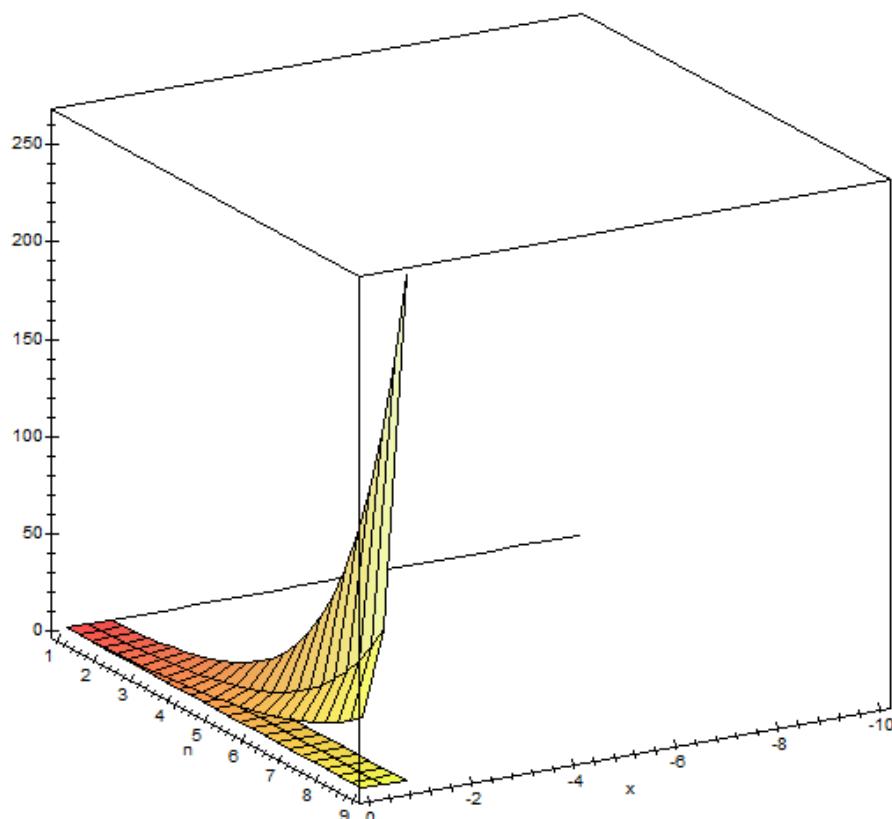
```
plot3d({k(x,n),k2(x,n)},x=-5..5,n=1..10,axes=boxed,orientation=[60,70]);
```

Impact Factor:

ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	РИНЦ (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 1.042	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		



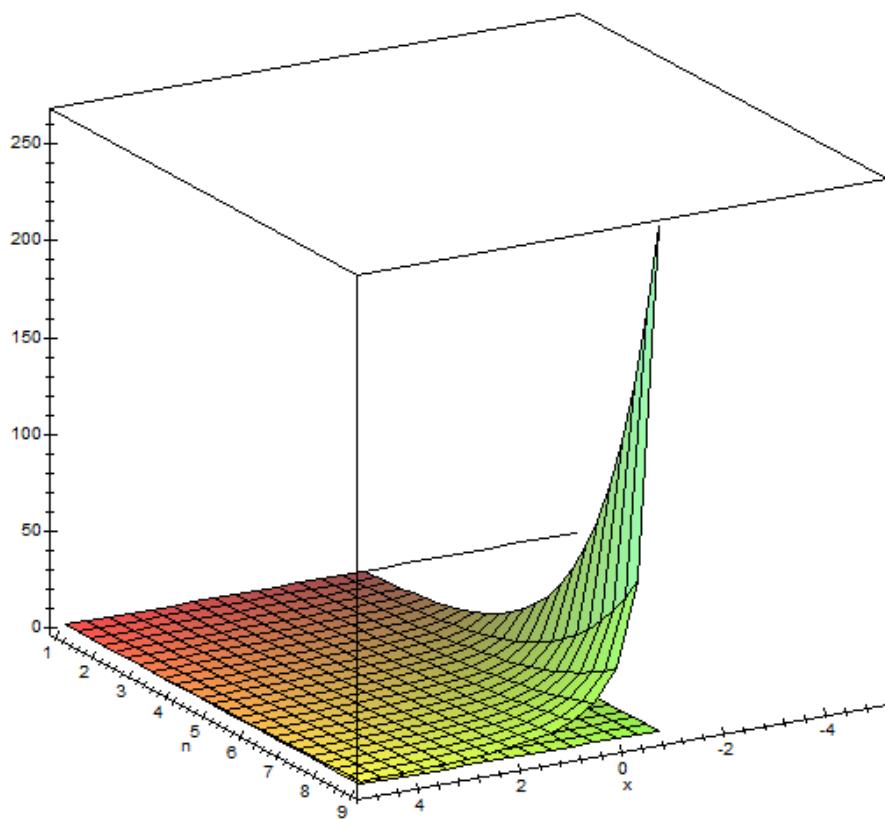
```
plot3d({k(x,n),k2(x,n)},x=-10..0,n=1..9,axes=boxed,orientation=[60,70]);
```



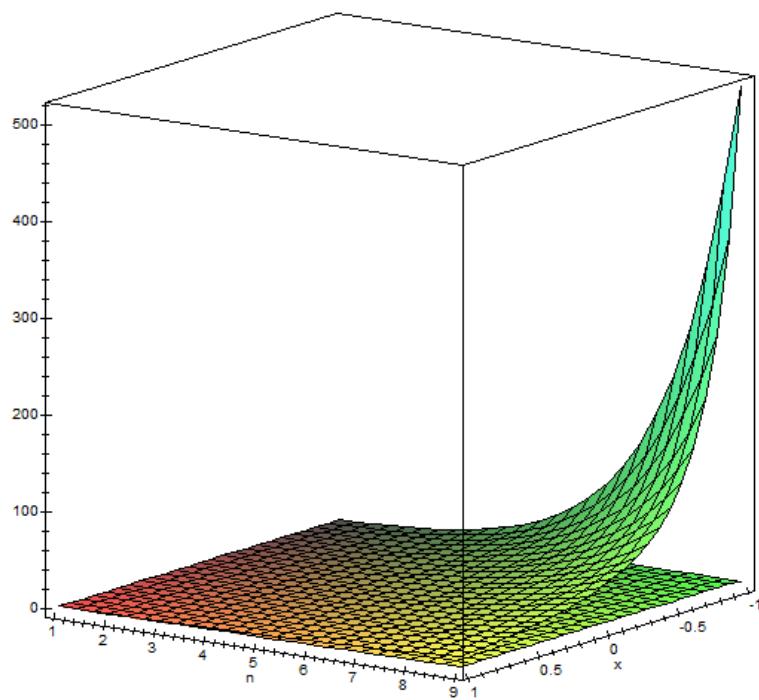
Impact Factor:

ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	РИНЦ (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 1.042	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		

```
plot3d({k(x,n),k2(x,n)},x=-5..5,n=1..9,axes=boxed,orientation=[60,70]);
```



```
plot3d({k(x,n),k2(x,n)},x=-1..1,n=1..9,axes=boxed,orientation=[60,70]);
```



ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИНЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

Заключение

Отметим, что первоначально задача ставилась как попытка доказать отсутствие зависимости между коэффициентов k_n и начальной точкой x . Очевидно, что при $\kappa_1 = 2$ какая-либо зависимость отсутствует.

При $n \neq 1$ показана сходимость коэффициента к 2, при росте начальной точки отсчета и степени для $x \geq -1$.

References:

1. Stephen Lynch (2010) *Dynamical Systems with Applications using Maple*, 2nd ed.
2. Shingareva I, Lizarraga-Celaya C (2009) *Maple and Mathematica - A Problem Solving Approach for Mathematics*, 2nd ed.
3. Kirsanov MN (2011) "Praktika programmirovaniya v sisteme Maple" M.: Izdatel'skiy dom MEI, 2011, 208p.
4. Kirsanov MN (2010) *Zadachi po teoreticheskoy mekhanike s resheniyami v Maple 11*. M.: Fizmatlit, 2010, 264p.
5. Korobov VI, Ochkov VF (2009) *Khimicheskaya kinetika: vvedenie s Mathcad/Maple/MCS*. M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2009.
6. Charl'z Genri Edvards, Devid E. Penni (2007) *Differentsial'nye uravneniya i kraevye zadachi: modelirovanie i vychislenie s pomoshch'yu Mathematica, Maple i MATLAB*. 3-e izdanie. Kiev.: Dialektika-Vil'yams, 2007. ISBN 978-5-8459-1166-7.
7. Kirsanov MN (2007) *Grafy v Maple*. M.: Fizmatlit, 2007, 168s..
8. Alad'ev V3, Boyko VK, Rovba EA (2007) *Programmirovaniye i razrabotka prilozheniy v Maple*. Grodno, Tallin, 2007.
9. Alad'ev VZ (2006) *Osnovy programmirovaniya v Maple*. Tallin, 2006..
10. Alekseev ER, Chesnokova OV (2006) *Reshenie zadach vychislitel'noy matematiki v paketakh Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9*. M: NT Press, 2006, 496s. ISBN: 5-477-00208-5.
11. Alad'ev VZ (2006) *Sistemy komp'yuternoy algebry. MAPLE: Iskusstvo programmirovaniya*. Binom.Laboratoriya znanii, 2006. Annotatsiya.
12. D'yakonov VP (2004) *Maple 9 v matematike, fizike i obrazovanii*. M.: SOLON-Press, 2004.
13. Goloskokov DP (2004) *Uravneniya matematicheskoy fiziki. Reshenie zadach v sisteme Maple*. S-Pb: Piter, 2004.
14. D'yakonov VP (2003) *Maple 8 v matematike, fizike i obrazovanii*. M.: SOLON-Press, 2003.
15. Sdvizhkov OA (2003) *Matematika na kompyutere: Maple 8*, Solon-press, 2003.
16. Vasil'ev N (2003) *Maple 8. Samouchitel'*, M.: Dialektika, Vil'yams, 2003. Annotatsiya.
17. Yu.Tarasevich (2003) *Informatsionnye tekhnologii v matematike*. M: SOLON-Press, 2003.
18. Kirsanov M (2002) *Reshebnik. Teoreticheskaya mekhanika*. Fizmatlit. 2002.
19. Tan K (2001) *Simvol'nyy S ++: Vvedenie v kompyuternyyu algebru s ispol'zovaniem ob'ektno-orientirovannogo programmirovaniya*. Mir. 2001.