

SECTION 2. Applied mathematics.
Mathematical modeling.MODEL AND HISTOGRAM TO ADEQUACY OF VARIABLES
(C, A)- SAMPLES AND REAL MULTIDIMENSIONAL SAMPLE

Abstract: Work is sanctified to the design of digital data, characterizing youths from a group 16 students of one of universities of Republic of Kazakhstan. Data are presented as a matrix of $X_{0real} 16,4$, that is interpreted as a multidimensional sample from general totality with the unknown density function probability distribution. With the use of the programs from package "Spectrum" shown model and to adequacy of histograms of 4 estimations of empiric function probability distribution of 4th random dependent 1-dimensional variables from a model (C,A)-sample, to the responding estimations of histograms of 4 dependency variables from a 4- dimensional sample, being a (C,A)-sample.

Key words: multivariable sample, inverse problem of the principal component analysis, histogram.

Language: Russian

Citation: Zhanatauov SU (2016) MODEL AND HISTOGRAM TO ADEQUACY OF VARIABLES (C, A)-SAMPLES AND REAL MULTIDIMENSIONAL SAMPLE. ISJ Theoretical & Applied Science, 11 (43): 53-61.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-11-43-11> **Doi:**  <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2016.11.43.11>

МОДЕЛЬНАЯ И ГИСТОГРАММНАЯ АДЕКВАТНОСТИ ПЕРЕМЕННЫХ (C, A)-ВЫБОРОК И РЕАЛЬНОЙ МНОГОМЕРНОЙ ВЫБОРКИ

Аннотация: Работа посвящена моделированию цифровых данных, характеризующих юношей из группы 16 студентов одного из университетов Республики Казахстан. Данные представлены в виде матрицы $X_{0real} 16,4$, которая интерпретируется как многомерная выборка из генеральной совокупности с неизвестным законом распределения вероятностей. С применением программ из ППП «Спектр» показаны модельная и гистограммные адекватности 4 оценок эмпирических плотностей распределения 4-х случайных зависимых 1-мерных переменных из модельной (C,A)-выборки, соответствующих гистограммным оценкам 4 зависимых переменных из 4-мерной реальной выборки, являющейся (C,A)-выборкой.

Ключевые слова: многомерная выборка, обратная модель главных компонент, гистограмма.

Введение

Цель данной статьи – показать на реальном примере, как можно воспроизводить на ПЭВМ бесконечное множество искусственных многомерных данных, адекватных по критериям из книги [1, 2.7.2 «A-выборки и реальные данные», стр. 95-96, 181-185] реальным многомерным данным.

Материалы и методы

Рассмотрим значения 4 показателей у 16 студентов-юношей 3-го курса, обучающихся в одном из вузов Республики Казахстан. Измерялись вручную 2 показателя: «рост», «вес», показатель «возраст» был определен по дате в

свидетельстве о рождении. Показатель «количество калорий» (имеется в виду нормативное количество калорий, требуемое для студентов, ведущих малоподвижный образ жизни) был вычислен по формуле, определяющей потребляемую за сутки норму калорий. Для студентов (Таблица 1) пригодна формула [3] Харрис-Бенедикта (James Arthur Harris, Francis Gano Benedict) для мужчины, зависящая от пола, возраста, веса и уровня физической активности. Формула называется BMR (basal metabolic rate), была пересмотрена и уточнена учеными А.М. Роза (Roza A.M.) и Ш.М. Шизгал (Shizgal H.M.) в 1984 году [4]:

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.234
ESJI (KZ) = 1.042
SJIF (Morocco) = 2.031

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260

$BMR = 88.36 + (13.4 \times \text{вес, кг}) + (4.8 \times \text{рост, см}) - (5.7 \times \text{возраст, лет})$

Для учета дополнительной энергии, необходимой для какой-либо физической активности (ФА). При минимальном уровне ФА значение BMR умножается на 1.2, при низком - на 1.375, при среднем - на 1.55, при высоком - на 1.725, при очень высоком - на 1.9. Мы в наших расчетах использовали коэффициент 1.2. Так как значение множителя в формуле BMR не влияет на значения z-переменных, то наши выводы верны при любом множителе 1.2, 1.375, 1.55, 1.725, 1.9. Потребляя количество калорий, рассчитанных по формуле, вы не будете ни худеть, ни увеличивать вес. Эти условия подходят нам. Важно отметить, что расчеты будут точны лишь для среднего телосложения - для излишне худых, излишне полных или даже для мускулистых людей данная формула не подходит, поскольку не учитывает индивидуальные особенности и потребности. Выбранный контингент удовлетворяет этим ограничениям. Полученная таблица (матрица) $X_{16,4}^0$, преобразуется в . Во-первых для каждого из 4 столбцов вычисляются их средние: средний рост студентов равен 175.6250 см., средний вес их равен 62.5 кг., средний возраст равен 21.3125 лет, а среднее количество калорий, потребляемых одним студентом, равно 1976.8540 калорий. Известно, что само по себе количество калорий намного менее значимо, чем то, в каких пропорциях в рационе присутствуют жиры, белки и углеводы, поскольку 500 калорий-это как порция бурого риса и курицы на пару, так и небольшой кусок торта. Определение по формуле BMR суточной нормы калорий, необходимых для поддержания веса-важный шаг для похудения или набора мышечной массы и практически значим. Если надо похудеть, то понижайте норму калорий на 10-20%, если надо набрать мышцы - повышайте на 20%.

Этим показателям мы поставили в соответствие 4 случайных зависимых переменных $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ с неизвестными законами распределения вероятностей, реализация значений, располагаемых в 4 столбцах, проводится с применением программ из обратной модели главных компонент (ОМ ГК) из работы [1, стр.186-196]. Для этих 4 случайных 1-мерных переменных моделируются многочисленные выборки данных $X_{16,4}^0$ (одна из них приведена в таблице 1, модельные данные), у которых 4 случайных модельных переменных имеют 4 разные оценки эмпирической функции плотности распределения. При этом, как показано ниже, j-ая случайная переменная из модельной выборки $X_{16,4}^0$ адекватна j-ой (j=1,2,3,4) случайной переменной из реальной выборки $X_{16,4}^{0real}$. Указанные адекватности j-ых

переменных наглядно видны на гистограммах (Рисунки 1-4). Это свидетельствует о том, что ОМ ГК [1, стр.33-44; 4, стр. 37; 5, стр. 118] позволяет в данном случае выделить особенности эмпирических 1-мерных функций плотностей распределения «реального» 1-мерного случайного вектора. При «совпадении» этих эмпирических функций мы рассматриваем один случайный многомерный вектор $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ с неизвестным законом распределения.

Если бы был известен многомерный закон распределения вероятностей многомерного случайного вектора $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$, то моделирование многомерных выборок, адекватных одной реальной выборке $X_{16,4}^{0real}$, проводится хорошо известными методами.

Но в нашей статье рассматривается одна реальная многомерная выборка $X_{16,4}^{0real}$, из генеральной совокупности с неизвестным законом распределения вероятностей. Цель: проверка пригодности ОМ ГК [1, стр.74-91, стр.95-101] для решения задачи моделирования адекватных модельных данных $X_{16,4}^0=[Z_{16,4}+I_{16,1}x_{1,4}^{cp}]$, $x_{1,4}^{cp}=(x_1^{cp}, \dots, x_4^{cp})$, $I_{16,1}=(1, \dots, 1)^T$, цифровым реальным данным $X_{16,4}^{0real}$ о группе из 16 студентов-юношей (таблица 2).

Изложение удобно вести на основе стандартизованной выборки Z_{mn} , где z-переменные (их 4 штуки) могут иметь одинаковые или разные неизвестные эмпирические законы распределений. Стандартизация 4 исходных x^0 -переменных из реальной выборки $X_{16,4}^0$ удобна тем, что элементы x_{ij}^0 , $i=1, \dots, 16$, $j=1, \dots, 4$, имея разные единицы измерения (в шкале отношений) признаков (свойств) преобразуются в элементы z_{ij} матрицы $Z_{16,4}=\{z_{ij}\}$, $i=1, \dots, 16$, $j=1, 2, 3, 4$, где $z_{ij}=(x_{ij}^0 - x_j^{cp})/s_j$, $x_j^{cp}=(x_{1j}^0 + \dots + x_{16j}^0)/16$, $s_j^2=(x_{1j}^2 + \dots + x_{16j}^2)/16$, $x_{ij}^0 = x_{ij}^0 - x_j^{cp}$, $j=1, 2, 3, 4$. Число z_{ij} не имеет единицы измерения. Таким образом, разные признаки, характеризующие разные свойства объектов наблюдения (студентов), становятся сравнимыми между собой.

Будем работать со стандартизованной выборкой $Z_{16,4}$ (ее элементы безразмерны), полученной из реальной выборки. Все 4 выборки $X_{16,4}^0$, $X_{16,4}^{0real}$, $Z_{16,4}$, $Z_{16,4}^{real}$ имеют неизвестные законы распределений, в исходной выборке $X_{16,4}^{0real}$ освободимся от влияния единиц измерения (см, кг, число лет, калории) и стандартизируем ее ($X_{16,4}^{real}$) аналогично стандартизации $X_{16,4}^0$.

Поясним почему известное распределение вероятностей переменных в выборке X_{mn}^0 (или $X_{16,4}^{0real}$) становится неизвестным (теряется в процессе случайных линейных преобразований) как в ОМ ГК, так и в прямой модели главных компонент (ПМ ГК) [1, стр. 63-66]. Рассмотрим

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

число $z=x/s$ - стандартизованное значение z -переменной, полученное делением случайного значения $x=x^0 - x^{cp}$ (с известным законом распределения) на случайное значение s (с другим законом распределения). Эти случайные значения x, s являются реализациями 2-х случайных теоретических величин ζ, η , статистически и функционально зависящих друг от друга. Разность $x=x^0 - x^{cp}$, как результат вычитания двух случайных значений, имеет тот же закон распределения, что и случайное значение x^0_{ij} . Значение $s_j=\sqrt{s_j^2}$ имеет другое распределение, отличное от распределения случайного числа x , причем случайное число x_{ij} функционально зависит от случайного числа $s_j^2=(x_{1j}^2+\dots+x_{16j}^2)/16$. Результирующее случайное число $z_{ij}=x_{ij}/s_j$, как частное от деления двух зависимых случайных чисел, имеет свое (третье по счету) распределение, теоретически (аналитически) не определенное. Эта статистическая неопределенность часто игнорируется, если принято предположение о том, что числа $x^0_{ij} i,=1,2,\dots,m$, являются выборкой из гауссовой (нормальной) генеральной совокупности. Параметр *стандартного отклонения* σ совокупности, $s=\sqrt{s^2}$ - выборочное стандартное отклонение (оценка σ) характеризует степень изменчивости x - переменной ($x=x^0-x_{cp}$), z - переменная $z=(x^0-x_{cp})/s$. $x^0 = x_{cp} + zs$ - разложение измеренного значения x^0 на компоненты. После нелинейного случайного преобразования случайного числа x_{ij} вида x_{ij}/s_j , получается новое случайное число $z_{ij}=x_{ij}/s_j$ с неизвестным законом распределения, но хорошо интерпретируемое содержательно: $z_{ij}=x_{ij}/s_j$ означает количество стандартных отклонений s_j , содержащихся в числе x_{ij} . Возможно, в будущем, исследователи определят аналитическую формулу такой случайной величины, равной частному от деления 2-х зависимых случайных величин. Но на сегодняшний день не установлен закон распределения случайного числа $z_{ij}=x_{ij}/s_j$. Поэтому мы пока утверждаем, что закон распределения случайного числа $z_{ij}=x_{ij}/s_j$ неизвестен. Осталось «вспоминание» о гауссовом законе распределения генеральной совокупности, выборка из которой преобразовалась посредством случайного преобразования в другую выборку из другой генеральной совокупности, но с неопределенным законом распределения и с неопределенной функцией плотности распределения. Для оценки плотности функции распределения применяют один из способов оценки эмпирической функции плотности распределения по доступной выборке.

Поясним почему переменные случайны в матрицах $R_{4,4}, C_{44}, \Lambda_{44}$. и неизвестны их законы распределения вероятностей. Так как произвольная измеримая функция (случайная

величина) представляет собой функцию, определенную на вероятностном пространстве, то условие измеримости статистики $R_{4,4}$ означает, что эта функция является случайной величиной, т.е. определены вероятности попадания ее элементов в интервалы на прямой. В ПМ ГК, ОМ ГК вычисляют статистики-матрицы $R_{4,4}, C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4}$. Причем в ПМ ГК, если имеем выборку $Z_{16,4}$, то можно не вычислять матрицы $R_{4,4}, C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4}$. Их существование доказано [6] и можно всегда предполагать их (матриц) существование, что изображается схематично: $Z_{16,4} \Rightarrow (R_{4,4}, C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4})$. Содержательный аспект понятия «статистика», отличающую его от прочих случайных величин, зависящих от выборки, заключается в том, что эта функция не зависит от неизвестных параметров (например, от матрицы Σ) функции распределения, т.е. мы можем по имеющимся в распоряжении данным $X^0_{16,4}$ найти значения элементов $R_{4,4} (C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4})$ этой функции, а следовательно - основывать на этом значении $R_{4,4} (C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4})$ оценки и прочие статистические выводы.

Для нашей цели необходимо иметь 2 объекта (статистики-матрицы) Λ_{44} и C_{44} . они являются входными объектами ОМ ГК варианта 1 (стр.95-96,103-109,186,189-191) и вычисляются в ПМ ГК: $Z_{16,4} \Rightarrow (R_{4,4}, C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4})$.

Модельные (C_{44}, Λ_{44}) -выборки $Z^{(t)}_{16,4} = Y^{(t)}_{16,4} C^T_{44}$, $t=1, \dots, k < \infty$, являются ассоциированными решениями обратной задачи анализа главных компонент (ОЗ АГК) для решений прямой задачи анализа главных компонент (ПЗ АГК) $Y^{(t)}_{16,4}$, $t=1, \dots, k < \infty$. По теореме из работ [7,8] решение $Y_{16,4}$ из ПЗ АГК равно одному из решений $Y^{(t)}_{16,4}$ из ОЗ АГК. Одному и единственному решению $Y_{16,4}$ (получаемой из реальной выборки $Z^{real}_{16,4}$) из ПЗ АГК соответствуют бесконечное множество ассоциированных решений $Z^{(t)}_{16,4} = Y^{(t)}_{16,4} C^T_{44}$, $t=1, \dots, k < \infty$, из ОЗ АГК [7,8]. А для моделирования (C, Λ) -выборки $Z^{(t)}_{16,4}$, $t=1, \dots, k < \infty$, применяем программу IMPC1 [1, стр. 186, 189-191; 7], реализующую ОМ ГК (вариант 1): $(\Lambda_{4,4}, C_{4,4}) \Rightarrow (R_{4,4}, Y^{(t)}_{16,4}, Z^{(t)}_{16,4})$, $t=1, \dots, k < \infty$. Технологию моделирования искусственных данных, адекватных реальным, иногда называют «Виртуальной лабораторией» [9].

Модельная адекватность (C, Λ) -выборки реальной многомерной выборке. Мы рассматриваем в качестве объекта таблицу данных. Их значения подвержены случайным изменениям. Рост студента является практически постоянной в течение суток (вечером рост человека на несколько миллиметров ниже, чем утром), а характеристики «вес» (из-за разных выделений), «возраст», «калории» (из-за потребляемого разнообразия пищевых

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

продуктов) подвержены разной степени изменчивости. Поэтому приведенные фактические данные верны, условно говоря, на момент времени $t=0$, при $t>0$ они принимают другие значения, например, приведенные в таблице 2 модельные значения. Вычисленные в ПМ ГК, в ОМ ГК и используемые далее матрицы $\Lambda_{4,4}, C_{4,4}, R_{4,4}, Y_{16,4}, Z_{16,4}^{(i)}$ являются случайными. Векторные статистики, объединенные в спектр $\Lambda_{44}=\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_4)$, в матрицу собственных векторов C_{44} , вычисляются для корреляционной матрицы R_{44} : $R_{44}C_{44}=C_{44}\Lambda_{44}$. Это - результат решения прямой спектральной задачи (ПЗ) диагонализации выборочной корреляционной матрицы $R_{44}=R_{44}^T$ ($R_{44}=>(C_{44}, \Lambda_{44})$). Далее решаем прямую задачу анализа главных компонент (ПЗ АГК) и вычисляем матрицу главных компонент $Y_{16,4}=Z_{16,4}C_{44}$ для 4 z-переменных из стандартизированной выборки $Z_{16,4}$ с выборочной корреляционной матрицей $R_{44}=(1/16)Z_{16,4}^T Z_{16,4}$. Соот ветствующая этой ПЗ АГК модель называется прямой моделью главных компонент (ПМ ГК) [1, стр.91-92;7;8]: $Z_{16,4}=>(R_{4,4}, C_{44}, \Lambda_{44}, Y_{16,4})$. ПМ ГК, в основе которой лежит решение ПЗ, описаны в [1,2,5,6,7,8]. В обратной задаче симметризации известной диагональной матрицы $\Lambda_{44}=\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_4)$ известной или неизвестной корреляционной матрицы $R_{44}=R_{44}^T$ для получения множества выборок с заданными значениями их статистик. Эти статистики выбраны в качестве входных объектов в ОМ ГК, т. е. стали параметрами. Таким образом введенное понятие *параметра множества выборок*, а не параметра генеральной совокупности. отличается от соответствующего неизвестного параметра теоретической статистической совокупности, с неизвестной функцией распределения. Ниже мы статистики C_{44}, Λ_{44} выбрали в качестве входных параметров и моделируем (С,Λ)-выборки, модельно адекватных реальной (С,Λ)-выборке.

Моделирование данных, адекватных реальным данным. В качестве входных величин мы будем рассматривать:

а) средние арифметические, стандартные отклонения значений 4 показателей студентов;

б) собственные числа Λ_{44} и собственные векторы $C_{4,4}$ (Таблица 1) корреляционной матрицы R_{44} , вычисленной по значениям $Z_{16,4}^{\text{real}}$.

Полученная после моделирования таблица (матрица) $Z_{16,4}$ преобразуется в выборку $X_{16,4}^0=[Z_{16,4}+I_{16,1}x_{1,4}^{\text{cp}}], x_{1,4}^{\text{cp}}=(x_1^{\text{cp}}, \dots, x_4^{\text{cp}}), I_{16,1}=(1, \dots, 1)^T$, цифровых модельных данных (таблица 2).

Средний рост студентов равен 175,6250 см., средний вес их равен 62,5 кг., средний возраст равен 21,3125 лет, а среднее количество калорий, потребляемых ими (16 студентами) равно 1976,8540 калорий. Это-так называемые ожидаемые значения показателей для наших объектов-студентов 3 курса. Для других объектов, например, баскетболистов, лилипутов значения средних будут другими. Степень изменчивости значения одного показателя (удаленность их друг от друга) оценим величиной стандартного отклонения, равного квадратному корню от значения дисперсии. Значения этих величин следующие:

для показателя «рост» его стандартное отклонение равно $s_1 = 8,3731$, для показателя «вес» его стандартное отклонение равно $s_2 = 6,9462$, для показателя «возраст» его стандартное отклонение равно $s_3 = 0,8455$, для показателя «к-во калорий» его стандартное отклонение равно $s_4 = 148,8840$.

Наиболее изменчивым является показатель «калории» («количество калорий», что естественно: он зависит от 3-х предыдущих показателей. Его изменчивость суммируется из их изменчивостей. Точно смоделировать этот показатель трудно. Легче всех будет проведено моделирование 16 значений показателя «возраст» ($s_3 = 0,8455$). Рисунки 1-4 визуальнo иллюстрируют это. Цифровые адекватности достигнуты за счет модельной адекватности: собственные структуры-матрица собственных векторов $C_{4,4}$ и собственные числа $\Lambda_{44}=\text{diag}(2.8023, 0.9286, 0.2691, 0.000)$ равны у модельной и реальной выборке.

Таблица 1

Матрица собственных векторов $C_{4,4}$.

0,5286	0,2460	-0,7728	0,2507
0,5695	0,0118	0,5817	0,5807
-0,2195	-0,9610	-0,1654	-0,0301
0,5899	0,1259	0,1925	-0,7740

В результате наших расчетов мы смоделировали таблицу данных, весьма похожую

по цифровым значениям на фактическую таблицу.

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

Таблица 2

Реальные и модельные данные.

Модельные данные					Фамилия, имя, отчество	Фактические данные			
Рост	Вес	возр	Калории	№		Рост	Вес	возр	Калории
171	50	20	1764,25	1	Катибаев Абылай	170	50	22	1738,75
171	67	22	2024,08	2	Оразбайев Жандос	174	64	21	1993,75
176	62	20	1973,49	3	Мурзагалиев Даулет	176	60	21	1940,95
190	71	23	2178,77	4	Нурланов Ерасыл	190	73	21	2230,63
178	69	22	2088,93	5	Самыкжанов Жарас	180	67	23	2062,87
179	60	20	1967,49	6	Рахимов Ринат	178	63	22	1993,87
186	65	21	2077,56	7	Еркинулы Нургалым	185	65	21	2073,19
161	57	21	1800,99	8	Батыров Аманбай	160	50	21	1687,99
182	75	20	2212,81	9	Акжолтаев Улан	183	75	22	2215,63
161	57	22	1810,39	10	Абдыкадыров Айдар	160	55	20	1775,23
170	56	22	1830,31	11	Ни Павел	170	70	23	2053,51
181	60	22	1971,11	12	Тлевалды Баратжан	182	60	21	1975,51
188	75	22	2238,12	13	Еркинулы Нурганым	185	65	21	2073,19
170	58	22	1866,98	14	Оспанов Адилет	170	58	21	1874,23
179	63	21	2010,04	15	Арипжанов.Дильмурат	177	65	20	2033,95
168	55	21	1814,36	16	Камуков Айбек	170	60	21	1906,39

Нам важно визуально показать цифровую адекватности (легко воспринимаемых студентами) измеряемых величин, а гистограммные адекватности эмпирических функций плотностей распределения автоматически следуют из цифровой адекватности. Как видно из Рисунков 1,2,3,4 модельные данные (Таблица 2, столбцы слева) практически адекватны на фактические данные (Таблица 2, столбцы справа).

Сценарий расчетов по программам ПМ ГК и ОМ ГК. Для определения собственных чисел и собственных векторов использовалась программа DMPCF (direct model of the principal component analysis). Для моделирования модельной (искусственной) таблицы данных использовалась подпрограмма IMPC1. Эти программы входят в состав ППП «Спектр» [10].

Подпрограмма IMPC1 (ОМ ГК 1-го из 3-х вариантов), использованная нами, численно решает нашу задачу. Обращение к ней:

CALL IMPC1(16,4,V0,U,Z,C,VL,Q,T,P,NRP)
где входные параметры (16,4,V0,U,Z,C,VL,Q,T,P,NRP): 16 – число студентов, 4 – число показателей, массив V0 – матрица, куда

помещаются случайные числа, генерируемые датчи ком случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0,1]$, U – массив, где будут находиться декоррелированная выборка $U_{16,4}$ с единичной корреляционной матрицей, Z – массив, где будут находиться модельная выборка Z_{mn} , C – матрица собственных векторов $C_{4,4}$, VL – вектор собственных чисел корреляционной матрицы $R_{4,4}$. Массивы Q,T,P – внутренние рабочие массивы, NRP – имя процедуры-функции, генерирующей псевдослучайные числа, равномерно распределенные на отрезке $[0,1]$, т е имя базового датчика случайных чисел, преобразуемых в ОМ ГК в –выборку $Z^{(t)}_{16,4}$.

Цифровая адекватность (С,Λ)-выборок реальной многомерной выборке. Для визуализации адекватности значений модельных значений показателей роста студентов от фактически измеренных значений роста приведем их Графики динамик модельных и фактически измеренных значений показателей «рост», «вес», «возраст», «количество калорий» приведены на Рисунках 1,2,3,4.

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



Рисунок 1- Значения модельных и фактически значений показателя «рост».

Здесь средний рост студентов равен 175,6250см., а стандартное отклонение показателя «рост» равно $s_1=8,3731$. Графики динамик модельных и фактически измеренных

значений показателей «вес», «возраст», «количество калорий» приведены на Рисунках 2,3,4.



Рисунок 2 - Значения модельных и фактически значений показателя «вес».

Здесь средний вес равен 62,5 кг., и для показателя «вес» его стандартное отклонение равно $s_2=6,9462$.

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	



Рисунок 3 - Значения модельных и фактически значений показателя «возраст».

Здесь средний возраст равен 21,3125 лет, а для показателя «возраст» его стандартное отклонение равно $s_3 = 0,8455$.

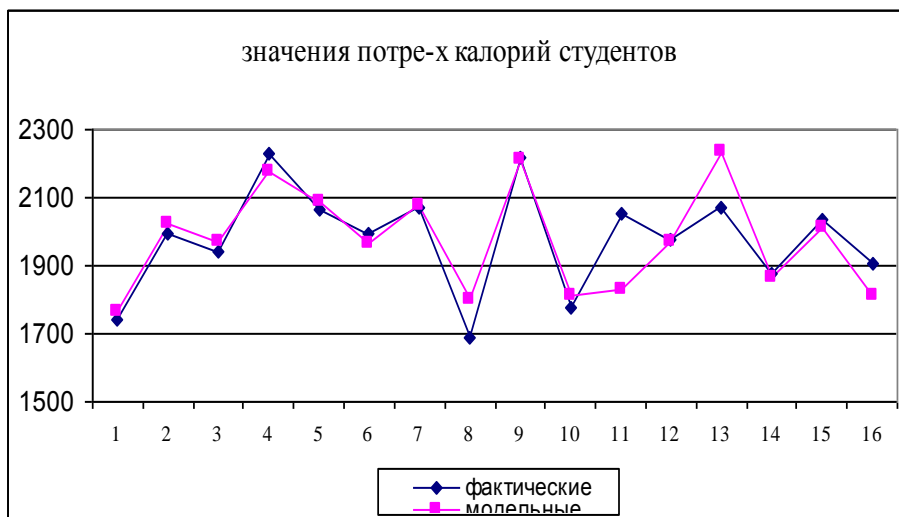


Рисунок 4 - Значения модельных и фактически значений показателя «количество калорий».

Здесь среднее количество калорий, потребляемых ими (16 студентами) равно 1976,8540 калорий, а для показателя «количество калорий» его стандартное отклонение равно $s_4 = 148,8840$.

Далее в (C, Λ) -выборка преобразуется при помощи своих средних 175.6250, 62.5000, 21.3125, 1976.8540 и стандартных отклонений 8.3731, 6.9462, 0.8455, 148.8840 в модельную выборку, адекватную реальной выборке.

Мы используем наиболее устойчивой статистикой (параметром) многомерной выборки

$Z_{16,4}$ является не матрица R_{nn} коэффициентов корреляции, а спектр последней $\Lambda_{4,4} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_4)$. Три ненулевых собственных чисел и 4 собственных векторов $c_j = (c_{1j}, c_{2j}, \dots, c_{4j})^T$, образующих ортогональную матрицу $C_{44} = [c_1 | c_2 | \dots | c_4]$, согласованную со спектром Λ_{44} таким образом, что

$$RC = CA, C^T C = CC^T = I_{44}, \Lambda_{44} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_4), \\ \text{diag}(R_{44}) = (1, \dots, 1), \text{tr}(R_{44}) = 1 + 1 + \dots + 1 = \text{tr}(\Lambda_{44}) = \\ = \lambda_1 + \dots + \lambda_4 = 4,$$

дали нам искомые адекватности.

Impact Factor:

ISRA (India) = 1.344	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.234	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 1.042	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 2.031	

Визуальная адекватность цифровых значений реальной j -ой переменной и модельной j -ой переменной ($j=1, \dots, 4$) свидетельствует о высокой степени адекватности применяемой нами модели (рисунки №1,2,3,4) для моделирования высококоррелированных 1-мерных переменных из реальной выборки.

Гистограммная адекватность (С,Λ)-выборки реальной многомерной выборки следует из цифровой адекватности (С,Λ)-выборки реальной многомерной выборки. Каждый интервал оси интервалов гистограммы содержит одинаковое число как модельных, так и реальных значений j -ой 1-мерной переменной. Если значения разности между i -ми значениями реальной и модельной переменной не превосходят длины шага разбиения оси интервалов гистограммы. Это выполнимо для всех процедур [11].

Выводы

Для проверки адекватности реальной и модельной (С,Λ)-выборки мы применили для сравнения 2 способа:

а) модельный, при котором матрицы $R_{44}, C_{44}, \Lambda_{44}$ ($R_{44}C_{44}=C_{44}\Lambda_{44}$) одинаковы у сравниваемых (С,Λ)-выборки;

б) найденные 4 гистограммные оценки эмпирических функций плотностей распределения 4-х зависимых 1-мерных

случайных модельных переменных из модельной (С,Λ)-выборки $Z^{(0)}_{16,4}$, адекватны 4 оценкам эмпирических функций плотностей распределения 4-х зависимых 1-мерных случайных реальных переменных из реальной (С,Λ)-выборки $Z^{real}_{16,4}$ из ОГГК.

Мы пытаемся решить обратную задачу. Обычно решают прямую задачу: по известной многомерной функции распределения случайного вектора $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ найти распределение каждой из его компонент. Мы решаем обратную задачу: при неизвестной многомерной функции распределения случайного вектора $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ найти 1-мерное распределение каждой из 4-х зависимых компонент $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$. Решить эту обратную задачу, т.е. восстановить совместное эмпирическое распределение вектора $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ по эмпирическим распределениям 4-х зависимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$, вообще говоря, невозможно. Однако эту задачу можно решить, если рассматривать независимые случайные величины $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$, образующие случайный вектор $\eta=(\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)C_{44}$ при 16 реализациях которого имеем выборку-вышеуказанную матрицу главных компонент $Y_{16,4}$, где C_{44} -неизвестная матрица собственных векторов (ее оценкой служит матрица C_{44}) неизвестной теоретической корреляционной матрицы Σ_{44} , существование которой мы предполагаем априори.

References:

1. Zhanatauov SU (2013) Obratnaya model' glavnykh komponent. – Almaty: Kazstatinform, 2013. - 201 p.
2. Fursov VG (2013) Innovatsionnaya napravlenost' nauchnogo issledovaniya (retsenziya na monografiyu Zhanatauova S.U. «Obratnaya model' glavnykh komponent». – Almaty: Kazstatinform, 2013. - 201 p.). Vestnik KazNTU, №1, pp. 370-373.
3. Mifflin MD, St Jeor ST, Hill LA, Scott BJ, Daugherty SA, Koh YO (1990) "A new predictive equation for resting energy expenditure in healthy individuals". The American Journal of Clinical Nutrition. 51 (2): 241–7. PMID 2305711.
4. Roza AM, Shizgal HM (1984) "The Harris Benedict equation reevaluated: resting energy requirements and the body cell mass". The American Journal of Clinical Nutrition. 40 (1): 168–82. PMID 6741850.
5. Zhanatauov SU (1987) The inverse problem of the principal component analysis// Proc.of the 1-st World Congress of Soc. Math. Statist. and Probability Theory of Bernoulli. - Utrecht, 1987. - pp.116-119.
6. Hotelling H (1933) Analysis of a complex of statistical variables into principal components. – J. Educ. Psychol., 1933, vol.24, pp. 417-441, pp. 498-520.
7. Zhanatauov SU (2014) Teorema-kriteriy ravenstva resheniy pryamoy i obratnoy zadach analiza glavnykh komponent. Evraziyskiy soyuz uchenykh. X mezhd. konf. «Sovrem. kontseptsii nauchnykh issled.». Moscow, 27-30 dekabrya 2014. pp. 55-58.
8. Zhanatauov SU (2013) The criterion of equality of solutions of the direct and inverse problems of the principal component analysis. «Seattle-2013: 4th International Academic Research Conference on Business, Education,

Impact Factor:

ISRA (India)	= 1.344	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	PIHII (Russia)	= 0.234	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 1.042	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 2.031		

- Nature and Technology». 4-5 November 2013, pp.447-449.
- Zhanatauov SU (2011) Virtual'naya laboratoriya. Mater. Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konf «Innovatsii v nauke-puti razvitiya» – Cheboksary: 2011. - pp.33-44.
 - Zhanatauov SU (1988) O funktsional'nom napolnenii PPP “Spektr”. Sitemnoe modelirovanie - 13 . - Novosibirsk , 1988, pp.3-11.
 - Shepel' VN, Akimov SS (2014) Modernizatsiya metoda gistogramm dlya vyyavleniya prinadlezhnosti neizvestnogo massiva dannykh opredelennomu zakonu raspredeleniya veroyatnostey. Vestnik OGU №9, 2014, pp. 179-181.

