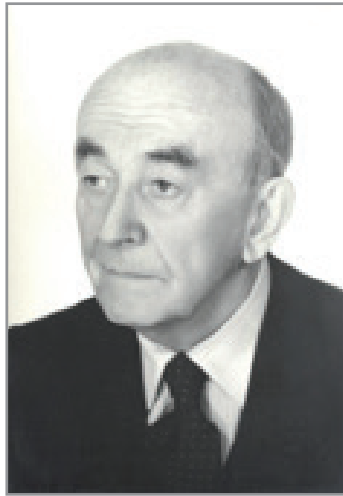


## Vilko Niče (1902. – 1987.)



### Sažetak

Vilko Niče (Grubišno Polje, 1902. – 1987., Zagreb) najveći je geometričar-sintetičar 20. stoljeća u Hrvatskoj, ali i na području bivše SFRJ. Njegova biografija i bibliografija zainteresiranima je dostupna u pisanom i elektroničkom obliku te se ovdje ne navodi. U prvom dijelu članka dane su osnovne smjernice i upute o dostupnosti članaka o Ničeju kao osobi, ali i o dostupnosti njegovih znanstvenih radova i autorskih knjiga. Nadalje, članak se bavi subjektivnim impresijama o Ničeju kao znanstveniku, pedagogu, prijatelju, gospodinu. Sve svoje znanstvene radove Niče je obrađivao jedinstvenom, sintetičkom metodom i u tome ga još nitko nije nadmašio. S obzirom na metodu istraživanja, imao je mnogo sljedbenika u bivšoj državi, koje zovemo *ničeovcima*.

U drugom i trećem teoremu, u drugom dijelu ovoga članka, najbolje se ilustrira *Ničeova* metoda u geometriji. Steinerova deltoida jedna je od najčešće obrađivanih ravninskih krivulja u geometriji. U ovom se članku sintetičkom i konstruktivnom metodom do nje dolazi na posve originalan način preko leptirovih teorema, koji se dovode u vezu s krivuljom središta u pramenu konika. Dokazuje se da je krivulja središta u pramenu ortogonalnih hiperbola kružnica te da sve asimptote tih hiperbola opisuju deltoidu.

**Ključne riječi:** sintetička geometrija; pramen konika; leptirova krivulja; leptirova omotaljka; Steinerova krivulja.

O Vilku Niču pisali su i govorili njegovi štovatelji i sljedbenici: akademik Stan-ko Bilinski, Vlasta Ščurić-Čudovan, Branko Kučinić, Ana Sliepčević, a sve do sada napisane i izgovorene detalje o njegovoj biografiji i bibliografiji vrlo precizno sa-  
kupila je docentica Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu Sonja Gorjanc u članku *Stogodišnjica rođenja Vilka Ničea*, KoG No. 6, (2002), 3-10. U bibliografskom smislu dobro je posjetiti mrežnu adresu [http://master.grad.hr/hdgg/html\\_biblio/nice.htm](http://master.grad.hr/hdgg/html_biblio/nice.htm), zahvaljujući kojoj je moguće u svakom trenutku na svakom kompjutoru pročitati bilo koji od njegovih brojnih radova. Stoga ću ovom prilikom biti subjektivna i iznijeti svoja sjećanja na po mnogima najvećega hrvatskog geometričara 20. stoljeća, koji je rođen 1902. u Bjelovarsko-bilogorskoj županiji, u Grubišnome Polju, a umro 1987. u Zagrebu.

### 1. Impresije o znanstveniku, pedagogu, prijatelju, gospodinu...

Profesora Vilka Ničea upoznala sam u jesen 1970., kada sam se došla interesirati za mjesto asistenta na predmetu Nacrtna geometrija kod tada mladog docenta Branka Kučinića na Katedri za opće teoretske predmete na netom formiranom samostalnom Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. (Usput, neka se zna da je i profesor B. Kučinić (1936. – 2008.) bio bjelovarski đak!) Kada sam početkom godine 1971. izabrana za asistenta i kad sam počela raditi na Građevinskom fakultetu, profesor Niče bio je upravo toliko star kao što sam ja danas.

U svojim ranim radnim danima uspjela sam čuti jedno jedino njegovo predavanje na Seminaru za geometriju, a prve dojmove o njemu stjecala sam u nekoliko susreta na Katedri za nacrtnu geometriju AGG fakulteta. Pravi su se dojmovi o tom velikanu urezivali u moju memoriju godinama nakon njegova odlaska u mirovinu, pa i nakon smrti zahvaljujući pričama starijih kolega i kolegica koji su desetljećima s njim surađivali kako u nastavi tako i znanstveno. Sve su te priče bile pune ljubavi i hvalospjeva ne samo o vrsnom geometričaru i vrhunskom nastavniku nego o prijatelju, gospodinu i velikom čovjeku. Ponešto o tim dojmovima reći ću u ovom izlaganju.

Moj radni vijek počeo je i završio s Nacrtanom geometrijom, baš kao i Ničeov, a prvi udžbenik kojim sam se služila bio je upravo Ničeovo djelo. Kada sam se kasnije susrela s njegovim znanstvenim radovima, osjetila sam bliskost sa *sintetičkom geometrijom* i „ničevskim“ načinom istraživanja. Iako se metodama sintetičke geometrije misaono dolazi vrlo elegantno do genijalnih zaključaka, mukotrpan je put do objave znanstvenih rezultata. Kažu da je Niče bio „okorjeli sintetičar“, a ja bih se sigurno mogla svrstati danas u njegovu vrstu po načinu znanstvenog istraživanja odmah iza njegovih najdosljednijih sljedbenica profesorica Ljerke Dočkal-Krsnik i Vlaste Ščurić-Čudovan. To što nisam tu metodu napustila do danas može shvatiti samo geometričar - sintetičar „ničevskog tipa“.



**Slika 1.** Naslovnice dviju knjiga

U Ničeovo vrijeme malo se tko laćao sintetićke metode kojoj su osnovni istraŹivaćki „instrumenti“ bili logićno razmišljanje, sposobnost zamišljanja prostornih odnosa i pridruŹivanja geometrijskih tvorevina i rezultata tih pridruŹivanja. Nakon misaono donesenih zakljućaka slijedila je konstrukcija rezultata ravnalom i šestarom na papiru, Źto je bila konstruktivna potvrda ispravnosti u maŹti donesenih zakljućaka. Znanstveni se rad u tom podrućju postizao uz nekoliko bitnih uvjeta:

1. Da biste imali istraŹivaćku ideju, morali ste biti vrstan geometrićar-sintetićar s bogatom geometrijskom maŹtom.

2. Trebalo je razraditi ideju i doći do naslućenog rezultata iskljućivo logićnim razmišljanjem i zamišljanjem.

3. Prikaz rezultata, odnosno geometrijsku konstrukciju svega zamišljenoga moralo je biti moguće izvesti ravnalom i šestarom na papiru.

4. Postupak tuŹiranja rezultata u svrhu njihova objavljivanja bio je iscrpljujući i zahtijevao je vrhunsku preciznost i strpljenje.

Treba li se onda pitati zaŹto su konstruktivna geometrija i sintetićka metoda godinama bile zanemarivane i njima su se bavili tek malobrojni zanesenjaci poput Nićea? Prednost u znanstvenom istraŹivanju u geometriji imale su analitićka, algebarska, diferencijalna metoda.

I uza sve spomenute poteŹkoće, Niće je uspio napisati Źest udŹbenika, priručnika i monografija te 71 znanstveni rad, po ćemu je postao poznat i cijenjen daleko izvan domovine! Uspio je biti mentorom na većem broju magisterija i doktorata di-

ljem bivše SFRJ. Gdje bi mu bio kraj da se kompjutor pojavio u njegovo vrijeme i da je mogao tipkanjem po tipkovnici prenositi svoje ideje na stroj koristeći se jednim od danas brojnih geometrijskih programa? Najmučniji dio geometrijskog prikaza rezultata na papiru u trenu bi obavio printer!

Koristim se ovom prilikom da naglasim da, zahvaljujući svim savršenim tehničkim mogućnostima koje nam danas stoje na raspolaganju, moramo i dalje inzistirati na oživljavanju sintetičke metode u geometriji uvodeći mlade znanstvenike u to područje. Kako je razmišljao Niče i kako se sintetičkom metodom dolazi do rezultata, najbolje ilustrira sljedeći članak.

## 2. Ničevom metodom do Steinerove krivulje u pramenu konika

### Sažetak

Steinerova krivulja (deltoida) je jedna od najčešće obrađivanih ravninskih krivulja u geometrije. U ovom se članku sintetičkom i konstruktivnom metodom do nje dolazi na posve originalan način preko leptirovih teorema koji se dovode u vezu s krivuljom središta u pramenu konika.

**Ključne riječi:** pramen konika, leptirova krivulja, leptirova omotaljka, Steinerova krivulja.

### 1. Uvod

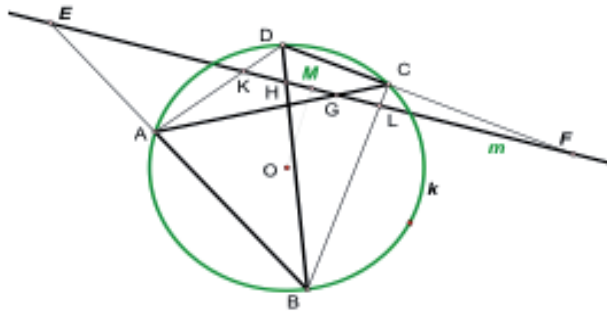
U ovom se članku citira samo jedan teorem (teorem 1.) iz mnoštva objavljenih članaka o tzv. leptirovoj točki četverokuta oblika leptira upisanog u kružnicu [4], koji je autorici bio pokretač za istraživanje i objavljivanje nekoliko kompleksnijih znanstvenih radova o toj temi, od kojih navodim [2] i [3]. Radovi [2] i [3] obrađeni su isključivo sintetičkom metodom („Ničeova metoda“) koja se pokazala vrlo inspirativna i upotrebljiva u smislu postizanja novih ideja koje su dovele do novih, originalnih rezultata. Pokazalo se da je, uz dobro poznavanje sintetičke geometrije i puno volje za znanstveno istraživanje, u realnoj projektivnoj ravnini još uvijek moguće dobiti nove originalne rezultate. Dokazuju to i dva nova teorema (teorem 2. i teorem 3.) u teoriji konika koji slijede, a koji su inicirani poopćenim teoremima o leptiru iz [3].

### 2. O leptirovoj točki, leptirovoj krivulji i omotaljki leptirovih pravaca

Autor članka [4] iz kojega se navodi sljedeći teorem 1. je profesor emeritus Vladimir Volenec, kojega se ovom prilikom spominje i kao istaknutu osobu rođenu u Bjelovarsko-bilogorskoj županiji (Donji Sređani kod Daruvara),

**Teorem 1.**

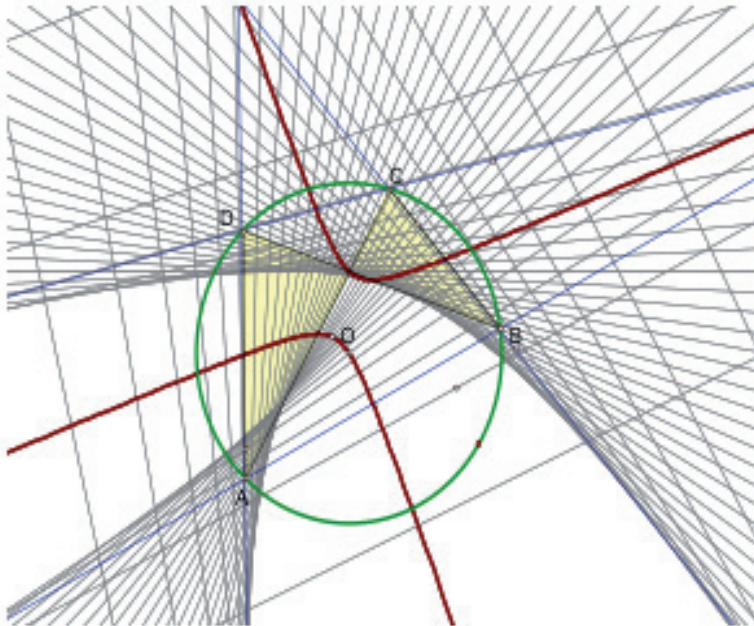
Neka su  $A, B, C, D$  četiri točke na kružnici  $k$  sa središtem  $O$  i neka je  $M$  ortogonalna projekcija točke  $O$  na neki pravac  $m$ . Ako je  $M$  polovište dviju točaka  $E = m \cap AB$  i  $F = m \cap CD$ , tada je  $M$  polovište točaka  $G = m \cap AC$  i  $H = m \cap BD$  i točaka  $K = m \cap AD$  i  $L = m \cap BC$  (sl.2).



**Slika 2.** Leptirova točka četverokuta  $ABCD$

Ovaj zanimljivi teorem i mnoga njegova poopćenja dokazivan je najrazličitijim matematičkim metodama. No, geometričar-sintetičar koji razmišlja „ničevski“, obavezno si postavlja pitanje konstrukcije točke  $M$  sa spomenutim svojstvom za zadani četverovrh. Odgovor na to pitanje i više od toga rezultirao je radovima [2] i [3]. U radu [2] dokazano je da za neku figuru leptira upisanu u kružnicu postoji beskonačno mnogo točaka sa svojstvom iz teorema 1. Sve takve točke nalaze se na pravokutnoj hiperboli. Pokazuje se nadalje da se krivulja leptirovih točaka poklapa s krivuljom središta u pramenu konika koji je zadan temeljnim točkama  $A, B, C, D$ , tj. takozvanom konikom 9 točaka četverokuta  $ABCD$ . U radu [3] dokazuje se poopćenje teorema o leptirovoj krivulji u smislu da on vrijedi za svaki pramen konika s temeljnim točkama  $A, B, C, D$  koje ne leže nužno na kružnici. Rezultat je to nove konstrukcije leptirove točke opisan u [3]. Ovisno o položaju temeljnih točaka pramena konika, pripadne leptirove točke se nalaze na hiperboli, elipsi, paraboli ili paru ukrštenih pravaca. U [3] se još dokazuje i teorem koji tvrdi da svi leptirovi pravci  $m$  sa sl.1, na kojima se nalaze leptirove točke nekoga pramena konika omataju kvartiku 3. razreda. Takva omotaljka leptirovih pravaca konstruirana je samo za slučaj leptira na kružnici i u tom slučaju ona ima jedan realan uz dva konjugirano imaginarna šiljka. Na slici 3 prikazana je leptirova hiperbola i pripadna kvartika leptirovih pravaca za pramen konika koji sadrži kružnicu.

Geometričar „ničevskog“ tipa primijetio bi da su u članku [3] ostala neodgovorena sljedeća pitanja: 1. Kako izgleda omotaljka leptirovih pravaca u općenitom pramenu konika u kojemu krivulja leptirovih točaka ima oblik opće hiperbole, odnosno elipse, odnosno parabole? 2. Postoji li takav pramen konika u kojemu će krivulja leptirovih točaka biti kružnica? 3. Što se može reći o omotaljki leptirovih pravaca u tom slučaju? Tekst koji slijedi i teoremi 2. i 3. odgovaraju na ta pitanja.



**Slika 3.** Leptirova hiperbola i pripadna kvartika leptirovih pravaca za pramen konika koji sadrži kružnicu

Budući da se krivulja leptirovih točaka podudara s krivuljom središta za isti temeljni četverovrh pramena konika, postavlja se pitanje kako postaviti temeljne točke  $A, B, C, D$  pramenu konika da bi njegova krivulja središta bila opća hiperbola, elipsa, odnosno parabola, a kako da ona bude kružnica. Odgovor na sve daje involucija, koju na beskonačno dalekom pravcu ravnine odsijeca zadani pramen konika. Dvostruke točke te involucije središta su dviju parabola iz toga pramena. Dakle, ako pramen sadrži dvije realne parabole, konika središta bit će hiperbola, koja je ortogonalna u slučaju kada zadani pramen sadrži kružnicu (sl. 3). Ako pramen konika sadrži samo jednu parabolu, tada je i njegova krivulja središta parabola, a ako pramen sadrži samo hiperbole, a niti jednu realnu parabolu niti elipsu, krivulja središta

je elipsa. Da bi krivulja središta bila kružnica, nužno je da spomenuta involucija na beskonačno dalekom pravcu bude cirkularna ili apsolutna. Stoga vrijedi sljedeći teorem.

### Teorem 2.

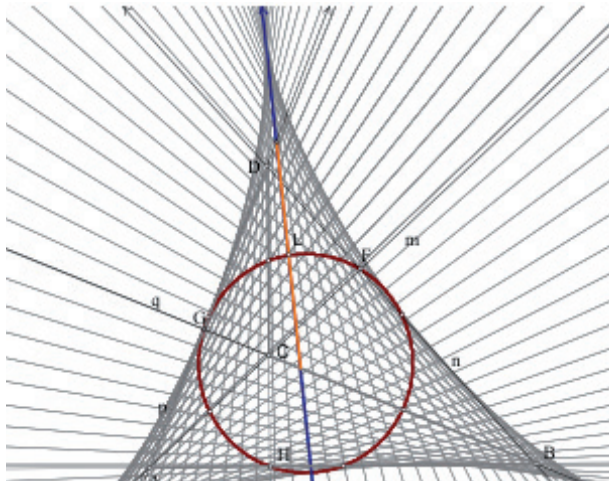
Krivulja središta (odn. leptirovih točaka) u pramenu ortogonalnih hiperbola jest kružnica (sl. 4).

### Dokaz.

Neka su u ravnini zadane dvije ortogonalne hiperbole koje se sijeku u točkama  $A, B, C, D$ . Ne smanjujući općenitost, neka to budu dvije degenerirane hiperbole, odnosno dva para ortogonalnih pravaca  $n, m$  i  $p, q$ . Sve konike koje prolaze sjecištima  $A, B, C, D$  bit će ortogonalne hiperbole, koje će na beskonačno dalekom pravcu odsijecati apsolutnu involuciju. Dvostruke točke te involucije apsolutne su točke u kojima dvije imaginarne parabole pramena diraju beskonačno daleki pravac. Primijetimo da su temeljne točke spomenutoga pramena postavljene tako da je svaka od njih ortocentar preostalih triju točaka. Iz svega evidentno slijedi korolar.

### Korolar 1.

Feuerbachova kružnica ili kružnica devet točaka trokuta  $ABC$  (ili  $ABD$ , ili  $ACD$  ili  $BCD$ ) istovjetna je krivulji središta (odnosno krivulji leptirovih točaka) u pramenu konika koji za temeljne točke ima vrhove toga trokuta i njegov ortocentar (sl. 3).



Slika 4. Kružnica središta i omotaljka asimptota u pramenu ortogonalnih hiperbola

Nadalje, iz konstrukcije leptirova pravca u članku [3] zaključuje se da on zapravo predstavlja asimptotu određene hiperbole iz zadanoga pramena, koja još jednu koniku pramena dira u leptirovoj točki. Budući da se i beskonačno daleki pravac može smatrati „asimptotom“ dviju parabola u zadanom pramenu konika, to vrijedi sljedeći teorem.

### **Teorem 3.**

Asimptote hiperbola, odn. leptirovi pravci u pramenu konika omataju krivulju četvrtoga reda trećega razreda kojoj je beskonačno daleki pravac dvostruka tangenta. Dirališta na dvostrukoj tangenti su beskonačno daleke točke dviju parabola danoga pramena.

U slučaju kada se radi o pramenu ortogonalnih hiperbola (teorem 2.) dirališta kvartike na beskonačno dalekoj tangenti padaju u apsolutne točke, te je ona cirkularna. Stoga zaključujemo da vrijedi zanimljivi korolar koji zasigurno upotpunjuje mnogobrojna istraživanja vezana uz deltoиду.

### **Korolar 2.**

Sve asimptote u pramenu ortogonalnih hiperbola omataju Steinerovu deltoиду (sl. 4).

### **Literatura**

- [1] Niče, V.: *Uvod u sintetičku geometriju*, Školska knjiga, Zagreb, 1956.
- [2] Sliepčević, A.: *A New generalization of the Butterfly Theorem*, Journal for Geometry and Graphics 6(2002), No. 1, 61-68.
- [3] Sliepčević, A.: *Eine neue Schmetterlingskurve*, Mathematica Pannonica 16/1(2005), 57-64.
- [4] Volenec, V.: *A generalization of the butterfly theorem*, Mathematical Communications 5(2000), 157-160 157.



## Vilko Niče (1902–1987)

### Summary

Vilko Niče (Grubišno Polje, 1902 – Zagreb, 1987) was the most prominent geometrician-synthesist of the twentieth century not only in Croatia, but also in the territory of the former Socialist Federative Republic of Yugoslavia. His biography and bibliography are available to interested audience in both written and electronic forms; hence, they are not mentioned here. The first part of the paper includes general guidelines and instructions regarding the availability of papers not only on Niče as person, but also on his scientific papers and books. The paper further deals with subjective impressions on Niče as scientist, pedagogue, friend, and gentleman. In all his scientific works, Niče applied a unique, synthetic method; he has remained unrivalled in this regard. Thanks to this research method, in the former state he had many followers, who were referred to as the *ničeovci* (followers of Niče).

The second part of this paper – the second and the third theorem, illustrate best Niče's method in geometry. Steiner's deltoid is one of the most frequently treated plane curves in geometry. In this paper, by applying synthetic and constructive method, it is reached in an entirely original fashion via butterfly theorems, which are brought into connection with the curve of the centroids in the pencil of conics. It has been proved that the curve of the centroids in the pencil of orthogonal hyperboles is a circle, and that all the asymptotes of these hyperboles describe a deltoid.

**Keywords:** synthetic geometry; pencil of conics; butterfly curve; butterfly envelope; Steiner's curve.

Prof. dr. sc. Ana Sliepčević, sveučilišna profesorica u miru  
Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu  
Ul. Fra A. Kačića Miošića 26, HR - 10000 Zagreb  
anasliepcevic@gmail.com