

УДК 536.3.535.34

РАСЧЕТ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА В ТРУБЧАТОЙ ПЕЧИ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ОРДИНАТ

©*Абдуллин А. М.*, SPIN-код: 2852-7982, канд. техн. наук,
Казанский национальный исследовательский технологический университет,
г. Нижнекамск, Россия, *amabdullin@mail.ru*

CALCULATION OF RADIANT HEAT TRANSFER IN A TUBULAR FURNACE BY THE METHOD OF DISCRETE ORDINATES

©*Abdullin A.*, SPIN-код: 2852-7982, Ph.D.,
Kazan National Research Technological University,
Nizhnekamsk, Russia, *amabdullin@mail.ru*

Аннотация. Предложена математическая модель лучистого теплообмена в радиантной камере трубчатой печи, основанная на численном решении интегро–дифференциального уравнения переноса излучения с соответствующими краевыми условиями. Дано подробное описание алгоритма расчетов в S_4 -приближении метода дискретных ординат.

Abstract. A mathematical model of radiant heat transfer in the radiant chamber of a tube furnace is proposed, based on a numerical solution of the integrodifferential equation of radiation transfer with the corresponding boundary conditions. A detailed description of the calculation algorithm in the S_4 -approximation of the method of discrete ordinates is given.

Ключевые слова: радиантная камера, интенсивность излучения, поглощение и рассеяние, поток излучения.

Keywords: radiant chamber, radiation intensity, absorption and dispersion, radiation flux.

Тепловые потоки к реакционным трубам в радиантных камерах трубчатых печей формируются в основном в результате совместного действия лучистого и турбулентного механизмов переноса тепла. Если при относительно низких температурах определяющими являются конвекционные потоки тепла, а также теплопроводность, то при повышении температуры доля лучистой составляющей в общем тепловом балансе топки резко возрастает (пропорционально четвертой степени температуры). При температуре дымовых газов на выходе 940 – 970⁰С более 90 % общего количества теплоты передается трубам посредством излучения от топочного объема и ограждающих поверхностей. Поэтому точность теплового расчета радиантных камер трубчатых печей преимущественно определяется корректностью модели лучистого теплообмена. На формирование тепловых потоков заметное влияние оказывает характер движения продуктов сгорания, которое в основном проявляется через поля температуры и коэффициенты турбулентного переноса.

В радиантных камерах трубчатых печей движение продуктов сгорания можно классифицировать как неизотермический поток в ограниченном пространстве. При этом существенную роль играет рециркуляция продуктов сгорания в камере, перепады давления

газов вследствие их нагрева и охлаждения, а также физико-химические процессы горения топлива.

Рассматривается широко применяемая для переработки углеводородного сырья многосекционная трубчатая печь коробчатого типа. Однорядное расположение горелок и реакционных труб, а также малая ширина радиантной камеры по сравнению с ее высотой и длиной позволяют рассматривать происходящие в таких системах процессы в двухмерной постановке в плоскости XOY, пренебрегая таким образом зависимостью локальных характеристик от третьей координаты (Рисунок 1).

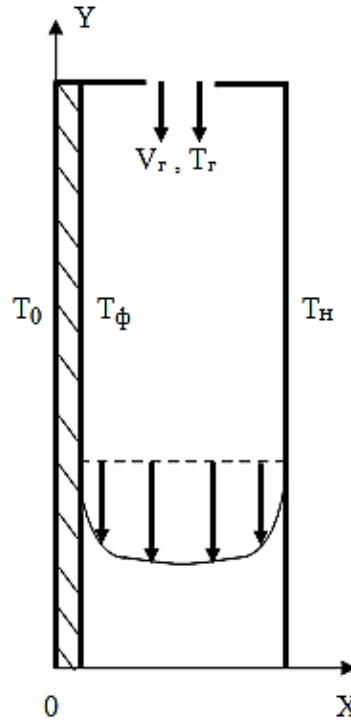


Рисунок 1. Радиантная камера

Модель излучения основывается на так называемом уравнении переноса [1], учитывающем поглощение, рассеяние и собственное излучение изотропной среды:

$$\mu \frac{\partial I_s}{\partial x} + \zeta \frac{\partial I_s}{\partial y} = \alpha I_b - (\alpha + \beta) I_s + \frac{\beta}{4\pi} \int_{4\pi} I_{s'} d\Omega' , \quad (1)$$

где I_s — интенсивность излучения в направлении вектора s , I_b — интенсивность собственного излучения среды, α , β — коэффициенты поглощения и рассеяния среды, $\mu = \cos\varphi \sin\theta$, $\zeta = \sin\varphi \sin\theta$ — направляющие косинусы.

Граничное условие к уравнению (1) для диффузно излучающих и отражающих поверхностей, ограничивающих расчетную область, имеет вид:

$$I_s = \varepsilon I_b + \frac{r}{\pi} \int_{(s'n) \leq 0} I_{s'} \cos(s'n) d\Omega' \quad (2)$$

для таких направлений s , что $(s \cdot n) \geq 0$. Здесь n — вектор внутренней нормали к поверхности, ε , r — соответственно интегральная степень черноты и отражательная способность поверхности.

Уравнение (1) решается численно методом дискретных ординат [2]. В рамках этого метода угловое распределение интенсивности излучения аппроксимируется постоянными значениями вдоль определенного количества выделенных направлений $\{s_m; m=1, N_0\}$ в каждой точке пространства. В случае двумерного поля излучения эти направления задаются набором угловых координат $\{\mu_m, \xi_m; m=1, N_0\}$, равными величине проекций единичного вектора S_m на координатные оси OX и OY соответственно (Рисунок 2). В зависимости от их количества различают S_2 — приближение ($N_0 = 4$), S_4 — приближение ($N_0 = 12$) и другие. Таким образом, уравнение переноса (1) заменяется системой дифференциальных уравнений относительно интенсивностей излучения вдоль каждого из этих направлений. Для системы с изотропным рассеянием она записывается следующим образом:

$$\mu_m \frac{\partial I_m}{\partial x} + \xi_m \frac{\partial I_m}{\partial y} = \alpha I_b - (\alpha + \beta) I_m + \frac{\beta}{4\pi} \sum_{m'=1}^{N_0} I_{m'} w_{m'}, \quad (3)$$

где I_m — интенсивность излучения в направлении, заданном угловыми координатами (μ_m, ξ_m) . Интегральный член в уравнении (1) вычисляется с помощью квадратурной формулы Гаусса. Интенсивности излучения вдоль различных направлений связаны между собой через угловые весовые коэффициенты w_m . Весовой коэффициент w_m численно равен площади на поверхности сферы единичного радиуса, отсекаемой соответствующим направлению (μ_m, ξ_m) телесным углом.

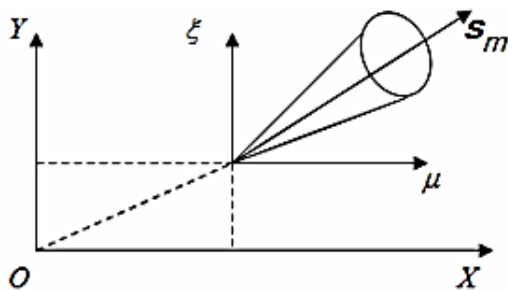


Рисунок 2. Система координат

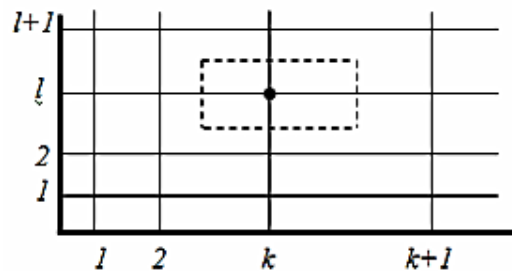


Рисунок 3. Контрольный объем

Граничное условие (2) аппроксимируется следующим образом:

$$I_m = \varepsilon I_b + \frac{r}{\pi} \sum_{m'=1}^{N_0} w_{m'} |\mu_{m'}| I_{m'} \quad (4)$$

на границе $x = 0$ при условии $\mu_m \geq 0$, $\mu_{m'} \leq 0$ и на границе $x = x_0$ при условии $\mu_m \leq 0$, $\mu_{m'} \geq 0$;

$$I_m = \varepsilon I_b + \frac{r}{\pi} \sum_{m'=1}^{N_0} w_{m'} |\xi_{m'}| I_{m'} \quad (5)$$

на границе $y = 0$ при условии $\xi_m \geq 0$, $\xi_{m'} \leq 0$ и на границе $y = y_0$ при условии $\xi_m \leq 0$, $\xi_{m'} \geq 0$.

Значения угловых координат и весовых коэффициентов для S_4 — приближения приведены в Таблице.

Таблица

УГЛОВЫЕ И ВЕСОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ S₄-ПРИБЛИЖЕНИЯ

Номер направления	μ_m	ξ_m	Весовой коэффициент w_m/π
1	-0,33333333	-0,88191710	1/3
2	0,33333333	-0,88191710	1/3
3	-0,88191710	-0,33333333	1/3
4	-0,33333333	-0,33333333	1/3
5	0,33333333	-0,33333333	1/3
6	0,88191710	-0,33333333	1/3
7	-0,88191710	0,33333333	1/3
8	-0,33333333	0,33333333	1/3
9	0,33333333	0,33333333	1/3
10	0,88191710	0,33333333	1/3
11	-0,33333333	0,88191710	1/3
12	0,33333333	0,88191710	1/3

Для получения разностного аналога проинтегрируем уравнение (3) по контрольному объему для точки (k, l) , показанного на Рисунке 3. В результате получаем:

$$\mu_m A_l (I_m^{k+l} - I_m^{k-l}) + \xi_m B_k (I_m^{kl+l} - I_m^{kl-l}) = F_{kl} - \psi_{kl} I_m^{kl} + S_{kl} \quad (6)$$

Здесь F_{kl} и S_{kl} — источниковые члены, учитывающие собственное излучение и рассеяние среды; ψ_{kl} , A_l , B_k — функции координат и оптических свойств:

$$F_{kl} = 4\alpha_{k,l} I_b(T_{k,l}) B_k A_l ; S_{kl} = \frac{B_k A_l \beta_{kl}}{\pi} \sum_{m=1}^{N_0} I_m^{kl} w_{kl} ;$$

$$\psi_{kl} = 4A_l B_k (\alpha_{k,l} + \beta_{k,l}) ; A_l = \frac{1}{2}(Y_{l+1} - Y_l) ; B_k = \frac{1}{2}(X_{k+1} - X_k) .$$

Рассмотрим случай положительных направлений, когда $\mu_m \geq 0$, $\xi_m \geq 0$. Предположим, что

$$I_m^{kl} = \omega I_m^{kl+l} + (1-\omega) I_m^{kl-l} = \omega I_m^{k+l} + (1-\omega) I_m^{k-l} , \quad (7)$$

где ω — интерполяционный коэффициент ($\omega=0,5$). Подставляя выражение (7) в уравнение (6) и делая преобразования, находим прогоночную формулу:

$$I_m^{kl} = \frac{\mu_m A_l I_m^{k-l} + \xi_m B_k I_m^{kl-l} + \omega(F_{kl} + S_{kl})}{\omega \psi_{kl} + \mu_m A_l + \xi_m B_k} \quad (8)$$

Для отрицательных значений μ_m, ξ_m тоже могут быть получены аналогичные выражения. Система алгебраических уравнений (6) решается методом покоординатной прогонки, который можно выразить следующей схемой:

1) задается начальное приближение для интенсивности излучения I_m^{kl} во всех узловых точках конечно-разностной сетки и для всех направлений;

2) по уравнениям (4), (5) вычисляется интенсивность излучения I_m^{kl} на граничных поверхностях;

3) по формуле (8) производится покоординатная прогонка с учетом знака μ_m , ξ_m для всех направлений.

Расчеты продолжают до выполнения условия сходимости:

$$\max \left| \frac{\varphi_{k,l}^{n+1} - \varphi_{k,l}^n}{\varphi_{k,l}^n} \right| \leq \delta ,$$

где δ — заданная малая величина. Объемная плотность энергии излучения:

$$\varphi_{k,l} = \sum_{m=1}^{N_0} w_m I_m^{k,l} .$$

Составляющие вектора плотности результирующего потока излучения определяются по формулам:

$$q_x^{k,l} = \sum_{m=1}^{N_0} \mu_m w_m I_m^{k,l} ; q_y^{k,l} = \sum_{m=1}^{N_0} \xi_m w_m I_m^{k,l} .$$

Список литературы:

1. Абдуллин А. М., Вафин Д. Б. Численное моделирование локального теплообмена в топках трубчатых печей на основе дифференциальных приближений для лучистого переноса тепла // Инженерно-физический журнал. 1991. Т. 60. №2. С. 291-297.
2. Fiveland W. A. Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures // Journal of heat transfer. 1984. V. 106. №4. P. 699-706.

References:

1. Abdullin, A. M., & Vafin, D. B. (1991). Numerical simulation of local heat transfer in furnaces of tube chambers using the differential approximations for radiative heat transfer. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 60(2), 237-242.
2. Fiveland, W. A. (1984). Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures. *Journal of heat transfer*, 106(4), 699-706.

*Работа поступила
 в редакцию 11.09.2018 г.*

*Принята к публикации
 16.09.2018 г.*

Ссылка для цитирования:

Абдуллин А. М. Расчет лучистого теплообмена в трубчатой печи методом дискретных ординат // Бюллетень науки и практики. 2018. Т. 4. №10. С. 13-17. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/abdullin-a> (дата обращения 15.10.2018).

Cite as (APA):

Abdullin, A. (2018). Calculation of radiant heat transfer in a tubular furnace by the method of discrete ordinates. *Bulletin of Science and Practice*, 4(10), 13-17. (in Russian).