

ЗАКОНЫ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ДЕСТРУКЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

А. В. Жабко

Laws of plastic deformation and destruction of solids

A. V. Zhabko

The work is devoted to establishing the regularities of plastic deformation of solids. The author proposes using the functions of surface fluidity and plastic potential, based on his earlier studies. The limiting surface for these functions is the surface of destruction of solids (rocks), described by well-known Coulomb law. In fact, the proposed function is the law of plastic deformation of solids. The author analytically proves that during the process of plastic deformation, a reversal of the structural elements of a solid occurs. These studies explain some of the inconsistencies one observes during rock testing for strength. The author substantiates the possibility of using the rotation of structural elements during plastic deformation for predicting and controlling fracture processes. The article contains energy variational principle of destruction of solids. Based on it, there is the laconic explanation of the appearance of ring structures near some mine workings - the phenomenon of zonal disintegration of rocks. The author proposes a dependence for calculating the scale factor of this phenomenon. The author substantiates the geometric proximity of the slip surface shape in the slopes to the circle arc. In deriving the equations, the author used the fundamental laws and principles of mechanics in a rigorous mathematical formulation of problems.

Keywords: failure criterion; differential equation; principal stresses; angle of inclination of sliding platform; fluidity surface; function of plastic potential; coulomb's law, plastic deformation; dilatancy; variational principle.

Работа посвящена установлению закономерностей пластического деформирования твердых тел. На основании ранее выполненных автором исследований предлагаются функции поверхности текучести и пластического потенциала. Предельной поверхностью для данных функций является поверхность разрушения твердых тел (горных пород), описываемая известным законом Кулона. Фактически предлагаемая функция является законом пластического деформирования твердых тел. Аналитически доказывается, что в процессе пластического деформирования происходит разворот структурных элементов твердого тела. На основании данных исследований объясняются некоторые несоответствия, наблюдаемые в процессе испытаний горных пород на прочность. Обосновывается возможность использования поворота структурных элементов при пластическом деформировании для предсказания и контроля процессов разрушения. Получен энергетический вариационный принцип разрушения (деструкции) твердых тел. На его основе в достаточно лаконичной форме объясняется появление кольцевых структур в окрестности некоторых горных выработок – явление зональной дезинтеграции горных пород. Предложена зависимость для расчета масштабного фактора данного явления. Обосновывается геометрическая близость формы поверхности скольжения в откосах к дуге окружности. При выводах уравнений использовались фундаментальные законы и принципы механики в строгой математической постановке задач.

Ключевые слова: критерий разрушения; дифференциальное уравнение; главные напряжения; угол наклона площадки скольжения; поверхность текучести; функция пластического потенциала; закон Кулона, пластическое деформирование; дилатансия; вариационный принцип.

Вопрос прочности материалов – «краеугольный камень» практически во всех сферах деятельности человека. Можно сказать без всякого преувеличения, что тот, кто научится управлять прочностью материалов (твердых тел), получать материалы с заданной прочностью, будет владеть миром во всех смыслах, прежде всего в военном и экономическом. На сегодняшний день изучением вопросов прочности твердых тел занимается не один десяток академических и научно-исследовательских институтов, вузов и производственных объединений на самых разных масштабных уровнях – от наноразмеров до размеров тектонических плит (сотни и тысячи километров). Однако вопрос прочности твердых тел остается открытым по сей день.

Теоретическое значение прочности, получаемое из физических (естественнонаучных) предпосылок на молекулярно-ионном уровне, в 500–1000 раз выше прочности реальных твердых тел. Невозможность использования простой экстраполяции для перехода от атомного строения материалов к практическому определению их свойств и прочности явилось, пожалуй, крупнейшим разочарованием в физической науке о поведении материалов. Это способствовало развитию технического (феноменологического, континуального или сплошнородного) подхода

к обоснованию прочности твердых тел. Условно уровни исследования вопросов прочности материалов можно подразделить на: 1) микромасштабный уровень (физический); 2) мезоскопический уровень (физико-технический); 3) макроуровень (континуальный, технический). Еще раз укажем на условность такого разделения, так, например, микродефектные теории прочности оперируют техническим понятием – механическим напряжением, при этом модель подразумевает рассмотрение ансамблей дефектов кристаллических решеток, а в физике твердого тела рассматриваются причины их образования (появления) и движения в поле градиента напряжений. Таким образом, объектом исследования на микромасштабном уровне является реальная кристаллическая решетка со своими дефектами структуры, на макроуровне – сплошная или континуальная среда, абстрактно введенная для возможности использования аппарата дифференциального исчисления (непрерывность функций). Элементарными носителями пластического течения на мезоуровне являются трехмерные структурные элементы (зерна, конгломераты зерен, субзерна, ячейки дислокационной субструктуры, деформационные домены и т. д.).

Физическая мезомеханика, являясь самой молодой из наук, изучающих прочность твердых тел (около 35 лет), основывается на синергетических (междисциплинарных) принципах и рассматривает твердое тело как многоуровневую иерархическую систему, в которой процессы локальной потери сдвиговой устойчивости на микро-, мезо- и макроуровнях органически взаимосвязаны. Только в рамках многоуровневого подхода физики и механики твердого тела возможно корректно описать синергетическую природу пластической деформации и разрушения твердых тел. При этом механика деформируемого твердого тела играет ведущую роль, а движение дислокаций на микромасштабном уровне является аккомодационным процессом [1].

В работах [2–6] автором получен и проанализирован аналитический критерий разрушения горных пород (континуума), имеющий в компонентах главных нормальных напряжений следующий вид:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C\sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}}, \quad (1)$$

где σ_3, σ_1 – главные напряжения; C – сцепление; φ – угол внутреннего трения ($f = \operatorname{tg} \varphi$ – коэффициент внутреннего трения).

Согласно критерию (1), угол наклона наиболее опасной площадки среза зависит от уровня напряжений. С другой стороны,

мы знаем, что наиболее опасная площадка отклонена от минимального главного напряжения на угол $\psi = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, что обеспечивает максимальную разность между сдвигающими и удерживающими силами на площадке среза. Но это возможно только в случае нелинейности закона изменения касательных напряжений на площадке среза от нормальных. Для определения данного закона, используя критерий (1), запишем следующее дифференциальное уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - \sqrt{1 + \frac{(d\tau / d\sigma_n)\sigma_1}{C}} = 0. \quad (2)$$

Таким образом, получим:

$$\frac{d\tau}{d\sigma_n} = \frac{C \sin\varphi}{\sigma_n}. \quad (3)$$

Подставим в уравнение (3) значение нормального напряжения на площадке среза, соответствующее пределу прочности на одноосное сжатие:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{d\sigma_n} \left(\sigma_n = \sigma_{сж} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = \right. \\ \left. 2C \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = C \cos \varphi \right) = \operatorname{tg} \varphi. \quad (4) \end{aligned}$$

То есть в точке $\sigma_n = \sigma_{сж} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$ угловой коэффициент касательной равен коэффициенту внутреннего трения. Таким образом, под углом внутреннего трения в дальнейшем будем подразумевать угол наклона графика функции $\tau(\sigma_n)$ к оси σ_n именно в этой точке.

Интегрируем дифференциальное уравнение (3) при соблюдении равенства (4) и следующих граничных условий –

$$\tau = C + C \sin \varphi \left(1 + \ln \left| \frac{\sigma_n}{C \cos \varphi} \right| \right) = C \left(1 + \sin \varphi \ln \left| \frac{e\sigma_n}{C \cos \varphi} \right| \right). \quad (5)$$

Таким образом, уравнение (5) является отображением критерия (1) на координатную плоскость τ, σ_n . Критерии (1) и (5) являются поверхностями текучести, т. е. определяют в своих ко-

ординатных осях начало пластических деформаций или предел упругости. То есть начало пластических деформаций проявляется в образовании площадок среза, наклоненных к минимальному главному напряжению на угол $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ и расположенных на определенном расстоянии друг от друга. Далее происходит процесс упрочнения вплоть до разрушения.

Критерий (1) может быть обобщен на случай развивающейся пластической деформации. Используя условие равновесия призмы смещения [6] и проделав аналогичные операции, что и при выводе зависимости (1) [2, 6], получим следующий критерий:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C} \right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi k \sigma_3}{C} \right)}, \quad (6)$$

где $0 \leq k \leq 1$ – параметр упрочнения.

Критерий (6) определяет в координатной плоскости компонент главных напряжений начальную поверхность текучести (при $k = 0$), поверхность пластического потенциала (поверхность текучести) (при $0 < k < 1$) и предельную поверхность (поверхность разрушения) (при $k = 1$). На рис. 1 приведены характеристические поверхности пластического деформирования и направление развития пластической деформации.

При этом наклон к минимальному главному напряжению определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}}{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi k \sigma_3}{C}}}. \quad (7)$$

Заметим, что при $k = 0$ выражения (6), (7) эквивалентны зависимости (1).

Согласно вышесказанному, параметр упрочнения k должен входить в зависимости (6) и (7) посредством выражений:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \psi + k \sigma_3 \sin^2 \psi; \\ \tau &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi. \end{aligned} \quad (8)$$

Анализ зависимости (8) показывает, что в общем случае ($k \neq 1$) угол наклона критической площадки среза также является величиной переменной, зависящей от напряженного состояния и отличной от угла $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Кроме того, угол меняется по мере упрочнения (увеличения k). Другими словами, при одина-

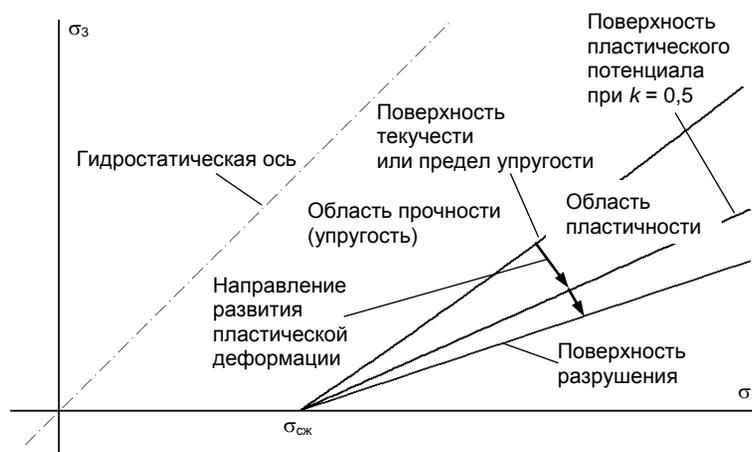


Рисунок 1. Поверхности пластического деформирования в координатной плоскости компонент главных напряжений.

ковом напряженном состоянии, но разной степени упрочнения имеем разные углы отклонения площадок от значения $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$.

Но это возможно только в двух случаях: 1) изменение ориентировки главных напряжений; 2) поворот напряженной области относительно осей главных напряжений (или неподвижной системы координат). Таким образом, если в процессе испытаний ориентировка главных напряжений (нагрузок) не меняется, то это однозначно означает разворот объемов среды. Следуя терминологии авторов [7], можно назвать данные объемы структурными элементами деформации (мезообъемы). Очевидно, что на разных масштабных уровнях они будут представлять различные объекты.

Таким образом, упрочнение буквально означает разворот некоторых структурных элементов, т. е. по мере упрочнения увеличивается разворот, но ведь именно разворот зерен и соответствующее увеличение объема в направлении минимального главного напряжения и принято называть дилатансией. Круг замкнулся.

Ранее дано аналитическое доказательство разворота структурных элементов при пластической деформации на макромасштабном уровне при использовании макрокопических параметров.

На данном этапе уместно вспомнить описание пластической деформации на мезоскопическом уровне по схеме *сдвиг + поворот* [1, 7], а также многочисленные примеры ротационных, вихревых или турбулентных процессов в геодинамике [8, 9]. Кроме того, на сегодняшний день разработан некоторый математический аппарат для описания данных процессов [7, 10, 11].

Данный механизм пластического деформирования становится более явным, если учесть сугубо релаксационную роль деструкции или пластической деформации. И действительно, образование трещины – это диссипация (сброс) накопившейся энергии деформации. Таким образом, структурный элемент, поворачиваясь, как бы «предоставляет» новые плоскости для разгрузки напряжений, которые впоследствии и будут являться его окаймляющими границами. То есть разрушаемая область, прежде чем «сдаться» (разрушиться), расходует все возможные энергетические ресурсы для недопустимости этого.

Запишем дифференциальное уравнение, определяющее закон изменения угла наклона функции пластического потенциала с увеличением нормальных напряжений на площадке среза в состоянии упрочнения, подобно уравнению (2):

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - \sqrt{\left(C + \frac{\sigma_1 d\tau}{d\sigma_n}\right) / \left(C + \frac{k\sigma_3 d\tau}{d\sigma_n}\right)} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) определяет динамику развития пластического деформирования. Решение уравнения (9) при тех же граничных условиях, что и для уравнения (2), и с учетом зависимостей (6)–(8) дает:

$$\tau = C(1 + \sin \varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin \varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos \varphi}{(1+k)C \cos \varphi} \right|. \quad (10)$$

Критерий (10) определяет в координатной плоскости компонент напряжений на площадке среза начальную поверхность текучести (при $k = 0$), поверхность пластического потенциала (при $0 < k < 1$) и предельную поверхность (поверхность разрушения), развертывающуюся в линейную функцию закона Кулона (при $k \rightarrow 1$). На рис. 2 приведены характеристические поверхности пластического деформирования.

Таким образом, в начале пластической деформации на некотором расстоянии друг от друга образуются площадки среза под углом $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. В процессе пластического деформирования происходит разворот этих площадок, по-видимому, с образованием новых поверхностей среза или отрыва (деструкция). При развороте структурных элементов на некоторый угол процесс пластического деформирования переходит в стадию локализации нарушений вдоль некоторой линии (поверхности) и заканчивается разрушением.

То есть процесс пластического деформирования в этом смысле отличается от разрушения различной ориентировкой и протяженностью площадок среза. На это обстоятельство автором уже указывалось в [6]. Причем символично, что ориентировка площадок среза по отношению к направлению главных напряжений не меняется и составляет постоянный угол. Несовпадение площадок обусловлено динамикой пластической деформации – разворотом структурных элементов.

Используя выражения (6) и (7), угол разворота структурного элемента в процессе упрочнения выразим зависимостью:

$$\Omega = \operatorname{arctg} \frac{2C \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}\right)}{\sigma_1 - \sigma_3} - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что при увеличении напряженного состояния разворот элементов при пластическом деформировании увеличивается. Чисто теоретически максимальный разворот может составлять угол $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, однако рост угла пово-



Рисунок 2. Поверхности пластического деформирования в координатной плоскости компонент напряжений на площадке среза.

рота от предельного напряженного состояния идет достаточно медленно. Так, при $\varphi = 30^\circ$ и значениях $\sigma_3/C = 2, 10, 20, 100$ имеем приблизительные значения соответственно $\Omega = 5^\circ, 13^\circ, 16^\circ, 23^\circ$.

Продифференцируем выражение (11) с учетом критерия (6):

$$\frac{d\Omega}{d\sigma_1} = 2 \operatorname{tg} \varphi \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - C \left(1 + \frac{fk(\sigma_1 + \sigma_3)}{C} + k \right) / \left(fk + \sqrt{1 + \frac{fk\sigma_3}{C}} / \sqrt{1 + \frac{fk\sigma_1}{C}} \right)}{\left((\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 4C^2 \left(1 + \frac{fk\sigma_1}{C} \right)^2 \right)}. \quad (12)$$

Из уравнения (12) прежде всего следует, что в идеально связных материалах поворот структурных элементов отсутствует. Уравнение (12) можно использовать для экспериментального определения параметра упрочнения. Используя уравнение (12) посредством теоремы об изменении кинетического момента, можно определить момент пары сил, действующих на структурный элемент при пластическом деформировании.

Описанный ранее процесс пластического деформирования много объясняет. Например, кардинальное несовпадение предельных огибающих, полученных в стабилметрических испытаниях и методом косого среза [12]. В действительности при косом срезе разрушение происходит по заданной поверхности, т. е. поверхность пластичности совпадает с поверхностью разрушения. Именно поэтому предельная поверхность, полученная косым срезом, значительно выше своего объемного аналога. Обнаружение в раздавленных образцах трещин отрыва, параллельных максимальному сжимающему напряжению, например [13], очень просто и логично объясняется дилатансией, т. е. поперечным расширением с увеличением объема. Именно данные трещины, согласно предлагаемой теории, и являются причиной снижения нормального напряжения на площадке среза. Обнаружение в образцах после испытания сколовых трещин с углом

падения, превышающим $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$, например [14], объясняется разворотом структурных элементов, т. е. самих трещин. Поворот структурных элементов в процессе пластического деформирования, на взгляд автора, является весьма информативным параметром. Данное явление может использоваться для определения ориентировки и значений компонент главных напряжений в естественных условиях, по крайней мере пополнить об этом представления [15]. Значения углов поворота может являться параметром, характеризующим степень пластической деформации, т. е. определяет время до разрушения – прогноз землетрясений или разрушения других сооружений.

В работах [6, 16] автором поставлена и решена задача по определению наиболее слабых поверхностей скольжения в однородных откосах. Условие для нахождения данных поверхностей можно свести к следующей вариационной задаче:

$$\int \left[A(x, y, y')(\hat{y} - y) - \mu \eta(x, y, y') \sqrt{1 + y'^2} \right] dx = \int A(x, y, y') dS - \mu \int \eta(x, y, y') dl \rightarrow \max, \quad (13)$$

где $A(x, y, y')$ – некоторая функция координат и производной функции поверхности скольжения; $\eta(x, y, y')$ – некоторая функция; μ – постоянная; dS – элементарная площадка; dl – дифференциал длины дуги поверхности скольжения (разрушения).

Заметим, что выражение (13) можно представить как вариационное уравнение:

$$\delta \left[\frac{\int A(x, y, y') dS}{\int \eta(x, y, y') dl} \right] = 0, \text{ или } \frac{\int A(x, y, y') dS}{\int \eta(x, y, y') dl} \rightarrow \max, \quad (14)$$

где δ – вариация функционалов или их функции.

Вариационные задачи (13)–(14) получены исходя из принципа возможных перемещений [6, 16], который, как известно, является энергетическим. В связи с этим функция $A(x, y, y')$ представляет собой удельную работу внутренних (приложенных внутри призмы смещения или объемных) сил и внешних сил, зависящих от объемных (трение), на возможном перемещении всей механической системы (призмы смещения). По сути, функция $A(x, y, y')$ является удельной потенциальной энергией деформации твердого тела на возможном перемещении. А функция $\eta(x, y, y')$ является половиной удельной поверхностной энергии разрушения на возможном перемещении системы.

Рассмотрим случай, когда A и η постоянны, т. е. работа внутренних и объемных сил на возможном перемещении (удельная потенциальная энергия деформации) и удельная поверхностная энергия разрушения не зависят от координат точки. В этом случае решением вариационного уравнения (14) при отсутствии дополнительных условий для объемной задачи является шар, а в плоском случае – круг. Данный результат следует из так называемой изопериметрической задачи (задача Дидоны) и закона ее взаимности, например [6]. То есть при фиксированном числителе в уравнении (14) знаменатель минимизирован и, наоборот, при постоянном знаменателе числитель максимален. Приведем несколько примеров.

Как известно, капля воды в невесомости принимает сферическую форму, минимизируя посредством площади энергию поверхностного натяжения. Другим примером является одиночный мыльный пузырь, также принимающий в полете форму шара. Согласно теореме Пуассона, средняя кривизна поверхности раздела двух физических сред, находящихся в равновесии, пропорциональна разности давлений в этих средах (для пузыря разность давлений отлична от нуля, тогда средняя кривизна постоянна и отлична от нуля). Мыльные пленки впервые подробно исследовал Плато, который вывел следующие правила: 1) три поверхности могут сходиться под углом только 120° ; 2) разграничивающие кривые обязаны встречаться только по четыре и только под углом примерно $109^\circ 28'$ – это углы, под которыми в правильном тетраэдре расходятся отрезки, соединяющие его центр с вершинами.

Кошка, сворачивающаяся в клубок, отдает в окружающее пространство меньше теплоты, но самое удивительное, что кошка не может мыслить, она это делает в угоду инстинкту. Замерзший человек также подгибает ноги и горбится, сам не понимая, для чего он это делает, это получается как бы произвольно, как будто им кто-то управляет, в том числе во сне. По этой же причине, например, Солнце, Земля и Луна имеют шарообразную форму.

Шары как экстремальные геометрические фигуры не могут абсолютно компактно заполнить предоставленное им трехмерное пространство, наилучшая упаковка шаров составляет $\pi / \sqrt{18} \approx 74\%$ (задача Кеплера, 1611 г.), а для плоского аналога – $\pi / (\sqrt{12}) \approx 90\%$. В связи с этим дополнительным условием к принципу (14) может являться требование полного заполнения фигурами всего предоставленного им пространства. В случае постоянных A и η приходим к задаче Кельвина (Томсона), 1887 г. То есть необходимо найти форму фигур с наименьшими поверхностями, непрерывно заполняющими бесконечное пространство, при одинаковых и заданных объемах. Последним решением-приближением является форма Уэйра–Фелана, для плоского случая решением, по-видимому, является система шестигранников, напоминающих пчелиные соты. С другой стороны, при одинаковом числе сторон и равных периметрах площадь правильного многоугольника больше, чем неправильного. Из двух правильных многоугольников с равными периметрами площадь больше у того многоугольника, у которого больше сторон. Необходимо

также отметить, что на форму оптимальных объемов сильно влияет граница области, в которой они находятся, т. е. геометрия границы тела. Таким образом, реальная форма тел деструкции в конечном итоге будет зависеть от особенностей распределения энергии по объему тела, его формы, структурных особенностей на микро-, мезо- и макроуровне.

Приведем примеры из горного дела. Примером из геомеханики открытых горных работ является так называемая «круглоцилиндрическая» поверхность скольжения, предложенная Петерсоном в 1916 г. и подтверждаемая Шведской геотехнической комиссией. И действительно, при равномерности распределения энергий поверхности скольжения представляла бы собой дугу окружности. Однако, как показано в работах [6, 16], функция поверхности скольжения лишь кусочно гладкая, т. е. производная имеет разрыв. Это говорит о сложном распределении энергии вдоль поверхности скольжения. С другой стороны, каждый из трех участков поверхности скольжения в однородных откосах в отдельности достаточно тесно описывается дугой окружности. Кроме того, обращает на себя внимание тот факт, что на первых двух участках (нижних) поверхность скольжения вогнутая, а на третьем (верхнем) – выпуклая, но все равно по форме достаточно близка к дуге некоторой окружности (рис. 1). Зададимся вопросом, чем принципиально отличаются первый, второй и третий участки поверхности скольжения. Ответ очевиден – на третьем участке внутренние (межблоковые) реакции E , T не совершают работы на возможном перемещении. Таким образом, данный участок можно ассоциировать с идеальной пластичностью. По-видимому, для пластичной среды необходимо использовать не работу деформаций, а дополнительную работу. Математически это означает, что перед числителем в (14) нужно поставить знак «минус». То есть оставшаяся часть горного массива экономит площади (объемы) с низкой потенциальной энергией (пластичные) и отбрасывает, не скупясь, объемы с повышенной потенциальной энергией (перенапряженные), во всех случаях минимизируя площадь вновь образованных поверхностей разрушения. Другими словами, экономится суммарная потенциальная энергия при разрушении. Е. М. Морозов [17] еще в 1961 г. для условия равномерного двухосного растяжения выдвигал условие минимизации длины периметра при охвате наибольшей возможной по условиям разрушения площади в качестве принципа деструкции. Однако, как показано ранее, для условий сдвигового разрушения и сложного распределения энергии по объему данное условие может оказаться несостоятельным.

Примером из геомеханики подземных горных работ является зональная дезинтеграция горных пород вокруг горных выработок в сильнонапряженных горных массивах [18]. Суть явления заключается в образовании вокруг горизонтальных выработок нескольких (в зависимости от уровня напряжений) кольцевых или квазипараллельных выработке зон упругих и пластических (разрушения) состояний горных пород, поочередно сменяющих друг друга. С вариационных позиций данный факт достаточно просто объясним. Кольцо разрушенных горных пород обладает минимальной длиной при заданной мощности (определяется напряженным состоянием), посредством чего минимизируется диссипация (рассеяние) энергии при разрушении, при этом оконтуривается максимальная площадь пород с высокой потенциальной энергией деформации (сильнонапряженные участки).

Используя теорию работ [6, 16], можно показать, что радиусы зон дезинтеграции формируются согласно некоторой постоянной

$$m = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (15)$$

Примечательно, что если положить в (15) $\varphi = 0$ (идеально пластичные породы), то $m = \sqrt{2}$, что соответствует масштабно-

му фактору [18]. Максимальное же значение (15) соответствует идеально хрупким породам и приближенно составляет $m \approx 1,85$, что соответствует постоянной модифицированного закона Тициуса–Боде (1,89) [19].

Убедительного объяснения явления зональной дезинтеграции не существует до сих пор. Считается, что зоны дезинтеграции являются результатом снятия сжимающих напряжений на контурах пройденной выработки, т. е. действия растягивающих напряжений. Однако как в этом случае объяснить увеличение размеров зон дезинтеграции по мере удаления от выработки? С позиций развиваемой в данной работе теории, а именно разворотов структурных элементов в процессе пластического деформирования, становится достаточно очевидным, что зоны дезинтеграции имеют сдвиговый характер происхождения. Выработка играет двойную роль. Во-первых, она снижает нормальные напряжения в зонах дезинтеграции, а, во-вторых, является концентратором напряжений и переводит окружающие породы в фазу пластического деформирования. Увеличение же мощности зон дезинтеграции по мере удаления от выработки является следствием вовлечения в пластическое деформирование иерархических уровней более высокого порядка (ранга), т. е. обладающих большей энергией.

Таким образом, из выражения (14) и его подробного анализа следует, что тело при деструкции, дезинтеграции (диссипации энергии) стремится отделить от себя части тела с повышенной потенциальной энергией и, наоборот, сохранить части тела с пониженной потенциальной энергией, при этом минимизируя площадь (длину для плоской задачи) поверхности отделения (деструкции). Во всех случаях выполняется условие предельного равновесия. Заметим, что при деструкции потенциальная энергия деформации тела отсекается некоторыми порциями (отделяемые тела имеют определенные размеры) – квантами энергии.

Обобщая уравнение (14), запишем вариационный принцип деструкции в общем виде:

$$\frac{\int_V A(x, y, z) dV}{2 \int_{S_\tau} \eta_\tau(x, y, z) dS_\tau + 2 \int_{S_\sigma} \eta_\sigma(x, y, z) dS_\sigma} \rightarrow \text{extr}, \quad (16)$$

где A – потенциал работы деформации или дополнительная работа (для пластического состояния); η_τ ; S_τ – удельная поверхностная энергия разрушения при срезе и площадь вновь образованных поверхностей; η_σ ; S_σ – удельная поверхностная энергия разрушения при разрыве и площадь вновь образованных поверхностей; V – отделяемый при деструкции объем.

Принцип (16) подразумевает стационарность процесса деструкции. Однако в принципе его можно модифицировать с учетом фактора времени. Коэффициент «2» в знаменателе формулы (16) формален и показывает, что при разрушении тела (образование трещины) образуются две поверхности, однако на наличие экстремума выражения он не влияет.

Что касается вопроса физических предпосылок выполнения условий (14) и (16), то нужно признать, что это проблема будущих исследований, собственно, это касается и других вариационных принципов механики, да и не только механики. Однако можно предположить существование некоторого более общего вариационного принципа разрушения и созидания (самоорганизации) в природе.

Если учесть, что энтропия является не только мерой хаоса, но и мерой качества энергии, мерой ее концентрации и направленности, то неизбежность самоорганизации в природе можно вывести также из вариационного принципа минимума диссипации (рассеяния) энергии: если возможно множество сценариев

протекания процесса, согласных с законами сохранения и связями, наложенными на систему, то в реальности процесс протекает по сценарию, которому отвечает минимальное рассеяние энергии, т. е. минимальный прирост энтропии. Другими словами, если в ходе процесса возможно образование упорядоченных устойчивых статических или динамических структур в локальных областях системы, то они обязательно возникнут, уменьшая тем самым суммарный прирост энтропии. Впрочем, данный принцип пока не имеет математического выражения.

В заключение хотелось бы отметить, что все приведенные ранее уравнения и зависимости получены в строгом соответствии с фундаментальными законами механики и на основе строгих математических подходов [2–6, 16], в связи с этим возможные отклонения от экспериментальных результатов должны объясняться, прежде всего, модельными представлениями о континуальности твердых тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панин В. Е. Синергетические принципы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. 2000. № 3(6). С. 5–36.
2. Жабко А. В. Напряженное состояние земной коры // Изв. УГГУ. 2014. № 3(35). С. 57–60.
3. Жабко А. В. Условие прочности горных пород // Изв. УГГУ. 2014. № 4(36). С. 24–28.
4. Жабко А. В. Предельное напряженное состояние горных пород // Известия вузов. Горный журнал. 2015. № 5. С. 50–55.
5. Жабко А. В. Критерий разрушения твердых тел // Проблемы недропользования: сетевое периодич. науч. изд. 2015. Вып. 2 (5). С. 46–51. URL: <http://trud.igduran.ru>
6. Жабко А. В. Аналитическая геомеханика. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. 224 с.
7. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1985. 255 с.
8. Викулин А. В., Мелекестев И. В. Вихри и жизнь // Ротационные процессы в геологии и физике. М.: КомКнига, 2007. С. 39–102.
9. Викулин А. В., Махмудов Х. Ф., Иванчин А. Г., Герус А. А., Долгая А. А. О волновых и реидных свойствах земной коры // Физика твердого тела. 2016. Т. 58. Вып. 3. С. 547–557.
10. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 256 с.
11. Гарагаш И. А., Николаевский В. Н. Механика Коссера для наук о Земле // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2. № 4. С. 44–66.
12. Карташов Ю. М., Матвеев Б. В., Михеев Г. В. и др. Прочность и деформируемость горных пород. М.: Недра, 1979. 269 с.
13. Одинцев В. Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. М.: ИПКОН РАН, 1996. 166 с.
14. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. СПб: Наука, 2001. 343 с.
15. Ребещкий Ю. Л. Тектонические напряжения и области триггерного механизма возникновения землетрясений // Физическая мезомеханика. 2007. № 10 (1). С. 25–37.
16. Жабко А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Общая теория расчета устойчивости однородных откосов // Изв. УГГУ. 2016. №1(41). С. 72–83.
17. Левин В. А., Морозов Е. М., Матвиенко Ю. Г. Избранные нелинейные задачи механики разрушения. М.: Физматлит, 2004. 408 с.
18. Опарин В. Н. Научные открытия межтысячелетия в геомеханике и перспективы их применения // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: труды конф. с участием иностранных ученых (Новосибирск, 2–5 окт. 2007 г.). Новосибирск: ИГД СО РАН, 2007. С. 7–30.

Андрей Викторович Жабко,
Zhabkoav@mail.ru
Уральский государственный горный университет
Россия, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

ли: труды конф. с участием иностранных ученых (Новосибирск, 2–5 окт. 2007 г.). Новосибирск: ИГД СО РАН, 2007. С. 7–30.
19. Кашубин С. Н., Виноградов В. Б., Кузин А. В. Физика Земли. 2-е изд., испр. и перераб. Екатеринбург: УГГУ, 2005. 188 с.

REFERENCES

1. Panin V. E. 2000, *Sinergeticheskie printsipy fizicheskoy mezomekhaniki* [Synergetic principles of physical mesomechanics]. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], no. 3(6), pp. 5–36.
2. Zhabko A. V. 2014, *Napryazhennoe sostoyanie zemnoy kory* [Stress state of the earth's crust]. *Izv. UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 3(35), pp. 57–60.
3. Zhabko A. V. 2014, *Uslovie prochnosti gornyykh porod* [The condition of rock strength]. *Izv. UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 4(36), pp. 24–28.
4. Zhabko A. V. 2015, *Predel'noe napryazhennoe sostoyanie gornyykh porod* [Extreme stress state of rocks]. *Izv. vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 5, pp. 50–55.
5. Zhabko A. V. 2015, *Kriteriy razrusheniya tverdykh tel* [Criteria for the destruction of solids]. *Problemy nedropol'zovaniya* [Subsoil use problems], no. 2(5), pp. 46–51. Available at: <http://trud.igduran.ru>
6. Zhabko A. V. 2016, *Analiticheskaya geomekhanika* [Analytical geomechanics], Ekaterinburg, 224 p.
7. Panin V. E., Likhachev V. A., Grinyaev Yu. V. 1985, *Strukturnye urovni deformatsii tverdykh tel* [Structural levels of deformation of solids], Novosibirsk, 255 p.
8. Vikulin A. V., Melekestev I. V. 2007, *Rotatsionnye protsessy v geologii i fizike* [Rotational processes in geology and physics], Moscow, pp. 39–102.
9. Vikulin A. V., Makhmudov Kh. F., Ivanchin A. G., Gerus A. A., Dolgaya A. A. 2016, *O volnovykh i reidnykh svoystvakh zemnoy kory* [On the wave and reid properties of the earth's crust]. *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], vol. 58, no. 3, pp. 547–557.
10. Morozov N. F. 1984, *Matematicheskie voprosy teorii treshchin* [Mathematical problems in the theory of cracks], Moscow, 256 p.
11. Garagash I. A., Nikolaevskiy V. N. 2009, *Mekhanika Kossera dlya nauk o Zemle* [Cosserat Mechanics for Earth Sciences]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred* [Computational Continuum Mechanics], vol. 2, no. 4, pp. 44–66.
12. Kartashov Yu. M., Matveev B. V., Mikheev G. V. et al. 1979, *Prochnost' i deformiruemost' gornyykh porod* [Strength and deformability of rocks], Moscow, 269 p.
13. Odintsev V. N. 1996, *Otryvnoe razrushenie massiva skal'nykh gornyykh porod* [Separated destruction of rock massif], Moscow, 166 p.
14. Stavrogin A. N., Tarasov B. G. 2001, *Ekspierimetal'naya fizika i mekhanika gornyykh porod* [Experimental physics and mechanics of rocks], St. Petersburg, 343 p.
15. Rebetskiy Yu. L. 2007, *Tektonicheskie napryazheniya i oblasti triggernogo mekhanizma vozniknoveniya zemletryaseniy* [Tectonic stresses and regions of trigger mechanism of earthquake occurrence]. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], no. 10(1), pp. 25–37.
16. Zhabko A. V. 2016, *Teoriya rascheta ustoychivosti otkosov i osnovaniy. Obshchaya teoriya rascheta ustoychivosti odnorodnykh otkosov* [The theory of calculating the stability of slopes and bases. General theory of calculating the stability of homogeneous slopes]. *Izv. UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 1(41), pp. 72–83.
17. Levin V. A., Morozov E. M., Matvienko Yu. G. 2004, *Izbrannyye nelineynye zadachi mekhaniki razrusheniya* [Selected nonlinear problems of fracture mechanics], Moscow, 408 p.
18. Oparin V. N. 2007, *Nauchnyye otkrytiya mezhtysyacheletiya v geomekhanike i perspektivy ikh primeneniya* [Scientific discoveries of the inter-millennium in geomechanics and prospects for their application]. *Geodinamika i napryazhennoe sostoyanie nedr Zemli: trudy konf. s uchastiem inostrannykh uchennykh (Novosibirsk, 2–5 okt. 2007 g.)* [Geodynamics and the stressed state of the Earth's interior: the works of the conference with the participation of foreign scientists (Novosibirsk, October 2-5, 2007)], Novosibirsk, pp. 7–30.
19. Kashubin S. N., Vinogradov V. B., Kuzin A. V. 2005, *Fizika Zemli* [Physics of the Earth], Ekaterinburg, 2 ed., 188 p.

Andrey Viktorovich Zhabko,
Zhabkoav@mail.ru
Ural State Mining University
Ekaterinburg, Russia