

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ АЛГОРИТМОВ ПРИЁМА СИГНАЛОВ С МНОГОИМПУЛЬСНОЙ ПОЗИЦИОННО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

В.И. Парфенов¹, Д.Ю. Голованов¹

¹Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

Аннотация

В работе предложен алгоритм оценки временных положений и амплитуд импульсов периодической последовательности по незначительному количеству отсчётов, число которых определяется только числом этих импульсов. Рассмотрена работа этого алгоритма в случае, когда фильтром, ограничивающим спектр исходного сигнала, является идеальный фильтр низких частот, а также фильтр Найквиста и определены условия перехода от одного фильтра к другому. Исследована эффективность предложенного алгоритма на основе анализа зависимости рассеяния оценки временных положений и амплитуд от отношения сигнал/шум и числа импульсов последовательности. Показано, что с этой точки зрения эффективность работы алгоритма снижается с ростом числа импульсов последовательности и уменьшением отношения сигнал/шум.

Отмечено, что предложенный алгоритм, в отличие от классического алгоритма максимального правдоподобия, не требует поиска максимума функции большого числа переменных, и в то же время характеристики оценок оказываются практически одинаковыми для обоих этих методов. Показано также, что точность оценки предложенного алгоритма может быть повышена за счёт незначительного увеличения количества отсчётов сигнала.

Полученные результаты могут быть использованы при практическом проектировании лазерных систем связи, в которых в качестве метода передачи сообщений используется многоимпульсная позиционно-импульсная модуляция.

Ключевые слова: многоимпульсная позиционно-импульсная модуляция, идеальный фильтр низких частот, фильтр Найквиста, алгоритм оценки, метод MUSIC, отношение сигнал/шум, рассеяние оценки, метод максимального правдоподобия, функция правдоподобия.

Цитирование: Парфенов, В.И. Помехоустойчивость алгоритмов приёма сигналов с многоимпульсной позиционно-импульсной модуляцией / В.И. Парфенов, Д.Ю. Голованов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 1. – С. 167-174. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-1-167-174.

Введение

Лазерная техника открывает большие возможности для совершенствования систем связи, локации и радиоуправления. Эти возможности связаны, в первую очередь, с громадным коэффициентом усиления передающих оптических антенн, что позволяет получить большое отношение сигнал/шум в приемнике в широкой полосе частот при маломощном передатчике, а также с возможностью использования очень широкой полосы частот при передаче и приёме оптических сигналов. Мощность передатчика во многом определяется используемым методом модуляции. Одним из наиболее выгодных методов передачи сообщений в лазерных системах связи с прямым детектированием, позволяющих использовать передачу с минимальной мощностью, является цифровая позиционно-импульсная модуляция (ПИМ или PPM в английской аббревиатуре (*Pulse-Position Modulation*)) [1]. Как показано в [2], для классических оптических каналов при ограничениях на пиковую и среднюю мощности, PPM может обеспечить близкую к оптимальной ёмкость канала. Подобный метод модуляции широко используется в оптоволоконных и спутниковых системах [3, 4], кроме того, он применяется и в сверхширокополосных радиокommunikационных системах [5].

При классическом способе формирования сигналов с PPM символьный интервал $[0; T]$ разбивается на

L подынтервалов (слотов) длительностью τ_0 каждый. Передаче l -го символа соответствует передача импульса с временным положением $(l-1)\tau_0$. Очевидно, максимальное количество возможных передаваемых сообщений в этом случае не превосходит L . Интересной альтернативой PPM является многоимпульсная позиционно-импульсная модуляция (*Multipulse Pulse-Position Modulation* (MPPM)) [6], которая имеет преимущества по сравнению с классической PPM в уменьшенном отношении пиковой мощности к средней. При таком подходе передаётся уже не один, а K импульсов в течение тех же L слотов. В этом случае количество передаваемых сообщений существенно увеличивается по сравнению с классической PPM. Например, если количество слотов $L=10$, то при классической PPM можно осуществить передачу 10 различных сообщений (отличающихся временными положениями передаваемых импульсов), в то время как при использовании MPPM количество разных сообщений будет определяться числом сочетаний C_L^K (например, при $L=10$ и $K=2$ это количество становится равным 45). Следует отметить, что MPPM превосходит PPM также по частотной эффективности [7].

В дальнейшем будут рассматриваться многоимпульсные PPM (MPPM) с точки зрения разработки новых методов их демодуляции. Существующие методы приёма (демодуляции) таких сигналов основаны

ваются на методах турбодекодирования с использованием алгоритма Витерби с мягким принятием решения [8], что бывает не просто реализовать на практике. Учтём, что информация о передаваемых сообщениях закодирована во временных положениях (позициях) передаваемых K импульсов. Следовательно, демодуляция (приём) может заключаться в оценке этих временных положений. Однако при цифровой обработке таких сигналов могут возникнуть сложности, связанные с необходимостью обработки огромного количества отсчётов и их перебора. Отметим, что аналогичные проблемы возникают везде, где используется поток коротких импульсов, например, при исследовании нейронной активности, при формировании и обработке биоизображений [9], при сверхширокополосной связи [10] и пр.

1. Алгоритм оценки временных положений и амплитуд периодической последовательности сверхкоротких импульсов с использованием идеального фильтра нижних частот

Постановка задачи

Предположим, что излучаемый сигнал представляет собой сумму K достаточно коротких импульсов, в идеале – дельта-функций. Представим такой сигнал в виде

$$s(t) = \sum_{k=0}^{K-1} A_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - t_k - nT), \tag{1}$$

где A_k и t_k – амплитудные множители (в дальнейшем просто амплитуды) и временные положения отдельных импульсов на периоде T , предполагаемые априори неизвестными, а число таких импульсов K на периоде предполагаем известным. Теоретически спектр такого сигнала бесконечен, что при дискретизации потребует бесконечно малого интервала дискретизации (бесконечно большого количества отсчётов). Пройдя средой распространения с известной импульсной характеристикой, дельта-импульсы расширяются во времени так, что вместо (1) полезный сигнал будет иметь вид

$$s(t) = \sum_{k=0}^{K-1} A_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(t - t_k - nT), \tag{2}$$

где $F(t)$ – известная функция времени, описывающая форму импульсов, прошедших канал распространения и получающихся в результате вычисления свёртки входного сигнала с импульсной характеристикой канала. Подобный сигнал будет иметь вид также на выходе преобразователя лазерного (инфракрасного) излучения в электрические импульсы. Для такого преобразования обычно используется детектор сигнала (pin-фотодиод) [11].

Учитывая периодический характер, представим сумму по n в (2) в виде ряда Фурье

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(t - nT) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m \exp(2\pi jmt / T),$$

где $f_m = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \exp(-2\pi jmt/T) dt$.

Тогда (2) переписывается как

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=0}^{K-1} A_k \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m \exp(2\pi jmt(t - t_k)/T) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m \exp(2\pi jmt/T) \sum_{k=0}^{K-1} A_k \exp(-2\pi jmt_k/T) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m X_m \exp(2\pi jmt/T), \end{aligned}$$

где

$$X_m = \sum_{k=0}^{K-1} A_k \exp(-2\pi jmt_k/T). \tag{3}$$

Учтём, что в оптической связи длительности импульсов, описываемых функцией $F(t)$, чрезвычайно малы (пикосекунды и менее). Следовательно, при их цифровой обработке потребуется огромное количество отсчётов, что в настоящее время может привести к существенным аппаратным и финансовым затруднениям. Поэтому для уменьшения ширины спектра подадим такой сигнал на идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ) с импульсной характеристикой вида $h(t) = B \text{sinc}(\pi Bt)$, где $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Частота среза такого фильтра равна πB рад/с, в дальнейшем, не умаляя общности, будем считать величину πB чётной. В результате на выходе такого фильтра сигнал примет вид

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(v)h(t - v) dv = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m X_m \int_{-\infty}^{\infty} \exp(2\pi jmv/T) h(t - v) dv = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m X_m H\left(\frac{2\pi m}{T}\right) \exp(2\pi jmt/T). \end{aligned}$$

Здесь $H(\omega)$ – частотный коэффициент передачи рассматриваемого идеального ФНЧ с импульсной характеристикой $h(t)$.

С учётом того, что $H(2\pi m/T) = 0$ при $|m| > BT/2 = M$, имеем

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= \sum_{m=-M}^M f_m X_m \exp(2\pi jmt/T) = \\ &= \sum_{m=-M}^M X_1 X_m \exp(2\pi jmt/T), \end{aligned} \tag{4}$$

где $X_1 = f_m X_m$.

Несложно заметить, что максимальная частота в спектре сигнала (4) равна πB , что и следовало ожидать, т.к. широкополосный сигнал (2) был пропущен через идеальный ФНЧ с частотой среза πB . Следовательно, его можно продискретизировать в соответствии с теоремой отсчётов с шагом $\Delta t \leq \pi/\pi B = 1/B$. Причём количество необходимых отсчётов на периоде N становится весьма небольшим: $N \geq T/\Delta t + 1 = 2M + 1$. Учтем также, что X_m – отсчёты суммы K комплексных экспонент (3). Как известно [12], для нахождения их амплитуд и фаз достаточно иметь $N \geq 2K$ отсчётов. Однако $M = BT/2$. Следовательно,

$$B \geq \frac{2K}{T}. \tag{5}$$

Таким образом, оказывается, что параметр B идеального ФНЧ определяется количеством импульсов на периоде K , а число необходимых отсчётов выходного сигнала фильтра

$$\tilde{s}_n = \sum_{m=-M}^M X_{1_m} \exp(2\pi jmn\Delta t / T), \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (6)$$

должно удовлетворять условию

$$N \geq 2K + 1, \quad (7)$$

и, следовательно, зависит лишь от количества импульсов на периоде, а не от их длительности.

Итак, если сигнал (2) предварительно подать на ФНЧ с указанными характеристиками, то дискретная обработка выходного сигнала фильтра потребует незначительного количества равноотстоящих отсчётов, зависящих не от спектральных характеристик входного сигнала, а от количества этих сигналов. Таким образом, с учётом вышеизложенного, задача определения временных положений t_k и амплитуд A_k импульсов в (2) сводится к следующему. Выбираем идеальный ФНЧ с параметром (5) и подаём на него сигнал (2). Выходной сигнал этого фильтра равномерно дискретизируем на периоде T , получая N отсчётов (6), количество которых удовлетворяет условию (7). Формула (6) представляет собой, по сути, систему из N уравнений с $2M + 1$ неизвестными X_n . Если отношение $T/\Delta t$ выбрать целым, то эта система уравнений легко решается. Например, если $T/\Delta t = N$, то (6) – это обычное обратное дискретное преобразование Фурье. Следовательно, X_n может быть найдено как прямое преобразование Фурье от \tilde{s}_n . Если $T/\Delta t \leq N$, то её решение может быть найдено через псевдообращение матрицы. Таким образом, находим N отсчётов X_n , которые в соответствии с (3) представляют собой сумму K комплексных экспонент с амплитудами A_k и временными положениями t_k . Как известно [12], при выполнении условия (7) эти параметры (A_k и t_k , $n = \overline{0, K-1}$) могут быть найдены любыми известными способами. В частности, для решения подобной задачи могут быть использованы методы Прони [13], Annihilating Filter [14], MUSIC [13] и пр.

Отметим, что рассмотренная выше задача является идеализированной, прежде всего, из-за отсутствия в наблюдаемых данных всегда присутствующих в реальности случайных искажений – шумов. Представим наблюдаемые данные в виде аддитивной смеси сигнала (2) и гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью мощности N_0 : $x(t) = s(t) + n(t)$. Тогда на выходе идеального ФНЧ будем иметь $y(t) = \tilde{s}(t) + \tilde{n}(t)$, где $\tilde{s}(t)$ описывается формулой (4), а $\tilde{n}(t)$ – гауссовский центрированный случайный процесс с корреляционной функцией $K(\tau) = (N_0/2)B \text{sinc}(\pi B\tau)$. Тем не менее, и в этом случае для нахождения оценок параметров A_k и t_k , $n = \overline{0, K-1}$, сигнала (2) можно воспользоваться аналогичным подходом, описанным выше, и применить перечисленные методы анализа [13, 14], а также метод Cadzow [15], специально разработанный для работы в шумах.

Результаты моделирования

В среде Matlab было выполнено моделирование алгоритмов оценки временных положений \hat{t}_k и амплитудных множителей \hat{A}_k сигнала (2), наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского шума. С этой целью формировались отсчёты процесса $y(t)$ с шагом, обеспечивающим среднеквадратическую погрешность аппроксимации, не превышающую 10%. По каждой сформированной реализации с использованием алгоритмов Annihilating Filter, Cadzow и MUSIC находились оценки \hat{t}_k и \hat{A}_k ($k = \overline{1, K}$) при разных значениях K и отношениях сигнал/шум (ОСШ) z^2 , выраженного в децибелах (дБ). Далее определялись нормированные рассеяния оценок временных положений и амплитуд импульсов

$$V_t = \frac{1}{KT^2} \sum_{k=0}^{K-1} (\hat{t}_k - t_k)^2 \quad \text{и}$$

$$V_A = \frac{1}{K \sum_{k=0}^{K-1} A_k^2} \sum_{k=0}^{K-1} (\hat{A}_k - A_k)^2$$

для всех алгоритмов и для всех (не менее 10000) испытаний. Окончательные значения рассеяний V_t и V_A получались путём усреднения по всем испытаниям (опытам). При моделировании использовались специальные функции, реализующие алгоритмы Annihilating Filter, Cadzow и MUSIC. Первые две из них были написаны самостоятельно, а для реализации третьего алгоритма использована функция `rootmusic` из библиотеки Matlab. На рис. 1 и 2 изображены зависимости этих нормированных рассеяний от ОСШ z^2 (дБ). Кривые 1 построены с использованием метода Annihilating Filter, кривые 2 – с использованием метода Cadzow и кривые 3 – с использованием метода MUSIC. Сплошными линиями изображены соответствующие зависимости при $K=2$, а штриховыми – при $K=7$ (для рис. 1) и $K=5$ (для рис. 2).

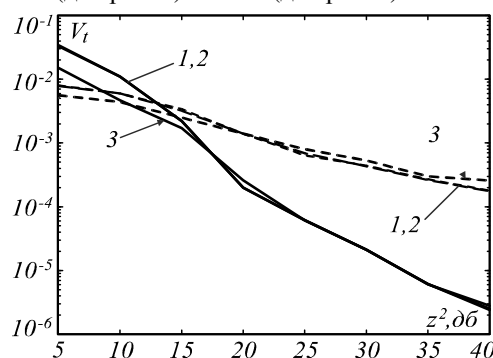


Рис. 1. Зависимость нормированного рассеяния оценки временных положений от отношения сигнал/шум

Анализ приведённых рисунков свидетельствует об ухудшении точности оценок рассматриваемых параметров с увеличением количества сигналов K . Кроме того, приведённые результаты свидетельствуют о том, что используемые методы оценки (Annihilating Filter, Cadzow, MUSIC) обладают приблизительно одинаковой точностью.

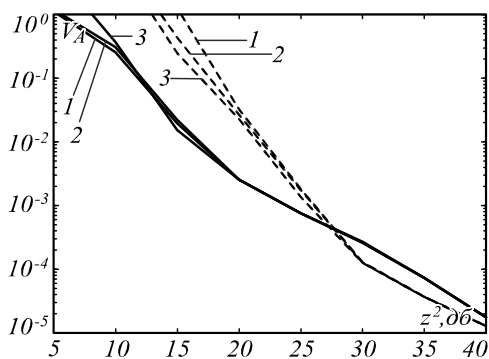


Рис. 2. Зависимость нормированного рассеяния оценки амплитуд от отношения сигнал/шум

Действительно, на рис. 1 и рис. 2 кривые 1–3 отличаются друг от друга в пределах погрешности измерений. Поэтому в дальнейших исследованиях использовался только один из этих методов – алгоритм MUSIC. Следует, однако, отметить, что при моделировании временные положения импульсов выбирались хотя и случайным образом, но при некотором ограничении.

Это ограничение выглядит следующим образом: минимальное расстояние между двумя соседними импульсами должно быть не меньше, чем $T/10$. Если уменьшить это минимальное расстояние между соседними импульсами, то точность измерения резко падает.

Приведённые результаты были получены в соответствии с (7) при наименьшем возможном количестве отсчётов $N = 2K + 1$. В работе было выполнено также моделирование аналогичных алгоритмов с увеличенным количеством отсчётов N . При этом было показано, что увеличение этого количества отсчётов приводит к повышению точности оценок соответствующих параметров. Например, при $K = 5$ увеличение количества отсчётов с минимально необходимых $N = 2K + 1 = 11$ до 17 позволило уменьшить рассеяние оценок временных положений приблизительно в полтора раза при не очень малых значениях ОСШ.

2. Алгоритм оценки временных положений и амплитуд периодической последовательности сверхкоротких импульсов с использованием фильтра Найквиста

Постановка задачи

Одним из возможных недостатков изложенного подхода к оценке временных положений и амплитуд импульсов в (2) является использование идеального ФНЧ, который, как известно, не реализуем на практике. В связи с этим рассмотрим возможность замены этого фильтра на другие. В частности, используем для подобной замены фильтр, относящийся к классу фильтров Найквиста с амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) вида [16]

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1, & |\omega| < \pi B(1 - \beta), \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{|\omega| - \pi B(1 - \beta)}{2\beta B} \right) \right], & \pi B(1 - \beta) \leq |\omega| \leq \pi B(1 + \beta), \\ 0, & |\omega| > \pi B(1 + \beta). \end{cases} \quad (8)$$

Такой фильтр широко используется в качестве сглаживающего фильтра, предназначенного для компенсации искажений, вносимых каналом связи. Изменение параметра β этого фильтра приводит к изменению формы его АЧХ. Так, при $\beta = 0$ из (8) получаем рассмотренный ранее идеальный ФНЧ, а при $\beta = 1$ – это будет известный фильтр типа приподнятого косинуса.

Результаты моделирования

Выполним моделирование рассмотренных алгоритмов оценки временных положений и амплитуд импульсов, заменив в них идеальный ФНЧ на фильтр Найквиста (8). При расчётах, очевидно, необходимо будет изменить характеристики шума на выходе этого фильтра, так как они будут отличаться от аналогичных характеристик на выходе идеального ФНЧ. Результаты моделирования при использовании фильтра Найквиста приведены на рис. 3–5.

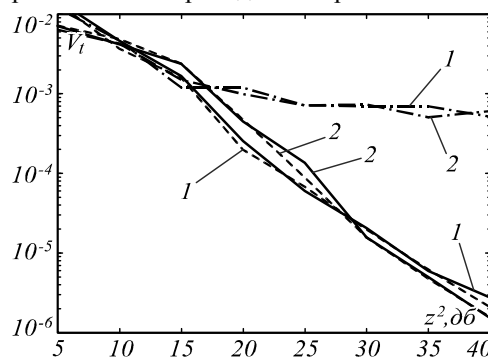


Рис. 3. Зависимость нормированного рассеяния оценки временных положений от отношения сигнал/шум

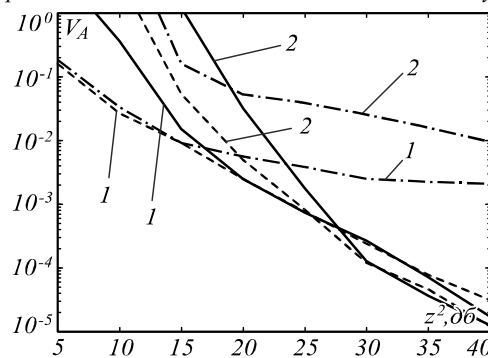


Рис. 4. Зависимость нормированного рассеяния оценки амплитуд от отношения сигнал/шум

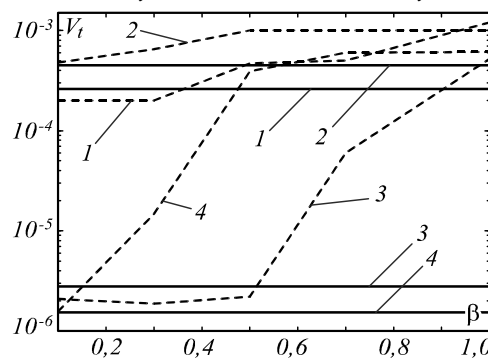


Рис. 5. Зависимость нормированного рассеяния оценки временных положений от параметра фильтра Найквиста β

Для исследования степени влияния параметров этого фильтра на характеристики оценок временных положений и амплитуд импульсов на этих же рисунках приведены соответствующие характеристики оценок и для идеального ФНЧ.

Так, на рис. 3 сплошными линиями изображены нормированные рассеяния оценок временных положений при использовании идеального ФНЧ, штриховыми линиями – нормированные рассеяния оценок временных положений при использовании фильтра Найквиста при $\beta=0,1$, а штрихпунктирными линиями – аналогичные зависимости при $\beta=1$. Кроме того, кривые 1 на этом рисунке построены при $K=2$, а кривые 2 – при $K=5$.

На рис. 4 приведены аналогичные зависимости, только для рассеяний оценок амплитуд импульсов.

Анализ приведённых зависимостей свидетельствует о следующем. Применение фильтра Найквиста, вместо идеального ФНЧ, вполне допустимо при выборе не очень больших значений параметра β . Так, независимо от количества импульсов и при любых (не очень малых) ОСШ, рассеяния оценок временных положений при использовании фильтра Найквиста незначительно отличаются от аналогичных характеристик при использовании идеального ФНЧ при $\beta=0,1$. Увеличение параметра β приводит к ухудшению точности оценок временных положений импульсов, начиная примерно с $z^2 > 20$ дБ. Что касается оценок амплитуд импульсов, то в этом случае выбор параметра фильтра Найквиста β оказывает несколько более существенное влияние на характеристики этих оценок. Замена идеального ФНЧ на фильтр Найквиста при $\beta=0,1$ целесообразна при не очень малых значениях ОСШ (если $K=2$ – при $z^2 > 20$ дБ, в то же время, если $K=5$, то уже при $z^2 > 30$ дБ).

Рассмотрим более подробно влияние параметра фильтра Найквиста β на характеристики оценок временных положений импульсов (как наиболее информативных параметров по сравнению с амплитудами). Это влияние можно проследить из анализа рис. 5, на котором изображены нормированные рассеяния оценок временных положений импульсов при использовании как идеального ФНЧ (сплошные линии), так и фильтра Найквиста (штриховые линии). На этом рисунке кривые 1 построены при $K=2$ и $z^2 > 20$ дБ, кривые 2 – при $K=5$ и $z^2 > 20$ дБ, кривые 3 – при $K=2$ и $z^2 > 40$ дБ, кривые 4 – при $K=5$ и $z^2 > 40$ дБ.

Анализ приведённых зависимостей показывает, что замена идеального ФНЧ на фильтр Найквиста действительно целесообразна лишь при выборе малых значений параметра β . Например, при $K=2$ параметр $\beta \leq 0,3 \div 0,5$, а при $K=5$ параметр β не должен превышать 0,1.

3. Оценка временных положений и амплитуд импульсов последовательности классическим методом максимального правдоподобия

Рассмотрим теперь возможность решения поставленной задачи (оценка временных положений и амплитуд импульсов последовательности (2)) классиче-

ским методом максимального правдоподобия. Для этого в соответствии с (3) предположим, что наблюдению доступны N отсчётов аддитивной смеси полезного сигнала (6) и гауссовского центрированного случайного процесса с элементами корреляционной матрицы вида $K_{ij} = (N_0/2) B \text{sinc}(\pi B \Delta t(i-j))$, $i, j = \overline{1, N}$: $Y_i = \tilde{s}_i + \tilde{n}_i$. Необходимо определить оценки параметров t_k и A_k ($k = \overline{1, K}$). В соответствии с методом максимального правдоподобия ищется логарифм функции правдоподобия, который в нашем случае выглядит следующим образом:

$$\Lambda[\mathbf{t}, \mathbf{A}] = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (Y_i - m_i(\mathbf{t}, \mathbf{A})) (Y_j - m_j(\mathbf{t}, \mathbf{A})) C_{ij}, \quad (9)$$

где $m_i(\mathbf{t}, \mathbf{A}) = \tilde{s}$, C_{ij} – элементы матрицы, обратной корреляционной матрице шума с элементами K_{ij} .

Оценки амплитуд импульсов можно достаточно просто найти из решения системы уравнений $(\partial \Lambda / \partial A_l)|_{\hat{\mathbf{A}}} = 0$, $l = \overline{1, K}$. Действительно, вектор оценок амплитуд можно представить в виде $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{uR}^{-1}$, где \mathbf{u} – вектор размера $1 \times K$ с элементами

$$u_l = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij} Y_i G_l(j \Delta t),$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \alpha_0 & \beta_{0,1} & \beta_{0,2} \dots & \beta_{0,K-1} \\ \beta_{1,0} & \alpha_1 & \beta_{1,2} \dots & \beta_{1,K-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{K-1,0} & \beta_{K-1,1} & \beta_{K-1,2} \dots & \alpha_{K-1} \end{pmatrix} -$$

матрица размера $K \times K$ с элементами

$$\alpha_l = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij} G_l(i \Delta t) G_l(j \Delta t),$$

$$\beta_{l,k} = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij} G_l(i \Delta t) G_k(j \Delta t).$$

Значительно сложнее дело обстоит с оценкой временных положений импульсов t_k сигнала (2). Для этого найденные оценки амплитуд \hat{A}_k необходимо подставить в (9), в результате получится функция Λ , зависящая от K переменных t_k . Необходимо осуществить поиск абсолютного максимума этой многомерной функции. Подобная задача может быть решена без существенных вычислительных затрат лишь для $K=1$ и $K=2$. Увеличение количества импульсов в наблюдаемых данных на единицу приводит к тому, что всякий раз размерность функции Λ будет увеличиваться в N_i^2 раз, где N_i – количество отсчётов по возможным временным положениям функции правдоподобия. В связи с вышеизложенным в работе была выполнена оценка по методу максимального правдоподобия параметров t_k и A_k ($k = \overline{0, K-1}$) только для случая $K=2$. Как показали расчёты, точность этих оценок не существенно отличается от точности оценок анализируемых параметров, производимых предлагаемым в работе методом, что

подтверждает его высокую эффективность. Действительно, при $K=2$ и $z^2 \leq 40$ дБ рассеяние оценки временных положений при использовании метода максимального правдоподобия отличается от рассеяния оценки по предложенному методу не более, чем на 30%. Отличие рассеяний оценок амплитуд для этих методов для тех же условий не превышает 50%. Однако ещё раз подчеркнем, что практическая реализация алгоритма оценки временных положений и амплитуд импульсов по методу максимального правдоподобия уже при $K \geq 3$ весьма затруднительна (временные затраты возрастают настолько, что оценки не могут быть найдены в реальном режиме времени). Следовательно, несмотря на некоторый проигрыш в эффективности измерений, в реальных условиях целесообразно использовать предлагаемый в работе алгоритм вместо алгоритма максимального правдоподобия.

Отметим, что приведённые результаты справедливы в случае, если количество импульсов на периоде K априори известно. В то же время значительный интерес может представлять аналогичная задача при неизвестном количестве импульсов. Решение этой задачи может быть выполнено, например, с использованием теории Compressive Sensing [17–19], однако решение подобной задачи оставим на будущее.

Заключение

В работе показано, каким образом можно оценивать временные положения и амплитуды периодической последовательности импульсов по незначительному, зависящему лишь от числа этих импульсов количеству отсчётов. Определены условия, при которых вместо идеального ФНЧ можно использовать фильтр Найквиста. Показано, от чего зависит выбор параметров этого фильтра. Отмечено, что в отличие от метода максимального правдоподобия практическая реализация предложенного алгоритма значительно более простая, не требующая формирования и поиска максимума функции большого числа переменных. В то же время характеристики точности оценок временных положений и амплитуд импульсов при использовании этих двух методов отличаются незначительно. Показано, что, если точность оценки временных положений при использовании минимально необходимого числа отсчётов $N = 2K + 1$ недостаточна, можно несколько повысить эту точность путём незначительного увеличения количества этих отсчётов. Действительно, как показано ранее, увеличение количества отсчётов приблизительно в 1,5 раза (от 11 до 15–17) от минимально необходимого приводит к повышению точности измерения временных положений не менее чем в 1,5 раза (при не очень малых значениях ОСШ $z^2 \geq 20$ дБ). Однако дальнейшее увеличение количества используемых отсчётов не приведет к существенному выигрышу в эффективности оценки временных положений. В то же время подобное увеличение количества отсчётов, как показывают исследования, практически не оказывает никакого влияния на эффективность оценки амплитуд. Таким образом, в

оптических системах с MPPM, в которых количество K передаваемых импульсов определяет не только энергетическую и частотную эффективности, но и скорость передачи информации, использование предлагаемого подхода позволяет осуществлять детектирование без существенных временных и аппаратных затрат с достаточно высокой точностью.

Литература

1. Радиосистемы передачи информации / И.М. Тепляков, Б.В. Рошин, А.И. Фомин, В.А. Вейцель; под ред. И.М. Теплякова. – М.: Радио и связь, 1982. – 264 с.
2. Гальярди, Р.М. Оптическая связь / Р.М. Гальярди, Ш. Карп; пер. с англ. – М.: Связь, 1978. – 424 с.
3. Wada, A. Enhancement of dynamic range of optical fiber sensor using fiber Bragg grating Fabry-Pérot interferometer with pulse-position modulation scheme: Compensation of source wavelength-sweep nonlinearity / A. Wada, S. Tanaka, N. Takahashi // IEEE Photonics Journal. – 2013. – Vol. 5, Issue 4. – P. 1-8. – DOI: 10.1109/JPHOT.2013.2276971.
4. Şahin, S. Improvement of required SNR for satellite-to-ground optical communication via aperture diversity by using PPM / S. Şahin // Proceedings of 10th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP). – 2016. – P. 175-179. – DOI: 10.1109/CSNDSP.2016.7573929.
5. Esman, D.J. Frequency-hopping pulse position modulation ultrawideband receiver / D.J. Esman, V. Ataie, B.P.-P. Kuo, N. Alic, S. Radic // Journal of Lightwave Technology. – 2017. – Vol. 35, Issue 10. – P. 1894-1899. – DOI: 10.1109/JLT.2017.2672527.
6. Peppas, K.P. Performance of underwater optical wireless communication with multi-pulse pulse-position modulation receivers and spatial diversity / K.P. Peppas, A.C. Boucouvalas, Z. Ghassemloy // IET Optoelectronics. – 2017. – Vol. 11, Issue 5. – P. 180-185. – DOI: 10.1049/iet-opt.2016.0130.
7. Hassan, M. Error performance study of MPPM optical communication systems with finite extinction ratios / M. Hassan, S. Shapsough, T. Landolsi, A.F. Elrefaie // Proceedings of International Conference on Industrial Informatics and Computer Systems (CIICS). – 2016. – P. 1-4. – DOI: 10.1109/ICCSII.2016.7462445.
8. Zhang, P. Wagner-like decoding for noncoherent PPM based ultra-low-power communications / P. Zhang, F.M.J. Willems, L. Huang // Proceedings of IEEE 24th International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC). – 2013. – P. 932-937. – DOI: 10.1109/PIMRC.2013.6666271.
9. Tur, R. Innovation rate sampling of pulse streams with application to ultrasound imaging / R. Tur, Y.C. Eldar, Z. Friedman // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2011. – Vol. 59, Issue 4. – P. 1827-1842. – DOI: 10.1109/TSP.2011.2105480.
10. Katsu, K. Performance evaluation on correlation detection and energy detection for ultra wideband-impulse radio communication with multi-pulse position modulation scheme in implant body area networks / K. Katsu, D. Anzai, J. Wang // IET Communications. – 2013. – Vol. 7, Issue 13. – P. 1430-1436. – DOI: 10.1049/iet-com.2013.0015.
11. Зубаченко, В.Л. Разработка систем кодирования для оптоэлектронных атмосферных каналов (ОАК) и волоконно-оптических линий связи (ВОЛС) / В.Л. Зубаченко, В.П. Дмитриев, П.А. Бобович, И.В. Коршунов // Компьютерная оптика. – 2006. – № 30. – С. 80-91.
12. Опенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А.В. Опенгейм, Р.В. Шафер; под ред. А.С. Ненашева; пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.

13. **Марпл.-мл., С.Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл.-мл.; пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
14. **Ye, J.C.** Compressive sampling using annihilating filter-based low-rank interpolation / J.C. Ye, J.M. Kim, K.H. Jin, K. Lee // IEEE Transaction on Information Theory. – 2016. – Vol. 63, Issue 2. – P. 777-801. – DOI: 10.1109/TIT.2016.2629078.
15. **Condat, L.** Cadzow denoising upgrated: A new projection method for the recovery of Dirac pulses from noisy linear measurements / L. Condat, A. Hirabayashi // Sampling Theory in Signal and Image Processing. – 2015. – Vol. 14, Issue 1. – P. 17-47.
16. **Şafak, M.** Digital communications / M. Şafak. – Chichester: John Wiley and Sons Ltd., 2017. – 906 p. – ISBN: 978-1-11909125-7.
17. **Bellasi, D.E.** Energy-efficiency analysis of analog and digital Compressive Sensing in wireless sensors / D.E. Bellasi, L. Benini // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. – 2015. – Vol. 62, Issue 11. – P. 2718-2729. – DOI: 10.1109/TCSI.2015.2477579.
18. **Donoho, D.L.** Compressed sensing / D.L. Donoho // IEEE Transactions on Information Theory. – 2006. – Vol. 52, Issue 4. – P. 1289-1306. – DOI: 10.1109/TIT.2006.871582.
19. **Парфенов, В.И.** Принципы построения и анализ эффективности функционирования беспроводных сенсорных сетей на основе теории Compressive Sensing / В.И. Парфенов, Д.Ю. Голованов // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – № 2. – С. 14-19.
20. **Парфенов, В.И.** Определение незанятых частотных поддиапазонов по сжатым измерениям / В.И. Парфенов, Д.Ю. Голованов // Инфокоммуникационные технологии. – 2015. – Т. 13, №3. – С. 305-312.

Сведения об авторах

Парфенов Владимир Иванович, 1961 года рождения, в 1983 окончил Воронежский государственный университет, в 1989 году защитил кандидатскую, а в 2002 – докторскую диссертацию. Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры радиофизики Воронежского государственного университета. Область научных интересов: применение методов статистической радиофизики к анализу систем передачи информации. E-mail: vip@phys.vsu.ru.

Голованов Дмитрий Юрьевич, 1988 года рождения, в 2012 году окончил Воронежский государственный университет. Аспирант кафедры радиофизики Воронежского государственного университета. Область научных интересов: разработка и исследование новых методов сжатия цифровой информации. E-mail: golovanov@amm.vsu.ru.

ГРНТИ: 49.03.05

Поступила в редакцию 6 ноября 2017 г. Окончательный вариант – 9 декабря 2017 г.

NOISE STABILITY OF SIGNAL RECEPTION ALGORITHMS WITH MULTIPULSE PULSE-POSITION MODULATION

V.I. Parfenov¹, D.Y. Golovanov¹
¹Voronezh State University, Voronezh, Russia

Abstract

An algorithm for estimating time positions and amplitudes of a periodic pulse sequence from a small number of samples was proposed. The number of these samples was determined only by the number of pulses. The performance of this algorithm was considered on the assumption that the spectrum of the original signal is limited with an ideal low-pass filter or the Nyquist filter, and conditions for the conversion from one filter to the other were determined. The efficiency of the proposed algorithm was investigated through analyzing in which way the dispersion of estimates of time positions and amplitudes depends on the signal-to-noise ratio and on the number of pulses in the sequence. It was shown that, from this point of view, the efficiency of the algorithm decreases with increasing number of sequence pulses. Besides, the efficiency of the proposed algorithm decreases with decreasing signal-to-noise ratio.

It was found that, unlike the classical maximum likelihood algorithm, the proposed algorithm does not require a search for the maximum of a multivariable function, meanwhile characteristics of the estimates are practically the same for both these methods. Also, it was shown that the estimation accuracy of the proposed algorithm can be increased by an insignificant increase in the number of signal samples.

The results obtained may be used in the practical design of laser communication systems, in which the multipulse pulse-position modulation is used for message transmission.

Keywords: optical communications, modulation, optical systems, lasers, pulses, filters, estimation algorithms, method MUSIC, signal to noise ratio, dispersion of estimates, maximum likelihood method, likelihood function.

Citation: Parfenov VI, Golovanov DY. Noise stability of signal reception algorithms with multipulse pulse-position modulation. Computer Optics 2018; 42(1): 167-174. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-1-167-174.

References

- [1] Teplyakov IM, Roshcin BV, Fomin AI, Weitzel VA. Radio communication systems [In Russian]. Moscow: "Radio i svjaz" Publisher; 1982.
- [2] Gagliardi RM, Karp S. Optical communications. New York: John Wiley & Sons, Inc.; 1974.
- [3] Wada A, Tanaka S, Takahashi N. Enhancement of dynamic range of optical fiber sensor using fiber Bragg grating Fabry-Pérot interferometer with pulse-position modulation scheme: Compensation of source wavelength-sweep nonlinearity. IEEE Photonics Journal 2013; 5(4): 1-8. DOI: 10.1109/JPHOT.2013.2276971.
- [4] Şahin S. Improvement of required SNR for satellite-to-ground optical communication via aperture diversity by using PPM. Proceedings of 10th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP) 2016; 175-179. DOI: 10.1109/CSNDSP.2016.7573929.
- [5] Esman DJ, Ataie V, Kuo BP-P, Alic N, Radic S. Frequency-hopping pulse position modulation ultrawideband receiver. Journal of Lightwave Technology 2017; 35(10): 1894-1899. DOI: 10.1109/JLT.2017.2672527.
- [6] Peppas KP, Boucouvalas AC, Ghassemloy Z. Performance of underwater optical wireless communication with multi-pulse pulse-position modulation receivers and spatial diversity. IET Optoelectronics 2017; 11(5): 180-185. DOI: 10.1049/iet-opt.2016.0130.
- [7] Hassan M, Shapsough S, Landolsi T, Elrefaie AF. Error performance study of MPPM optical communication systems with finite extinction ratios. Proceedings of International Conference on Industrial Informatics and Computer Systems (CIICS) 2016; 1-4. DOI: 10.1109/ICCSII.2016.7462445.
- [8] Zhang P, Willems FMJ, Huang L. Wagner-like decoding for noncoherent PPM based ultra-low-power communications. Proceedings of IEEE 24th International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC) 2013; 932-937. DOI: 10.1109/PIMRC.2013.6666271.
- [9] Tur R, Eldar YC, Friedman Z. Innovation rate sampling of pulse streams with application to ultrasound imaging. IEEE Transactions on Signal Processing 2011; 59(4): 1827-1842. DOI: 10.1109/TSP.2011.2105480.
- [10] Katsu K, Anzai D, Wang J. Performance evaluation on correlation detection and energy detection for ultra wide-band-impulse radio communication with multi-pulse position modulation scheme in implant body area networks. IET Communications 2013; 7(13): 1430-1436. DOI: 10.1049/iet-com.2013.0015.
- [11] Zubachenco VL, Dmitriev VP, Bobovich PA, Korshunov IV. Development of coding systems for optoelectronic atmospheric channels (OAC) and fiber-optic communication lines (FOCL) [In Russian]. Computer Optics 2006; 30: 80-91.
- [12] Oppenheim AV, Schaffer RW. Digital signal processing. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc.; 1999.
- [13] Marple SL. Digital spectral analysis: With applications. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, Inc.; 1987. ISBN: 0-132-14149-3.
- [14] Ye JC, Kim JM, Jin KH, Lee K. Compressive Sampling using annihilating filter-based low-rank interpolation. IEEE Transaction on Information Theory 2016; 63(2): 777-801. DOI: 10.1109/TIT.2016.2629078.
- [15] Condat L, Hirabayashi A. Cadzow denoising upgrated: A new projection method for the recovery of Dirac pulses from noisy linear measurements. Sampling Theory in Signal and Image Processing 2015; 14(1): 17-47.
- [16] Şafak M. Digital communications. Chichester: John Wiley and Sons Ltd.; 2017. ISBN: 978-1-11909125-7.
- [17] Bellasi DE, Benini L. Energy-efficiency analysis of analog and digital Compressive Sensing in wireless sensors. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers 2015; 62(11): 2718-2729. DOI: 10.1109/TCSI.2015.2477579.
- [18] Donoho DL. Compressed Sensing. IEEE Transactions on Information Theory 2006; 52(4): 1289-1306. DOI: 10.1109/TIT.2006.871582.
- [19] Parfenov VI, Golovanov DY. Principles of construction and effectiveness analysis of operation of wireless sensor networks based on compressive sensing theory [In Russian]. Digital signal processing 2016; 2: 14-19.
- [20] Parfenov VI, Golovanov DY. Detection of vacant unoccupied frequency sub-bands by compressed measurements [In Russian]. Infocommunication Technologies 2015; 13(3): 305-312.

Author's information

Vladimir Ivanovich Parfenov (b. 1961) graduated from Voronezh State University in 1983. In 1989 he defended his candidate's dissertation and in 2002 – his doctoral dissertation. Doctor of Physical and Mathematical sciences, professor, professor of Radiophysics chair, Voronezh State University. Research interests are application statistical radiophysics methods to the analysis of information transmission systems. E-mail: vip@phys.vsu.ru.

Dmitry Yurievich Golovanov (b. 1988) graduated from Voronezh State University in 2012. Graduate student of Radiophysics chair, Voronezh State University. Research interests are development and investigation of new compression methods of digital information. E-mail: golovanov@amm.vsu.ru.

Received November 6, 2017. The final version – December 9, 2017.

Дизайн: Я.Е. Тахтаров. Оформление и вёрстка: М.А. Вахе, Е.В. Семиколенных, С.В. Смагин и Я.Е. Тахтаров.
Лит. редактор и корректор Ю.Н. Литвинова. Консультант по оформлению англоязычного блока М.И. Котляр.
E-mail: ko@smr.ru, <http://www.computeroptics.smr.ru>

Подписано в печать 26.02.2018 г. Усл. печ. л. 20,10.

Заказ № 11/1. Тираж 218 экз. Печать офсетная. Формат 62x84 1/8.

Цена: 550 рублей / Price of 550 rubles (6+)

Редакция: Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, (443010, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 151)
Соучредители: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (443086, г. Самара, Московское шоссе, д.34),
Федеральное государственное учреждение «Федеральный научно-исследовательский центр «Кристаллография и фотоника» Российской академии наук» (117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д.17А)
Отпечатано в типографии ООО «Предприятие «Новая техника» (443013 г. Самара, пр-кт. Карла Маркса, 24-76)