

Uma revisão teórica sobre funções de Autocorrelação aplicadas a altas e baixas Velocidades do vento

A theoretical review of autocorrelation functions applied to high and low wind speed

Gervásio Annes Degrazia¹, Lidiane Buligon², Charles Rogério Paveglio Szinvelski^{*3},
Lilian Moor⁴ e Otávio Costa Acevedo⁵

^{1 5} Professor do Departamento de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS

^{2 3} Professor(a) do Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS

⁴ Aluna da PPGFis, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS

Resumo

Neste estudo é analisada a função de autocorrelação sugerida por Frenkiel (Frenkiel (1953)), a qual descreve os lóbulos negativos observados no fenômeno de meandro para o vento médio horizontal. Esta função é uma expressão híbrida constituída por parâmetros turbulentos e de meandro, que descrevem estados puros e conectados de movimentos turbulentos e de meandro. Além disso, a função de autocorrelação é comparada com dados de observações do fenômeno de meandro medidos no norte do Brasil. Outro propósito é os verificar requerimentos matemáticos e físicos associados a funções de autocorrelação necessários para a validação desta formulação apresentada

Palavras-chave: Função Autocorrelação, Meandro, Turbulência, Função de Autocorrelação de Frenkiel, Parâmetros Turbulentos.

Abstract

In this study is analysed an autocorrelation function suggested by Frenkiel (Frenkiel (1953)), to described negative lobes in the meandering phenomenon of the horizontal mean wind vector. This function is a hybrid expression constituted by turbulent and meandering parameters which describe pure and connected states of turbulence and meandering movements. Furthermore, the autocorrelation function is employed to fit meandering observations measured in north Brazil. An additional purpose is employ distinct mathematical and physical criteria to test this mathematical formulation. Employing the Frenkiel's formula a formulation to the turbulence dissipation rate has been obtained.

Keywords: Autocorrelation Function, Meandering, Turbulence, Frankiel Autocorrelation Function, Turbulent Parameters.

*charless@ufsm.br

1 Introdução

A função de autocorrelação turbulenta é um quantificador estatístico relevante tanto para estudos de dispersão de escalares, quanto para a obtenção de relações fundamentais relacionadas ao estudo do fenômeno de turbulência. Neste aspecto, o emprego destas funções de autocorrelação na Teoria Estatística de Taylor (Taylor (1921)) permite calcular os parâmetros de dispersão e relações funcionais para a taxa de dissipação da turbulência utilizados em modelos de dispersão Eulerianos e Lagrangianos.

Simulações de fenômenos de transporte turbulento, como a difusão de escalares na atmosfera sob condições de vento fraco, apresentam-se como um dos problemas desafiadores na área da Física da Atmosfera. Para condições de vento fraco abaixo de um certo valor crítico, não é possível se determinar uma direção preferencial para o vento médio. Este problema é uma caracterização do fenômeno de meandro, o qual consiste em oscilações de baixa frequência do vento horizontal.

Este fenômeno ocorre quando a velocidade do vento horizontal é inferior a 1,5 m/s (Anfossi et al. (2005)). Nesta configuração, a direção horizontal do vento varia muito e os contaminantes são dispersos sobre muitos setores angulares. Consequentemente, o comportamento oscilatório do vento é o mecanismo que espalha os contaminantes nas diferentes direções e provoca uma redução na concentração máxima (Degrazia et al. (2008)).

Frenkiel (1953) propôs uma função de autocorrelação para descrever o meandro e que contempla o comportamento oscilatório do vento horizontal. A presença de lóbulos negativos na função de autocorrelação do vento horizontal caracteriza o fenômeno. As funções de autocorrelação clássicas, como a função exponencial (Taylor (1921)), descrevem adequadamente o comportamento de regimes turbulentos bem desenvolvidos. Todavia, elas falham completamente na descrição de função de autocorrelação observadas na presença do fenômeno de meandro (Anfossi et al. (2005)).

A partir dessa função de autocorrelação sugerida por Frenkiel (1953), pode-se derivar uma forma funcional para a taxa de dissipação turbulenta válida para diferentes tipos de manifestações de turbulência presentes na Camada Limite Planetária (CLP). Esta formulação permite a dedução de parametrizações turbulentas, como a determinação da constante de Kolmogorov, aplicadas em modelos de dispersão estocásticos lagrangianos (Yeung (2002)).

Neste trabalho, com o objetivo de fornecer argumentos para a validação da função de autocorrelação de Frenkiel (1953), comparam-se as componentes do vento horizontal obtidas a partir desta função de autocorrelação com as respectivas componentes de dados obser-

vacacionais de meandro. Um objetivo adicional é testar a função de Frenkiel (1953) frente a requisitos físicos empregados na validação de uma função de autocorrelação aplicada ao estudo da turbulência (Manomaiphiboon e Russell (2003)).

2 A função de autocorrelação de Frenkiel

Em seu trabalho clássico sobre a teoria de difusão estatística da turbulência, Taylor (1921) considerou uma forma exponencial para a função de autocorrelação lagrangiana dada pela seguinte expressão:

$$R_L(\tau) = e^{-\frac{\tau}{T_L}} \quad (1)$$

onde, τ é o tempo de correlação e T_L é a escala de tempo integral lagrangiana associada as estruturas coerentes caracterizando uma turbulência bem desenvolvida. Entretanto, para uma situação de baixa velocidade de vento, descritas por pequenas frequências nas oscilações do vento horizontal (o que caracteriza o fenômeno de meandro), a turbulência é dita fraca e o que descaracteriza a aplicabilidade da Equação (1).

Neste sentido, mediante a inserção de parâmetros adequados, a formulação sugerida por Frankiel para a função de autocorrelação lagrangiana, satisfaz as possíveis situações de ocorrências de turbulência na CLP. O ponto de partida para se obter tal descrição é a Equação (1), que descreve situações de turbulência bem desenvolvida. Entretanto, para atender as variadas manifestações de turbulência na CLP, introduz-se a expressão $\cos(q\tau)$ para $m \geq 0$ (m é uma quantidade adimensional que controla a frequência de oscilação do vento horizontal), resultando na seguinte fórmula funcional,

$$R_L(\tau) = e^{-p\tau} \cos(q\tau) \quad (2)$$

com $q = mp$ e $p = \frac{1}{(1+m^2)T_L}$.

Salienta-se que essa formulação é capaz de descrever os lóbulos negativos de uma função de autocorrelação observada no fenômeno de meandro do vento horizontal. A Figura 1 mostra o comportamento da função de autorrelação de Frenkiel (1953) para diferentes valores de m .

Uma propriedade fundamental que a função de autocorrelação deve apresentar é a paridade par, que é decorrente da hipótese de estacionaridade da turbulência. A Equação (2) na forma apresentada não é uma função par, mas é uma representação usual da real formulação dessa função de autocorrelação dada por

$$R_L(|\tau|) = e^{-p|\tau|} \cos(q|\tau|). \quad (3)$$

A Figura 2¹ exhibe as funções de autocorrelação medi-

¹ Na Figura 2 utilizou-se $m_u = 2,7$ e $m_v = 3,8$.

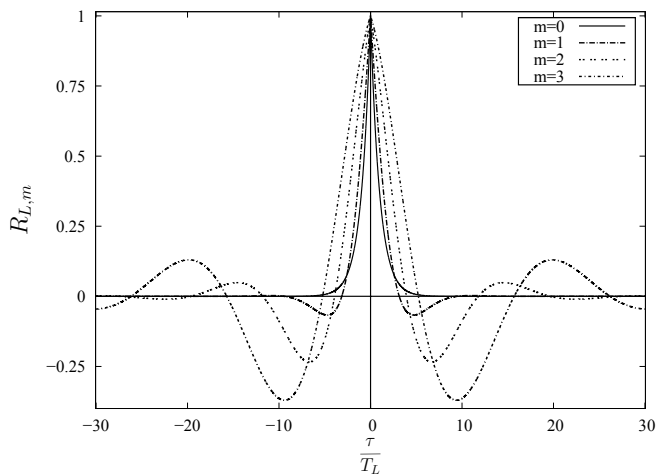


Figura 1: Funções de autocorrelação de Frenkiel para $m = 0,1,2,3$. Destaca-se que para o caso de $m = 0$ a Equação (2) reproduz na Equação (1).

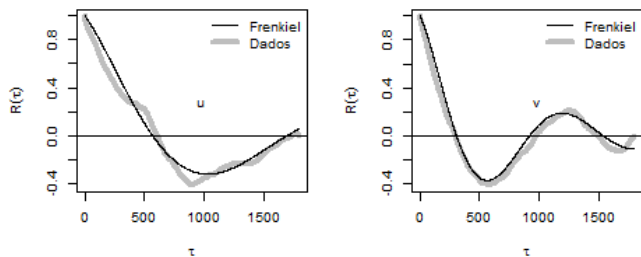


Figura 2: Funções de autocorrelação do dia 22 de janeiro de 2001, 21 horas LT; A linha cinza refere-se aos dados de Santarém (componente u e v do vento, respectivamente), a linha preta representa a função de autocorrelação de Frenkiel.

das (linha contínua cinza) para as componentes u e v em situações de meandro do vento horizontal e a linha preta representa a curva de ajuste obtida a partir da função de Frenkiel (1953). Os dados observacionais utilizados no presente estudo foram coletados em Santarém na Amazônia brasileira através do Experimento de Grande Escala da Biosfera-Atmosfera na Amazônia (LBA) (Alencar e Campos dos Santos (2010)). Destaca-se na Figura 2 a presença dos lóbulos negativos que caracterizam o fenômeno oscilatório da velocidade horizontal do vento. Estes valores negativos da função de autocorrelação identificam o fenômeno de meandro. O significado físico da função de autocorrelação negativa mostra que as partículas tornam-se anticorrelacionadas, isto é, uma partícula que foi liberada recentemente viaja no sentido leste relativo ao sistema de coordenadas, enquanto a parcela que foi liberada entre 800 e 1000 segundos antes viaja no sentido oeste. Isto é uma indicação que o escoamento na

CLP apresenta um comportamento sinuoso (Steenveld e Holtslag (2009); Oetli et al. (2005)). Pode-se observar que a Equação (2) reproduz de modo satisfatório a curva experimental associada ao fenômenos de meandro do vento.

3 Critérios de validação de uma função de autocorrelação

No artigo de Manomaiphiboon e Russell (2003), foram estabelecidos quatro critérios para a validação de uma função de autocorrelação lagrangiana lateral em regime de turbulência estacionária e homogênea. Tais critérios, sob as condições especificadas, expressam as propriedades matemáticas decorrentes dos respectivos requisitos físicos requeridos para a validação de uma função autocorrelação aplicada ao estudo da turbulência.

Abaixo, seguem os critérios conforme Manomaiphiboon e Russell (2003).

- I: $R_L(\tau)$ é limitada na origem (em uma vizinhança da origem) com $|R_L(\tau)| \leq 1 = R_L(0)$. Além disso, $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_L(\tau) = 0$ e $\int_0^{+\infty} |R_L(\tau)| d\tau < \infty$.

Considere uma função de autocorrelação genérica,

$$R_L(\tau) = \frac{\langle u(t)u(t+\tau) \rangle}{\langle u^2 \rangle}, \tag{4}$$

é imediato que $R_L(0) = 1$, indicando que a correlação máxima na medida da velocidade do vento se dá para $\tau = 0$ e conseqüentemente para qualquer outro tempo de correlação vale $|R_L(\tau)| \leq 1^2$.

A imposição de que $\int_0^{+\infty} |R_L(\tau)| d\tau$ seja finita, permite obter a escala de tempo integral lagrangiana (Critério III) que, em média, estabelece a medida temporal em que um elemento de fluido desloca-se em uma determinada direção (Hinze (1975)), e é razoável esperar a diminuição dessa correlação com o passar do tempo e que esta vá para zero para longos tempos de observação.

- II: $R_L(\tau)$ é suave em τ . Na origem $\left. \frac{dR_L(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = 0$ e $\left. \frac{d^2R_L(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} < 0$.

As propriedades matemáticas descritas no Critério II decorrem da expansão em série de $R_L(\tau)$ em torno da origem ($\tau \approx 0$),

$$R_L(\tau) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left. \frac{d^{(n)}R_L(\tau)}{d\tau^n} \right|_{\tau=0} \frac{\tau^n}{n!}. \tag{5}$$

² Considere a diferença quadrática da velocidade $\langle u(t+\tau) - u(t) \rangle^2 \geq 0$

Devido a paridade R_L , as derivadas de ordem ímpar são nulas, em particular, $\left. \frac{dR_L(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = 0$. Logo, da Equação (5), tem-se

$$R_L(\tau) = 1 + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 R_L(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} \tau^2 + \mathcal{O}(\tau^4), \quad (6)$$

e, conseqüentemente, $\left. \frac{1}{2} \frac{d^2 R_L(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} < 0$, pelo teste da derivada segunda em um intervalo centrado na origem ($\tau \approx 0$), garantindo uma representação de $R_L(\tau)$ por polinômio quadrático e que, em $\tau = 0$, cumpre os primeiros requisitos do Critério I.

Segundo Hinze (1975), ao introduzir a escala de tempo τ_L , que contém valores temporais muito próximos da origem, a Equação (6) é reescrita via esta nova escala de tempo, como

$$R_L(\tau) \approx 1 - \frac{\tau^2}{\tau_L^2}, \quad (7)$$

uma parábola osculadora de R_L na origem. Tal expressão, permite a definição da escala de tempo de dissipação lagrangiana τ_L pela relação

$$\frac{1}{\tau_L^2} = -\frac{1}{2} \left. \frac{d^2 R_L(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0}. \quad (8)$$

III: A escala de tempo integral lagrangiana definida por $T_L = \int_0^{+\infty} R_L(\tau) d\tau$ é limitada e bem definida.

Este critério é uma consequência direta do Critério I, pois estabelecida a convergência da integral imprópria pode-se definir a escala de tempo integral lagrangiana T_L .

IV: A partir do teorema de Wiener-Khintchin (Gardiner (1985)) a $R_L(\tau)$ e $E_L(\omega)$ são expressas pelo par de transformada do Cosseno de Fourier:

$$R_L(\tau) = \frac{1}{\langle u^2 \rangle} \int_0^{+\infty} E_L(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega,$$

e

$$E_L(\omega) = \frac{2\langle u^2 \rangle}{\pi} \int_0^{+\infty} R_L(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau.$$

com ω é a frequência turbulenta. De acordo com a teoria do subintervalo inercial (K41) Kolmogorov (1941), E_L pode ser expressa por:

$$E_L(\omega) = \kappa \bar{\epsilon} \omega^{-2} \propto \omega^{-2},$$

para $1 \ll \omega T_L \ll \frac{T_L}{\tau_\eta}$, com κ é a constante universal adimensional, $\bar{\epsilon}$ é a taxa média de dissipação de energia turbulenta e τ_η é a escala de tempo de Kolmogorov.

Este critério estabelece a relação entre $R_L(\tau)$ e $E_L(\omega)$ via Transformada de Fourier. A expressão para $E_L(\omega)$ resultante deve concordar com a Teoria K41 (Kolmogorov (1941)). Tal concordância é verificada, via análise gráfica, quando $E_L(\omega) \propto \omega^{-2}$ para $\omega T_L \gg 1$.

4 Análise dos critérios de validação aplicados a função de Frenkiel

Nesta seção, analisa-se a função de autocorrelação lagrangiana proposta por Frenkiel (1953) (Equação (2)) sob a ótica dos critérios de validação apresentados na seção anterior.

I: $R_L(\tau)$ é uma função par por definição e apresenta as seguintes propriedades adicionais:

(i) $|R_L(\tau)| \leq 1 = R_L(0)$, isto é, limitada em torno da origem e assume o valor máximo 1 em $\tau = 0$. Este fato, concorda com o resultado apresentado em Hinze (1975) e Tennekes e Lumley (1972), o qual, revela-nos que a forma parabólica resultante da expansão de uma função de autocorrelação lateral lagrangiana teórica³ em $\tau \approx 0$ oscula $R_L(\tau)$ na origem.

(ii) Esta propriedade refere-se ao comportamento qualitativo esperado de $R_L(\tau)$ quando $|\tau| \rightarrow \infty$, o qual deveria convergir gradualmente a zero. Este resultado é obtido da constatação que $|R_L(|\tau|)| \leq \exp(-p\tau)$ e com a aplicação do teorema do confronto;

(iii) Esta propriedade permitirá estabelecer a definição de escala integral lagrangiana, a qual decorrerá do fato de $\int_0^{+\infty} |R_L(\tau)| d\tau$ ser convergente. O que se verifica com facilidade, pois

$$\int_0^{+\infty} \exp(-p|\tau|) d\tau = \frac{1}{p}, \text{ um valor finito.}$$

II: Embora $R_L(\tau)$ seja contínua em τ , ela não é suave, pois suas derivadas laterais em $\tau = 0$ diferem ($R_L'(0) = -p \neq p = R_L'(0)$), e conseqüentemente a derivada em $t = 0$ não está definida.

O não cumprimento deste critério, na sua totalidade, é decorrente da forma da lei funcional da função de autocorrelação de Frenkiel, a qual não tem derivadas definidas na origem (Figura 2). A implicação física deste fato, indica que a função de autocorrelação de Frenkiel não é recomendada para investigação de micro estruturas viscosas da turbulência (Tennekes (1979)). Todavia, para aplicações práticas, sob hipótese de turbulência bem

³ $R_L(\tau) \approx 1 - \tau^2/\tau_L^2$, parábola osculadora da qual se define a escala temporal de dissipação lagrangiana τ_L^2 (Hinze (1975)).

desenvolvida (número de Reynolds tendendo ao infinito), o não cumprimento deste critério nas regiões de alta frequência indica que a energia e as escalas características associadas a estes turbilhões não são relevantes no processo de dispersão de escalares passivos.

III: A escala de tempo integral lagrangiana T_L definida por $T_L = \int_0^{+\infty} R_L(\tau) d\tau$ é limitada e bem definida. De fato,

$$T_L = \int_0^{+\infty} \exp(-p\tau) \cos(q\tau) d\tau = \frac{1}{p(m^2 + 1)} = T_L,$$

$$\text{com } p = \frac{1}{T_L(m^2 + 1)}.$$

Consequentemente, esta escala de tempo característica da estrutura do escoamento do fluido pode ser definida.

IV: Para a validação deste critério, basicamente, se utilizará da verificação da seguinte relação

$$E_L(\omega) = \frac{2\langle u^2 \rangle}{\pi} \int_0^{+\infty} R_L(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \propto \omega^{-2}.$$

Como segue,

$$\begin{aligned} \frac{E_L(\omega)}{\langle u^2 \rangle T_L} &= \frac{2}{\pi T_L} \int_0^{+\infty} \exp(-p\tau) \cos(q\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \\ &= \frac{\pi^{-1}}{T_L} \int_0^{+\infty} \frac{\cos[(\omega + q)\tau] \cos[(\omega - q)\tau]}{\exp(p\tau)} d\tau \\ &= \frac{1}{\pi T_L} \left[\frac{p}{(\omega + q)^2 + p^2} + \frac{p}{(\omega - q)^2 + p^2} \right] \\ &= \frac{2p}{\pi T_L} \left[\frac{\omega^2 + q^2 + p^2}{[(\omega + q)^2 + p^2][(\omega - q)^2 + p^2]} \right] \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\frac{A(\omega T_L)^2 + 1}{A^2(\omega T_L)^4 + 2B(\omega T_L)^2 + 1} \right] \propto \frac{\omega^2}{\omega^4} \\ &\propto \omega^{-2}, \end{aligned}$$

para $A = 1 + m^2$ e $B = 1 - m^2$, e ilustrada na Figura 3.

5 Derivação de parâmetros turbulentos

O parâmetro de dispersão lateral σ_y é uma quantidade estatística fundamental na derivação da expressão para a taxa de dissipação turbulenta empregada em modelos de dispersão (Tennekes (1982), Degrazia et al. (2005) e Degrazia et al. (2008)).

A partir da Equação de Taylor para a variância espacial lateral

$$\sigma_y^2(t) = 2\sigma_v^2 \int_0^t (t - \tau) R_{L_v}(\tau) d\tau, \quad (9)$$

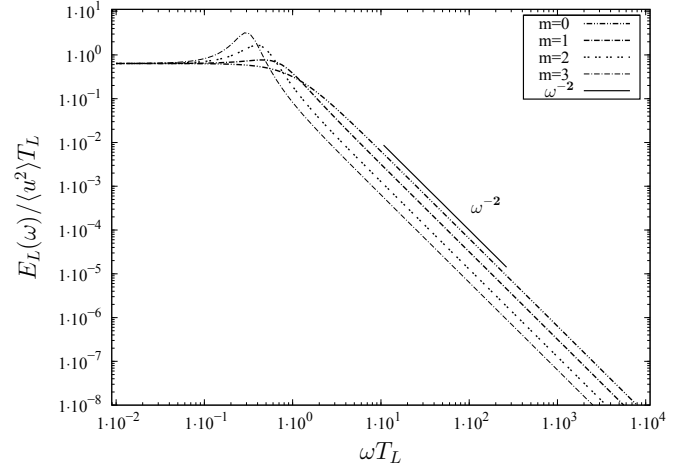


Figura 3: Espectro de energia turbulenta obtidos da Equação (2), para valores de $m = 0, 1, 2$ e 3 .

Tennekes (1982) utilizou a Equação (1)⁴ no modelo de difusão estatístico de Taylor (Equação (9)) e obteve a seguinte expressão para o parâmetro de dispersão lateral

$$\sigma_y^2(t) = 2\sigma_v^2 T_{L_v} \left[\frac{1}{T_{L_v}} - 1 + e^{-\frac{t}{T_{L_v}}} \right] \quad (10)$$

onde σ_v é o desvio padrão da velocidade lateral turbulenta. Substituindo a Equação (10) e empregando de argumentos de similaridade do subintervalo inercial (Kolmogorov (1941); Hinze (1975)) deriva-se a seguinte relação fundamental para a taxa de dissipação turbulenta ϵ ,

$$\epsilon = \frac{2\sigma_v^2}{C_0 T_{L_v}}. \quad (11)$$

Seguindo o procedimento acima para a função de autocorrelação dada pela Equação (2) obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(t) &= 2\sigma_v^2 \int_0^t (t - \tau) e^{-p\tau} \cos(q\tau) d\tau \\ &= 2\sigma_v^2 \left[-2m T_{L_v}^2 e^{-pt} \text{sen}(qt) \right. \\ &\quad \left. + (1 - m^2) T_{L_v}^2 e^{-pt} \text{sen}(qt) \right. \\ &\quad \left. + t T_{L_v} + (m^2 - 1) T_{L_v}^2 \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Neste ponto, fazendo-se uma expansão em série de Maclaurin para $t \ll T_{L_v}$ e truncando até a terceira ordem, resulta a seguinte aproximação para expressão (12),

$$\sigma_y^2(t) = \sigma_v^2 t^2 - \frac{p\sigma_v^2}{3} t^3. \quad (13)$$

⁴O subíndice v indica a componente de velocidade lateral do elemento de fluido.

Na Equação (13) observa-se que o primeiro termo de correção é um termo negativo que reduz a dispersão lateral das partículas de fluido. Considerando-se o modelo de difusão estatístico de Taylor na representação espectral fica evidente que este termo de correção negativo está associado aos graus de liberdade turbulentos do subintervalo inercial do espectro de energia.

Seguindo a derivação proposta por Tennekes (1982) pode-se escrever,

$$\sigma_y^2(t) = \sigma_v^2 t^2 - \frac{C_0 \epsilon}{6} t^3. \quad (14)$$

Da comparação direta da Equação (14) com a Equação (13), resulta uma fórmula funcional geral para a taxa de dissipação turbulenta, escrita na seguinte forma:

$$\epsilon = \frac{2p\sigma_v^2}{C_0} = \frac{2}{1+m^2} \frac{\sigma_v^2}{C_0 T_{L_v}}. \quad (15)$$

Observa-se que para $m = 0$ a Equação (15) recupera o resultado clássico dado pela Equação (11).

Do ponto de vista físico, a nova relação fundamental dada pela Equação (15) mantém a premissa básica contida na Equação (11), ou seja, a taxa de dissipação da turbulência é proporcional à energia disponível e inversamente proporcional a escala de tempo associada aos turbilhões que contém a energia principal do campo turbulento. Apesar da Equação (15) manter essa premissa fundamental, surge nesta nova relação o parâmetro p que relaciona ϵ ao fenômeno de meandro (turbulência fraca). Da relação entre p e m pode-se ver que à medida que m aumenta e o fenômeno de meandro começa a se manifestar (movimentos oscilatórios de baixa frequência estão presentes), a taxa de dissipação turbulenta diminui. Este comportamento é fisicamente razoável, uma vez que as oscilações de baixa frequência são relacionadas a números de onda muito menores do que aqueles associados à dissipação molecular.

6 Conclusões

Neste estudo foi analisada uma expressão sugerida por Frenkiel (1953) para representar a função de autocorrelação turbulenta. Esta formulação é constituída por parâmetros que descrevem os efeitos de turbulência pura e de estados conectados ao fenômeno de meandro do vento horizontal. Este fenômeno de meandro horizontal é caracterizado por oscilações de baixa frequência da velocidade do vento. Empregando-se dados observacionais da velocidade do vento o presente trabalho mostrou que a função de Frenkiel reproduz satisfatoriamente as funções de autocorrelação observadas no fenômeno de meandro. Além do mais, usando-se um conjunto de critérios físicos, que validam o emprego de uma função de autocorrelação, foi demonstrado que a função

de Frenkiel cumpre os principais critérios. Tais critérios permitem definir escalas características da turbulência como a escala de tempo integral lagrangiana e recupera, conforme a teoria K41, a relação prevista entre energia cinética turbulenta e a função autocorrelação, via a transformada de Fourier, no subintervalo inercial. Finalmente, empregando-se a função de Frenkiel foi derivada uma expressão para a taxa de dissipação turbulenta. A diferença desta relação para o resultado clássico (Equação (11)), normalmente aceito para a taxa de dissipação, é a presença de um parâmetro que controla a frequência de oscilação do meandro do vento horizontal.

Agradecimentos

Agradecimento ao suporte financeiro dado pelo CNPq.

Referências

- Alencar, A. L., Campos dos Santos, J. L., 2010. Um ambiente para tratamento automático de dados micrometeorológicos do projeto Iba. In: II Escola Regional de Informática da Região Norte I, Manaus,.
- Anfossi, D., Oetli, D., Degrazia, G., Goulart, A., 2005. An analysis of sonic anemometer observations in low wind speed conditions. *Boundary-Layer Meteorology* 114, 179–203.
- Degrazia, G., Goulart, A., Carvalho, J., Szinvelski, C., Buligon, L., Timm, A., 2008. Turbulence dissipation rate derivation for meandering occurrences in a stable planetary boundary layer. *Atmospheric Chemistry and Physics* 8 (6), 1713–1721.
- Degrazia, G. A., Acevedo, O. C., Carvalho, J. C., Goulart, A. G., Moraes, O. L. L., Campos Velho, H. F., Moreira, D. M., 2005. On the universality of the dissipation rate functional form and of the autocorrelation function exponential form. *Atmospheric Environment* 39 (10), 1917–1924.
- Frenkiel, F., 1953. Turbulent diffusion: mean concentration distribution in a flur field of homogeneous turbulence. *Adv. Appl. Mech.* 3, 61–107.
- Gardiner, C. W., 1985. *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences*. Springer-Verlag, Berlin.
- Hinze, J. O., 1975. *Turbulence*. Mc Graw Hill.
- Kolmogorov, A. N., 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for large Reynolds number. *Doklady Akademik Nauk SSSR* 30, 9–13.

- Manomaiphiboon, K., Russell, A. G., 2003. Evaluation of some proposed forms of lagrangian velocity correlation coefficient. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 24, 709–712.
- Oetll, D., Goulart, A., Degrazia, G. A., Anfossi, D., 2005. A new hypothesis on meandering atmospheric flows in low wind speed condition. *Atmospheric Environment* 39, 1739–1748.
- Steenefeld, G. J., Holtslag, A. A. M., 2009. Meteorological aspects of air quality. in *Air Quality in the 21st Century* G.C. Romano, and A.G. Conti, 67–114.
- Taylor, G. I., 1921. Diffusion by continuous movements. *Proc. London Math. Society* 20, 196–212.
- Tennekes, A. H., 1979. The exponential lagrangian correlation function and turbulent diffusion in the inertial subrange. *Atmospheric Environment* 13 (11), 1565–1568.
- Tennekes, H., 1982. Similarity relation, scaling laws and spectral dynamics. in: Nieuwstadt f.t.m. and van dop h. eds.. *Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modeling*, 37–68.
- Tennekes, H., Lumley, J. K., 1972. *A First Course in Turbulence*. The MIT Press, Massachusetts.
- Yeung, P. K., 2002. Lagrangian investigations of turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics* 34, 115–142.