

УДК: 66.045:51-74

**ПОРІВНЯННЯ РЕЖИМІВ ПРЯМОТЕЧІЇ ТА ПРОТИТЕЧІЇ  
В ТЕПЛООБМІННИКУ ТИПУ «ТРУБА В ТРУБІ»****кандидат технічних наук, доцент Лучейко І. Д.,  
аспірант Коцюрко Р. В.**Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,  
Україна, Тернопіль

*Аналitично досліджено ефективність роботи теплообмінних апаратів «труба в трубі» в режимах прямотечії та протитечії. Встановлено, що для прямотечії з ростом симплексу  $\gamma_W = W_2 / W_1$  водяних еквівалентів різниця температур на виході зменшується, а для протитечії – збільшується. Введено показник ефективності  $K_{ТА} = 1 - (\Delta T_{\text{вих}} / \Delta T_{\text{вх}})$  зі зручними межами  $(0 \text{ К } 1]$ , який дозволяє оцінити ступінь передачі тепла від гарячого теплоносія до холодного. Встановлено, що існує максимум по  $\gamma_W$  для різниці температур на виході трубного простору в режимах протитечії та прямотечії. При достатньо малих  $\gamma_W \ll 1$  і великих  $\gamma_W \gg 1$  значеннях симплексу водяних еквівалентів різниця між режимами практично нівелюється.*

*Ключові слова: температурне поле, число одиниць перенесення, симплекс водяних еквівалентів, показник ефективності теплообміну, математичне моделювання.*

*кандидат технических наук, доцент Лучейко И. Д. аспирант Коцюрко Р. В. Сравнение режимов прямотока и противотока в теплообменнике типа «труба в трубе»/ Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя, Украина, Тернополь*

*Аналитически исследована эффективность работы теплообменных аппаратов «труба в трубе» в режимах прямотока и противотока. Обнаружено, что для прямотока с ростом симплекса*

$\gamma_w = W_2 / W_1$  водяных эквивалентов разница температур на выходе уменьшается, а для противотока увеличивается. Введено показатель эффективности  $K_{TA} = 1 - (\Delta T_{\text{вых}} / \Delta T_{\text{вх}})$  с удобными границами  $(0 \text{K} 1]$ , который позволяет оценить степень передачи тепла от горячего теплоносителя к холодному. Установлено, что существует максимум по  $\gamma_w$  для разницы температур на выходе трубного пространства в режимах противотока и прямотока. При достаточно малых  $\gamma_w \ll 1$  и больших  $\gamma_w \gg 1$  значениях симплексов водяных эквивалентов разница между режимами практически нивелируется.

Ключевые слова: температурное поле, число единиц переноса, симплекс водяных эквивалентов, показатель эффективности теплообмена, математическое моделирование.

Ph.D., associate professor Lucheyko I. D., postgraduate st. Kotsiurko R .V. Concurrent and countercurrent flow mode comparison in the tube in tube heat exchanger / Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ukraine, Ternopil

The "pipe in pipe" heat exchanger efficiency at concurrent and countercurrent flow mode analytical studied. It is established that at concurrent flow mode with increasing of water equivalent simplex  $\gamma_w = W_2 / W_1$  temperature difference on the output decreases and at countercurrent flow mode it increases. Performance indicator  $K_{HE} = 1 - (\Delta T_{\text{outlet}} / \Delta T_{\text{inlet}})$  with convenient limits  $(0 \text{K} 1]$ , which allow to assess the degree of heat transfer from the hot to the cold coolant, is introduced. It is established that there is a maximum along  $\gamma_w$  for temperature difference on the tube space outlet at concurrent and countercurrent flow modes. At sufficiently small  $\gamma_w \ll 1$  and large  $\gamma_w \gg 1$  values of water equivalent simplexes the difference between the flow modes is practically omitted.

*Keywords: temperature field, number of transfer units, water equivalent simplex, indicator of heat transfer efficiency, mathematical modeling.*

**Вступ.** При розрахунках різних типів енергетичних і технологічних систем неперервної дії потрібна всебічна оцінка теплообмінних процесів, у першу чергу, знання температурних полів в агрегатах, визначення всіх необхідних енергетичних характеристик із урахуванням експлуатаційних навантажень. Саме тому актуальність математичного моделювання неперервних теплових процесів при порівняльній легкості отримання чисельних рішень на ЕОМ – поза сумнівом.

Однак аналітичні розв'язки мають незаперечні переваги. Їх велика інформативність дає можливість пояснити природу причинно-наслідкових зв'язків в аналізованих властивостях об'єкта моделювання і – як практичний результат – дати фізично обґрунтовані рекомендації щодо підвищення ефективності його функціонування [1-5]. Зокрема, згідно [3] аналітичні рішення є опорними при дослідженні властивостей чисельних алгоритмів із більш інформативними результатами їх тестування.

Теплообмінні апарати (ТА) типу «труба в трубі» широко використовуються в промисловості. Визначення їх температурних полів та оцінка ефективності при певних умовах функціонування – основна задача моделювання ТА. Також важливою задачею є дослідження впливу дестабілізуючого фактору процесу утворення накипу, який відіграє роль «негативного» теплоізолятора [6-8].

**Мета.** Метою роботи є дослідження ефективності роботи теплообмінника типу «труба в трубі» в режимах прямотечії та протитечії.

### **Постановка задачі**

**Режим прямотечії.** У ролі базової була використана ідеалізована модель (режим витіснення, товщина стінок нескінченно мала) для

градієнтів температур теплоносіїв (ТН) у стаціонарному режимі роботи ТА:  $dT_i / dz$  у поздовжньому напрямі  $z$  прямо пропорційний температурному напору в перпендикулярному напрямі [1, 9]

$$\begin{cases} dT_1 / dz = A(T_2 - T_1) \\ dT_2 / dz = B(T_1 - T_2) \\ z = 0, T_1 = T'_1, T_2 = T'_2, \end{cases} \quad (1)$$

де  $T_1(z), T_2(z)$  – значення температур вздовж ТА в міжтрубному (гарячий ТН) та трубному (холодний ТН) просторі відповідно, К.

Розв'язки (1) мають вигляд

$$\begin{cases} \frac{T'_1 - T_1}{T'_1 - T'_2} = \frac{A}{A+B} \{1 - f(l)\} \\ \frac{T_2 - T'_2}{T'_1 - T'_2} = \frac{B}{A+B} \{1 - f(l)\}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $T'_1, T'_2$  – значення температур на вході в ТА в міжтрубному та трубному просторі, К;  $f(l) = \exp[-l(A+B)]$ ;  $l = z/L$  – відносна поздовжня координата ТА;  $A$  та  $B$  – безрозмірні комплекси – числа перенесення – як визначальні параметри системи

$$A = \frac{\pi d L k_s}{m_1 c_1}, \quad B = \frac{\pi d L k_s}{m_2 c_2} = A \frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}, \quad (3)$$

де  $k_s$  – коефіцієнт теплопередачі, віднесений до одиниці площі  $F = \pi d L$  бічної поверхні, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $c_1, c_2$  – питомі теплоємності гарячого та холодного ТН відповідно, Дж/(кг·К);

Після елементарних перетворень системи (2)

$$\begin{cases} T_1 = T'_1 - \frac{\gamma_w \Delta T_{\text{вх}}}{\gamma_w + 1} \{1 - \exp[-B(\gamma_w + 1)l]\} \\ T_2 = T'_2 + \frac{\Delta T_{\text{вх}}}{\gamma_w + 1} \{1 - \exp[-B(\gamma_w + 1)l]\}, \end{cases} \quad (4)$$

де  $\Delta T_{\text{вх}} = T'_1 - T'_2$  – температурний напір на вході ТА.

Індекси та позначення тут і нижче означають: «1» – гарячий ТН в міжтрубному просторі, «2» – холодний ТН в трубному просторі,  $T'$  – значення температури на початку теплообмінника ( $l=0$ ),  $T''$  – значення температури вкінці теплообмінника ( $l=1$ ).

Введена в (4) величина  $\gamma_W$  – симплекс чисел  $A$  та  $B$

$$\gamma_W = \frac{A}{B} = \frac{W_2}{W_1} \equiv \frac{m_2 c_2}{m_1 c_1} \notin f(k_s, L, d) \quad (5)$$

де  $m_i c_i = W_i$  – водяні еквіваленти. Отже  $\gamma_W$  залежить тільки від їх співвідношення (див. (3) і (4)).

**Режим протитечії.** Температури теплоносіїв при протитечії позначатимемо зірочкою для того, щоб відрізнити їх від відповідних значень температур при прямотечії. Рівняння процесу та крайові умови згідно [1]

$$\begin{cases} dT_{1*} / dz = A(T_{2*} - T_{1*}) \\ dT_{2*} / dz = B(T_{2*} - T_{1*}) \\ z = 0, T_{1*} = T'_{1*} \\ z = 1, T_{2*} = T''_{2*} \end{cases} \quad (6)$$

Формули для визначення розподілу температур вздовж ТА мають вигляд

$$\begin{cases} T_{1*} = T'_{1*} - \frac{\gamma_W \Delta T_{\text{вх}*} \{1 - \exp[B(1 - \gamma_W)l]\}}{\gamma_W - \exp[B(1 - \gamma_W)]} \\ T_{2*} = T''_{2*} + \frac{\Delta T_{\text{вх}*} \exp[B(1 - \gamma_W)l] - \exp[B(1 - \gamma_W)]}{\gamma_W - \exp[B(1 - \gamma_W)]}, \end{cases} \quad (7)$$

де  $\Delta T_{\text{вх}*} = T'_{1*} - T''_{2*}$  – температурний напір на вході ТА в режимі протитечії.

На рис. 1 представлено графіки залежності  $T_*(l)$  при різних значеннях  $\gamma_w$  для прямотечії (а) та протитечії (б). Початкові температури [1]: для гарячого ТН  $t'_1 = t'_{1*} = 60^\circ\text{C}$ , для холодного ТН –  $t''_2 = t''_{2*} = 20^\circ\text{C}$ .

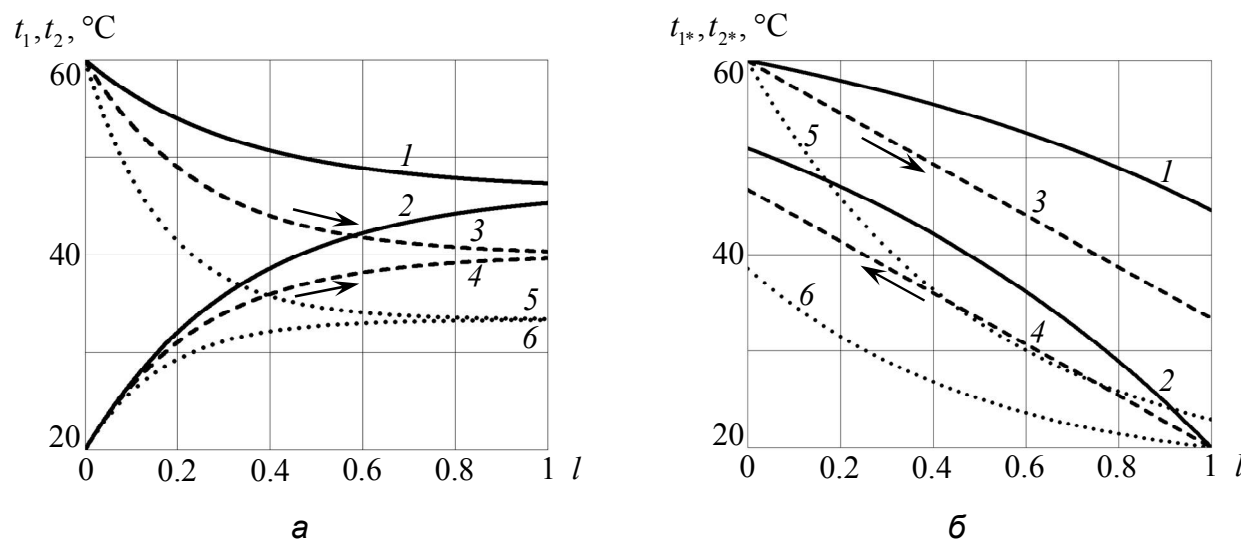


Рис. 1. Температурні поля  $t_1(l)$ ,  $t_2(l)$  у режимі прямотечії (а) та  $t_{1*}(l)$ ,  $t_{2*}(l)$  у режимі протитечії (б) при різних значеннях симплексу  $\gamma_w = m_2 c_2 / m_1 c_1$  водяних еквівалентів

$$(B = 2): 1, 2 - \gamma_w = 0,5; 3, 4 - \gamma_w = 1; 5, 6 - \gamma_w = 2$$

Однак, як видно з рис. 1а, для прямотечії порівняно великі значення  $\gamma_w$  ведуть до підвищення ефективності процесу перенесення тепла від гарячого до холодного ТН: різниця температур на виході зменшується. Для протитечії (рис. 1б) спостерігається протилежний ефект. З іншої сторони, для обох режимів при малих значеннях  $\gamma_w$  кінцева температура холодного ТН «позитивно» підвищується.

### Показник ефективності теплообміну між гарячим і холодним ТН

**Режим прямотечії.** Як характеристику ефективності теплообміну логічно використати симплекс  $\gamma_{\Delta T}$  різниць температур  $\Delta T''_{\text{вих}}$  на виході між гарячим та холодним ТН до різниці  $\Delta T'_{\text{вх}}$  їх значень на вході як своєрідний коефіцієнт перетворення

$$\gamma_{\Delta T} = \frac{\Delta T''_{\text{вих}}}{\Delta T'_{\text{вх}}} = \frac{T_1'' - T_2''}{T_1' - T_2'} \quad (8)$$

Однак, як видно з рис. 1, чим вища ефективність теплообміну, тим менше значення  $\gamma_{\Delta T}$ . Тому замість симплекса  $\gamma_{\Delta T}$  доцільно користуватися показником ефективності теплообміну ТА  $K_{\text{ТА}}$ , який визначає ступінь перенесення тепла від гарячого до холодного ТН

$$K_{\text{ТА}} = 1 - \gamma_{\Delta T}, \quad [K_{\text{ТА}}] = [0\text{К } 1], \quad (9)$$

тобто граничні значення показника знаходяться в зручних межах  $[0...1]$  і  $K_{\text{ТА}}$  в певній мірі відіграє роль термічного «ККД».

Підставивши розв'язки (4) в (9), отримаємо після перетворень

$$K_{\text{ТА}} = 1 - \exp[-B(\gamma_W + 1)]. \quad (10)$$

звідки граничні значення показника при  $B = \text{const} > 0$

$$\begin{aligned} \gamma_W \rightarrow 0 \quad [m_2 = \text{const}] &\Rightarrow m_1 \rightarrow \infty \Rightarrow K_{\text{ТА}}^{\min} = 1 - \exp(-B), \\ \gamma_W \rightarrow \infty \quad [m_2 = \text{const}] &\Rightarrow m_1 \rightarrow 0 \Rightarrow K_{\text{ТА}}^{\max} = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

**Режим протитечії.** Для оцінки показника ефективності теплообміну при протитечії у відповідному симплексі  $\gamma_{\Delta T^*}$  використаємо різниці між вхідним значенням гарячого ТН  $T_{1*}'$  та вихідним значенням холодного ТН  $T_{2*}'$  та вхідними значеннями  $T_{1*}', T_{2*}''$  температур гарячого та холодного ТН

$$\gamma_{\Delta T^*} = \frac{T_{1*}' - T_{2*}'}{T_{1*}' - T_{2*}''} = \frac{T_{1*}' - T_{2*}'}{\Delta T_{\text{вх}*}} \quad (12)$$

Підставивши розв'язки з (7) в (12), отримаємо вираз для  $K_{\text{ТА}*}$

$$K_{\text{ТА}*} = 1 - \gamma_{\Delta T^*} = \frac{1 - \exp[B(1 - \gamma_W)]}{\gamma_W - \exp[B(1 - \gamma_W)]}, \quad (13)$$

звідки

$$\begin{aligned} \gamma_W \rightarrow \infty \quad [m_2 = \text{const}] &\Rightarrow m_1 \rightarrow 0 \Rightarrow K_{TA^*}^{\min} = 0 \\ \gamma_W \rightarrow 0 \quad [m_2 = \text{const}] &\Rightarrow m_1 \rightarrow \infty \Rightarrow K_{TA^*}^{\max} = 1 - \exp(-B) = K_{TA}^{\min} \end{aligned} \quad (14)$$

Для наглядності на рис. 2 представлені залежності  $K_{TA}(\gamma_W)$  та  $K_{TA^*}(\gamma_W)$ .

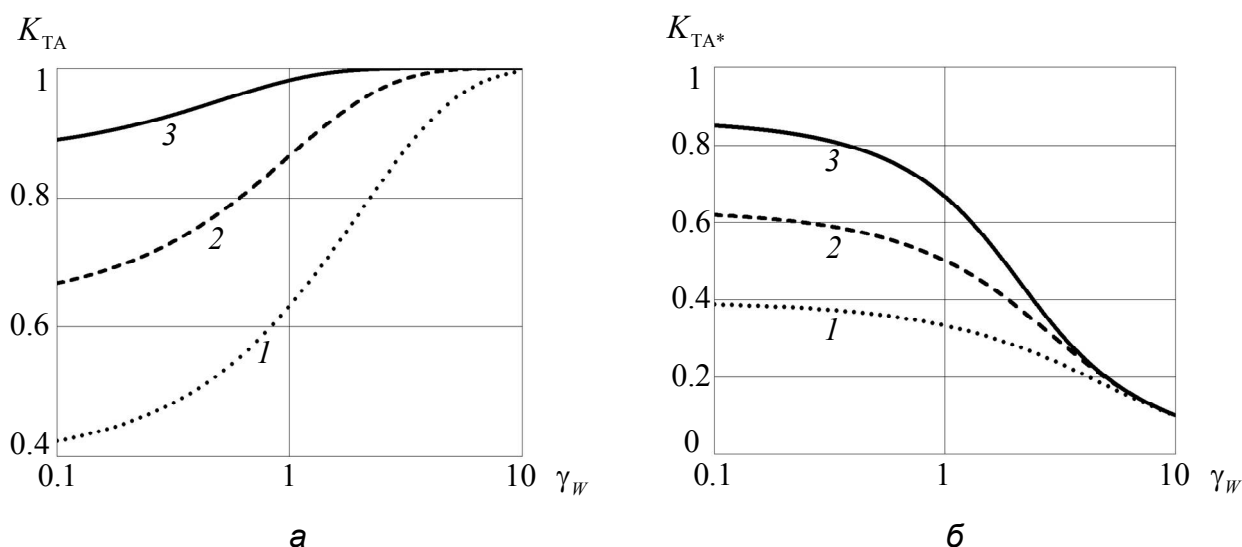


Рис. 2. Вплив числа перенесення  $B$  для холодного ТН на показник ефективності теплообміну при прямотечії  $K_{TA}$  (а) та протитечії  $K_{TA^*}$  (б): 1 –  $B = 0,5$ ; 2 –  $B = 1$ ; 3 –  $B = 2$

Із рис. 2 видно, що в обох випадках при  $\gamma_W = \text{const}$  показник ефективності теплообміну зростає зі збільшенням  $B : 1/m_2 c_2$ , тобто зі зменшенням розходу  $m_2$  холодного ТН. Фізична причина – збільшення часу  $\tau_{L2} : 1/m_2$  перебування холодного ТН у зоні теплообміну.

При цьому за умови  $B = \text{const}$  у випадку прямотечії з ростом  $\gamma_W$  показник  $K_{TA}$  збільшується, а для протитечії  $K_{TA^*}$  – зменшується, що відповідає формулам (11), (14).

### Порівняння режимів прямотечії та протитечії

Очевидно, що чим більше значення температури на виході ТА, тим практична ефективність його функціонування вища. Тому порівняємо режими за різницею температур на виході холодного теплоносія. Із (7) та



(4) при рівності  $\Delta T_{\text{вх}} = \Delta T_{\text{вх}^*}$  температурних напорів та рівності  $T_{2''} = T_{2'}$  температур на вході отримаємо

$$\Delta T = T_{2'} - T_{2''} = \Delta T_{\text{вх}} \left( \frac{1 - \exp[B(1 - \gamma_w)]}{\gamma_w - \exp[B(1 - \gamma_w)]} - \frac{1 - \exp[-B(1 + \gamma_w)]}{1 + \gamma_w} \right). \quad (15)$$

На рис. 3. наведені залежності (15)  $\Delta T(\gamma_w)$  при різних  $B = \text{const}$ .

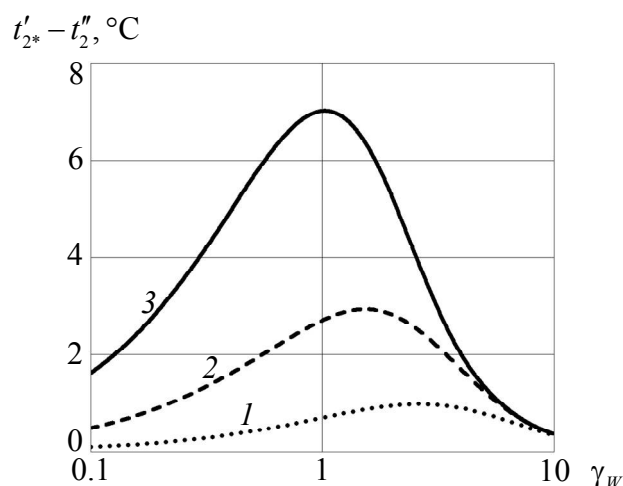


Рис. 3. Вплив числа перенесення  $B$  на різницю кінцевих температур для режимів протитечії та прямотечії (початкові температури холодного ТН –  $20^\circ\text{C}$ , гарячого ТН –  $60^\circ\text{C}$ ):

1 –  $B = 0,5$ ; 2 –  $B = 1$ ; 3 –  $B = 2$

Із рис. 3 видно, що існують неочікувані, важко пояснювані максимуми за симплексом  $\gamma_w$ . З ростом  $B$  величина максимумів збільшується. Наприклад, при  $B = 1$  точка максимуму  $\gamma_w = 1,53$ , а при  $B = 2$  –  $\gamma_w = 1,03$ ; при цьому різниця температур складатиме  $2,73^\circ\text{C}$  і  $7,03^\circ\text{C}$  відповідно (початкові значення температур холодного та гарячого ТН  $20^\circ\text{C}$  і  $60^\circ\text{C}$ ). Зокрема, при  $B = 2$  температура холодного ТН на виході в режимі протитечії буде на : 18% вищою за температуру при прямотечії, а при  $B = 4$  – : 31%.

При  $\gamma_w \ll 1$  і  $\gamma_w \gg 1$  режимами прямотечії та протитечії майже не відрізняються.

**Висновки.** Проаналізовано режими прямиотечії та протитечії роботи теплообмінника типу «труба в трубі». Доведено, що для прямиотечії з ростом симплексу  $\gamma_W = m_2 c_2 / m_1 c_1$  водяних еквівалентів різниця температур на виході зменшується, а для протитечії – збільшується. Введено показник ефективності теплообміну  $K_{ТА} = 1 - (\Delta T_{\text{вих}} / \Delta T_{\text{вх}})$ , що дозволяє оцінити ступінь передачі тепла від гарячого до холодного ТН. Встановлено, що існує максимум по  $\gamma_W$  для різниці температур на виході трубного простору в режимах протитечії та прямиотечії. При достатньо малих  $\gamma_W \ll 1$  і великих  $\gamma_W \gg 1$  значеннях симплексів водяних еквівалентів різниця між режимами практично нівелюється.

У подальшому необхідно дослідити ефективність роботи ТА в рамках коміркової та дифузійної моделей, а також вплив накипу на режим роботи ТА.

### **Література:**

1. Мошинский А. И. Анализ модели теплообменников типа «труба в трубе» // Теорет. основы хим. технологии. – 2011. – Т. 45. – № 3. – С. 340-348.
2. Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 320 с.
3. Евдокимов Д. В. Анализ тенденций развития современного математического и численного моделирования / Д. В. Евдокимов, А. А. Кочубей, Н. В. Поляков // Вісник ДНУ. – Сер. Моделювання. – 2009. – № 8. – С. 3-17.
4. Закгейм А. Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов. – М.: Химия, 1982. – 288 с.
5. Бондарь А. Г. Математическое моделирование в химической технологии. – Киев: «Вища школа», 1973. – 280 с.

6. Коцюрко Р. В. К расчету энергоэффективности трубчатого теплообменника в условиях образования накипи / Р. В. Коцюрко, В. П. Коваль, И. Д. Лучейко // Сб. матер. докл. Национ. конгр. по энергетике: Тез. докл. – Казань, сентябрь 2014 г. – Т. 3. – С. 196-201.

7. Лучейко І. Д. Накип як суттєвий фактор зниження ефективності функціонування конденсаторів: постановка задачі / І. Д. Лучейко, Р. В. Коцюрко, В. П. Коваль // XVIII Наук. конф. ТНТУ ім. І. Пулюя: Тези доп. – Тернопіль, жовтень 2014 р. – Т. 1. – С. 7.

8. Kotsiurko R. V. Efficiency criteria of the system operation “Tubular heat exchanger + pump” under scale formation conditions // XVI Междунар. научно-практ. конф. студентов и молодых ученых «Химия и химическая технология в XXI веке»: Тез. докл. – Томск, сентябрь 2015 г. – С. 205-207.

9. Коцюрко Р. В. Математичне моделювання роботи теплообмінника «труба в трубі»: постановка задачі / Р. В. Коцюрко, В. Г. Хомишин, І. Д. Лучейко // IV Міжн. наук.-техн. конф. мол. учених та студ. «Актуальні задачі сучасних технологій»: Тези доп. – Тернопіль, листопад 2015 р. – Т. 2. – С. 107.

#### **References:**

1. Moshinskii A. I. Analysis of the Model of Tube in Tube Heat Exchangers // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. – 2011. – Vol. 45. – No. 3. – pp. 323–331.

2. Samarskiy A. A. Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery / A. A. Samarskiy, A. P. Mikhaylov. – M: FIZMATLIT, 2002. – 320 s.

3. Yevdokimov D. V. Analiz tendentsiy razvitiya sovremennogo matematicheskogo i chislennogo modelirovaniya / D. V. Yevdokimov, A. A. Kochubey, N. V. Polyakov // Visnik DNU. – Ser. Modelyuvannya. – 2009. – № 8. – S. 3-17.

4. Zakgeym A. Yu. *Vvedenie v modelirovanie khimiko-tekhnologicheskikh protsessov.* – M.: Khimiya, 1982. – 288 s.
5. Bondar A. G. *Matematicheskoe modelirovanie v khimicheskoy tekhnologii.* – Kyiv: “Vyshcha shkola”, 1973. – 280 s.
6. Kotsiurko R. V. *K raschetu energoeffektivnosti trubchatogo teploobmennika v usloviyakh obrazovaniya nakipi / R. V. Kotsiurko, V. P. Koval, I. D. Lucheiko // Sb. mater. Natsion. kongr. po energetike: Tez. dokl. – Kazan, 2014. – T. 3. – S. 196-201.*
7. Lucheiko I. D. *Nakyp yak suttievyi faktor znyzhennia efektyvnosti funktsionuvannia kondensatoriv: postanovka zadachi / I. D. Lucheiko, R. V. Kotsiurko, V. P. Koval // XVIII Nauk. konf. TNTU im. I. Puliuia: Tezy dop. – Ternopil, 2014. – T. 1. – S. 7.*
8. Kotsiurko R. V. *Efficiency criteria of the system operation “Tubular heat exchanger + pump” under scale formation conditions // XVI Mezhdunar. nauchno-prakt. konf. studentov i molodykh uchenykh «Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya v XXI veke»: Tez. dokl. – Tomsk, 2015. – S. 205-207.*
9. Kotsiurko R. V. *Matematychni modeliuvannia roboty teploobminnyka «truba v trubi»: postanovka zadachi / R. V. Kotsiurko, V. H. Khomyshyn, I. D. Lucheiko // IV Mizhn. nauk.-tekhn. konf. mol. uchenykh ta stud. «Aktualni zadachi suchasnykh tekhnolohii»: Tezy dop. – Ternopil, 2015. – T. 2. – S. 107.*