УДК 519.6

Н.Н. Беляев, В.А. Козачина

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта им. академика В. Лазаряна

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ШАХТНЫХ ВОД В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ОТСТОЙНИКАХ

Рассмотрено построение численной модели для оценки эффективности горизонтального отстойника модифицированной конструкции. В основу модели положены уравнения движения идеальной жидкости и уравнение массопереноса. При построении модели учтены геометрическая форма горизонтального отстойника, возможность размещения в нем струенаправляющих пластин, имеющих сложную геометрическую форму, гравитационное оседание примеси, неравномерное поле скорости водного потока в отстойнике и турбулентная диффузия. Для численного решения моделирующих уравнений использованы разностные схемы, численное интегрирование уравнения массопереноса осуществлено с помощью неявной, попеременно треугольной разностной схемы, численное интегрирование уравнения для функции тока – с помощью неявного разностного метода А.А. Самарского. Для численного интегрирования уравнения переноса завихренности применена неявная разностная схема. Все используемые для построения численной модели разностные схемы дают возможность находить искомое значение с помощью формулы бегущего счета, что позволяет осуществить простую программную реализацию разностных уравнений. Численный расчет осуществлен на прямоугольной разностной сетке. Для формирования вида расчетной области и выделения ее особенностей применен метод маркирования. Представлены результаты проведенного вычислительного эксперимента по оценке эффективности работы отстойника со струенаправляющими пластинами у водоподающего и водоотводящего лотков.

Ключевые слова: численное моделирование, горизонтальный отстойник, *CFD* модель.

Розглянуто побудову числової моделі для оцінки ефективності горизонтального відстійника модифікованої конструкції. В основу моделі покладені рівняння руху ідеальної рідини та рівняння масопереносу. Під час побудови моделі враховано геометричну форму горизонтального відстійника, можливість розміщення в ньому струмененапрямних пластин зі складною геометричною формою, гравітаційне осідання домішки, нерівномірне поле швидкості водного потоку у відстійнику і турбулентну дифузію. Для числового розв'язання моделюючих рівнянь використані різницеві схеми. Числове інтегрування рівняння масопереносу здійснено за допомогою неявної, поперемінно трикутної різницевої схеми; числове інтегрування рівняння для функції струму – за допомогою неявного різницевого методу А.А. Самарського. Для числового інтегрування рівняння переносу завихреності застосовано неявну різницеву схему. Всі використані для побудови числової моделі різницеві схеми дають можливість знаходити шукане значення за допомогою формули «біжучої лічби», що уможливлює просту програмну реалізацію різницевих рівнянь. Числовий розрахунок здійснено на прямокутної різницевій сітці. Для формування виду розрахункової області та виділення її особливостей застосовано метод маркування. Подано результати проведеного обчислювального експерименту з оцінки ефективності роботи відстійника зі струмененапрямними пластинами у водоподаваного і водовідвідного лотків.

Ключові слова: числове моделювання, горизонтальний відстійник, *CFD* модель.

In this paper we consider the construction of a numerical model to evaluate the effectiveness of horizontal settler modified structure. The model is based on equations of motion of an ideal fluid and mass transfer equation. The model takes into account the geometric shape of the horizontal settler, the possibility of placing plates having a complex geometric shape, gravitational settling of flocs, unsteady water flow velocity field in the settler and turbulent diffusion. For the numerical solution of modeling equations difference schemes are used. For numerical integration of the equation of mass transfer implicit triangular difference schemes are used. Numerical integration of the equation for the flow function is performed by using A.A. Samarsky implicit difference method. For the numerical

© Н.Н. Беляев, В.А. Козачина, 2015

integration of the vorticity transport equation is used implicit difference scheme. All difference schemes used to construct a numerical model allow to find the desired value using the formula of the running count, which allows a simple programmed realization of difference equations. The numerical calculation carried out on a rectangular difference grid. For the formation of the computational domain markers are used. The results of a computational experiment are presented.

Key words: numerical simulation, horizontal settler, CFD model.

Введение. В соответствии со статьей 72 Водного кодекса Украины, предприятия, которые откачивают из недр шахтные воды, обязаны вводить эффективные технологии, которые обеспечивают снижение уровня их природной минерализации перед сбрасыванием в водные объекты.

Откачиваемые шахтные воды загрязнены разными растворенными минеральными веществами, а также бактериологическими добавками. Наличие в них загрязнения вызывает ее помутнение, обуславливает окисление и цветность, придает запах и привкус, определяет минерализацию, кислотность и жесткость. Это является причиной невозможности использования шахтных вод в питьевых и технических целях без предварительной обработки.

Данный факт принуждает искать новые решения с минимальными затратами для очистки шахтных вод с дальнейшим их повторным использованием для нужд населения, предприятий сельского хозяйства и других отраслей.

Горизонтальные отстойники широко используются в настоящее время в различных отраслях [7], и в частности в горнорудной промышленности. В Украине для расчета горизонтальных отстойников применяются эмпирические модели [3;4]. Данные модели не учитывают геометрическую форму отстойника и гидродинамику течения в сооружении. Как известно, для практики крайне важно разрабатывать такие методики расчета отстойников, которые позволяли бы учитывать наиболее существенные факторы, влияющие на процесс массопереноса в отстойниках, а именно его форму, диффузию, неравномерное поле скорости течения в сооружении [1;2]. Целью данной работы является разработка численной модели массопереноса в горизонтальном отстойнике, позволяющей учитывать при моделировании геометрическую форму отстойника.

Математическая модель процесса массопереноса.

Для расчета транспорта примеси в горизонтальном отстойнике используется осредненное по ширине сооружения конвективно-диффузионное уравнение переноса [4]

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial uC}{\partial x}+\frac{\partial(\nu-w)C}{\partial y}+\sigma C=div\left(\mu\cdot gradC\right), \qquad (1)$$

где C – концентрация примеси в воде; u, v, – компоненты вектора скорости течения; $\mu=(\mu_x,\mu_y)$ – коэффициенты диффузии; t-время; w – скорость оседания загрязнителя; σ – коэффициент, учитывающий процессы агломерации и т.п. в отстойнике.

Для данного уравнения ставятся следующие граничные условия. На твердых стенках, а также верхней границе реализуется граничное условие вида

$$\frac{\partial C}{\partial n}=0,$$

где n – единичный вектор внешней нормали к поверхности. На горизонтальных границах в численной модели реализуется граничное условие «поглощения» загрязнителя, который выпадает из потока со скоростью w.

На входной границе (граница входа потока сточных вод в отстойник) ставится условие

$$C\big| = C_0,$$

где C_0 – известное значение концентрации загрязнителя.

На выходной границе расчетной области численной модели ставится мягкое граничное условие, которое в численной модели записывается так:

$$C(i+1, j)\big| = C(i, j),$$

где i+1, j – номер последней (граничной) разностной ячейки.

В начальный момент времени полагается C=0 в расчетной области.

Модель гидродинамики. Для решения этой гидродинамической задачи, определения поля скорости водного потока в горизонтальном отстойнике, используются уравнения Эйлера, записанные в переменных Гельмгольца. В этом случае моделирующие уравнения включают [7]:

1) уравнение Пуассона для функции тока ψ :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -\omega; \qquad (2)$$

2) уравнение переноса завихренности $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ в водном потоке:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + \frac{\partial u\omega}{\partial x} + \frac{\partial v\omega}{\partial y} = 0. \qquad (3)$$

Граничные условия: нижняя и верхняя границы расчетной области – линии тока, поэтому на них для функции тока ставится условие вида $\psi\big|_{\text{гр}} = \text{const}$, для завихренности ω на этих границах ставится условие непротекания, которое реализуется путем использования в дискретной модели фиктивных ячеек. На выходной границе для данных функций в дискретной модели реализуется мягкое граничное условие [8]. На входной границе задается значение завихренности (например $\omega = 0$), а для функции тока значение $\psi\big|_0 = y \cdot u_в$ ($u_в$ – скорость втекания потока).

Начальные условия имеют вид $\omega\big|_{t=0} = \omega_0(x, y)$, где ω_0 – известное значение завихренности в расчетной области, $\psi\big|_{t=0} = \psi_0(x, y)$. В угловых точках, где допускается отрыв потока, располагается источник завихренности. В дискретной

модели это реализуется с помощью маркера. Интенсивность источника завихренности определяется по методике, рассмотренной в [8].

Метод решения. Численное интегрирование моделирующих уравнений реализуется на прямоугольной разностной сетке. Значения концентрации примеси, завихренности рассчитываются в центрах разностных ячеек. Значение функции тока находим в узлах сетки, компоненты вектора скорости – на серединах сторон разностных ячеек.

Разностные уравнения для расчета завихренности на каждом шаге расщепления имеют вид [8]

- на первом шаге

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\omega_{i,j}^{n}}{\Delta t}+\frac{u_{i+1,j}^{+}\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-u_{i,j}^{+}\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x}+\frac{\nu_{i,j+1}^{+}\omega_{i,j}-\nu_{i,j-1}^{+}\omega_{i,j-1}}{\Delta y}=0;$$

- на втором шаге

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+1}-\omega_{i,j}^{n+1}}{\Delta t}+\frac{u_{i+1,j}^{-}\omega_{i+1,j}^{n+1}-u_{i,j}^{-}\omega_{i,j}^{n+1}}{\Delta x}+\frac{\nu_{i,j+1}^{-}\omega_{i,j+1}^{n+1}-\nu_{i,j-1}^{-}\omega_{ij}^{n+1}}{\Delta y}=0.$$

Неизвестное значение завихренности на каждом шаге расщепления находим по формуле бегущего счета. Эти уравнения используются для определения завихренности на временном слое t^{n+1}.

Для численного интегрирования уравнения Пуассона будем использовать разностную схему суммарной аппроксимации [7]. В этом случае решение данного уравнения расщепляется на ряд шагов:

- на первом шаге решается уравнение

$$\frac{\psi_{ij}^{n+\frac{1}{4}}-\psi_{ij}^{n}}{\Delta t}=\frac{\overline{\psi_{ij}}}{2};$$

- на втором шаге –

$$\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{4}}}{\Delta t}=-\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}-\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{4}}-\psi_{i,j-1}^{n+\frac{1}{4}}}{\Delta y^2};$$

- на третьем шаге –

$$\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{3}{4}}-\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t}=\frac{\psi_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}+\frac{\psi_{i,j+1}^{n+\frac{3}{4}}-\psi_{i,j}^{n+\frac{3}{4}}}{\Delta y^2};$$

- на четвертом шаге –

$$\frac{\psi_{ij}^{n+1}-\psi_{ij}^{n+\frac{3}{4}}}{\Delta t}=\frac{\overline{\omega_{ij}}}{2},$$

где $\overline{\omega_{i,j}}=\frac{1}{4}\left(\omega_{i,j}+\omega_{i-1,j+1}\omega_{i-1,j-1}+\omega_{i,j-1}\right)$.

Для численного интегрирования уравнения переноса примеси в горизонтальном отстойнике используется попеременно треугольная разностная схема [8]. Разностные соотношения данной схемы в операторном виде записываются так [8]:

- на первом шаге расщепления $k=n+\frac{1}{4}$:

$$\frac{C_{ij}^{k}-C_{ij}^{n}}{\Delta t}+\frac{1}{2}(L_x^{+}C^{k}+L_y^{+}C^{k})=$$
$$=\frac{1}{4}(M_{xx}^{+}C^{k}+M_{yy}^{+}C^{n});$$

- на втором шаге расщепления $k=n+\frac{1}{2}, c=n+\frac{1}{4}$:

$$\frac{C_{ij}^{k}-C_{ij}^{c}}{\Delta t}+\frac{1}{2}(L_x^{-}C^{k}+L_y^{-}C^{k})=$$
$$=\frac{1}{4}(M_{xx}^{-}C^{k}+M_{yy}^{-}C^{k});$$

- на третьем шаге расщепления $k=n+\frac{3}{4}, c=n+\frac{1}{2}$:

$$\frac{C_{ij}^{k}-C_{ij}^{c}}{\Delta t}+\frac{1}{2}(L_x^{-}C^{k}+L_y^{-}C^{k})=$$
$$=\frac{1}{4}(M_{xx}^{-}C^{c}+M_{yy}^{-}C^{k});$$

- на четвертом шаге расщепления $k=n+1, c=n+\frac{3}{4}$:

$$\frac{C_{ij}^{k}-C_{ij}^{c}}{\Delta t}+\frac{1}{2}(L_x^{+}C^{k}+L_y^{+}C^{k})=$$
$$=\frac{1}{4}(M_{xx}^{+}C^{k}+M_{yy}^{+}C^{k}).$$

В данных выражениях использованы следующие обозначения разностных операторов:

$$\frac{\partial u^{+}C}{\partial x} \approx \frac{u^{+}_{i+1,j}C^{n+1}_{ij} - u^{+}_{ij}C^{n+1}_{i\text{-}1,j}}{\Delta x} = L^{+}_{x}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial u^{-}C}{\partial x} \approx \frac{u^{-}_{i+1,j}C^{n+1}_{i+1,j} - u^{-}_{ij}C^{n+1}_{ij}}{\Delta x} = L^{-}_{x}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial \nu^{+}C}{\partial y} \approx \frac{\nu^{+}_{i,j+1}C^{n+1}_{ij} - \nu^{+}_{ij}C^{n+1}_{i,j\text{-}1}}{\Delta y} = L^{+}_{y}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial \nu^{-}C}{\partial y} \approx \frac{\nu^{-}_{i,j+1}C^{n+1}_{i,j+1} - \nu^{-}_{ij}C^{n+1}_{ij}}{\Delta y} = L^{-}_{y}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x}\right) \approx \tilde{\mu}_x \frac{C^{n+1}_{i+1,j} - C^{n+1}_{ij}}{\Delta x^2} - \tilde{\mu}_x \frac{C^{n+1}_{ij} - C^{n+1}_{i\text{-}1,j}}{\Delta x^2} = M^{-}_{xx}C^{n+1} + M^{+}_{xx}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y}\right) \approx \tilde{\mu}_y \frac{C^{n+1}_{i,j+1} - C^{n+1}_{ij}}{\Delta y^2} - \tilde{\mu}_y \frac{C^{n+1}_{ij} - C^{n+1}_{i,j\text{-}1}}{\Delta y^2} = M^{-}_{yy}C^{n+1} + M^{+}_{yy}C^{n+1}.$$

и т.д. В приведенных обозначениях принято $v=v\text{-}w$.

Подробное пояснение к данным разностным операторам представлено в работе [8]. Значение концентрации загрязнителя на каждом шаге расщепления определяется по явной формуле «бегущего счета».

Формирование формы горизонтального отстойника на прямоугольной разностной сетке осуществляется с помощью метода маркирования [8].

Практическая реализация модели.

На основе разработанной CFD модели создан код «*Отстойник*», реализованный на алгоритмическом языке FORTRAN.

Построенная CFD модель была использована для моделирования процесса массопереноса в горизонтальном отстойнике, в котором располагаются струенаправляющие пластины. Конструкция такого отстойника предложена в работе [7]. Цель моделирования – оценка эффективности очистки воды в данном отстойнике.

Расчет выполнен при таких параметрах: размеры расчетной области $8м \times 2{,}8м$, коэффициент диффузии 0.007 м^2/с; w=0.0004 м/с; $\sigma = 0$; скорость потока на входе в отстойник равна 0.01 м/с. Концентрация загрязнителя во входящем в отстойник потоке принята равной 100 единиц (в безразмерном виде). Результаты расчета процесса осветления воды в отстойнике показаны на рис.2, 3, 5. Печать чисел на рисунках выполнена по формату «*целое число*», то есть дробная часть числа не выдается на печать.

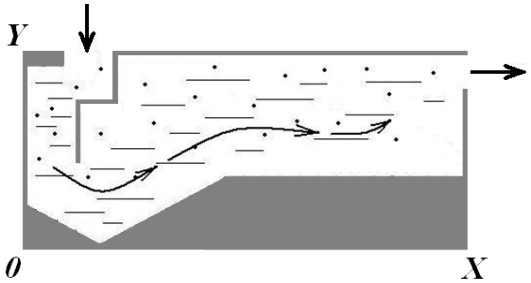

Рис.1. Схема горизонтальногог отстойника со струенаправляющей пластиной у водоподающего лотка

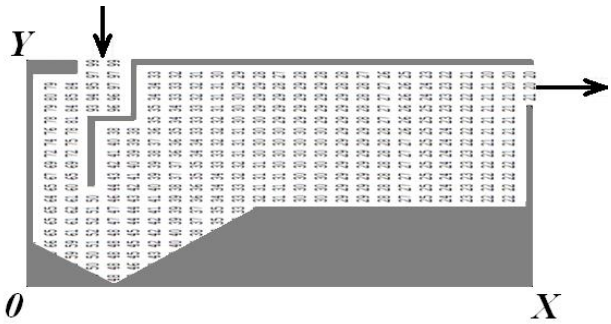

Рис.2. Распределение концентрации загрязнителя в горизонтальном отстойнике со струенаправляющей пластиной у водоподающего лотка (*w*=0.0004)

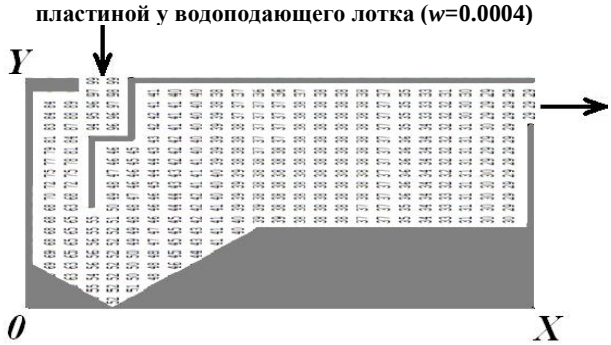

Рис.3. Распределение концентрации загрязнителя в горизонтальном отстойнике со струенаправляющей пластиной у водоподающего лотка (*w*=0.00004)

На рис. 3 показано поле концентрации примеси в отстойнике при другой скорости оседания *w*=0.00004 м/с, то есть меньшей, чем в предыдущем варианте.

Уменьшение скорости оседания примеси приводит к ухудшению качества очистки воды в отстойнике (рис. 2, 3).

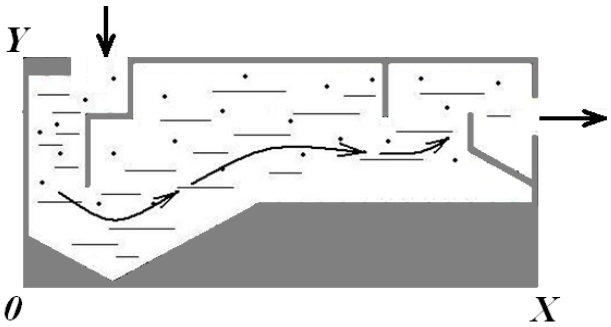

Рис.4. Схема горизонтальногог отстойника со струенаправляющими пластинами у водоподающего и водоотводящего лотков

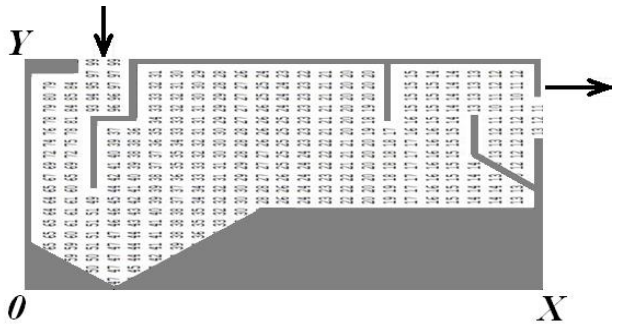

Рис. 5. Распределение концентрации загрязнителя в горизонтальном отстойнике со струенаправляющими пластинами у водоподающего и водоотводящего лотков

Распределение концентрации загрязнителя внутри отстойника неравномерное (рис. 2, 3, 5). Особенно неравномерность распределения концентрации примеси наблюдается в двух зонах: в зоне размещения струенаправляющей пластины водоподающего лотка и внутри приямка.

Выбранный формат представления результатов вычислительного эксперимента позволяет быстро оценить величину концентрации примеси на выходе из отстойника:

- для отстойника со струенаправляющей пластиной у водоподающего лотка концентрация примеси (w=0.0004) на выходе составит C=20% (рис.2);
- для отстойника со струенаправляющей пластиной у водоподающего лотка концентрация примеси (w=0.00004) на выходе C=29% (рис.3);
- для отстойника со струенаправляющими пластинами у водоподающего и водоотводящего лотков концентрация примеси (w=0.0004) на выходе C=12% (рис.5).

Хорошо видно, что при использовании струенаправляющих пластин у водоподающего и водоотводящего лотков выходная концентрация загрязнителя практически в два раза ниже, чем для отстойника со струенаправляющей пластиной лишь у водоподающего лотка. Это значит, что путем установки струенаправляющих пластин у водоподающего и водоотводящего лотков имеется возможность достичь более качественного осветления воды в отстойнике.

В заключение следует отметить, что для расчета одного варианта задачи потребовалось 3 мин компьютерного времени. Таким образом, для решения сложной задачи осветления воды в отстойнике, имеющем сложную геометрическую форму, требуются небольшие затраты времени.

Выводы. В работе представлена новая *CFD* модель для расчета процесса очистки воды в горизонтальных отстойниках. Модель дает возможность рассчитывать процесс массопереноса с учетом сложной геометрической формы очистного сооружения. Дальнейшее совершенствование рассмотренной в предложенной работе модели необходимо проводить в направлении ее развития для моделирования трехмерного процесса переноса примеси в горизонтальных отстойниках.

Библиографические ссылки

1. **Беляев, Н.Н.** Математическое моделирование массопереноса в отстойниках систем водоотведения [Текст] / Н.Н. Беляев, Е.К. Нагорная. – Д.: Нова ідеологія, 2012. – 112 с.

2. **Беляев, Н.Н.** К расчету вертикального отстойника на базе CFD модели [Текст] / Н.Н. Беляев, Е.К. Нагорная // Вісн. Нац. ун-ту водного господарства та природокористування. – 2012. – №1 (57). – С. 32-41.

3. **Василенко, О.А.** Водовідведення та очистка стічних вод міста. Курсове і дипломне проектування. Приклади та розрахунки: навчальний посібник [Текст] / О.А. Василенко, С.М. Епоян. – К. – Х. – КНУБА, ХНУБА, ТО «Ексклюзив», 2012. – 540 с.

4. **Ласков, Ю.М.** Примеры расчетов канализационных сооружений: учеб. пособие для вузов [Текст] / Ю.М. Ласков, Ю.В. Воронов, В.И. Калицун. – М.: Высш. школа, 1981. – 232 с.

5. **Лойцянский, Л. Г.** Механика жидкости и газа [Текст] / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 735 с.

6. **Марчук, Г. И.** Математическое моделирование в проблеме окружающей среды [Текст] / Г. И. Марчук. – М.: Наука, 1982. – 320 с.

7. Пат. № 2438992 RU, МПК B01D 21/00. Горизонтальный отстойник [Текст] / О.С. Кочетов, М.О. Стареева. Опубл. 10.01.2012, бюл. №1.

8. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде [Текст] / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К.: Наук. думка, 1997. – 368 с.

Надійшла до редколегії 10.06.2015

УДК 539.3

И. Ю. Гергель

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОЯ НА ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ПРИ ПОВРЕЖДЕННОМ КОНТАКТЕ МАТЕРИАЛОВ

Рассмотрена задача устойчивости биматериального тела, находящегося в условиях плоской деформации, когда на линии раздела материалов существует трещина. В слоистых композитных материалах такие дефекты часто возникают как из-за особенностей технологического процесса, который сопровождается возникновением и развитием остаточных напряжений на границах слоев, так и вследствие действия эксплутационных нагрузок. К композиту, состоящему из ортотропного слоя и ортотропного полупространства, приложена сжимающая загрузка паралельно свободной поверхности. Задача устойчивости рассмотрена в точной постановке в рамках трехмерной линеаризированной теории устойчивости деформируемых тел. За потерю устойчивости биматериального тела принята потеря устойчивости состояния равновесия материала возле межфазной трещины. С помощью метода интегральных преобразований Фурье проблема сведена к системе сингулярных интегральных уравнений второго рода с ядрами типа Коши. Из условия существования ненулевого решения этой системы численным методом найдена критическая нагрузка, приводящая к потери устойчивости. Получены зависимости критической нагрузки от геометрических и физических параметров элементов биматериального тела.

Ключевые слова: устойчивость, межфазная трещина, сингулярные интегральные уравнения, интегральные преобразования Фурье, квадратурная формула.

Розв'язано задачу стійкості біматеріального тіла в умовах плоскої деформації, коли на лінії розподілу матеріалів є тріщина. У шаруватих композиційних матеріалах такі дефекти часто неминучі як через особливість технологічного процесу, що супроводжується виникненням і розвитком залишкових напружень на межах шарів, так і через вплив експлуатаційних навантажень. На композит, який складається з ортотропного шару та ортотропного півпростору, діє стискальне навантаження паралельно вільної поверхні. Задачу стійкості

© И.Ю. Гергель, 2015