ISSN 2312–4547. ВІСНИК ДНУ. Серія "Моделювання". 2014. Вип. 6, № 8. С. 99–110

Проблеми математичного моделювання
та теорії диференціальних рівнянь

УДК 532.5 + 523.2

ПРО ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ І УМОВИ КОНДЕНСАЦІЇ ГАЗІВ ТУМАННОСТЕЙ У ПЛАНЕТАРНОМУ ВИХОРІ

Л. В. Ключинська*, В. І. Перехрест**

* *Севастопольський інститут банківської справи,*
99057, Севастополь, E-mail: klyuch.luda.1983@mail.ru
** *Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара,*
49050, Дніпропетровськ, E-mail: prokhrest@i.ua

Новий точний розв'язок сферично-осесиметричних рівнянь Ейлера, названий планетарним вихором, застосовано до проблеми утворення в планетарних туманностях зародків планет завдяки конденсації газів у зонах вихрових збурень — кільцях планетарного вихору. Показано, що вихрові збурення спричиняють перепади тиску та температури, за яких гази туманностей конденсуються, утворюючи планетозималі — зародки планет.

Ключові слова:вихрова течія, космічна туманність, температурне поле, конденсація газів.

1. Вступ

В астрономічній науці теорія утворення зірок і планет у газопилових туманностях є найменш розроблена і зіставна з експериментальними даними. Основний підхід, який домінує й до сьогодні — це випадкові стохастичні збурення фізичних полів туманності, які спричиняють певну нестабільність її однорідного стану (ротаційну, турбулентну, термо-, гідро-, магнітодинамічну тощо), що зрештою призводить до конденсації газів та утворення зародків скупчення речовини у так звані планетозималі [6, 7]. За логікою такого підходу випадкові у просторі й часі процеси привели б і до випадкових і не зіставних законів розподілу планетних відстаней у Сонячній та інших екзопланетних системах. Однак експериментальні дані [19] переконливо говорять про єдину закономірність законів розподілу планетних відстаней у всіх зіркових системах: із збільшенням номерів планет взаємні відстані між ними збільшуються.

Численні теоретичні дослідження багатьох астрофізиків XX століття [5, 7] та відповідні оцінки за реальних параметрів туманностей не дали виразних ефектів нестабільності, фрагментації та утворення зародків формування планет [7]. Найбільш значущим результатом цих досліджень є теорія «довжини і маси» Джинса та відповідний критерій Джинса [5], який визначає критичну довжину хвильового збурення полів туманності, з перевищенням якої настає

її нестабільність і фрагментація, — цим критерієм астрофізики ефективно послуговуються і сьогодні [13, 14].

Для подолання вказаних негативних результатів у останні десятиліття інтенсивно розвивались технології числового інтегрування гідродинамічних рівнянь Нав'є–Стокса, ускладнених наявністю термо- та магнітодинамічних полів [12–15]. У математичну модель вносили певні початкові чи постійно діючі нерівномірності — збурення полів густини чи тиску, і у деяких випадках отримували нестабільні вихрові форми, якісно схожі на реальні космічні структури. На сьогодні на цьому шляху реальних результатів не отримано, про що свідчать такі висновки провідних астрофізиків: «Хоча було досліджено різні правдоподібні ідеї, загальної подібності теорії та спостережень не було встановлено» [13].

Сучасний значний прогрес експериментальної астрономії, пов'язаний зі спостереженнями з сучасних потужних телескопічних систем (Hubble, Spitzer, Subaru, VLT, Kepler etc.) на землі й у космосі, поставив низку нових проблем і змусив суттєво переглянути деякі застарілі концепції та вирішувати нові й нові задачі [12]. Зокрема, астрофізики дійшли висновку про необхідність перегляду термінів формування зірок та їх планетних систем, — вони мають бути суттєво зменшені [16, 18]. Відповідно з'явилися дослідження та статті з лейтмотивом «rapid» — швидкий [17, 18].

Інший висновок експериментальної астрономії зводиться до твердження, що планети формувалися не у тих зонах, де вони знаходяться зараз, тобто мова йде про значну міграцію планет [12, 14, 15].

Більшість з указаних проблемних питань вирішує створена за останні 5 років теорія планетарного вихору [1–3], яка по-суті доводить правильність вихрової гіпотези К. Вайцзекера [4] про створення Сонячної системи потужним просторовим вихором, який мав стільки вихрових зон-кілець, скільки є великих планет у системі. Хоча ідея К.Вайцзекера через відсутність реальних результатів-розв'язків на той час була відкинута, провідні астрофізики фактично зараз до неї повертаються, досліджуючи гідродинамічні рівняння, які за чисельної реалізації часто породжують певні вихрові структури [13, 18].

2. Планетарний вихор і його характеристики

Наше дослідження температурних полів у вихорі грунтується на точному розв'язку сферично-осесиметричних рівнянь Ейлера [8],

$$\begin{gathered} V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_r}{\partial\theta}-\frac{1}{r}(V_\phi^2+V_\theta^2)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r},\\ V_r\frac{\partial V_\phi}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\phi}{\partial\theta}+\frac{1}{r}(V_r-V_\theta ctg\theta)=0,\\ V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}+\frac{1}{r}(V_rV_\theta-V_\phi^2 ctg\theta)=-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial\theta} \end{gathered} \tag{2.1}$$

та рівняння нерозривності

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{2}{r}V_r + \frac{1}{r}V_\theta ctg\theta = 0, \tag{2.2}$$

де (r, θ, ϕ) — сферичні координати; V_r, V_θ, V_ϕ — компоненти вектора швидкості в цих координатах; p, ρ — тиск і густина нестисливого середовища в області течії.

Після введення функції течії $\Psi(r, \theta)$ залежностями [9]

$$V_r = -(r^2 \sin\theta)^{-1}\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad V_\theta = (r\sin\theta)^{-1}\frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad V_\phi = \frac{\tilde{N}_0 \Psi}{r\sin\theta} \tag{2.3}$$

подаємо її у відокремлених змінних

$$\Psi = \Phi(r)\Theta(\theta) \tag{2.4}$$

з вибором $\Theta = \sin^2\theta$, як це покладалось у більшості досліджень течій цього класу [8–10], а функцію тиску шукаємо у вигляді відрізку ряду Фур'є за кутом θ

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2}(f_0(r) + f(r)\cos 2\theta) \tag{2.5}$$

де $f_0(r)$, $f(r)$ — нові невідомі функції; p_0 — тиск у точці спокою.

Ці підстановки дають можливість відокремити змінні й отримати для визначальної функції $\Phi(r)$ лінійне диференціальне рівняння 3-го порядку, яке інтегрується аналітично у сферичних функціях Бесселя [1], подібно як у роботах [10, 11]. Відтак отримуємо розв'язок

$$\Psi = \left[C_1 y^2 + C_2\left(\cos y - \frac{\sin y}{y}\right) + C_3\left(\sin y + \frac{\cos y}{y}\right)\right]\sin^2\theta, \tag{2.6}$$

де $y = C_0 r$ — безрозмірна радіальна координата; C_1, C_2, C_3 — довільні сталі.

Суттєвою перевагою нашого розв'язку (2.6) є його загальний метод побудови, на відміну від Н.В. Салтанова [10] і А.Г. Ярміцького [11] які слідом за Хіллом [9] застосовують дещо штучну схему спряження на сфері функцій течії поступально-гвинтового руху та розв'язків рівняння 2-го порядку з гіпотетичною функцією енергії. Відповідно розв'язок (2.6) має 3 довільні сталі C_1, C_2, C_3 та параметр обертання C_0, варіювання яких спричиняє велике різноманіття вихрових структур (табл. 1).

Таблиця 1. Вихрові структури (n, m) залежно від параметра α

Інтервали α	n	m
$0,01186812676 < \alpha < 1/3$	1	$0-6$
$-0,02872363139 < \alpha < -0,006519887466$	2	$2-11$
$0,00412853209 < \alpha < 0,01186812676$	3	$5-18$
$-0,006519887466 < \alpha < -0,00285071083$	4	$10-26$

Ці структури можуть зовсім не мати непроникних сфер або ж мати їх $1, 2, 3, \ldots$ Далі розглянемо неперервний варіант розв'язку (2.6) за $C_3 = 0$, який містить 2 константи C_2 і $\alpha = C_1/C_2$. Параметр α, зрештою, можна виразити через поступальну швидкість простору V_∞ і параметри C_0, C_2 таким чином:

$$\alpha = -V_\infty / 2C_0^2 C_2 \tag{2.7}$$

— він і визначає структури (n, m) вихорів та умови їх біфуркації (табл. 1).

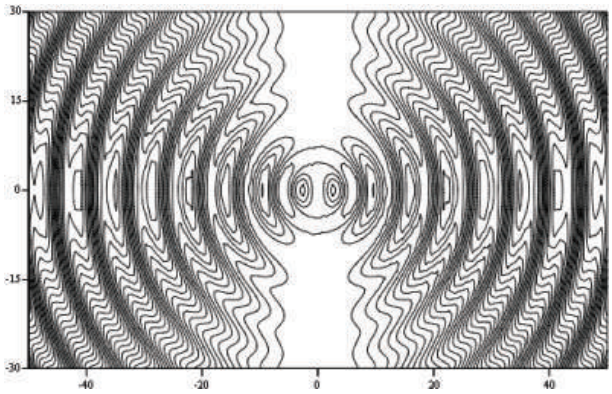

Рис. 1. Загальний вигляд планетарного вихору структури (2,11) — меридіональний переріз

Розв'язок (2.6) описує складну систему тороїдних вихрових кілець, внутрішня частина n яких лежить у замкнутих непроникних сферах, а зовнішні m кілець виокремлюються петлями сепаратрис і обертаються у один бік на зразок планетарних систем зірок (рис. 1, 2).

На рис. 1 зображено планетарний вихор структури $(2, 11)$, якому відповідає параметр $\alpha = -0,00655$ і яким ми у попередніх роботах моделювали первинний вихор, що породив Сонячну систему; геометрію зовнішнього вихрового кільця відтворено на рис. 2, геометричні ж параметри усіх кілець цього вихор наведено в табл. 2.

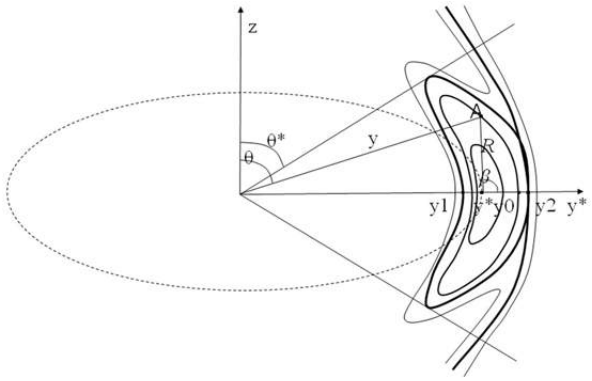

Рис. 2. Геометричні параметри зовнішнього вихрового кільця

Питання про утворення і природу центрального вихрового диполя, що породжує вихор, тут не порушується — він є стаціонарний точний розв'язок нелінійної системи вихідних рівнянь (2.1), що описує так званий «планетарний вихор» [2].

Таблиця 2. Геометричні параметри кілець вихору структури $(2, 11)$

№ кільця	y_1	y^*	y_2	θ^* рад.
1-Сфера	0	2,790261	4,638225	0
2-Сфера	4,638225	6,034193	7,359705	0
3 (1)	7,364163	9,442798	12,322191	0,053788
4 (2)	14,054792	15,854359	18,549720	0,773685
5 (3)	20,651323	22,242096	24,761679	1,025749
6 (4)	27,209576	28,623985	30,965688	1,176713
7 (5)	33,749232	35,005535	37,163518	1,278034
8 (6)	40,281229	41,389783	43,355026	1,351129
9 (7)	46,813972	47,779428	49,538901	1,406816
10 (8)	53,356269	54,177900	55,712465	1,451239
11 (9)	59,92070	60,590865	61,870496	1,488292
12 (10)	66,532530	67,030608	68,000987	1,520926
13 (11)	73,283037	73,542814	74,058441	1,552969

Указаний вихровий диполь та породжена ним низка кілець вихрової течії є збуренням первинного гвинтового руху простору, який до того перебував у стані термодинамічної рівноваги з фізичними параметрами $\{p_\infty, \rho_\infty, V_\infty, T_\infty\}$, які зберігаються у збуреній течії за $\theta = 0$, $r \to \infty$.

3. Диференціальне рівняння енергетичного балансу та інтеграл енергії

Далі виходимо з припущення, що матеріал туманностей є ідеальним газом з адіабатичним законом для термодинамічних процесів та рівноважними параметрами $\rho_\infty = 10^{-12} г/см^3$, $T_\infty = 100K$, $\gamma = c_p/c_v = 1.67$. За сучасними оцінками астрофізиків, складовими протопланетних туманностей є: $85 - 90\%$ водню, $10 - 15\%$ гелію та до 1% атомів легких металів [6].

За даних припущень покладемо в основу диференціальне рівняння енергетичного балансу [8]

$$\rho \frac{d}{dt}\left(U + \frac{V^2}{2}\right) = \rho F \cdot V - \operatorname{div}(pV), \tag{3.1}$$

де $U = c_v T$—внутрішня енергія; ρ, p, T — густина, тиск і температура середовища; $V(V_t, V_\theta, V_\phi)$ — вектор швидкості; F — вектор зовнішньої масової сили; c_v і c_p — теплоємності середовища за сталих об'єму та тиску відповідно.

Застосовуючи закон Клапейрона $p = \rho RT$ та вводячи ентальпію $h = c_p T$ рівняння (3.1) зводимо до вигляду

$$\rho \frac{d}{dt}\left(h + \frac{V^2}{2} - \frac{p}{\rho}\right) = \rho F \cdot V - \operatorname{div}(pV),$$

а подальше застосування рівнянь руху й нерозривності та умови стаціонарності полів $\partial/\partial t() = 0$ остаточно приводить до рівняння [8]

$$V \cdot \operatorname{grad}\left(h + \frac{V^2}{2} + \Pi\right) = 0, \tag{3.2}$$

звідки випливає, що вздовж ліній течії L величина

$$\left(c_p T + \frac{V^2}{2} + \Pi\right)_L = const \equiv E_L, \tag{3.3}$$

де Π — потенціал зовнішньої сили.

4. Температурні поля в планетарному вихорі

Вихрова течія планетарного вихору виникає внаслідок збурення гвинтового руху простору: поступального руху зі швидкістю V_∞ та твердотільного обертання з кутовою швидкістю $\omega_\infty = -(C_0 V_\infty)/2$. Відповідне незбурене поле швидкостей має вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{V}_r &= -V_\infty \cos\theta, \\ \tilde{V}_\theta &= V_\infty \sin\theta, \\ \tilde{V}_\phi &= \omega_\infty r \sin\theta = -\frac{V_\infty}{2} y \sin\theta. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Повне поле швидкостей у планетарному вихорі за (2.3) і (2.6) має такі вирази:

$$\begin{aligned} V_r &= -2B\frac{\Phi(y)}{y^2}\cos t\theta, \\ V_\theta &= B\frac{\Phi'(y)}{y}\sin\theta, \\ V_\phi &= B\frac{\Phi(y)}{y}\sin\theta, \end{aligned} \tag{4.2}$$

де $B = C_2 C_0^2$ — параметр із розмірністю швидкості; C_2 — інтенсивність центрального вихрового диполя. Функції Φ та Φ' мають подання

$$\Phi(y) = y^2(\alpha + u(y)), \quad \Phi'(y) = y(2\alpha - u_s(y)), \tag{4.3}$$

де введено функції-збурення від центрального диполя

$$u = \frac{1}{y^2}\left(\cos y - \frac{\sin y}{y}\right), \quad u_s = \frac{\sin y}{y} + u(y) \tag{4.4}$$

з властивостями

$$\begin{aligned} u(0) &= -1/3, \quad \lim_{y\to\infty} u(y) = 0, \\ u_s(0) &= 2/3, \quad \lim_{y\to\infty} u_s(y) = 0. \end{aligned} \tag{4.5}$$

Враховуючи, що між параметрами задачі має місце співвідношення (2.7) або

$$\alpha = -V_\infty/2B \quad \text{або} \quad V_\infty = -2B\alpha, \quad \omega_\infty/V_\infty = -C_0/2, \tag{4.6}$$

повне поле швидкостей (4.2) можна представити як суму незбуреного поля (4.1) та збурень, що містять функції диполя u та u_s:

$$V_r = (V_\infty - 2Bu)\cos\theta, \quad V_\theta = -(V_\infty + Bu_s)\sin\theta, \quad V_\phi = \tilde{V}_\phi + Buy\sin\theta. \tag{4.7}$$

Підрахуємо тепер квадрат швидкості V^2, виділивши в ньому квадрати незбурених швидкостей (4.1):

$$\begin{aligned} \frac{V^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\tilde{V}_r^2 + \tilde{V}_\theta^2 + \tilde{V}_\phi^2\right) + \left(-2BV_\infty u + 2B^2u^2\right)\cos^2\theta + \\ + \left(BV_\infty u_s + \frac{1}{2}B^2u_s^2\right)\sin^2\theta + B\tilde{V}_\infty uy\sin\theta + \frac{1}{2}B^2y^2u^2\sin^2\theta. \end{aligned} \tag{4.8}$$

З урахуванням (4.1) розглянемо вираз інтеграла (3.3) вздовж осі Oz, яка, очевидно, є лінією течії (рис. 1). На ній $\theta = 0$, $V_\phi = 0$, $V(\infty) = V_\infty$. З (4.1) в будь-якій точці осі маємо

$$V^2/2 = V_\infty^2/2 - 2BV_\infty u + 2B^2u^2.$$

Визначивши константу в (3.3) з умови за $y \to \infty$ через V_∞, T_∞, вздовж осі Oz маємо рівняння

$$c_pT + V_\infty^2/2 - 2BV_\infty u + 2B^2u^2 = c_pT_\infty + V_\infty^2/2,$$

яке після спрощення зведемо до вигляду

$$\tau_0 \equiv \left(\frac{T}{T_\infty}\right)_{\theta=0} = 1 - k_T\left(\frac{u^2}{\alpha^2} + \frac{2u}{\alpha}\right) = 1 - k_T\left(\frac{(u+\alpha)^2}{\alpha^2} - 1\right), \tag{4.9}$$

де $k_T = V_\infty^2/(2c_pT_\infty)$ — безрозмірний параметр, що визначає співвідношення основних параметрів задачі.

З (4.9) визначимо температурний параметр $\tau = T/T_\infty$ у точці перетину вертикальної осі з першою ззовні сферою радіусом $y = y_1$, яка теж є лінією течії і на якій з умови $V_r = 0$ з огляду на (4.2) і (4.3) $u(y_1) + \alpha = 0$. Отже, в точці $(y_1, 0)$ маємо

$$\tau_1 = 1 + k_T \quad \text{і} \quad T_1 = (1 + k_T)T_\infty. \tag{4.10}$$

Звідси $T_1 > T_\infty$, і в околі вертикальної осі вихору конденсація не виникає, про що свідчить більшість знімків таких протозіркових туманностей.

Тепер застосуємо інтеграл (2.3) до лінії течії — кола $y = y_1$, $0 \le \theta \le \pi/2$. На ній у точці $(y_1, 0)$ $V = 0$ і константа $E_L = c_p T_1$, тому вздовж цієї лінії

$$\left(c_p T + \frac{V^2}{2}\right)_{y_1} = c_p T_1 = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2}, \tag{4.11}$$

а кінетична енергія дається виразом (4.1) за $\theta = \pi/2$.

Перейдемо вздовж цієї лінії в горизонтальну площину $\theta = \pi/2$ і перепишемо вираз (4.5) з урахуванням (4.8) так:

$$c_p T + \frac{V_\infty^2}{2}\left[1 + \left(\frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha}\right) + y^2\left(\frac{(u+\alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{1}{4}\right)\right] + \frac{V_\infty^2 y^2}{2\cdot 4} = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2}$$

або після скорочення і застосування умови $u(y_1) + \alpha = 0$

$$T_2 = T_\infty - \frac{V_\infty^2}{2c_p}\left[\frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha}\right]_{y=y_1}, \quad \tau_2 = 1 - k_T\left[\frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha}\right]_{y=y_1} \tag{4.12}$$

Очевидно, що на різних лініях течії, які перетинають горизонтальну вісь $\theta = \pi/2$, повна енергія (3.3) буде неперервною функцією змінних (T, y), тобто

$$\begin{aligned} E_L(T,y) = c_p T + \frac{V_\infty^2}{2}\left[1 + \left(\frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha}\right) + y^2\left(\frac{(u+\alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{1}{4}\right)\right] \\ + \frac{\tilde{V}_\phi^2}{2} \quad y_1 \le y \le \infty. \end{aligned} \tag{4.13}$$

При цьому відомі її значення у точках $y = y_1$ (4.12) та за $y \to \infty$, де $V = V_\infty$, $T = T_\infty$.

Уздовж незамкнутих ліній течії, які по вертикалі прямують до $z \to \infty$, вираз (4.13) фіксується у точці y і зберігається вздовж кожної такої лінії, маючи у нескінченно віддаленій горизонтальній площині значення

$$E_L(\infty, y) = c_p T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2} + \frac{\tilde{V}_\phi^2}{2} \quad y_1 \le y \le \infty. \tag{4.14}$$

Прирівнюючи вирази (4.13) і (4.14), будуємо функцію $T(y)$ на горизонтальній осі з точністю до адитивної константи:

$$T = T_\infty - k_T T_\infty\left[\left(\frac{u_s^2}{4\alpha^2} - \frac{u_s}{\alpha}\right) + y^2\left(\frac{(u+\alpha)^2}{4\alpha^2} - \frac{1}{4}\right)\right] + T_c. \tag{4.15}$$

Останню визначимо з умови, щоб у точці перетину кола $y = y_1$ з горизонтальною віссю температура T була неперервною. Відтак отримуємо

$$T_c = -k_T \frac{y_1^2}{4} T_\infty. \tag{4.16}$$

Формулі (4.15) з допомогою (4.6) можна надати такого вигляду:

$$\tau(y) = 1 - k_B\left[\left(u_s^2 - 4\alpha u_s\right) + \alpha^2 y_1^2 + y^2\left(u^2 + 2\alpha u\right)\right], \tag{4.17}$$

де $k_B = B^2/2c_pT_\infty$. Зображення (4.17) зручне тим, що можна варіювати швидкість збурення B та здійснювати граничний перехід $B \to 0$ відповідно $\tau \to 1$, $T \to T_\infty$.

Враховуючи асимптотичні властивості функцій $u(y)$ та $u_s(y)$ із (4.4) та (4.5) за умови $y \to \infty$, з (4.17) отримаємо асимптотичну формулу

$$\tau_\infty \approx 1 - k_B\left(2\alpha\cos y + \alpha^2 y_1^2\right), \tag{4.18}$$

яку підтверджує графік залежності (4.17) на рис. 3. На рис. 5, а видно, як в туманності Egg Nebula завдяки періодичним збуренням простору виникають періодичні кільцеві зони конденсації, що повністю відповідає нашій теорії (рис. 3). Для вибраного числового прикладу з $k_B = 45$ коливання мають розмах від $20K$ до $140K$, якщо $T_\infty = 100K$.

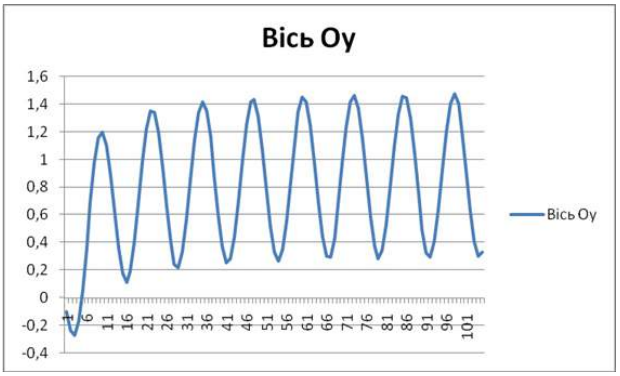

Рис. 3. Температурний коефіцієнт уздовж осі Oy (1 відповідає $T = T_\infty$)

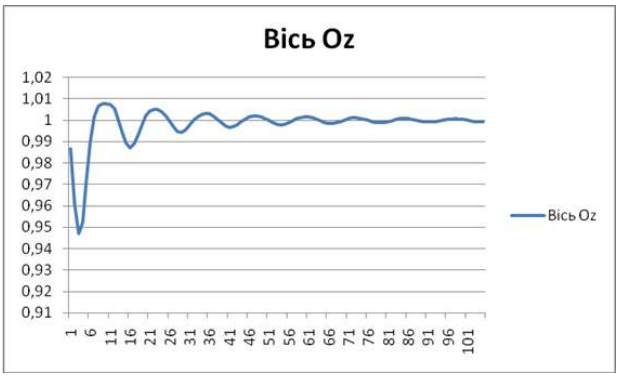

Рис. 4. Температурний коефіцієнт уздовж осі Oz (1 відповідає $T = T_\infty$)

Графік зміни температури вздовж осі вихору Oz (рис. 4) свідчить, що температурні хвилі збурення, які є значні у зоні перших двох сфер, далі досить швидко зникають, а коливання мають порядок $\pm 1 - 2K$. Це означає,

що вздовж осі вихору конденсація практично не виникає, що й демонструють численні знімки планетарних туманностей, у яких формується зірка та її планетна система (рис. 5, б).

а *б*

Рис. 5. Протозіркові туманності: *а* — туманність Egg Nebula (фронтальний вигляд); *б* — туманність М-3 (вигляд збоку)

У табл. 3 наведено значення мінімумів температур та точки $y = y_{\min}$, де вони досягаються; паралельно вказано координати y^* найближчих до них центрів вихрових кілець вихору $(2, 11)$. Порівняння $_{min}$ з даними y_1 та y^* (табл. 2) говорить про те, що мінімальні температури мають місце у області вихрових кілець. Це сприяє утворенню на їх центрах зародків планет, оскільки за результатами роботи [20] у разі подальшої еволюції вихору центральні кола перетнуть усі внутрішні тороїди кільця, які, таким чином, будуть намотуватися на них, стикатися і злипатися.

Таблиця 3. Мінімальні температури, їх координати та радіуси центрів кілець у вихорі $(2, 11)$

№ кілець	$T_{\min}$	$y_{\min}$	y^*
1	$-0,26940$	9	9,4428
2	0,111901	15,5	15,854
3	0,215930	22	22,242
4	0,234861	28	28,624
5	0,267108	34,5	35,006
6	0,279138	41	41,39
7	0,285947	47	47,779
8	0,292221	53,5	54,178
9	0,298558	59,5	60,59
10	0,304273	66	67,03
11	0,309321	72,5	73,543

5. Висновки

1. Центральний вихровий диполь, здатний породити систему кілець порядку 10, є дуже потужним збуренням квазістаціонарного поля туманності, і в околі його центру, до $y \approx 10$, теоретичні падіння тиску й температур перевищують умови вакууму і тому є фізично неприйнятні. Як уже зазначалось нами [2,3], у даному випадку головними повинні бути інші фізичні чинники й закономірності, пов'язані з ядерними й електромагнітними процесами.

2. У межах зовнішніх вихрових кілець результати термодинамічного аналізу є більш прийнятні. Звертаємо увагу на різну поведінку температурних полів уздовж осі вихору Oz та горизонтальної осі Oy, а саме: уздовж осі вихору Oz після різкого падіння в центрі температура швидко стабілізується в околі 1 (T_∞), тоді як у площині вихору коливні збурення температури є практично незгасаючими і для вибраного числового варіанта коливаються між $1,4 - 0,2$ від T_∞. За $T_\infty = 100K$ ці коливання становлять $20K - 140K$, і зрозуміло, що у разі таких перепадів водень, гелій та азот конденсуються у кільцевих зонах мінімальних температур. Для них температури кипіння $T_{\mathrm{H2}} = 20,28K$, $T_{\mathrm{He}} = 4,21K$, $T_{\mathrm{N2}} = 77,4K$.

3. Указані зони конденсації знаходяться в околах центрів вихрових кілець (табл. 2,3), і цей фактор є сприятливий для утворення з цих кілець твердих планет на їх центральних колах, рух на яких є стійкий, що було доведено нами раніше [21].

Бібліографічні посилання

1. *Перехрест В. І.* Новий розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихрових течій / В. І. Перехрест, Р. В. Іванов // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2002. — Вип. 6, т. 1. — С. 60–64.
2. *Перехрест В. І.* Планетарний вихор та гіпотези Лапласа і Вайцзекера / В. І. Перехрест // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2009. — Вип. 13, т. 2. — С. 113–124.
3. *Перехрест В. І.* Закон планетних відстаней у вихровій теорії планетарних систем / В. І. Перехрест // Вісник ДНУ. Серія: Механіка. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2011. — Вип. 15, т. 1. — С. 21–33.
4. *Weizsăcker C. F.* Über die Entstehung des Planetensystems / C. F. Weizsăcker // Z. Astrophys. — 1943. — P. 319–355.
5. *Jeans J. H.* Astronomy and cosmogony / J. H. Jeans. — Cambridge, 1929. — 320 p.
6. *Кононович Э. В.* Общий курс астрономии / Э. В. Кононович, В. И. Мороз — М. : Эдиториал УРСС, 2004. — 544 с.
7. *Сафронов В. С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет / В. С. Сафронов — М. : Наука, 1969. — 245 с.
8. *Лойцянский Л. Г.*Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский — М. : Дрофа, 2003. — 840 с.
9. *Милн-Томпсон* Теоретическая гидродинамика / Милн-Томпсон. — М. : ИЛ, 1964. — 655 с.
10. *Салтанов Н. В.* Вихрь на сфере во внешнем потенциальном потоке и его связь с вихрем Хилла / Н. В. Салтанов, В. Н. Салтанов// К. : Доповіді НАНУ. — 1988. — № 9. — С. 70–75.

11. *Ярмицкий А. Г.* Сферические вихреобразования с ядром и оболочкой / А. Г. Ярмицкий // Изв. РАН. Сер. Механика жидкости и газа. — 2001. — № 3. — С. 21–27.
12. *Boss A. P.* Edited Vince Maunings / A. P. Boss, S. S. Russel // Protostars&Planets IV, Arizona Press. — 2000. — 378 p.
13. *Bodenheimer P.* Multiple fragmentataion of protostars / P. Bodenheimer, A. Burkert, R. Klein, A. Boss // Protostars&Planets IV, Arizona Press. — 2000. — P. 675–701.
14. *Wuchterl G.* Giant planet formation / G. Wuchterl, T. Guillot, J. Lissauer // Protostars&Planets IV, Arizona Press, 2000. — P. 1081–1109.
15. *Ward W. R.* Disk-planet interactions and the formation of planetary systems / W. R. Ward, J. Hahn // Protostars&Planets IV, Arizona Press. — 2000. — P. 1135–1155.
16. *Ксанфомалити Л. В.* Солнечная система, планетные системы звёзд и теория последовательной аккреции / Л. В. Ксанфомалити // Кинематика и физика небесных тел. — К. : ГАО НАНУ. — 2010. — Т. 26, № 4. — С. 84–106.
17. *Mudryk I. R.* RAPID: A fast, high resolution, flux-conservative algorithm desined for planet-disk interaction [Electronic resources] / I. R. Mudryk, N. W. Murray // The Journal of New Astronomy. — 2009. — [Cited 2008, 15 Dec.]. — Available from: http://arxiv.org/abs/0812.2938.
18. *Boss A. P.* Rapid formation of outer giant planets by disk instabiliny / A. P. Boss // Astroph. Journal, 10 December. — 2003. — P. 577–581.
19. *The Exoplanet Data Explorer* [Electronic resources] — Available from: http: // exoplanets.org/table?datasets=explorer,kepler,other
20. *Перехрест В. І.* Інваріантні властивості кілець планетарного вихору та їх вплив на еволюцію вихору / В. І. Перехрест, Л. В. Ключинська // Вісник ДНУ. Серія: Моделювання. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2013. — Вип. 5, т. 21, № 8. — С. 107–117.
21. *Перехрест В. І.* Про стійкість і резонанси рухів у торових кільцях планетарного вихору / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук, Л. В. Ключинська // Вісник ДНУ. Серія: Моделювання. — Д. : Вид-во ДНУ. — 2013. — Вип. 5, т. 21, № 8. — С. 98–106.

Надійшла до редколегії 31.01.2014