# ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧЕТЫРЁХВОЛНОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЕ С УЧЁТОМ ЭЛЕКТРОСТРИКЦИИ И ЭФФЕКТА ДЮФУРА

Воробьёва Е.В., Ивахник В.В., Савельев М.В. Самарский государственный университет

### Аннотация

Для четырёхволнового преобразователя излучения в оптически прозрачной среде проведён анализ динамики пространственного спектра объектной волны. Показано, что такой четырёхволновой преобразователь излучения осуществляет фильтрацию высоких пространственных частот. С течением времени ширина полосы пространственных частот, вырезаемая четырёхволновым преобразователем излучения, уменьшается, выходя на установившееся значение.

Ключевые слова: четырёхволновой преобразователь излучения, обращение волнового фронта.

### Введение

Знание пространственно-временных характеристик четырёхволновых преобразователей излучения является необходимым условием использования их в системах адаптивной оптики, в системах обработки изображения [1]. В приближении заданного поля по волнам накачки линеаризация уравнений, описывающих четырёхволновое взаимодействие, позволяет при нахождении соответствия между комплексными амплитудами взаимодействующих волн широко использовать такие понятия классической оптики, как функция размытия точки и временной отклик [2, 3].

Пространственные, пространственно-временные характеристики достаточно подробно изучены для четырёхволновых преобразователей излучения в средах с керровской, тепловой, резонансной нелинейностями, на обратимых фотохромных материалах [2–4].

Ещё одним классом нелинейных сред, используемых для получения при четырёхволновом взаимодействии волны с обращённым волновым фронтом (ОВФ), являются многокомпонентные среды, в которых реализуются несколько механизмов нелинейности, например, термодиффузионный и электрострикционный [5, 6]. Анализ пространственных характеристик четырёхволнового преобразователя излучения в поглощающей нелинейной среде с учётом электрострикции, термодиффузии, эффекта Дюфура проводился в работе [7].

В настоящей работе анализируются пространственно-временные характеристики четырёхволнового преобразователя излучения в прозрачной среде с учётом электрострикции и эффекта Дюфура.

## 1. Временная зависимость пространственного спектра объектной волны

Рассмотрим плоский слой оптически прозрачной двухкомпонентной среды (например, жидкость и наночастицы, плотность которых равна плотности жидкости [8]) толщиной  $\ell$ , в котором навстречу друг другу распространяются две волны накачки с комплексными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$  и сигнальная волна с амплитудой  $A_3$ . Распространение в такой среде излучения, интенсивность которого меняется в зависимости от пространственных координат, приводит вследствие электрострикции к возникновению потока концентрации наночастиц, который из-за эффекта Дю-

фура изменяет температуру, а значит, и показатель преломления среды.

В результате вырожденного четырёхволнового взаимодействия  $\omega + \omega - \omega = \omega$  генерируется объектная волна с комплексной амплитудой  $A_4$ , распространяющаяся навстречу сигнальной волне.

Исходное скалярное волновое уравнение, описывающее четырёхволновое взаимодействие излучения в нелинейной среде, есть [2]

$$\left(\nabla^2 + k^2 + \frac{2k^2}{n_0} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \delta T\right) \left(A + A^*\right) = 0, \qquad (1)$$

где  $\delta T$  – изменение температуры,  $A = \sum_{j=1}^{4} A_j$ ,  $k = \frac{\omega n_0}{c}$ ,  $n_0$  – среднее значение показателя преломления.

Уравнение (1) дополняется системой балансных (материальных) уравнений для изменений концентрации и температуры [5–9]

$$\frac{\partial \delta C}{\partial t} = D_{22} \nabla^2 \delta C + \gamma \nabla^2 I , \qquad (2)$$

$$c_{p} \mathbf{v} \frac{\partial \delta T}{\partial t} = D_{11} \nabla^{2} \delta T + D_{12} \nabla^{2} \delta C \quad . \tag{3}$$

Здесь  $I = AA^*$ ,  $\delta C$  – изменение концентрации частиц,  $D_{11}$  – коэффициент теплопроводности,  $D_{22}$  – коэффициент диффузии,  $D_{12}$  – коэффициент Дюфура,  $\gamma$  – коэффициент электрострикции,  $c_p$  – удельная теплоёмкость вещества,  $\vee$  – плотность вещества.

Четырёхволновое взаимодействие излучения рассматривается при следующих условиях [4]:

- 1) справедливо приближение заданного поля по волнам накачки |A<sub>1,2</sub>|>>|A<sub>3,4</sub>|;
- 2) коэффициент отражения мал  $|A_4| << |A_3|$ ;
- учитывается интерференция первой волны накачки и сигнальной волны.

Интенсивность излучения, распространяющегося в нелинейной среде, можно записать следующим образом:

$$I = I_0 + A_1 A_3^* + A_1^* A_3$$

Здесь  $I_0 = A_1 A_1^* + A_2 A_2^*$ .

Тогда изменения температуры и концентрации можно представить в виде суммы быстро ( $\delta T_{31}$ ,  $\delta C_{31}$ ) и медленно ( $\delta T_0$ ,  $\delta C_0$ ) меняющихся в зависимости от координат составляющих:

 $\delta T\left(\vec{r},t\right) = \delta T_0\left(\vec{r},t\right) + \delta T_{31}\left(\vec{r},t\right),$ 

$$\delta C(\vec{r},t) = \delta C_0(\vec{r},t) + \delta C_{31}(\vec{r},t)$$

Пусть волны накачки плоские:

$$A_{1,2}(\vec{r},t) = \hat{A}_{1,2}(z,t) \exp(-ik_{1,2}\vec{r})$$

где  $\vec{k}_{1,2}$  – волновые векторы волн накачки,  $\vec{r}(\vec{\rho}, z)$  – радиус-вектор,  $\vec{\rho}(x, y)$  и z – поперечная и продольная составляющие радиус-вектора.

Сигнальную и объектную волны разложим по плоским волнам:

$$A_{j}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{j}(\vec{\kappa}_{j},z,t) \exp\left(-i\vec{\kappa}_{j}\vec{\rho}-ik_{jz}z\right) d\vec{\kappa}_{j}.$$

Здесь j = 3, 4,  $\tilde{A}_j$  – пространственный спектр *j*-й волны,  $\vec{\kappa}_j$  и  $k_{jz}$  – поперечная и продольная составляющие волнового вектора  $\vec{k}_i$ .

Быстро меняющиеся составляющие температуры и концентрации разложим по гармоническим решёткам

$$\delta T_{31}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{31}(\vec{\kappa}_T, z, t) \exp(-i\vec{\kappa}_T\vec{\rho}) d\vec{\kappa}_T,$$
  
$$\delta C_{31}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{C}_{31}(\vec{\kappa}_C, z, t) \exp(-i\vec{\kappa}_C\vec{\rho}) d\vec{\kappa}_C.$$

Здесь  $\delta \tilde{T}_{31}$ ,  $\delta \tilde{C}_{31}$  – пространственные спектры тепловой и концентрационной решёток,  $\vec{\kappa}_T$ ,  $\vec{\kappa}_C$  – волновые векторы соответствующих решёток.

С учётом приближения медленно меняющихся амплитуд при квазиколлинеарном распространении взаимодействующих волн ( $k/k_{1,3z} \approx -k/k_{2,4z} \approx 1$ ) уравнение (1) распадается на систему уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{I},3}}{\mathrm{d}z} + i\frac{k}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T}\delta T_0\tilde{A}_{\mathrm{I},3} &= 0, \\ \frac{\mathrm{d}\tilde{A}_2}{\mathrm{d}z} - i\frac{k}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T}\delta T_0\tilde{A}_2 &= 0, \\ \frac{\mathrm{d}\tilde{A}_4}{\mathrm{d}z} - i\frac{k}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T}\delta T_0\tilde{A}_4 - \\ -i\frac{k}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T}\delta \tilde{T}_{31}\tilde{A}_2 \exp\left[-i\left(k_{2z} - k_{4z}\right)z\right] &= 0. \end{aligned}$$
(4)  
Уравнения (4) записаны при условии, что

Уравнения (4) записаны при условии, что  $\vec{\mathbf{k}}_T = \vec{\mathbf{k}}_C = \vec{\mathbf{k}}_1 - \vec{\mathbf{k}}_3 = \vec{\mathbf{k}}_4 - \vec{\mathbf{k}}_2$ .

Решение первых трёх уравнений системы (4) есть  $\tilde{A}_{l}(z,t) = \tilde{A}_{l0}(t) \exp[-P(z,t)],$ 

$$\tilde{A}_{3}\left(\vec{\kappa}_{3},z,t\right) = \tilde{A}_{30}\left(\vec{\kappa}_{3},t\right) \exp\left[-P\left(z,t\right)\right],$$
$$\tilde{A}_{2}\left(z,t\right) = \tilde{A}_{20}\left(t\right) \exp\left[-P\left(\ell,t\right) + P\left(z,t\right)\right].$$

Здесь

$$\begin{split} A_{10}(t) &= A_1(z = 0, t), \\ \tilde{A}_{30}(\vec{\kappa}_3, t) &= \tilde{A}_3(\vec{\kappa}_3, z = 0, t) \\ \tilde{A}_{20}(t) &= \tilde{A}_2(z = \ell, t), \end{split}$$

$$P(z,t) = i \frac{k}{n_0} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \int_0^z \delta T_0(z_1,t) \mathrm{d}z_1.$$

Сделаем замену  $\tilde{A}_4(z,t) = \tilde{A}'_4(z,t) \exp[P(z,t)]$ . Тогда уравнение, описывающее изменение пространственного спектра объектной волны, примет вид:

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{A}_{4}'(z,t)}{\mathrm{d}z} - i\frac{k}{n_{0}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T}\delta\tilde{T}_{31}(\vec{\kappa}_{T},z,t)\tilde{A}_{20}(t)\times$$
$$\times \exp\left[-P(\ell,t)\right]\exp\left[-i(k_{2z}-k_{4z})z\right] = 0.$$

С учётом граничного условия  $\tilde{A}'_4(\vec{\kappa}_4, z = \ell, t) = 0$ временная зависимость пространственного спектра объектной волны на передней грани нелинейного слоя есть

$$\tilde{A}_{4}^{\prime}\left(\vec{\kappa}_{4}, z=0, t\right) = -i\frac{k}{n_{0}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T}\tilde{A}_{20}\left(t\right)\exp\left[-P\left(\ell, t\right)\right] \times$$

$$\times \int_{0}^{\ell}\delta\tilde{T}_{31}\left(\vec{\kappa}_{T}, z, t\right)\exp\left[-i\left(k_{2z}-k_{4z}\right)z\right]\mathrm{d}z.$$
(5)

Пространственный спектр объектной волны полностью определяется пространственным спектром тепловой решётки.

Для определения пространственного спектра тепловой решётки воспользуемся материальными уравнениями (2)-(3). Вначале, используя уравнение (2), найдём изменение во времени пространственного спектра концентрационной решётки. Затем, подставив решение уравнения (2) в уравнение (3), найдём изменение во времени пространственного спектра тепловой решётки.

С учётом разложения тепловой и концентрационной решёток по гармоническим решёткам, решений для амплитуд волн накачки, пространственного спектра сигнальной волны уравнения (2)–(3) перепишутся следующим образом:

$$\frac{\partial \delta \tilde{C}_{31}\left(\vec{\kappa}_{C}, z, t\right)}{\partial t} = D_{22} \left(\frac{d^{2}}{dz^{2}} - \kappa_{C}^{2}\right) \delta \tilde{C}_{31}\left(\vec{\kappa}_{C}, z, t\right) - 
-\gamma \left[\left(k_{1z} - k_{3z}\right)^{2} + \kappa_{3}^{2}\right] \tilde{A}_{10}\left(t\right) \tilde{A}_{30}^{*}\left(\vec{\kappa}_{3}, t\right) \times (6) 
\times \exp \left[-i\left(k_{1z} - k_{3z}\right)z\right], 
\frac{\partial \delta \tilde{T}_{31}\left(\vec{\kappa}_{T}, z, t\right)}{\partial t} = \frac{D_{11}}{c_{p} \nu} \left(\frac{d^{2}}{dz^{2}} - \kappa_{T}^{2}\right) \delta \tilde{T}_{31}\left(\vec{\kappa}_{T}, z, t\right) + 
+ \frac{D_{12}}{c_{p} \nu} \left(\frac{d^{2}}{dz^{2}} - \kappa_{C}^{2}\right) \delta \tilde{C}_{31}\left(\vec{\kappa}_{C}, z, t\right).$$
(6)

При отсутствии потока частиц через грани нелинейного слоя, с учётом начального условия  $\delta \tilde{C}_{31}(\vec{\kappa}_{c}, z, t = 0) = 0$  будем искать решение уравнения (6) в виде ряда Фурье [10]:

$$\delta \tilde{C}_{31}(\vec{\kappa}_C, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m(\vec{\kappa}_C, t) \cos \frac{\pi m}{\ell} z .$$
(8)

Подставив (8) в уравнение (6), найдём коэффициенты ряда

$$C_{m}(\vec{\kappa}_{C},t) = \gamma \frac{2i \left[ \left( k_{1z} - k_{3z} \right)^{2} + \kappa_{3}^{2} \right]}{\left( k_{1z} - k_{3z} \right) \ell} \times \frac{1 - \left( -1 \right)^{m} \exp \left[ -i \left( k_{1z} - k_{3z} \right) \ell \right]}{1 - \left( \frac{\pi m}{\left( k_{1z} - k_{3z} \right) \ell} \right)^{2}} \times \frac{1 - \left( \frac{\pi m}{\left( k_{1z} - k_{3z} \right) \ell} \right)^{2}}{1 - \left( \frac{\pi m}{\left( k_{1z} - k_{3z} \right) \ell} \right)^{2}} \times \tilde{A}_{10}\left( \tau \right) \tilde{A}_{30}^{*}\left( \vec{\kappa}_{3}, \tau \right) d\tau.$$

$$(9)$$

Учитывая начальное условие  $\delta \tilde{T}_{31}(\vec{\kappa}_T, z, t=0) = 0$ и неизменность температуры на гранях нелинейного слоя  $(\delta \tilde{T}_{31}(\vec{\kappa}_T, z=0, t) = \delta \tilde{T}_{31}(\vec{\kappa}_T, z=\ell, t) = 0)$ , явный вид пространственного спектра тепловой решётки будем искать, как и при нахождении пространственного спектра концентрационной решётки, в виде ряда Фурье [4, 10]:

$$\delta \tilde{T}_{31}\left(\vec{\kappa}_{T}, z, t\right) = \sum_{s=1}^{\infty} T_{s}\left(\vec{\kappa}_{T}, t\right) \sin \frac{\pi s}{\ell} z .$$
 (10)

Подставив (10) в уравнение (7) и используя (8)-(9), найдём изменение во времени пространственного спектра тепловой решётки в виде:

 $\chi(\vec{\kappa}_{4}, t-t', t'-\tau) = \gamma \frac{\left[\left(k_{1z} - k_{3z}\right)^{2} + \kappa_{3}^{2}\right]}{\left(k_{1z} - k_{3z}\right)^{3} \ell^{2}} \frac{2k}{n_{0}} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \times$ 

$$\begin{split} \delta \tilde{T}_{31}(\vec{\kappa}_{T},z,t) &= -\gamma \frac{2i \left[ \left(k_{1z} - k_{3z}\right)^{2} + \kappa_{3}^{2} \right]}{\pi \left(k_{1z} - k_{3z}\right) \ell} \frac{D_{12}}{c_{p} \nu} \times \\ &\times \sum_{s=1}^{\infty} \sin \frac{\pi s}{\ell} z \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{1 - \left(-1\right)^{s+m}}{s+m} + \frac{1 - \left(-1\right)^{s-m}}{s-m} \right] \times \\ &\times \frac{\left\{ 1 - \left(-1\right)^{m} \exp\left[-i \left(k_{1z} - k_{3z}\right) \ell\right] \right\}}{1 - \left(\frac{\pi m}{\left(k_{1z} - k_{3z}\right) \ell}\right)^{2}} \left[ \left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^{2} + \kappa_{C}^{2} \right] \times \\ &\times \left\{ \sum_{s=1}^{t} \int_{0}^{t'} \tilde{A}_{10}(\tau) \tilde{A}_{30}^{*}(\vec{\kappa}_{3}, \tau) \times \right. \end{split}$$
(11)  
$$&\times \left\{ \sum_{s=1}^{t} \int_{0}^{t'} \tilde{A}_{10}(\tau) \tilde{A}_{30}^{*}(\vec{\kappa}_{3}, \tau) \times \\ &\times \exp\left\{ - \frac{D_{11}}{c_{p} \nu} \left[ \left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^{2} + \kappa_{C}^{2} \right] (t-t') \right\} \times \\ &\times \exp\left\{ -D_{22} \left[ \left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^{2} + \kappa_{C}^{2} \right] (t'-\tau) \right\} d\tau dt'. \end{split}$$

Г

С учётом (11) выражение (5), описывающее временную зависимость пространственного спектра объектной волны на передней грани нелинейного слоя, примет вид

$$A'_{4}(\vec{\kappa}_{4}, z = 0, t) = A_{20}(t) \exp[-P(\ell, t)] \times$$

$$\times \int_{0}^{t} \int_{0}^{t} \chi(\vec{\kappa}_{4}, t - t', t' - \tau) \tilde{A}_{10}(\tau) \tilde{A}_{30}^{*}(\vec{\kappa}_{3}, \tau) d\tau dt',$$
(12)

$$\chi(\vec{\kappa}_{4},t-t',t'-\tau) = \gamma \frac{\left[\left(k_{1z}-k_{3z}\right)^{2}+\kappa_{3}^{2}\right]}{\left(k_{1z}-k_{3z}\right)^{3}\ell^{2}} \frac{2k}{n_{0}} \frac{dn}{dT} \frac{D_{12}}{c_{p}\nu} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{s\left\{1-\left(-1\right)^{s} \exp\left[-i\left(k_{2z}-k_{4z}\right)\ell\right]\right\}}{1-\left(\frac{\pi s}{\ell\left(k_{2z}-k_{4z}\right)}\right)^{2}} \times \frac{\left\{1-\left(-1\right)^{m} \exp\left[-i\left(k_{1z}-k_{3z}\right)\ell\right]\right\}}{1-\left(\frac{\pi m}{\left(k_{1z}-k_{3z}\right)\ell}\right)^{2}} \left[\frac{1-\left(-1\right)^{s+m}}{s+m} + \frac{1-\left(-1\right)^{s-m}}{s-m}\right] \left[\left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^{2} + \left(\vec{\kappa}_{4}-\vec{\kappa}_{2}\right)^{2}\right] \times \exp\left\{-\frac{D_{11}}{\left(k_{1z}-k_{3z}\right)\ell}\right]^{2} + \left(\vec{\kappa}_{4}-\vec{\kappa}_{2}\right)^{2}\right] \left(t-t'\right) \exp\left\{-D_{22}\left[\left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^{2} + \left(\vec{\kappa}_{4}-\vec{\kappa}_{2}\right)^{2}\right] \left(t'-\tau\right)\right\}.$$
(13)

Выражение (12) с учётом (13) устанавливает однозначную связь между временными зависимостями пространственных спектров взаимодействующих волн.

#### 2. Обсуждение результатов

В качестве сигнальной волны рассмотрим волну от точечного источника, расположенного на передней грани нелинейного слоя ( $\tilde{A}_{30}(\vec{\kappa}_3, t) = 1$ ).

Будем считать, что волны накачки распространяются строго вдоль оси Z ( $\vec{\kappa}_1 = \vec{\kappa}_2 = 0$ ) и их амплитуды не меняются во времени (  $\tilde{A}_{1,20}(t) = \tilde{A}_{1,20}$  ).

После интегрирования по временным переменным правой части выражения (12) с учётом (13) в параксиальном приближении  $(k_{3,4z} = k - \kappa_{3,4}^2 / (2k))$  получим:

$$\tilde{A}_{4}'(\kappa, z=0,t) = \gamma \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \frac{(2k)^{4}}{n_{0} \kappa^{4} \ell^{2}} \frac{D_{12}}{c_{p} \nu D_{22}} \left[ 1 + \frac{\kappa^{2}}{4k^{2}} \right] \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20} \exp\left[ -P\left(\ell, t\right) \right] \times \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{s}{\left[ 1 - \left( \frac{2\pi ks}{\kappa^{2} \ell} \right)^{2} \right] \left[ 1 - \left( \frac{2\pi km}{\kappa^{2} \ell} \right)^{2} \right]} \times \left[ 1 - \left( -1 \right)^{s} \exp\left( i \frac{\kappa^{2} \ell}{2k} \right) \right] \left[ 1 - \left( -1 \right)^{m} \exp\left( -i \frac{\kappa^{2} \ell}{2k} \right) \right] \left[ \frac{1 - \left( -1 \right)^{s-m}}{s-m} + \frac{1 - \left( -1 \right)^{s+m}}{s+m} \right] \left\{ \frac{c_{p} \nu}{D_{11}} \left[ \left( \frac{\pi s}{\ell} \right)^{2} + \kappa^{2} \right]^{-1} \times \right]$$

Компьютерная оптика, 2014, том 38, №2

$$\times \left(1 - \exp\left\{-\frac{D_{11}}{c_p \nu} \left[\left(\frac{\pi s}{\ell}\right)^2 + \kappa^2\right] t\right\}\right) \frac{c_p \nu}{D_{11} \left[\left(\frac{\pi s}{\ell}\right)^2 + \kappa^2\right] - c_p \nu D_{22} \left[\left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^2 + \kappa^2\right]} \left(\exp\left\{-D_{22} \left[\left(\frac{\pi m}{\ell}\right)^2 + \kappa^2\right] t\right\}\right] - \exp\left\{-\frac{D_{11}}{c_p \nu} \left[\left(\frac{\pi s}{\ell}\right)^2 + \kappa^2\right] t\right\}\right)\right\}.$$
(14)

Здесь  $\kappa = \left| \vec{\kappa}_4 \right| = \left| \vec{\kappa}_3 \right|.$ 

С течением времени пространственный спектр объектной волны выходит на установившееся значение, определяемое выражением:

$$\tilde{A}_{4}'\left(\kappa, z=0, t \to \infty\right) = \gamma \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \frac{(2k)^{*}}{n_{0}\kappa^{4}\ell^{2}} \frac{D_{12}}{D_{11}D_{22}} \times \left[1 + \frac{\kappa^{2}}{4k^{2}}\right] \tilde{A}_{10}\tilde{A}_{20} \exp\left[-P(\ell)\right] \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} s \times \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{2\pi ks}{\kappa^{2}\ell}\right)^{2}\right] \left[1 - \left(\frac{2\pi km}{\kappa^{2}\ell}\right)^{2}\right] \left[\left(\frac{\pi s}{\ell}\right)^{2} + \kappa^{2}\right]} \times (15)$$

$$\times \left[1 - (-1)^{s} \exp\left(i\frac{\kappa^{2}\ell}{2k}\right)\right] \left[1 - (-1)^{m} \exp\left(-i\frac{\kappa^{2}\ell}{2k}\right)\right] \times \left[1 - (-1)^{s-m} + \frac{1 - (-1)^{s+m}}{s+m}\right].$$

Как следует из выражения (14), коэффициент электрострикции не влияет на динамику пространственного спектра объектной волны.

Введём безразмерный параметр, характеризующий нелинейную многокомпонентную среду  $b = c_p v D_{22}/D_{11}$ . В случае воды, в которой находятся наночастицы размером примерно  $10^{-8}$  м, параметр  $b = 2 \cdot 10^{-5}$  [8].

На рис. 1 представлены модули нормированных пространственных спектров объектной волны

$$A_{4}^{n} = \left| \tilde{A}_{4}^{\prime} \right| \left( \frac{2k\ell}{n_{0}} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \frac{D_{12}}{D_{11}D_{22}} \gamma \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20} \right)$$

в различные моменты времени. При расчётах максимальные значения индексов суммирования *s* и *m* в выражении (14) определялись относительной ошибкой при нахождении модуля пространственного спектра  $(10^{-3})$  и достигали значений 55 для высоких пространственных частот (к).

С увеличением пространственной частоты наблюдается рост модуля пространственного спектра с последующим выходом на постоянный уровень, значение которого близко к 0,5.

С физической точки зрения увеличение модуля пространственного спектра обусловлено наличием электрострикционного слагаемого ( $\gamma \nabla^2 I \Rightarrow \gamma \nabla^2 A_1 A_3^*$ ) в материальном уравнении для концентрации частиц (2). С уменьшением периода записываемой интерференционной решётки электрострикционное слагаемое растёт, а значит, увеличиваются амплитуды записываемых

концентрационной и температурной решёток. Процессы теплопроводности, диффузии размывают решётки. На малых пространственных частотах доминирует электрострикционный механизм записи решёток, приводящий к увеличению модулей их пространственных спектров. На больших пространственных частотах увеличение модулей пространственных спектров решёток вследствие электрострикции компенсируется размытием решёток вследствие процессов теплопроводности, диффузии. Это объясняет характер изменения пространственного спектра объектной волны с ростом пространственной частоты.



Рис. 1. Пространственные спектры объектной волны при  $b=2\cdot 10^{-5}$ ,  $2k\ell=10^4$ ,  $t(D_{22}/\ell^2)=10^{-5}$  (1),  $2\cdot 10^{-5}$  (2),  $10^{-3}$  (3)

При фиксированной пространственной частоте модуль пространственного спектра объектной волны с течением времени возрастает, выходя на установившееся значение.

Введём время выхода модуля пространственного спектра на фиксированной частоте на установившееся значение ( $\Delta t$ ), определяемое из условия:

$$\left|\tilde{A}'_{4}(\kappa,t=\Delta t)\right|=\frac{1}{2}\left|\tilde{A}'_{4}(\kappa,t\to\infty)\right|.$$

С увеличением пространственной частоты время выхода модуля пространственного спектра на установившееся значение монотонно убывает (рис. 2), что является характерным для нелинейных сред с тепловой, диффузионной нелинейностями [2, 4].

Четырёхволновой преобразователь излучения «вырезает» низкие пространственные частоты сигнальной волны. При этом высокие пространственные частоты сигнальной волны преобразуются им с высокой эффективностью.

Введём полуширину полосы пространственных частот ( $\Delta \kappa$ ), в пределах которой четырёхволновой преобразователь «вырезает» пространственные частоты сигнальной волны:



Рис. 2. Зависимость времени выхода на установившийся режим пространственного спектра объектной волны от пространственной частоты при  $b = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $2k\ell = 10^4$ 

С течением времени полуширина полосы пространственных частот монотонно уменьшается, выходя на установившееся значение ( $\Delta \kappa_{\infty}$ ) (рис. 3). Увеличение параметра *b* (коэффициент теплопроводности уменьшается) приводит к замедлению выхода полуширины полосы пространственных частот на установившееся значение. Значение  $\Delta \kappa_{\infty}$  не зависит от тепловых (dn/dT,  $c_p$ ,  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ), электрострикционного параметров нелинейной среды, определяется только её толщиной и значением волнового числа.



Уменьшение с течением времени полосы пространственных частот, вырезаемых четырёхволновым преобразователем излучения, свидетельствует об улучшении качества обращения волнового фронта.

Приведём оценки установившегося значения полуширины полосы пространственных частот. Будем считать, что четырёхволновое взаимодействие осуществляется излучением с длиной волны  $\lambda$ =532 нм в нелинейной среде с показателем преломления  $n_0$ =1,33. Тогда при толщинах нелинейной среды  $\ell$ =500 мкм, 2 мм, 1 см установившиеся значения полуширины полосы пространственных частот четырёхволнового преобразователя излучения есть  $\Delta \kappa_{\infty}$ =4195 см<sup>-1</sup>, 2094 см<sup>-1</sup>, 936 см<sup>-1</sup> соответственно.

### Заключение

Показано, что вырожденный четырёхволновой преобразователь излучения в оптически прозрачной двухкомпонентной среде с учётом электрострикции и эффекта Дюфура осуществляет фильтрацию высоких пространственных частот сигнальной волны. С течением времени полуширина полосы пространственных частот, в пределах которой четырёхволновой преобразователь «вырезает» пространственные частоты, уменьшается, что свидетельствует об улучшении качества обращения волнового фронта.

#### Литература

- Дмитриев, В.Г. Нелинейная оптика и обращение волнового фронта / В.Г. Дмитриев. М.: Физматлит, 2003. – 256 с. – ISBN 5-9221-0080-7.
- Ивахник, В.В. Обращение волнового фронта при четырёхволновом взаимодействии / В.В. Ивахник. – Самара: Самарский университет, 2010. – 246 с. – ISBN 978-5-86465-471-2.
- Ивахник, В.В. Точность обращения волнового фронта (ОВФ) при четырёхфотонном параметрическом взаимодействии / В.В. Ивахник, Г.Э. Некрасова, В.И. Никонов // Оптика и спектроскопия. – 1990. – Т. 68, Вып. 3. – С. 620-624. – ISSN 0030-4034.
- Акимов, А.А. Временной отклик четырёхволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности / А.А. Акимов, Е.В. Воробъёва, В.В. Ивахник // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 462-466. – ISSN 0134-2452.
- Rusconi, R. Thermal-lensing measurement of particle thermophoresis in aqueous dispersion / R. Rusconi, L. Isa, R. Piazza // Journal of the Optical Society of America B. – 2004. – V. 21, Issue 3. – P. 605-615.
- Torres-Torres, C. Thermo-optic effect and optical thirdorder nonlinearity in nc-Si embedded in a silicon nitride film / C. Torres-Torres, A. Lopez-Suarez, L. Tamayo-Rivera, R. Rangel-Rojo, A. Crespo-Sosa, J.C. Alonso, A. Oliver // Optics Express. – 2008. – V. 16, Issue 22. – P. 18390-18396.
- Ивахник, В.В. Пространственная селективность четырёхволнового преобразователя излучения с учётом термодиффузионного и электрострикционного механизмов нелинейности / В.В. Ивахник, М.В. Савельев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2013. – Т. 16, № 1. – С. 6-11. – ISSN 1810-3189.
- Ливашвили, А.И. Динамика температуры прозрачной наножидкости, находящейся под воздействием периодического светового поля / А.И. Ливашвили, Г.В. Костина, М.И. Якунина // Оптический журнал. – 2013. – Т. 80, № 2. – С. 71-74. – ISSN 0030-4042.
- Tabiryan, N.V. Soret feedback in thermal diffusion of suspension / N.V. Tabiryan, W. Luo // Physical Review E. 1998. – V. 57, Issue 4. – P. 4431-4440.
- 10. **Тихонов, А.Н.** Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. М.: Наука, 1977. 736 с.

#### References

 Dmitriev, V.G. Nonlinear optics and wavefront reversal / V.G. Dmitriev. – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2003. – 256 p. – ISBN 5-9221-0080-7. – (In Russian).

- Ivakhnik, V.V. Wavefront reversal at four-wave interactions / V.V. Ivakhnik. – Samara: Samara State University Publisher, 2010. – 246 p. – ISBN 978-5-86465-471-2. – (In Russian).
- İvakhnik, V.V. Accuracy of wavefront reversal (WFR) at fourphotonic parametric interaction / V.V. Ivakhnik, G.E. Nekrasova, V.I. Nikonov // Optics and Spectroscopy. – 1990. – V. 68(3). – P. 620-624. – ISSN 0030-4034. – (In Russian).
- Akimov, A.A. The timeresponse of a four-wave converter of radiation on thermal nonlinearity / A.A. Akimov, E.V. Vorobeva, V.V. Ivakhnik // Computer Optics. – 2011. – V. 35(4). – P. 462-466. – ISSN 0134-2452. – (In Russian).
- Rusconi, R. Thermal-lensing measurement of particle thermophoresis in aqueous dispersion / R. Rusconi, L. Isa, R. Piazza // Journal of the Optical Society of America B. – 2004. – V. 21, Issue 3. – P. 605-615.
- 6. **Torres-Torres, C.** Thermo-optic effect and optical thirdorder nonlinearity in nc-Si embedded in a silicon nitride film /

C. Torres-Torres, A. Lopez-Suarez, L. Tamayo-Rivera, R. Rangel-Rojo, A. Crespo-Sosa, J.C. Alonso, A. Oliver // Optics Express. – 2008. – V. 16, Issue 22. – P. 18390-18396.

- Ivakhnik, V.V. Spatial selectivity of a four-wave radiation converter based on thermal diffusion and electrostriction mechanisms of nonlinearity / V.V. Ivfkhnik, M.V. Savelyev // Physics of Wave Processes and Radiotechnical Systems. – 2013. – V. 16(1). – P. 6-11. – ISSN 1810-3189. – (In Russian).
- Livashvili, A.I. Temperature dynamics of a transparent nanoliquid acted on by a periodic light field / A.I. Livashvili, G.V. Kostina, M.I. Yakunina // Journal of Optical Technology. - 2013. – V. 80(2). – P. 124-126.
- Tabiryan, N.V. Soret feedback in thermal diffusion of suspension / N.V. Tabiryan, W. Luo // Physical Review E. 1998. – V. 57, Issue 4. – P. 4431-4440.
- Tikhonov, A.N. Equations of mathematical physics / A.N. Tikhonov, A.A. Samarskiy. – New York: Dover Publications, 1990. – 765 p. – ISBN 0486664228.

## SPATIAL AND TEMPORAL CHARACTERISTICS OF A FOUR-WAVE RADIATION CONVERTER IN A TRANSPARENT MEDIUM BASED ON ELECTROSTRICTION AND DUFOUR EFFECT

E.V. Vorobyeva, V.V. Ivakhnik, M.V. Savelyev Samara State University

## Abstract

Dynamics of spatial spectrum of the object wave has been analyzed for four-wave radiation converter in an optically transparent medium. It has been shown, that such four-wave radiation converter performs filtering of high spatial frequencies. Over time the spatial frequency bandwidth cut out by four-wave radiation converter decreases leaving the steady-state value.

Key words: four-wave radiation converter, wavefront reversal.

### Сведения об авторах



Воробьёва Елена Владимировна, 1977 года рождения. Кандидат физикоматематических наук, старший преподаватель кафедры оптики и спектроскопии Самарского государственного университета. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

E-mail: *loginovaely@mail.ru*.

**Elena Vladimirovna Vorobyeva** (b. 1977). Candidate in Physics & Maths, primus lecturer of Optics and Spectroscopy chair of Samara State University. Research interests are nonlinear optics and dynamic holography.

**Ивахник Валерий Владимирович,** 1951 года рождения. Доктор физикоматематических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии, декан физического факультета Самарского государственного университета. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

E-mail: *ivakhnik@samsu.ru*.

**Valery Vladimirovich Ivakhnik** (b. 1951). Doctor in Physics & Maths, professor, Head of of Optics and Spectroscopy chair, Dean of Physics Faculty of Samara State University. Research interests are nonlinear optics and dynamic holography.





Савельев Максим Валерьевич, 1990 года рождения. Аспирант кафедры оптики и спектроскопии Самарского государственного университета. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

E-mail: *belchonokenot@mail.ru* .

Maxim Valeryevich Savelyev (b. 1990). Postgraduate student of Optics and Spectroscopy chair of Samara State University. Research interests are nonlinear optics and dynamic holography.

Поступила в редакцию 19 марта 2014 г.