# ПЕРЕПУТЫВАНИЕ КУБИТОВ ПРИ НАЛИЧИИ АТОМНОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ

Башкиров Е.К., Литвинова Д.В. Самарский государственный университет

#### Аннотация

В настоящей работе рассмотрено влияние диполь-дипольного взаимодействия и начальной когерентности на динамику перепутывания двух кубитов, один из которых находится в идеальном резонаторе и взаимодействует с модой квантового электромагнитного поля, а второй свободно перемещается вне резонатора. Показана возможность исчезновения эффекта мгновенной смерти перепутывания и стабилизации атомного перепутывания при наличии дипольного взаимодействия кубитов.

<u>Ключевые слова</u>: двухкубитная система, атом-атомное перепутывание, атомная когерентность, диполь-дипольное взаимодействие, параметр Переса–Хородецких, мгновенная смерть перепутывания.

#### Введение

Одной из основных проблем современной физики квантовых вычислений является проблема разработки эффективных схем генерации и контроля перепутывания состояний кубитов, взаимодействующих с различными полями [1]. В последнее время предложены и экспериментально реализованы различные схемы генерации перепутывания состояний атомов и ионов в резонаторах и оптических и магнитных ловушках, а также различных искусственных атомных объектов, таких как квантовые точки, примесные спины в твёрдых телах, сверхпроводящие цепи с джозефсоновскими переходами и др. [2]. При теоретическом описании взаимодействия таких систем с квантованными полями используется модель Джейнса-Каммингса и её простейшие обобщения [3]. Для количественного исследования особенностей перепутывания кубитов, взаимодействующих с квантованными полями, широко применяется двухатомная модель Джейнса-Каммингса, так как строгие критерии перепутывания в настоящее время хорошо определены именно для систем двух кубитов [4]. Известно, что диполь-дипольное взаимодействие атомных систем является естественным механизмом возникновения атомного перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия атомов, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой поля в идеальном резонаторе [5-9]. Физически диполь-дипольное взаимодействие можно увеличить, уменьшая относительное расстояние между кубитами. При этом, например, джозефсоновские сверхпроводящие кубиты могут иметь дипольные моменты, значительно превосходящие дипольные моменты обычных атомов [2]. В ряде работ [10-12] для двухатомных моделей с различными типами разрешённых атомных переходов показано, что высокая степень перепутывания кубитов, взаимодействующих с квантованными полями, может быть также получена за счёт создания начальной атомной когерентности. Кроме того, было доказано, что перепутыванием атомов можно управлять, изменяя начальные параметры когерентных состояний кубитов и поля, такие как амплитуды поляризованных атомов и их фазы, интенсивность дипольдипольного взаимодействия и среднее число фотонов в моде. В работах [5-12] рассматривались двухатомные модели, в которых оба естественных или искусственных атома одновременно заперты в оптической ловушке. В то же время для практических применений в квантовой информатике часто необходимо перемещать атомы без потери квантовых корреляций между ними. Для реализации перепутывания атомов в таких условиях предложено большое число различных схем [13-18]. В работе [6] предложена простая схема, в которой только один атом пойман в оптическую ловушку, а другой может свободно перемещаться вне резонатора. При этом взаимодействие между атомами реализовано не за счёт взаимодействия с общим полем, а благодаря прямому дипольдипольному взаимодействию. При этом авторы ограничились рассмотрением простейшего начального состояния системы, когда оба атома приготовлены в основном состоянии. Представляет значительный интерес исследование динамики перепутывания между атомами в рамках модели, предложенной в [6], с учётом начальной атомной когерентности. В настоящей работе нами исследована динамика перепутывания как для неперепутанных, так и для перепутанных белловских когерентных начальных состояний атомов. Заметим, что рассматриваемая в настоящей работе модель может быть также более просто реализована для системы двух сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, один из которых взаимодействует со сверхпроводящим LC-контуром - SQIDом.

## Модель и уравнения динамики

Рассмотрим модель, состоящую из двух идентичных двухуровневых атомов. При этом один атом заперт в идеальном микрорезонаторе и взаимодействует с модой квантового электромагнитного поля, а второй атом находится вне резонатора в свободном состоянии. В частности, мы можем иметь дело с двумя пучками атомов, один из которых пролетает вне резонатора, а второй – через резонатор как в одноатомном мазере. Скорость пролёта атомов можно подобрать так, чтобы вблизи атома из первого пучка находился только один атом из второго пучка. Будем полагать, что расстояние между атомами сравнимо с длиной волны их излучения на рабочем переходе. В этом случае мы должны принять во внимание дипольдипольное взаимодействие атомов. В результате в рассматриваемой модели взаимодействие между атомами осуществляется только посредством прямого диполь-дипольного взаимодействия. В экспериментах по перепутыванию состояний атомов в одноатомном мазере, проводимых С. Арошем с соавторами, размер микрорезонатора составлял порядка сантиметра, поперечные размеры резонаторной ТЕМ<sub>900</sub>-моды не превосходили 1 мм, а длина волны излучении на рабочем переходе в ридберговском атоме составляет 6 мм (см. ссылки в [17]). Будем полагать, что частота атомного перехода  $\omega_0$  двухуровневого атома, запертого в резонаторе, совпадает с частотой резонаторной моды  $\omega$ . Гамильтониан такой модели в дипольном приближении и приближении вращающейся волны может быть записан как

$$H = (1/2)\hbar\omega(\sigma_{1}^{z} + \sigma_{2}^{z}) + \hbar\omega a^{+}a + +\hbar g(\sigma_{1}^{+}a + a^{+}\sigma_{1}^{-}) + \hbar J(\sigma_{1}^{+}\sigma_{2}^{-} + \sigma_{1}^{-}\sigma_{2}^{+}),$$
(1)

где  $(1/2)\sigma_i^z$  – оператор инверсии для *i*-го двухуровневого атома,  $\sigma_i^+ = |+\rangle_{ii} \langle -|, \sigma_i^- = |-\rangle_{ii} \langle +|$  – операторы переходов между возбуждённым  $|+\rangle_i$  и основным  $|-\rangle_i$ состояниями в *i*-м двухуровневом атоме (*i* = 1, 2), *a*<sup>+</sup> и *a* – операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды, *g* – эффективная константа атомполевого взаимодействия и *J* – параметр прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов.

Будем полагать, что в начальный момент времени система «атомы+поле» находится в чистом перепутанном состоянии. При этом отдельные составные части единой системы, т.е. «первый атом», второй атом» и «поле» находятся в смешанных состояниях.

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением атом-атомных перепутанных состояний. Перепутывание состояний атомов означает наличие квантовых корреляций между их состояниями. Информация о перепутанности двух атомов содержится в редуцированной атомной матрице плотности  $\rho_{atom}(t)$ , которая для случая начальных чистых состояний атомов и поля может быть получена следующим образом:

$$\rho_{atom}(t) = Tr_{field} |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|.$$

Здесь  $|\psi(t)\rangle$  – временная волновая функция системы «атомы+поле», а операция  $Tr_{field}$  представляет собой усреднение по переменным поля.

Смешанное состояние квантовой системы, состоящей из двух подсистем *A* и *B*, является перепутанным, если оно несепарабельно, т.е. его нельзя записать в виде:

$$\rho = \sum_{i} \rho_A^{(i)} \otimes \rho_B^{(i)},$$

где  $\rho_A^{(i)}(t)$  и  $\rho_B^{(i)}(t)$  – матрицы плотности состояний двух подсистем *A* и *B*, а суммирование по индексу *i* (некогерентное смешивание) определяет наличие классических корреляций между подсистемами. Час-

то говорят, что сепарабельные состояния являются «распутанными».

А. Перес и Хородецкие (см. [4]) доказали, что необходимым и достаточным условием сепарабельности двух кубитов является то, что некая дополнительная матрица  $\rho_{atom}^{T_1}$ , полученная путём частичной перестановки индексов (транспонирование по переменным одного кубита) матрицы плотности  $\rho_{atom}(t)$ , имеет только неотрицательные собственные значения.

Для двухкубитной системы редуцированная атомная матрица плотности  $\rho_{atom}(t)$  в двухатомном базисе  $|+,+\rangle, |+,-\rangle, |-,+\rangle, |-,-\rangle$  имеет вид

$$\rho_{atom} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{34} & \rho_{44} \end{pmatrix}.$$
(2)

Тогда для определения степени атом-атомного перепутывания можно воспользоваться параметром Переса–Хородецких, который определим как

$$\varepsilon = -2\sum_{i} \mu_{i}^{-}, \tag{3}$$

где  $\mu_i^-$  – отрицательные собственные значения транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности  $\rho_{atom}^{T_i}$ , которая для двухкубитной системы с атомной матрицей плотности (2) может быть представлена как

$$\rho_{atom}^{T_1} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{31} & \rho_{32} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{41} & \rho_{42} \\ \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{pmatrix}.$$
(4)

Отсутствие у частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности (4) отрицательных собственных значений означает, как уже было сказано выше, что атомы в любой момент времени остаются неперепутанными, в этом случае полагают  $\varepsilon = 0$ . Для случая  $\varepsilon > 0$  атомы находятся в перепутанном состоянии. Для максимально перепутанного состояния  $\varepsilon = 1$ .

Рассмотрим теперь динамику параметра перепутывания (3) для различных начальных чистых когерентных распутанных и перепутанных состояний атомной подсистемы и состояния с определённым числом фотонов  $|n\rangle$  для резонаторной моды.

Полная временная волновая функция системы для выбранных начальных условий может быть представлена как

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= X_{1} |+,+;n\rangle + X_{2} |+,-;n+1\rangle + \\ +X_{3} |-,+;n+1\rangle + X_{4} |-,-,n+2\rangle + X_{5} |+,-;n\rangle + \\ +X_{6} |-,+;n\rangle + X_{7} |-,-;n\rangle + X_{8} |-,-,n+1\rangle + \\ +X_{9} |+,+;n-1\rangle + X_{10} |+,-;n-1\rangle + \\ +X_{11} |-,+;n-1\rangle + X_{12} |+,+,n-2\rangle. \end{aligned}$$
(5)

Используя временное уравнение Шрёдингера, для временных функций  $X_i(t)$ , входящих в выражение (5), может быть записана следующая система дифференциальных уравнений

$$\begin{split} \dot{X}_{1} &= \omega(n+1)X_{1} + g\sqrt{n+1}X_{3}, \\ \dot{X}_{2} &= \omega(n+1)X_{2} + g\sqrt{n+2}X_{4} + \alpha X_{3}, \\ \dot{X}_{3} &= \omega(n+1)X_{3} + g\sqrt{n+1}X_{1} + \alpha X_{2}, \\ \dot{X}_{4} &= \omega(n+1)X_{4} + g\sqrt{n+2}X_{2}, \\ \dot{X}_{5} &= \omega nX_{5} + g\sqrt{n+1}X_{8} + \alpha X_{6}, \\ \dot{X}_{6} &= \omega nX_{6} + g\sqrt{n}X_{9} + \alpha X_{5}, \\ \dot{X}_{7} &= \omega(n-1)X_{7} + g\sqrt{n}X_{10}, \\ \dot{X}_{8} &= \omega nX_{8} + g\sqrt{n+1}X_{1}, \\ \dot{X}_{9} &= \omega nX_{9} + g\sqrt{n}X_{6}, \\ \dot{X}_{10} &= \omega(n-1)X_{10} + g\sqrt{n}X_{7} + \alpha X_{1}1, \\ \dot{X}_{11} &= \omega(n-1)X_{11} + g\sqrt{n-1}X_{12} + \alpha X_{10}, \\ \dot{X}_{12} &= \omega(n-1)X_{12} + g\sqrt{n-1}X_{11}. \end{split}$$

Решения уравнений (6) могут быть найдены в аналитической форме в виде ряда по собственным функциям гамильтониана (1). Однако ввиду громоздкости в настоящей работе указанные решения не приводятся.

# Расчёт параметра атом-атомного перепутывания и обсуждение результатов

Для модели, временная динамика которой описывается волновой функцией (5), элементы частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности (4) могут быть записаны в виде

$$\begin{split} \rho_{11} &= |X_1|^2 + |X_9|^2 + |X_{12}|^2, \ \rho_{12} = X_1 X_5^* + X_9 X_{10}^*, \\ \rho_{13} &= X_1 X_{10}^* + X_9 X_{11}^*, \ \rho_{14} = X_1 X_7^*, \\ \rho_{22} &= |X_2|^2 + |X_5|^2 + |X_{10}|^2, \\ \rho_{23} &= X_2 X_3^* + X_5 X_6^* + X_{10} X_{11}^*, \ \rho_{24} = X_2 X_8^* + X_5 X_7^*, \\ \rho_{33} &= |X_3|^2 + |X_6|^2 + |X_{11}|^2, \\ \rho_{34} &= X_3 X_8^* + X_6 X_7^*, \ \rho_{44} &= |X_4|^2 + |X_7|^2 + |X_8|^2. \end{split}$$

В результате мы можем вычислить параметр атоматомного перепутывания (3). На рис. 1–4 показаны результаты численного моделирования временной зависимости параметра Переса–Хородецких для различных начальных состояний атомов и поля.

Предположим, что в начальный момент времени атомы находятся в неперепутанном когерентном состоянии

$$|\psi_{A1}(0)\rangle = \cos\theta_{1} |+\rangle + e^{i\phi_{1}} \sin\theta_{1} |-\rangle,$$
  
$$|\psi_{A2}(0)\rangle = \cos\theta_{2} |+\rangle + e^{i\phi_{2}} \sin\theta_{2} |-\rangle,$$

где  $\cos \theta_1$  и  $\cos \theta_2$  – амплитуды поляризованных атомов,  $\phi_1$  и  $\phi_2$  – относительные фазы возбуждённого и основного состояний каждого из атомов (в дальнейшем мы будем также использовать разность фаз  $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ ), а поле приготовлено в состоянии с определённым числом фотонов или фоковском состоянии  $|n\rangle$ .



Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания (3) для начального состояния вида (7) и n=0. Штриховая линия соответствует начальному атомному состоянию с θ<sub>1</sub>=π/2, θ<sub>2</sub>=0 (или |+,-)), а сплошная – θ<sub>1</sub>=π/4, θ<sub>2</sub>= π/4. Параметр прямого диполь-дипольного

взаимодействия J=g. Разность фаз состояний  $\Delta \varphi = 0$ 



Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания (3) для начального состояния вида (7) и n=2. Штриховая линия соответствует начальному атомному состоянию с  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = 0$  (или  $|+,-\rangle$ ), а сплошная –  $\theta_1 = \pi/4$ ,

 $\theta_2 = \pi/4$ . Параметр прямого диполь-дипольного взаимодействия J=g. Разность фаз состояний  $\Delta \varphi = 0$ 

Такие начальные состояния атомов можно получить, пропуская их предварительно через резонатор. Необходимые параметры можно подобрать, варьируя время их пролёта через резонатор. В случае сверхпроводящих кубитов необходимое начальное состояние может быть приготовлено значительно более простым способом при воздействии микроволнового излучения, напряжения или магнитного поля на кубиты [2]. В рассматриваемом случае под атомной когерентностью мы понимаем наличие суперпозиции возбуждённого и основного состояний атома.

Пусть атом приготовлен в чистом суперпозиционном состоянии

$$|\psi_A(0)\rangle = \cos\theta |+\rangle + e^{i\varphi}\sin\theta |-\rangle.$$

Соответствующая атомная матрица плотности есть

$$\rho_{A}(0) = \begin{pmatrix} \cos^{2}\theta & e^{i\phi}\sin\theta\cos\theta \\ e^{-i\phi}\sin\theta\cos\theta & \sin^{2}\theta \end{pmatrix}$$

Максимальная степень когерентности атомного состояния соответствует случаю  $\cos \theta = \sin \theta$ , поскольку в этом случае модули недиагональных элементов,

описывающих квантовые корреляции между основным и возбуждённым состояниями атома, достигают максимального значения.



Рис. 3. Временная зависимость параметра перепутывания (3) для начального состояния вида (7) и n = 2. Параметр дипольного взаимодействия J = 0, 1g (штриховые кривые) и J = g (сплошные кривые). Параметры начального состояния атомов  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$  (а),  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = \pi/2$  (б) и  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = 0$  (в). Разность фаз состояний  $\Delta \varphi = 0$ 

В результате чистое начальное состояние для полной системы «атомы+поле» есть

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_{A1}(0)\rangle |\Psi_{A2}(0)\rangle |n\rangle.$$
(7)

Динамика атомного перепутывания существенно зависит от начального состояния резонатора, поэтому численное моделирование параметра атом-атомного перепутывания проведено для различных значений начального числа фотонов в моде *n*. На рис. 1 показано временное поведение параметра перепутывания для вакуумного начального состояния поля и атомных состояний с различной степенью когерентности. Значения параметра перепутывания не зависят от величины  $\omega$ . При этом максимальная степень перепутывания достигается для атомных состояний с максимальной степенью когерентности, т.е. при условии  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$ . При этом если оба атома находятся в основном состоянии, перепутывание состояний атомов, естественно, не возникает. На рис. 2 показано временное поведение параметра перепутывания для начального состояния поля с двумя фотонами в моде n=2 и различных начальных состояний атомов. В случае наличия в резонаторе в начальный момент фотонов максимальная степень перепутывания достигается для начального состояния отомов состояния вида  $|+,-\rangle$ , т.е. для случая  $\theta_1 = \pi/2$ ,  $\theta_2 = 0$ .

На рис. 3 показана зависимость степени атомного перепутывания от интенсивности прямого дипольдипольного взаимодействия. Рис. За соответствует когерентному начальному атомному состоянию с параметрами  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$ , рис. 36 – начальному состоянию, когда оба атома приготовлены в основном состоянии  $|-,-\rangle$ , и рис. 36 соответствует начальному состоянию, в котором один из атомов находится в возбуждённом состоянии, а второй – в основном, т.е. двухатомная система описывается волновым вектором  $|+,-\rangle$ .

Для всех рассмотренных атомных состояний увеличение интенсивности диполь-дипольного взаимодействия приводит к увеличению максимального значения параметра перепутывания.

Однако для атомов, приготовленных в основном состоянии, такое поведение характерно только для области значений J < g. Для области J > g увеличение интенсивности дипольного взаимодействия атомов приводит к резкому уменьшению степени перепутывания.

Наконец, на рис. 4 показана зависимость параметра перепутывания от начального числа фотонов в моде.



Рис. 4. Временная зависимость параметра перепутывания (3) для когерентного начального состояния вида (7) и n = 5 (штриховая линия) и n = 10 (сплошная линия). Амплитуды поляризованных атомов θ<sub>1</sub> = θ<sub>2</sub> = π/4. Параметр прямого диполь-дипольного взаимодействия J = g. Разность фаз состояний Δφ=0

Из рисунка видно, что при увеличении начального числа фотонов в моде максимальное значение параметра перепутывания изменяется незначительно. Главная особенность поведения є заключается в том, что при увеличении n (для рассматриваемого атомного состояния в случае  $n \ge 10$ ) практически исчезает эффект мгновенной смерти перепутывания, т.е. явление исчезновения перепутывания кубитов, не связанное с диссипативным взаимодействием с окружением, а обусловленное взаимодействием кубитов с полем. Мгновенной смертью перепутывания называют

исчезновение некоторых квантовых корреляций (перепутывания) между кубитами на ранних этапах эволюции, не связанное с распадом других корреляций между кубитами за счёт диссипации [19]. Соответственно, через некоторое время после мгновенной смерти перепутывания (значительно меньшее времени диссипации) происходит мгновенное рождение перепутывания. Для рассматриваемой области средних чисел фотонов отсутствуют временные интервалы, для которых состояния атомов распутаны, перепутывание исчезает только для некоторых выделенных моментов времени. Отметим, что для когерентных начальных атомных состояний степень атомного перепутывания может значительно превосходить соответствующую величину для атомов, приготовленных в основном состоянии [6]. При этом когерентные начальные состояния предоставляют гораздо больше возможностей по управлению атомным перепутыванием. Для невозбуждённых первоначально атомов не удаётся исключить эффект мгновенной смерти перепутывания. Кроме того, в указанном случае увеличение интенсивности диполь-дипольного взаимодействия в области *J*>*g* приводит к резкому уменьшению степени атомного перепутывания.

Перейдём теперь к рассмотрению динамики атомного перепутывания для когерентных перепутанных начальных состояний атомов. Выберем в качестве начальных атомных состояний белловские состояния вида

$$|\psi_{A_{1}A_{2}}(0)\rangle = \cos\theta |+,-\rangle + \sin\theta e^{i\varphi} |-,+\rangle,$$
  
$$|\psi_{A_{1}A_{2}}(0)\rangle = \cos\theta |+,+\rangle + \sin\theta e^{i\varphi} |-,-\rangle,$$

где  $\cos \theta$  и  $\sin \theta$  – параметры когерентности,  $\phi$  – относительная фаза состояний, а в качестве полевого состояния – состояние с определённым числом фотонов. Полная начальная волновая функция системы тогда может быть записана в первом случае как

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_{A_{1}A_{2}}(0)\rangle |n\rangle =$$
  
=  $\cos\theta |+,-;n\rangle + \sin\theta e^{i\phi} |-,+;n\rangle,$  (8)

а во втором случае - в виде

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_{A_{1}A_{2}}(0)\rangle |n\rangle =$$
  
=  $\cos \theta |+,+;n\rangle + \sin \theta e^{i\phi} |-,-;n\rangle.$  (9)

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (3) для начальных состояний вида (8) и (9) и различных значений параметра диполь-дипольной связи показаны на рис. 5 и рис. 6 соответственно.

В обоих случаях перепутывание атомов сохраняется с течением времени даже в отсутствие дипольдипольного взаимодействия, т.е. в случае J=0. При увеличении значения параметра дипольного взаимодействия в обоих случаях в системе также исчезает эффект мгновенной смерти перепутывания.

В результате мы можем заключить, что использование когерентных неперепутанных начальных атомных состояний позволяет добиться значительной степени атомного перепутывания в процессе эволюции

Компьютерная оптика, 2014, том 38, №4

рассматриваемой системы за счёт диполь-дипольного взаимодействия кубитов. В случае перепутанных начальных атомных состояний дипольное взаимодействие приводит к исчезновению мгновенной смерти перепутывания. Кроме того, атомная когерентность может быть использована для эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов.



ис. э. Бременная зависимость параметра перепутывания
 (3) для перепутанного начального состояния вида (8)
 и J=0 (штриховая линия) и J=8g (сплошная линия).
 Амплитуда θ=π/4. Фаза φ=0





#### Заключение

Таким образом, в настоящей работе нами исследована простая схема, позволяющая получить перепутанные состояния двух кубитов, находящихся первоначально в когерентном состоянии. В случае начальных перепутанных кубитов и больших значений параметра диполь-дипольного взаимодействия в рассматриваемой схеме удаётся стабилизировать степень их перепутывания. При описании динамики перепутывания кубитов важен также учёт диссипативных процессов, возникающих за счёт взаимодействия кубитов с окружением. Такие взаимодействия приводят к распаду квантовых корреляций межу кубитами или декогеренции. Учёт влияния окружения на динамику перепутывания кубитов, оценка времени декогеренции и других механизмов контроля в рамках рассмотренной в настоящей работе модели будет предметом нашей следующей работы. Метод вывода управляющих уравнений для редуцированной матрицы плотности моделей, аналогичных рассмотренной в настоящей работе, предложен ранее в наших работах [20, 21].

## Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ № 1394.

#### Литература

- Schumacker, D. Quantum Processes, Systems, and Information / D. Schumacker, M.D. Westmoreland. New York: Cambridge University Press, 2010. – 469 p.
- Buluta, I. Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // Reports on Progress in Physics. – 2011. – Vol. 74(10). – Article ID: 104401 (16 pp).
- Knight, P.L. The Jaynes-Cummings model / P.L. Knight, B.W. Shore // Journal of Modern Optics. – 1993. – Vol. 40. – P. 1195-1238.
- Vedral, V. Introduction in quantum information science / V. Vedral. – New York: Oxford University Press, 2006. – 182 p.
- Aguiar, L.S. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // Journal of Optics. 2005. Vol. B7. P. S769-S771.
- Guo, Y.Q. Field tuned atom-atom entanglement via dipoledipole interaction / Y.Q. Guo, H.J. Cao, H.S. Song [Электронный ресурс]. – 2005. – URL: http://arxiv.org/pdf/quantph/0509142.pdf (дата обращения 10.06.2014).
- Bashkirov, E.K. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov, M.P. Stupatskaya // Laser Physics. – 2009. – Vol. 19(3). – P. 525-530.
- Башкиров, Е.К. Перепутывание двух атомов, взаимодействующих с тепловым электромагнитным полем / Е.К. Башкиров, М.П. Ступацкая // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 2. – С. 243-249.
- Bashkirov, E.K. The dynamics of entanglement in twoatom Tavis–Cummings model with non-degenerate twophoton transitions for four-qubits initial atom-field entangled states / E.K. Bashkirov, M.S. Mastyugin // Optics Communications. – 2014. – Vol. 313. – P. 170-174.
- Hu, Y.-H. Coherence-enhanced entanglement between two atoms at high temperature / Y.-H. Hu, M.F. Fang, C.L. Jiang, K. Zeng // Chinese Physics. – 2008. – Vol. B17(5). – P. 1784-1790.
- Башкиров, Е.К. Перепутывание двух сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем / Е.К. Башкиров, М.С. Мастюгин // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 278-285.
- 12. Башкиров, Е.К. Влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на перепутывание двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами / Е.К. Башкиров, М.С. Мастюгин // Оптика и спектроскопия. – 2014. – Т. 116, № 4. – С. 678-683.
- Marr, C. Entangled-state preparation via dissipation-assisted adiabatic passages / C. Marr, A. Beige, G. Rempe // Physical Review. – 2003. – Vol. A68. – Article ID: 033817 (11 pp).
- Mancini, S. Engineering an interaction and entanglement between distant atoms / S. Mancini, S. Bose // Physical Review. – 2004. – Vol. A70. – Article ID: 022307 (4 pp).
- Chimczak, G. Efficient generation of distant atom entanglement via cavity decay / G. Chimczak // Physical Review. – 2005. – Vol. A71. – Article ID: 052305 (5 pp).
- Shen, L.T. Steady-state entanglement for distant atoms by dissipation in coupled cavities / L.T. Shen, X.Y. Chen, Z.B. Yang, H.Z. Wu, S.B. Zheng // Physical Review. – 2011. – Vol. A84. – Article ID: 064302 (4 pp).
- 17. Башкиров, Е.К. Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор, индуцированное тепловым

полем / Е.К. Башкиров, Ю.А. Никифорова // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 4. – С. 468-473.

- Lu, M. Shortcuts to adiabatic passage for population transfer and maximum entanglement creation between two atoms in a cavity / M. Lu, Y. Xia, L.T. Shen, J. Song, N.B. An // Physical Review. – 2014. – Vol. A89. – Article ID: 012326 (7pp).
- Yu, T. Sudden Death of Entanglement / T. Yu, J.H. Eberly // Science. - 2009. - Vol. 323(5914). - P. 598-601.
- 20. Башкиров, Е.К. Динамика двух двухуровневых атомов в неидеальном резонаторе / Е.К. Башкиров, Е.Г. Маннгулова // Известия РАН. Серия физическая. – 2000. – Т. 64, № 10. – С. 2075-2079.
- 21. Башкиров, Е.К. Спонтанное излучение двух трёхуровневых атомов в неидеальном резонаторе / Е.К. Башкиров // Известия РАН. Серия физическая. – 2004. – Т. 68, № 9. – С. 1292-1295.

### References

- Schumacker, D. Quantum Processes, Systems, and Information / D. Schumacker, M.D. Westmoreland. New York: Cambridge University Press, 2010. – 469 p.
- 2. Buluta, I. Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // Reports on Progress in Physics. – 2011. – Vol. 74(12). – P. 104401 (16 pp).
- Knight, P.L. The Jaynes-Cummings model / P.L. Knight, B.W. Shore // Journal of Modern Optics. – 1993. – Vol. 40. – P. 1195-1238.
- Vedral, V. Introduction in quantum information science /V. Vedral. – New York: Oxford University Press, 2006. – 182 p.
- Aguiar, L.S. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // Journal of Optics. – 2005. – Vol. B7. – P. S769-S771.
- Guo, Y.Q. Field tuned atom-atom entanglement via dipoledipole interaction / Y.Q. Guo, H.J. Cao, H.S. Song [Electronic resource]. – 2005. – URL: http://arxiv.org/pdf/quantph/0509142.pdf (request date 10.06.2014).
- Bashkirov, E.K. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov E.K., M.P. Stupatskaya // Laser Physics. – 2009. – Vol. 19(3). – P. 525-530. – (In Russian).
- Bashkirov, E.K. Entanglement of two atoms interacting with a thermal electromagnetic field / E.K. Bashkirov, M.P. Stupatskaya // Computer Optics. – 2011. – Vol. 35(2). – P. 243-249. – (In Russian).
- Bashkirov, E.K. The dynamics of entanglement in twoatom Tavis–Cummings model with non-degenerate twophoton transitions for four-qubits initial atom-field entangled states / E.K. Bashkirov, M.S. Mastyugin // Optics Communications. – 2014. – Vol. 313. – P. 170-174.
- Hu, Y.-H. Coherence-enhanced entanglement between two atoms at high temperature / Y.H. Hu., M.F. Fang, C.L. Jiang, K. Zeng // Chinese Physics. – 2008. – Vol. B17(5). – P. 1784-1790.
- Bashkirov, E.K. Entanglement of two superconducting qubits interacting with two-mode thermal field / E.K. Bashkirov, M.S. Mastyugin // Computer Optics. – 2013. – Vol. 37(3). – P. 278-285. – (In Russian).
- Bashkirov, E.K. The influece of dipole-dipole ineraction and atomic coherence on entanglement of two atoms with degenerate two-photon transitions / E.K. Bashkirov, M.S. Mastyugin // Optics and Spectroscopy. – 2014. –Vol. 116(4). – P. 630-634.
- Marr, C. Entangled-state preparation via dissipationassisted adiabatic passages / C. Marr, A. Beige, G. Rempe // Physical Review. - 2003. - Vol. A68. - P. 033817 (11 pp).

- Mancini, S. Engineering an interaction and entanglement between distant atoms / S. Mancini, S. Bose, G. Rempe // Physical Review. – 2004. – Vol. A70. – Article ID: 022307 (4 pp).
- Chimczak, G. Efficient generation of distant atom entanglement via cavity decay / G. Chimczak // Physical Review. – 2005. – Vol. A71. – Article ID: 052305 (5 pp).
- Shen, L.T. Steady-state entanglement for distant atoms by dissipation in coupled cavities / L.T. Shen, X.Y. Chen, Z.B. Yang, H.Z. Wu, S.B. Zheng // Physical Review. – 2011. –Vol. A84. – Article ID: 064302 (4 pp).
- Bashkirov, E.K. Entanglement between two atoms succesevely passing a cavity induced by thermal noise / E.K. Bashkirov, Y.A. Nikiforova // Computer Optics. 2012. Vol. 36(4). P. 468-473. (In Russian).
- Lu, M. Shortcuts to adiabatic passage for population transfer and maximum entanglement creation between two atoms in a cavity / M. Lu, Y. Xia, L.T. Shen, J. Song, N.B. An // Physical Review. – 2014. – Vol. A89. – Article ID: 012326 (7pp).
- Yu, T. Sudden Death of Entanglement / T. Yu, J.H. Eberly // Science. – 2009. – Vol. 323(5914). – P. 598-601.
- Bashkirov, E.K. Dynamics of two two-level atoms in finite-Q cavity / E.K. Bashkirov, E.G. Mangulova // Izvestiya Akademii nauk. Seriya Fizicheskaya. – 2000. – V. 64(10). – P. 2075-2079. – (In Russian).
- Bashkirov, E.K. Spontaneous radiation of two three-level atoms in finite-Q cavity / E.K. Bashkirov // Izvestiya Akademii nauk. Seriya Fizicheskaya. – 2004. – Vol. 68(9). – P. 1292-1295. – (In Russian).

# ENTANGLEMENT BETWEEN QUBITS DUE TO THE ATOMIC COHERENCE

E.K. Bashkirov, D.V. Litvinova Samara State University

## Abstract

We have investigated the influence of dipole-dipole interaction and initial atomic coherence on the dynamics of two-qubit entanglement. We have considered a model, in which only one atom couples to a quantum electromagnetic field in a finite-Q cavity, since one of them can freely move outside the cavity. We have shown the possibility of disappearance of the entanglement sudden death effect and stabilization of atomic entanglement in the presence of the dipole interaction of qubits.

Key words: two-qubit system, atom-atom entanglement, atomic coherence, dipole-dipole interaction, Peres-Horodecki criterion, entanglement sudden death.

#### Сведения об авторах



Башкиров Евгений Константинович, 1955 года рождения, в 1978 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета (ныне – Самарский государственный университет), а в 1984 году – аспирантуру по кафедре квантовой статистики и теории поля МГУ. Доктор физико-математических наук, профессор, работает профессором кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета. Е.К. Башкиров – специалист в области квантовой и когерентной оптики, квантовой информатики, математического моделирования. В списке научных работ Е.К. Башкирова более 150 статей, из них более 80 в ведущих российских и международных журналах, таких как «Теоретическая и математическая физика», «Laser Phys. Letters», «Phys. Lett. А» и др.

E-mail: <u>bash@samsu.ru</u>.

**Eugene Konstantinovich Bashkirov** (b. 1955) graduated (1978) from Physical department of Kuibyshev Samara State University (presently, Samara State University) and graduated (1984) from of Quantum Statistics and Field Theory department of Moscow State University. He is the professor of General and Theoretical Physics department of Samara State University. He is co-author of more than 150 scientific papers in such journals as "Theor. and Math. Phys", "Laser Phys. Letters", "Phys. Lett. A" and others. His current research interests include quantum and coherent optics, quantum information and mathematical modeling.



Литвинова Дарья Вадимовна, магистрант физического факультета Самарского государственного университета. Область научных интересов: квантовая информатика, компьютерная оптика, математическое моделироване. Автор 2 научных статей.

E-mail: litvinovadv@yandex.ru .

**Darya Vadimovna Litvinova** is a post-graduated student of Physical department of Samara State University. Her research interests are currently quantum informatics, computer optics and mathematical modeling. She is a co-author of 2 scientific papers.

Поступила в редакцию 9 июня 2014 г.