

**НАНОФОКУСИРОВКА С ПОМОЩЬЮ ЗАОСТРЁННЫХ СТРУКТУР***Дегтярев С.А., Устинов А.В., Хонина С.Н.**Институт систем обработки изображений РАН,**Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет), (СГАУ)***Аннотация**

В работе показана возможность нанофокусировки в ближнем поле не только с помощью металлических, но также и диэлектрических структур с резкими краями. Исходя из векторных интегралов Рэлея–Зоммерфельда, показан эффект экстраординарного усиления продольной компоненты электромагнитного поля вблизи разрывов функции падающего поля, связанных с резкими скачками в рельефе оптического элемента. Методом конечных элементов выполнено моделирование дифракции электромагнитного излучения на остриях металлических структур, а также диэлектрических структур, имеющих высокий показатель преломления. Показано, что получаемый размер фокусного пятна по полуспаду интенсивности FWHM (full width at a half maximum) почти прямо пропорционально зависит от радиуса кривизны острия структуры. Для острой фокусировки предложена оптическая схема, состоящая из накопителя, собирающего и направляющего излучение на нанофокусатор. В качестве накопителя предлагается использовать рефракционный аксикон, собирающий излучение на свою вершину, где располагается нанофокусатор – алюминиевая или кремниевая наносфера. При этом необходимо освещать аксикон пучком с вихревой фазовой зависимостью первого порядка или радиально-поляризованным пучком. Предложенная схема способна обеспечить локализацию излучения в световом пятне размером  $\text{FWHM} = \lambda/400$ .

**Ключевые слова:** микрооптика, субволновые структуры, сингулярная оптика, нанофокусировка, эффект громоотвода, метод конечных элементов.

**Введение**

Острая фокусировка представляет интерес как в ближней [1–7], так и в дальней [8–10] зоне. Однако существенное преодоление дифракционного предела (более чем в 10 раз) возможно только лишь в ближней зоне при возбуждении плазмонов [6].

В данной работе предложено использовать эффект громоотвода [7] для усиления концентрации энергии при фокусировке. Термин «эффект громоотвода» используется в электростатике для обозначения многократного усиления электростатического поля вблизи острых проводящих предметов, что объясняет такое явление, как «огни святого Эльма». Авторы встретили применение этого же термина профессором Новотным в [5] для обозначения подобного электромагнитного явления усиления поля вблизи острия проводящего объекта, а также структур с высоким показателем преломления по отношению к окружающей среде.

Обычно [1, 2, 4–7] для получения острой фокусировки используются наночастицы и наноиголы, выполненные из металла. Эффект экстраординарного усиления максимумов интенсивности поля одновременно с многократным повышением пространственного разрешения наблюдался также при специально организованной интерференции затухающих порядков поверхностных электромагнитных волн [11, 12].

В данной статье мы показываем, что экстраординарное усиление поля может быть достигнуто и с помощью диэлектрических заострённых структур.

Например, в работе [3] такой эффект был достигнут за счёт острых краёв узкой щели в диэлектрическом оптическом элементе. В работах [9, 10] было

отмечено появление особенностей и возникновение продольной компоненты электрического поля на резких краях диэлектрического рельефа.

Очевидно, чтобы доставить излучение до наноструктуры, необходимо использовать некоторое фокусирующее микроустройство. Такой «накопитель» предварительно собирает излучение, которое направляется на нанофокусатор, выполненный в виде наночастицы или нанодефекта. В силу эффекта громоотвода предварительно собранное накопителем излучение многократно усиливается на наноструктуре, за счёт чего и достигается нанофокусировка. Накопитель может быть любым фокусирующим оптическим макроэлементом. Например, в [3] предложено в качестве накопителя использовать фотонно-кристаллическую линзу Микаэляна. Роль наноструктуры выполняла наносель.

Нанофокусировку также можно осуществлять с помощью микроструктуры (конуса, иглы) из материала с высоким показателем преломления, имеющей заострение с радиусом кривизны наномасштабного размера.

В данной работе предлагается использовать в качестве накопителя рефракционный аксикон, собирающий излучение на вершину, где располагается усилитель излучения – алюминиевая или кремниевая наносфера.

**1. Наличие особенности в продольной компоненте электрического поля вблизи разрыва в функции падающего поля**

Рассмотрим распространение электромагнитного поля на основе векторных выражений Рэлея–Зоммерфельда:

$$\begin{aligned}
 E_x(u, v, z) &= \\
 &= \frac{z}{2\pi} \iint_D E_{0x}(x, y) \frac{\exp(ikR)}{R^2} \left( ik - \frac{1}{R} \right) dx dy, \\
 E_y(u, v, z) &= \\
 &= \frac{z}{2\pi} \iint_D E_{0y}(x, y) \frac{\exp(ikR)}{R^2} \left( ik - \frac{1}{R} \right) dx dy, \\
 E_z(u, v, z) &= -\frac{1}{2\pi} \iint_D \frac{\exp(ikR)}{R^2} \left( ik - \frac{1}{R} \right) \times \\
 &\times [E_{0x}(x, y) \cdot (x-u) + E_{0y}(x, y) \cdot (y-v)] dx dy,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $R^2 = z^2 + (x-u)^2 + (y-v)^2$ ,  $E_{0x}(x, y)$  и  $E_{0y}(x, y)$  –  $x$ - и  $y$ -компоненты входного поля.

Для уяснения свойств поля на малом расстоянии от входной плоскости вначале для упрощения вычислений рассмотрим точку на оптической оси  $x=y=0$ . После перехода к полярной системе координат вместо (1) получим:

$$\begin{aligned}
 E_{x,y}(0, 0, z) &= \\
 &= \frac{z}{2\pi} \int_0^a \int_0^{2\pi} E_{0x,0y}(\rho, \varphi) \frac{\exp(ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{\rho^2 + z^2} \times \\
 &\times \left( ik - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \rho d\rho d\varphi,
 \end{aligned}
 \tag{2a}$$

$$\begin{aligned}
 E_z(0, 0, z) &= \\
 &= \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{\exp(ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{\rho^2 + z^2} \left( ik - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \times \\
 &\times [E_{0x}(\rho, \varphi) \cdot \rho \cos \varphi + E_{0y}(\rho, \varphi) \cdot \rho \sin \varphi] \rho d\rho d\varphi.
 \end{aligned}
 \tag{2б}$$

Если входное поле радиально-симметрично, то для анализа поперечных компонент можно использовать выражение, полученное в работе [13]:

$$\begin{aligned}
 E_{x,y}(0, 0, z) &= E_{0x,0y}(0) \exp(ikz) - \\
 &- E_{0x,0y}(R) \frac{z \cdot \exp(ik\sqrt{R^2 + z^2})}{\sqrt{R^2 + z^2}} + \\
 &+ z \cdot \int_0^R \frac{dE_{0x,0y}(r)}{dr} \frac{\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2})}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Выражение (3) показывает, что для поперечных компонент имеет место непрерывный переход при  $z=0$ :  $\lim_{z \rightarrow 0} E(0, 0, z) = E_0(0)$ , т.е. в отсутствие особенности во входном поле их не будет и в выходном.

Из выражения (2б) следует, что продольное поле на оси равно нулю (т.к. интеграл по углу равен нулю). Чтобы получить ненулевое значение, требуется нарушить симметрию.

Рассмотрим варианты (более детально они будут перечислены ниже), когда нарушение симметрии такое, что интеграл от  $E_{0x}(\rho, \varphi) \cdot \cos \varphi$  или  $E_{0y}(\rho, \varphi) \cdot \sin \varphi$  не зави-

сит от  $\rho$ . Обозначим эти интегралы  $B_x$  и  $B_y$ . Сделаем также преобразование показателя в экспоненте:

$$\begin{aligned}
 E_z(0, 0, z) &= \exp(ikz) \int_0^a \frac{\exp\left[ ik\left( \sqrt{\rho^2 + z^2} - z \right) \right]}{\rho^2 + z^2} \times \\
 &\times \left( ik - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) [B_x + B_y] \rho^2 d\rho.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Пока все преобразования были точными. Теперь придется сделать некоторые приближения. Очевидно, что основной вклад в интеграл вносит окрестность размера  $\delta\rho$  начала координат, в которой фаза меняется не больше чем на  $180^\circ$ :

$$\begin{aligned}
 \sqrt{z^2 + (\delta\rho)^2} - z &= \pi / k, \\
 \Downarrow \\
 \delta\rho &= \sqrt{\pi^2 / k^2 + 2\pi z / k},
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

поэтому в (4) верхний предел можно заменить на  $\delta\rho$ .

Разделим вещественную и мнимую части по равенству  $\exp(ix) = \cos x + i \sin x$  и, учитывая, что показатель  $\sqrt{z^2 + \rho^2} - z$  равен 0 при  $\rho = 0$  и равен  $\pi/k$  при  $\rho = \delta\rho$ , нарисуем графики косинуса и синуса показателя (рис. 1). Точка разделения лепестка  $\delta\rho_1$  соответствует изменению фазы на 90 градусов и равна  $\delta\rho_1 = \sqrt{\pi^2 / 4k^2 + 2\pi z / k}$  и находится правее середины всего отрезка: при  $z \rightarrow 0$ :  $\delta\rho_1 \rightarrow \delta\rho/2 = \pi/(2k)$ , а при  $z \rightarrow \infty$ :  $\delta\rho_1 \rightarrow \delta\rho / \sqrt{2}$ .

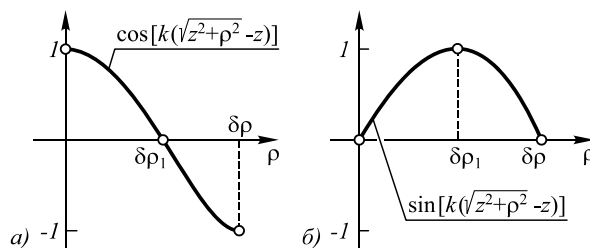


Рис. 1. Графики косинуса и синуса показателя в (4)

Наибольший вклад вносит первый полулепесток косинуса, на котором косинус приближается выражением  $1 - (\rho/\delta\rho_1)^2$ . Подставив это равенство в (4), после раскрытия скобок получим выражение

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{\delta\rho_1} \frac{1 - (\rho/\delta\rho_1)^2}{\rho^2 + z^2} \left( ik - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right) \rho^2 d\rho = \\
 &= ik \int_0^{\delta\rho_1} \frac{\rho^2 d\rho}{\rho^2 + z^2} - \frac{ik}{(\delta\rho_1)^2} \int_0^{\delta\rho_1} \frac{\rho^4 d\rho}{\rho^2 + z^2} - \\
 &- \int_0^{\delta\rho_1} \frac{\rho^2 d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\delta\rho_1)^2} \int_0^{\delta\rho_1} \frac{\rho^4 d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \\
 &= S_1 - S_2 - S_3 + S_4.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Особенность при  $z \rightarrow 0$  имеет только третье слагаемое, в остальных, подставив  $z=0$  под знак инте-

грала, получаем конечные значения пределов. Для общности выпишем все эти значения.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= ik [\delta\rho_1 - z \arctg(\delta\rho_1 / z)] \xrightarrow{z \rightarrow 0} i\pi / 2, \\
 S_2 &= \frac{ik}{(\delta\rho_1)^2} \times \\
 &\times \left[ \frac{(\delta\rho_1)^3}{3} - z^2 \delta\rho_1 + z^3 \arctg\left(\frac{\delta\rho_1}{z}\right) \right] \xrightarrow{z \rightarrow 0} i\pi / 6, \\
 S_4 &= \frac{1}{(\delta\rho_1)^2} \times \\
 &\times \left[ \frac{1}{2} \delta\rho_1 \sqrt{(\delta\rho_1)^2 + z^2} - \frac{3}{2} z^2 \ln\left(\delta\rho_1 + \sqrt{(\delta\rho_1)^2 + z^2}\right) + \right. \\
 &\left. + z^2 \frac{\delta\rho_1}{\sqrt{(\delta\rho_1)^2 + z^2}} + \frac{3}{2} z^2 \ln z \right] \xrightarrow{z \rightarrow 0} 1 / 2, \\
 S_3 &= -\frac{\delta\rho_1}{\sqrt{(\delta\rho_1)^2 + z^2}} + \ln\left(\delta\rho_1 + \sqrt{(\delta\rho_1)^2 + z^2}\right) - \\
 &- \ln z \xrightarrow{z \rightarrow 0} -1 + \ln(\pi / k) - \ln z.
 \end{aligned} \tag{7б}$$

Из выражений (7) следует, что в ближней зоне дифракции слагаемое с  $1/R$  в (1) даёт больший вклад, чем обычно используемое слагаемое с  $ik$ , и именно от него возникает особенность. Сложив всё вместе, получим, что выражение (6) при  $z \rightarrow 0$  равно

$$[\ln(kz / \pi) + 3 / 2] + i\pi / 3. \tag{8}$$

Если не учитывать лепесток синуса, то из-за отрицательности второго полулепестка косинуса получаем, что наибольшая амплитуда будет, если радиус входного зрачка  $\delta\rho_1 \rightarrow \pi / 2k$ . Однако это не совсем верно по двум причинам: у синуса весь лепесток положителен; а слагаемые в (6) имеют разные знаки. Покажем это явным образом. На втором полулепестке косинус приближается выражением:

$$\begin{aligned}
 -1 + \left( \frac{\rho - \delta\rho}{\delta\rho - \delta\rho_1} \right)^2 &= \frac{\rho^2}{(\delta\rho - \delta\rho_1)^2} - \\
 - \frac{2\rho\delta\rho}{(\delta\rho - \delta\rho_1)^2} + \frac{(2\delta\rho - \delta\rho_1)\delta\rho_1}{(\delta\rho - \delta\rho_1)^2}
 \end{aligned}$$

Если подставить это равенство в (4), то после раскрытия скобок получим шесть слагаемых, в которых нет особенности (нижний предел интеграла не равен нулю). Если мы ограничимся исследованием поведения (4) при  $z \rightarrow 0$ , то можем сразу подставить в интеграл значения  $z = 0$ ;  $\delta\rho = 2\delta\rho_1$ ;  $\delta\rho_1 = \pi / 2k$ . Не выписывая всех шести слагаемых, приведём их сумму:

$$(5 / 2 - 3 \ln 2) - i\pi / 3. \tag{9}$$

Сложив (8) и (9), получим

$$\ln(kz / \pi) + (4 - 3 \ln 2). \tag{10}$$

Это вещественное число, так как при  $z = 0$  лепесток становится стандартным симметричным лепестком косинуса и мнимая часть в (10) будет равна

$$ik \int_0^{\pi/k} \cos(k\rho) d\rho = 0.$$

Сравнивая (8) и (10), убеждаемся, что амплитуда, точнее, её доля, происходящая от лепестка косинуса, уменьшилась. Для мнимой части это очевидно; вещественная часть увеличилась:  $4 - 3 \ln 2 \approx 1,92 > 1,5$ , но логарифм отрицателен, поэтому увеличение положительного слагаемого приводит к уменьшению суммы (по модулю).

Для повышения точности учтём вклад лепестка синуса. Очевидно, слагаемое с особенностью измениться не может, меняются только значения конечных пределов. Не описывая ход вычислений, приведём только финальные результаты при  $z \rightarrow 0$ . Добавление вклада полулепестков синуса приводит к замене (8) на

$$[\ln(kz / \pi) + 3 / 2 - \pi / 3] + i(\pi / 3 - 3 / 2), \tag{11}$$

а (10) заменяется на

$$\ln(kz / \pi) + (4 - 3 \ln 2 - 2\pi / 3) - 2i. \tag{12}$$

Сравнивая (11) и (12), получаем, что амплитуда не уменьшилась, как было выше без учёта синуса, а, наоборот, увеличилась. Мнимая часть по модулю увеличилась с 0,45 до 2; а добавка к логарифму вместо +0,45 стала -0,17, то есть того же знака, что и логарифм. Поэтому, вероятно, наибольшая амплитуда будет, если радиус входного зрачка  $\delta\rho \rightarrow \pi / k$ .

Если мы хотим рассмотреть точку, не лежащую на оптической оси, то делаем замену переменных  $u - x = u_1$ ,  $v - y = v_1$  и далее всё сводится к уже сказанному выше. Естественно, что здесь игнорируются эффекты границы входного зрачка, когда не вся окрестность попадает внутрь области интегрирования.

Вычислим теперь величины:

$$B_x(\rho) = \int_0^{2\pi} E_{0x}(\rho, \varphi) \cdot \cos \varphi d\varphi, \tag{13}$$

$$B_y(\rho) = \int_0^{2\pi} E_{0y}(\rho, \varphi) \cdot \sin \varphi d\varphi$$

при различных видах нарушения радиальной симметрии входного поля.

1) Плоская волна с радиальной поляризацией  $E_{0x}(\rho, \varphi) = \cos \varphi$ ,  $E_{0y}(\rho, \varphi) = \sin \varphi$ . В этом случае из-за типа поляризации происходит нарушение радиальной симметрии в каждой из декартовых поперечных компонент. Тогда выражения (13) примут вид:

$$B_x = \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi = \pi, \quad B_y = \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = \pi. \tag{14}$$

Интенсивность продольной компоненты с учётом выражения (4) будет пропорциональна  $[B_x + B_y]^2 = 4\pi^2 \approx 39,5$ .

2) Плоская волна с азимутальной поляризацией  $E_{0x}(\rho, \varphi) = -\sin \varphi$ ,  $E_{0y}(\rho, \varphi) = \cos \varphi$ . Несмотря на нарушение радиальной симметрии в каждой из декартовых поперечных компонент, получается нулевое значение в (13):  $B_x = 0$ ,  $B_y = 0$ .

3) Плоская волна с линейной  $x$ -поляризацией  $E_{0x}(\rho, \varphi) = 1, E_{0y}(\rho, \varphi) = 0$ . В этом случае целесообразно использовать фазовую пластинку [14] с задержкой в половину волны в области отрицательного косинуса.

$$B_x = \int_0^{2\pi} |\cos \varphi| d\varphi = 4, \quad B_y = 0. \quad (15)$$

Интенсивность продольной компоненты по сравнению с радиально-поляризованным пучком уменьшится в 2,5 раза.

4) Если же в предыдущем случае для внесения сингулярности использовать спиральную фазовую пластинку  $\exp(\pm i\varphi)$ , то эффективность будет ещё меньше:

$$B_x = \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi = \pi, \quad B_y = 0. \quad (16)$$

Т.е. интенсивность продольной компоненты по сравнению с радиально-поляризованным пучком будет в 4 раза меньше.

5) Плоская волна с круговой поляризацией  $E_{0x}(\rho, \varphi) = 1/\sqrt{2}, E_{0y}(\rho, \varphi) = \pm i/\sqrt{2}$ . В этом случае спиральная фазовая пластинка будет более эффективной, чем линейный скачок фазы, но нужно выбирать соответствующее направление вращения оптического вихря [15].

Если направление фазового вихря совпадает с направлением вращения поляризации, тогда

$$B_x = \pi/\sqrt{2}, \quad B_y = -\pi/\sqrt{2}, \quad (17)$$

что приведёт к нулевой интенсивности продольной компоненты.

Если же вращение оптического вихря противоположно поляризационному вращению, тогда:

$$B_x = \pi/\sqrt{2}, \quad B_y = \pi/\sqrt{2}, \quad (18)$$

т.е. интенсивность продольной компоненты по сравнению с радиально-поляризованным пучком меньше в 2 раза. Это наиболее выигрышный вариант для однодально-поляризованного излучения.

Во всех рассмотренных выше случаях величины  $B_x$  и  $B_y$  не зависят от  $\rho$  (то же будет, если рассмотреть произвольный скачок амплитуды или фазы). В этой ситуации *будет иметь место особенность амплитуды*, аналогично (7б), связанная со скачком диэлектрического рельефа (особенностью фазы).

Заметим, что наличие линейного изменения фазы или амплитуды не приведёт к такому эффекту. Покажем это.

б) Линейный рост амплитуды вдоль оси  $Ox$  ( $E_{0x} = \alpha x, E_{0y} = 0$ ) без постоянной, которую можно опустить, так как она даст нуль

$$B_x = \int_0^{2\pi} (\alpha \rho \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi = \alpha \rho \pi, \quad B_y = 0. \quad (19)$$

При этом *особенность исчезает*: в выражении, аналогичном (6), степень  $\rho$  в числителе подынтегрального выражения увеличится на единицу, и сла-

гаемое  $S_3$  станет равным  $\int_0^{\delta \rho_1} \rho^3 d\rho / (\rho^2 + z^2)^{3/2} \rightarrow \pi / 2k$

при  $z \rightarrow 0$ . Более того, из доказательства следует, что при *изломе* функции  $E_{0x}$  особенности также не возникнет, а при симметричном изломе  $E_{0x} = \alpha|x|$  вообще получим  $B_x = 0$ . Можно получить ещё более сильный результат. Так как интеграл  $S_3$  в (6) при  $z \rightarrow 0$  стре-

мится к  $\int_0^{\delta \rho_1} d\rho / \rho$ , который находится на грани сходимости и расходимости, то достаточно добавить лишь малую степень  $\rho$  в числителе, чтобы расходимость исчезла. То есть даже при вертикальной касательной в нуле, например, при  $E_{0x} = (\alpha x)^{1/m}$ , но при наличии непрерывности *особенности не будет*.

7) Линейный рост фазы вдоль оси  $Ox$  ( $E_{0x} = \exp(i\alpha x), E_{0y} = 0$ ) приведёт к следующему результату:

$$B_x = \int_0^{2\pi} \exp(i\alpha \rho \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi, \quad B_y = 0. \quad (20)$$

Разлагая экспоненту в ряд Тейлора, получим, что чётные члены дадут нуль, а нечётные – ненулевое значение, причём первое ненулевое слагаемое будет равно  $i\alpha \rho \pi$ . Таким образом, в первом приближении линейный рост фазы эквивалентен линейному росту амплитуды и особенности не будет. В явном виде  $B_x = 2\pi i J_1(\alpha \rho)$ .

## 2. Дифракция на заостренных структурах из различного материала

Представляется интересным рассмотреть дифракцию монохроматического излучения на остром клине.

Для моделирования применяется пакет Comsol multiphysics, реализующий решение уравнения Гельмгольца методом конечных элементов [16]. Из доступных средств моделирования авторы считают Comsol наиболее подходящим для расчёта дифракции на наноструктурах произвольной формы в силу возможности задавать сетку с произвольным размером шага на область произвольной формы (рис. 2а). К примеру, пакеты Meep и Fullwave позволяют задавать лишь прямоугольно-параллелепипедные области с недостаточными для нашей задачи возможностями регулирования размера шага вычислительной сетки. Интегральные методы (интеграл Кирхгофа, разложение по плоским волнам) не дают возможности учитывать объёмную структуру моделируемых объектов сложной формы.

Некоторые параметры моделирования помещены в табл. 1.

Возьмём угол клина в  $10^\circ$ . Также рассмотрим различные материалы, из которых выполнен клин: идеально проводящий металл, алюминий и кремний. Как известно, экстраординарное усиление поля возникает, когда острие клина ориентировано по поляризации. Амплитуда электрического поля при дифракции на идеально проводящем клине показана на рис. 2.

Табл. 1. Вычислительные параметры

Параметр	Символ	Значение
Длина волны	$\lambda$	1550 нм
Показатель преломления кремния ( $\lambda = 1550$ нм) из Палика [17]	$n_{silicon}$	3,41
Показатель преломления алюминия ( $\lambda = 1550$ нм) из Палика [17]	$n_{AL}$	$1,5137 + 15,234i$
Радиус наносферы	$r_{sphere}$	20 – 100 нм
Максимальный шаг дискретизации в металле	$step$	$\lambda/400$
Угол аксикона	$\alpha$	$45^\circ$
Показатель преломления материала аксикона	$n_{axicon}$	1,5
Радиус исходного пучка	$\omega_0$	3 км

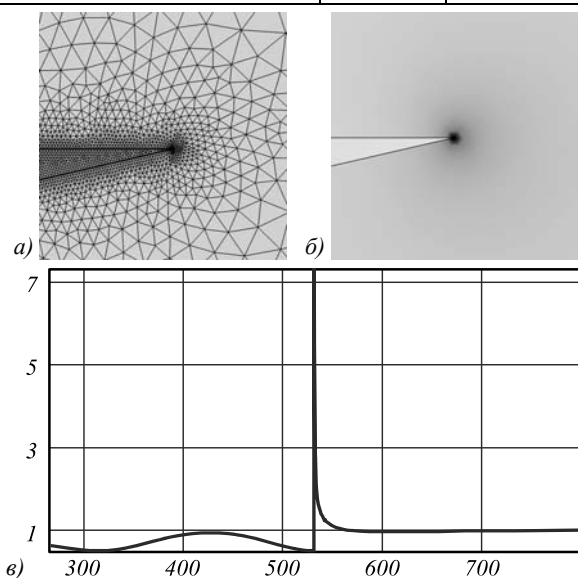


Рис. 2. Дифракция на идеально проводящем клине: триангулированная сетка задания клина (а); амплитуда электрического поля вблизи острия клина (б); амплитуда электрического поля вдоль верхней границы клина (в)

В случае клина, выполненного из идеально проводящего металла,  $FWHM = 0,84 \text{ нм} = \lambda/1850$ . Для алюминия  $FWHM = 2,35 \text{ нм} = \lambda/600$ , для кремния  $FWHM = 11,8 \text{ нм} = \lambda/130$ . Заметим, что световое пятно получается хоть и ярким, но с заметным фоном. Поэтому дифракционная эффективность (из-за очень малых размеров, но конечной интенсивности) составляет всего лишь 0,3%–0,7% в зависимости от типа материала клина.

Как следует из этих расчётов, диэлектрические структуры с высоким показателем преломления работают аналогично металлическим структурам, но с меньшим проявлением «эффекта громоотвода».

Попробуем хотя бы качественно объяснить полученные численные результаты альтернативным образом, не обращаясь к электростатическим теориям.

В работе [18] исследовались фокусирующие свойства рефракционных аксиконов и были получены вы-

ражения для параметра  $p$  функции комплексного пропускания аксикона  $\exp(-ikpr)$  в таком виде, что они (формально) верны независимо от значения угла  $\alpha_0$ , т.е. даже в случае полного внутреннего отражения. При падении входного излучения на плоское основание аксикона параметр

$$p = \cos \alpha_0 \cdot \left( n \sin \alpha_0 - i \sqrt{n^2 \cos^2 \alpha_0 - 1} \right). \quad (21)$$

В случае полного внутреннего отражения подкоренное выражение положительно и после умножения на  $(-ikr)$  соответствует появлению экспоненциально затухающей амплитудной составляющей. Вблизи острия формируется поле, поперечное сечение которого напоминает рис. 2в.

При падении входного излучения на острие аксикона

$$p = \cos \alpha_0 \cdot \left( \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0} - \sin \alpha_0 \right). \quad (22)$$

Здесь при полном внутреннем отражении качественных изменений не происходит, просто параметр аксикона превысит единицу.

Попробуем формально использовать равенства (21) и (22) для *невещественного* показателя преломления. При этом знак при извлечении корня следует брать такой, чтобы мнимая часть параметра  $p$  была отрицательной. Приведём в табл. 2 значения параметра  $p$  при некоторых углах  $\alpha_0$ .

Зная параметр  $p$ , можно легко определить характерный размер светового пятна. Для  $p$ , имеющего отрицательную мнимую часть, поле имеет вид  $A = \exp(-\mu r)$ ,  $\mu > 0$ , и можно определить два характерных размера: спадание амплитуды в  $e$  раз будет наблюдаться при радиусе  $r_1 = 1/\mu$ , а спадание интенсивности в два раза – при радиусе  $r_2 = \ln 2 / \mu \approx 0,347 r_1$ . В нашем случае  $\mu = -\text{Im}(p) \cdot 2\pi/\lambda$ , поэтому имеем  $r_1 = -0,159\lambda/\text{Im}(p)$  и  $r_2 = -0,055\lambda/\text{Im}(p)$ . Приведём в табл. 3 эти размеры в соответствии с табл. 2.

Прочерки соответствуют либо чисто вещественному значению параметра  $p$ , либо положительной мнимой части. Отрицательная вещественная часть тоже не очень понятна, так как соответствует набегу фазы расходящегося волнового фронта. Заметим, что случай падения на острие металлического аксикона под вопросом, так как неясно, где именно будет формироваться желаемый узкий максимум.

### 3. Дифракция на наноразмерных частицах

К сожалению, невозможно произвести абсолютно острый клин. Обязательно острие будет иметь некоторый радиус кривизны. Поэтому имеет смысл рассмотреть усиление поля вблизи сферической наночастицы радиусом, например, 50 нм и показателем преломления 3,41 (кремний). Частица освещается плоской волной с линейной вертикальной поляризацией. Амплитуда электрического поля показана на рис. 3.

Размер пятна, получаемого при возникновении эффекта громоотвода на кремниевой наносфере радиусом 50 нм, равен  $FWHM = 93,4 \text{ нм} = \lambda/16$  с эффективностью 0,36%.

Табл. 2. Значения параметра  $p$

Выражение (22)			Выражение (21)		
$\alpha_0 = 5^\circ$	$10^\circ$	$45^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$45^\circ$
$n = n_{silicon}$					
3,161	3,054	1,859	0,296 – 3,233i	0,584 – 3,159i	1,705 – 1,551i
$n = n_{Al}$					
-1,584 – 15,20i	-1,652 – 15,03i	-1,561 – 10,78i	15,273 – 0,17i	15,297 + 1,17i	8,403 + 6,86i

Табл. 3. Радиусы по спаду амплитуды: в  $e$  раз ( $r_1$ ) и интенсивности в два раза ( $r_2$ )

Выражение (22)			Выражение (21)		
$\alpha_0 = 5^\circ$	$10^\circ$	$45^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$45^\circ$
$n = n_{silicon}$					
–	–	–	$r_1 = 0,049\lambda$ $r_2 = 0,017\lambda$	$r_1 = 0,050\lambda$ $r_2 = 0,017\lambda$	$r_1 = 0,103\lambda$ $r_2 = 0,036\lambda$
$n = n_{Al}$					
$r_1 = 0,0105\lambda$ $r_2 = 0,0036\lambda$	$r_1 = 0,0106\lambda$ $r_2 = 0,0037\lambda$	$r_1 = 0,0148\lambda$ $r_2 = 0,0051\lambda$	$r_1 = 0,93\lambda$ $r_2 = 0,323\lambda$	–	–

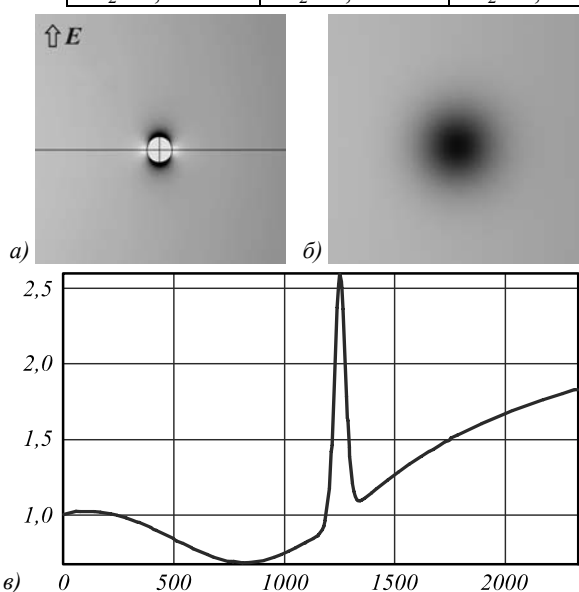


Рис. 3. Дифракция на кремниевой наносфере: амплитуда в сечении, параллельном поляризации (а); амплитуда электрического поля вблизи сферы в сечении, перпендикулярном поляризации (б); амплитуда электрического поля в сечении, содержащем максимум поля (в)

Отметим, что фокальное пятно возникает с той стороны наносферы, в которую направлена поляризация, и этот факт необходимо учесть при конструировании фокусатора.

Рассмотрим дифракцию плоской волны на нанотверстии в кремниевом бруске. Результаты моделирования представлены на рис. 4.

Таким образом, нанотверстие может быть использовано в качестве нанофокусатора даже в плоско-параллельной пластинке. Однако усиление поля возле краёв отверстия происходит на мощном фоне падающего излучения. Исходя из визуального сравнения рис. 3в и рис. 4в, можно заключить, что наносфера радиусом 50 нм фокусирует лучше, чем нанотверстие значительно меньшего радиуса 10 нм. Аналогичный эффект был отмечен в работе [19].

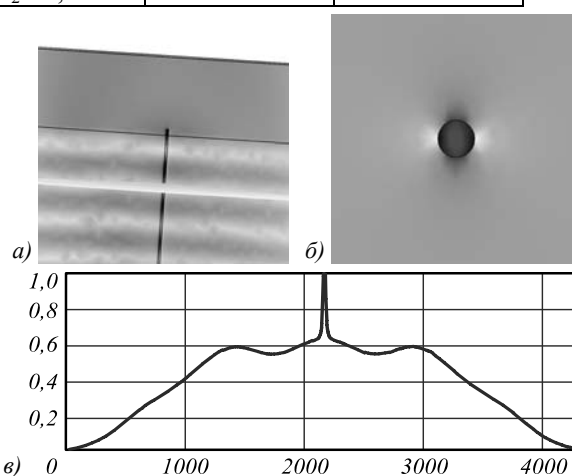


Рис. 4. Дифракция на нанотверстии в кремниевом бруске: амплитуда в сечении вдоль оптической оси (а); амплитуда в фокальной плоскости, перпендикулярной оптической оси (б); амплитуда электрического поля в сечении фокального пятна (в)

#### 4. Рефракционный аксикон с наносферой на вершине

Для повышения дифракционной эффективности вполне логично использовать аксикон с предельно возможной числовой апертурой. При этом большая часть излучения будет сходиться в вершину аксикона, куда разумно поместить наносферу в качестве нанофокусатора. Конструкция фокусирующего устройства изображена на рис. 5.

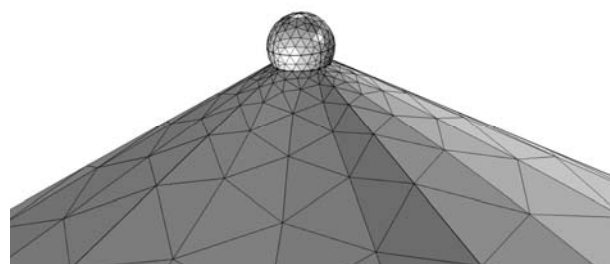


Рис. 5. Конструкция фокусирующего устройства в виде стеклянного аксикона, на вершину которого помещена усиливающая металлическая наносфера

Однако, чтобы усиление происходило вдоль оптической оси, необходимо создать продольную поляризацию в фокусе аксикона. Для этого можно использовать вихревой пучок:

$$E_x(x, y, z = 0) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right)(x + iy), \quad (23)$$

где  $(x, y, z)$  – поперечные и продольная координаты,  $\sigma$  – радиус Гауссова пучка,  $E_0$  – нормализующий множитель.

При освещении таким пучком основания аксикона в фокусе (т.е. в вершине аксикона в связи с предельным значением числовой апертуры) излучение имеет преимущественно продольную поляризацию, как это было показано в [18]. Следовательно, фокальное пятно, формируемое таким устройством, будет располагаться на оптической оси. Если освещать рассматриваемый фокусирующий элемент линейно-поляризованным пучком, то локальное усиление поля произойдет по бокам наносферы вне оптической оси.

Результаты расчёта дифракции вихревого пучка на комбинированном фокусаторе показаны на рис. 6.

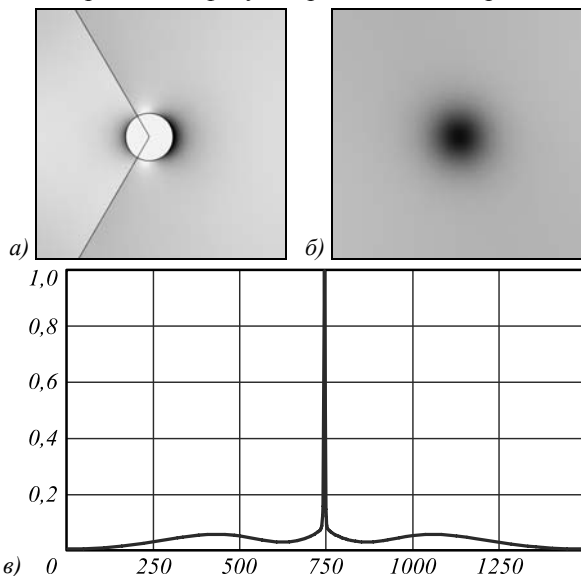


Рис. 6. Действие фокусирующего устройства, состоящего из диэлектрического аксикона и помещённой в его вершину металлической наносферы: амплитуда в сечении вдоль оптической оси (а); амплитуда в фокальной плоскости, перпендикулярной оптической оси (б); амплитуда электрического поля в сечении фокального пятна (в)

Размер светового пятна, полученного при использовании стеклянного ( $n=1,5$ ) аксикона с числовой апертурой 0,6 с алюминиевой наносферой радиусом 20 нм на вершине аксикона,  $FWHM = \lambda/400$ . Дифракционная эффективность фокусировки составляет 0,5%, что очевидно больше, чем дифракционная эффективность фокусировки отдельно стоящей сферой.

На первый взгляд, величина 0,5% эффективности кажется очень незначительной. Например, в работе [3] для линзы Микаэляна с нанощелью было заявлено о дифракционной эффективности в 44%. Однако заметим, что в этой работе рассматривался цилиндрический случай и фактически происходила фокусировка в

линию, а не в точку. В нашем случае аналогичное использование цилиндрической призмы вместо аксикона и металлической полоски вместо сферы позволит получить дифракционную эффективность 43%, что близко к значению, полученному в [3], но для значительно меньшего размера светового пятна (в работе [3] было получено  $FWHM = \lambda/23$ ).

Заметим, что размер формируемого светового пятна существенно зависит от размера наносферы. График зависимости размера фокального пятна по полуспаду интенсивности от радиуса наносферы показан на рис. 7.

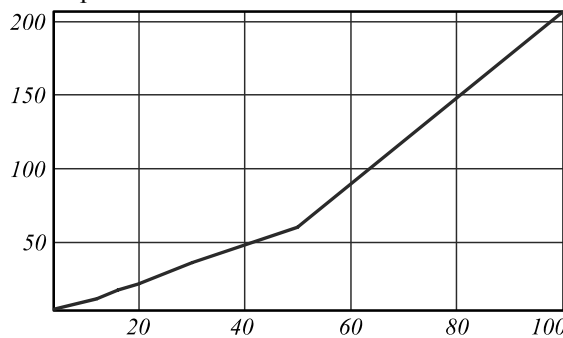


Рис. 7. Зависимость FWHM (по вертикали) от радиуса наносферы (по горизонтали)

Из рис. 7 видно, что размер светового пятна практически прямо пропорционально зависит от радиуса наносферы при малых по сравнению с длиной волны радиусах. Однако, когда радиус становится больше 50 нм, фокальное пятно расплывается, т.е. размер резко увеличивается.

### Заключение

В работе аналитически на основе векторных интегралов Рэлея–Зоммерфельда показан эффект экстраординарного усиления продольной компоненты электромагнитного поля вблизи разрывов функции падающего поля, связанных с резкими скачками в рельефе оптического элемента.

Таким образом, теоретически обоснована возможность нанофокусировки в ближнем поле с помощью не только металлических структур (так называемый «эффекта громоотвода»), но также и диэлектрических структур с резкими краями.

Методом конечных элементов выполнено сравнительное моделирование дифракции электромагнитного излучения на остриях металлических и диэлектрических структур, имеющих высокий показатель преломления. Моделирование подтвердило, что диэлектрические структуры с высоким показателем преломления работают аналогично металлическим структурам, но с уменьшением относительного показателя преломления структуры растёт размер формируемого светового пятна.

Также в работе предложена схема фокусировки, состоящая из рефракционного аксикона, собирающего и направляющего излучение на вершину, где располагается металлическая наносфера. Чтобы световое пятно формировалось после сферы на оптической оси, а не вдоль оси поляризации, необходимо освещать аксикон пучком с вихревой фазовой зависимостью первого порядка или радиально-поляризованным пучком. Размер формируемого светового пятна в основном зависит от

размера наносферы. Численно показано, что при использовании стеклянного ( $n=1,5$ ) аксикона с числовой апертурой 0,6 с алюминиевой наносферой радиусом 20 нм на вершине аксикона возможна локализация светового излучения в области размером  $\lambda/400$ .

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 14-19-00114).

### Литература

1. **Chen, W.** Numerical study of an apertureless near field scanning optical microscope probe under radial polarization illumination / W. Chen, Q. Zhan // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15(7). – P. 4106.
2. **Wang, J.** Development and prospect of near-field optical measurements and characterizations / J. Wang, Q. Wang, M. Zhang // *Frontiers of Optoelectronics*. – 2007. – Vol. 5(2). – P. 171-181.
3. **Nalimov, A.** Hyperbolic secant slit lens for subwavelength focusing of light / A. Nalimov, V. Kotlyar // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38(15). – P. 2702-2704.
4. **Gramotnev, D.K.** Nanofocusing of electromagnetic radiation / D.K. Gramotnev, S.I. Bozhevolnyi // *Nature Photonics*. – 2014. – Vol. 8. – P. 14-23.
5. **Novotny, L.** Near-field imaging using metal tips illuminated by higher-order Hermite-Gaussian beams / L. Novotny, E.J. Sanchez, X.S. Xie // *Ultramicroscopy*. – 1998. – Vol. 71. – P. 21-29.
6. **Zhang, J.** Nanostructures for surface plasmons / J. Zhang, L. Zhang // *Advances in Optics and Photonics*. – 2012. – Vol. 4(2). – P. 157-321.
7. **Ермушев, А.В.** Поверхностное усиление локальных световых полей и «эффект громоотвода» / А.В. Ермушев, Б.В. Мchedlishvili, В.А. Олейников, А.В. Петухов // *Квантовая электроника*. – 1993. – Т. 20, № 5. – С. 503-508.
8. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – Vol. 27(10). – P. 2188-2197.
9. **Хонина, С.Н.** Острая фокусировка лазерного излучения с помощью двухзонного аксиального микроэлемента / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев, А.В. Устинов // *Компьютерная оптика*. – 2013. – Т. 37, № 2. – С. 160-169.
10. **Дегтярев, С.А.** Исследование возможности субволновой локализации излучения за счёт формирования близкорасположенных сингулярных линий с помощью субволновых деталей диэлектрического микро рельефа / С.А. Дегтярев, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2013. – Т. 37, № 4. – С. 426-430.
11. **Bezus, E.A.** Evanescent-wave interferometric nanoscale photolithography using guided-mode resonant gratings / E.A. Bezus, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy // *Microelectronic Engineering*. – 2011. – Vol. 88(2). – P. 170-174.
12. **Безус, Е.А.** Формирование интерференционных картин затухающих электромагнитных волн для наноразмерной литографии с помощью волноводных дифракционных решеток / Е.А. Безус, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский // *Квантовая электроника*. – 2011. – Т. 41, № 8. – С. 759-764.
13. **Устинов, А.В.** Анализ дифракции плоского пучка на рассеивающем фраксиконе в непараксиальном режиме / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 42-50.
14. **Alferov, S.V.** Study of polarization properties of fiber-optics probes with use of a binary phase plate / S.V. Alferov, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – Vol. 31(4). – P. 802-807.
15. **Хонина, С.Н.** Высокоапертурные бинарные аксиконы для формирования продольной компоненты электрического поля на оптической оси при линейной и круговой поляризации освещающего пучка / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2013. – Т. 144, Вып. 4(10). – С. 718-726.
16. **Musa, S.M.** Computational Finite Element Methods in Nanotechnology. – CRC Press. 2012. – 640 p.
17. *Handbook of Optical Constants of Solids* / ed. by E.D. Palik. – Academic, 1998.
18. **Устинов, А.В.** Расчёт комплексной функции пропускания рефракционных аксиконов / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Vol. 35(4). – С. 480-490.
19. **Савельев, Д.А.** Влияние субволновых деталей микро рельефа на картину дифракции Гауссовых пучков / Д.А. Савельев, С.Н. Хонина // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета)*. – 2014. – № 1(43). – С. 275-286.

### References

1. **Chen, W.** Numerical study of an apertureless near field scanning optical microscope probe under radial polarization illumination / W. Chen, Q. Zhan // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15(7). – P. 4106.
2. **Wang, J.** Development and prospect of near-field optical measurements and characterizations / J. Wang, Q. Wang, M. Zhang // *Frontiers of Optoelectronics*. – 2007. – Vol. 5(2). – P. 171-181.
3. **Nalimov, A.** Hyperbolic secant slit lens for subwavelength focusing of light / A. Nalimov, V. Kotlyar // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38(15). – P. 2702-2704.
4. **Gramotnev, D.K.** Nanofocusing of electromagnetic radiation / D.K. Gramotnev, S.I. Bozhevolnyi // *Nature Photonics*. – 2014. – Vol. 8. – P. 14-23.
5. **Novotny, L.** Near-field imaging using metal tips illuminated by higher-order Hermite-Gaussian beams / L. Novotny, E.J. Sanchez, X.S. Xie // *Ultramicroscopy*. – 1998. – Vol. 71. – P. 21-29.
6. **Zhang, J.** Nanostructures for surface plasmons / J. Zhang, L. Zhang // *Advances in Optics and Photonics*. – 2012. – Vol. 4(2). – P. 157-321.
7. **Ermushev, A.V.** Surface enhancement of local optical effects and "lightning-rod" effect / A.V. Ermushev, B.V. Mchedlishvili, V.A. Oleinikov, A.V. Petukhov // *Quantum Electronics*. – 1993. – Vol. 23, N 5. – P. 435-440.
8. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – Vol. 27(10). – P. 2188-2197.
9. **Khonina, S.N.** Diffraction of laser beam on a two-zone cylindrical microelement / S.N. Khonina, D.A. Savelyev, A.V. Ustinov // *Computer Optics*. – 2013. – Vol. 37(2). – P. 160-169. – (In Russian).
10. **Degtyarev, S.A.** Study of subwavelength localization of a radiation by forming closely spaced singular lines using of subwavelength features of the dielectric micro-relief / S.A. Degtyarev, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2013. – Vol. 37(4). – P. 426-430. – (In Russian).
11. **Bezus E.A.** Evanescent-wave interferometric nanoscale photolithography using guided-mode resonant gratings / E.A. Bezus, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy // *Microelectronic Engineering*. – 2011. – Vol. 88(2). – P. 170-174.
12. **Bezus E.A.** Interference pattern formation in evanescent electromagnetic waves using waveguide diffraction gratings / E.A. Bezus, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy // *Quantum Electronics*. – 2011. – Vol. 41(8). – P. 759-764. – DOI: 10.1070/QE2011v041n08ABEH014500. – (In Russian).
13. **Ustinov, A.V.** Analysis of flat beam diffraction by divergent fraxicon in nonparaxial mode / A.V. Ustinov, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2014. – Vol. 38(1). – P. 42-50.
14. **Alferov, S.V.** Study of polarization properties of fiber-optics probes with use of a binary phase plate / S.V. Alferov, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – Vol. 31(4). – P. 802-807.



- rov, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – Vol. 31(4). – P. 802-807.
15. **Khonina, S.N.** High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam / S.N. Khonina and D.A. Savelyev // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2013. – Vol. 117, N 4. – P. 623-630.
16. **Musa, S.M.** Computational Finite Element Methods in Nanotechnology. CRC Press, 2012. — 640 p.
17. Handbook of Optical Constants of Solids / ed. by E.D. Palik. – Academic, 1998.
18. **Ustinov, A.V.** Calculating the complex transmission function of refractive axicons / A.V. Ustinov and S.N. Khonina, // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2012. – Vol. 21(3). – P. 133-144.
19. **Savelyev, D.A.** Influence of subwave details of microrelief on the diffraction pattern of Gaussian beams / D.A. Savelyev, S.N. Khonina // The Bulletin of the Samara State Aerospace University. – 2014. – No. 1(43). – P. 275-286. – (In Russian).

## NANOFOCUSING BY SHARP EDGES

*S.A. Degtyarev, A.V. Ustinov, S.N. Khonina*

*Samara State Aerospace University,*

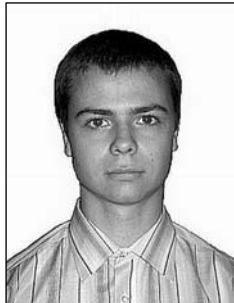
*Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences*

### Abstract

We show that the near-field nanofocusing of the electromagnetic field is possible to implement not only by means of metallic but also dielectric structures with sharp edges. The effect of the extraordinary enhancement of the longitudinal electric field component near the sharp edges of an optical element microrelief is shown using vector Rayleigh-Sommerfeld integrals. A finite element method is used for modeling the diffraction of the electromagnetic radiation by the edges of high-refractive-index metal and dielectric structures. It is shown that the focal spot size (full width at half-maximum) depends on the radius of curvature of the sharp tip. An optical scheme for sharp focusing, which consists of a concentrator collecting and directing the radiation onto a nano-focuser, is offered. A refractive axicon is suggested as the concentrator that directs the radiation on its vertex where an aluminium or silicon nanosphere is located (a nanofocuser). Illumination of this focuser by an optical vortex beam provides the nanofocusing with high diffraction efficiency. It is necessary to illuminate an axicon by a vortex beam of the first order or by a radially polarized beam. The scheme proposed is able to confine the radiation within a light spot of size  $\lambda/400$  at the half maximum of the intensity.

**Key words:** micro-optics, subwavelength structures, singular optics, nanofocusing, "lighting-rod" effect, finite element method.

### Сведения об авторах



**Дегтярев Сергей Александрович**, аспирант Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета), стажёр-исследователь Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная и сингулярная оптика.

E-mail: [sealek@gmail.com](mailto:sealek@gmail.com).

**Sergei Alexandrovich Degtyarev**, post-graduate student, trainee-researcher of the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS). Research interests: diffractive and singular optics.



**Устинов Андрей Владимирович**, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Институте систем обработки изображений РАН; является аспирантом Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских.

E-mail: [andr@smr.ru](mailto:andr@smr.ru).

**Andrey Vladimirovich Ustinov**, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI), majoring in Applied Mathematics, works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS; postgraduate student of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Research interests: diffractive optics, software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images.

*Сведения об авторе Хонина Светлана Николаевна – см. стр. 605 этого номера.*

*Поступила в редакцию 6 ноября 2014 г.*