

## DYNAMIC ANALYSIS OF THE TORSION BEAM REAR AXLE / ANALIZA DINAMICĂ A PUNTII SPATE CU TRAVERSĂ TORSIONABILĂ

Assoc.Prof. Ph.D. Eng. Vieru I., Ph.D.Eng. Petrache Gh., Prof. Ph.D. Eng. Nicolae V., Prof. Ph.D. Eng. Pârlac S.,  
Assoc. Prof. Ph.D. Eng. Neagu E.

University Pitesti / Romania  
Tel: 0348-453169; E-mail: ionel\_v@yahoo.com

**Abstract:** This paper presents a first study on dynamic analysis done on a rear axle with torsion beam. The main purpose of this analysis is to establish the natural vibration modes with similar values which are likely to come into resonance. The CAD models of the parts were obtained using CATIA V5 application and the calculation was performed with FEM using MSC/NASTRAN software. The experimental determinations were performed in the vibration laboratory of the University of Pitesti.

**Keywords:** dynamic analysis, finite element method, torsion beam rear axle,

### INTRODUCTION

The rear axle presented in this study is of semi-independent type and has the following advantages:

- low cost (less by 50% than the independent axle);
- light weight;
- enable automatic mounting;
- has an architecture favorable for wheel debate;
- has a good behavior of kinematics and running.

Fig. 1 shows the overview of the axle and Fig. 2 shows the main components.

**Rezumat:** Lucrarea prezintă un prim studiu privind analiză dinamică efectuată asupra unei punți spate cu traversa torsionabilă. Scopul principal al acestei analize fiind acela de a stabili care sunt modurile proprii de vibrație cu valori apropiate susceptibile de a intra în rezonanță. Modelele CAD ale pieselor au fost obținute folosind aplicația CATIA V5, iar calculul s-a realizat folosind metoda elementelor finite utilizând aplicația MSC/NASTRAN. Determinările experimentale au fost realizate în cadrul laboratorului de vibrații al Universității din Pitești.

**Cuvinte cheie:** analiza dinamica, analiza cu element finit, punte spate traversa torsionabila.

### INTRODUCERE

Puntea spate care face obiectul acestui studiu este de tip semiindependentă și prezintă următoarele avantaje:

- preț de cost redus (mai mic cu 50% față de o punte independentă);
- greutate redusă;
- permite montajul automat;
- are o arhitectură favorabilă pentru dezbaterea roții;
- are o buna comportare cinematica si de rulare.

În fig.1 se prezintă vederea generală a punții, iar în fig.2 se prezintă elementele componente ale acesteia.

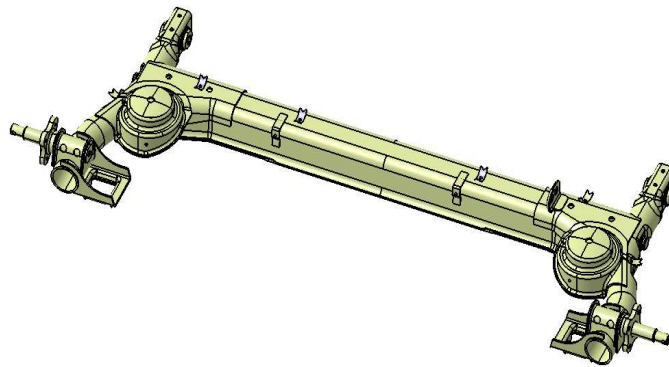


Fig. 1 – General view of the rear axle /  
Vederea generală a punții spate

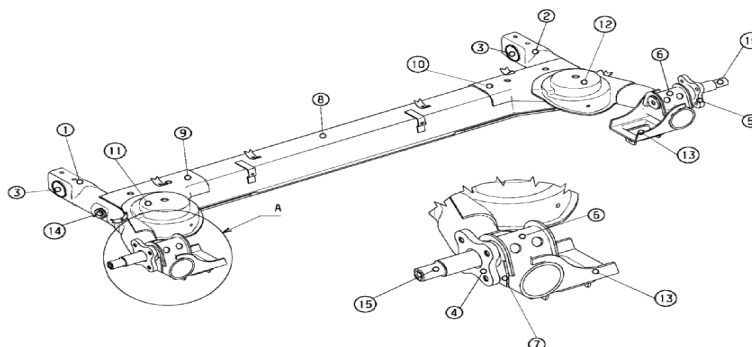


Fig. 2 – The main components of the rear axle /  
Principalele componente ale punții spate

Table 1 shows the thickness of the axle components and Table 2 shows the material properties used in the calculation.

Tabelul 1 prezintă grosimea elementelor componente ale punții, iar tabelul 2 prezintă proprietățile de material utilizate în calcul.

Table 1 / Tabelul 1

The thickness of the axle parts / Grosimea elementelor componente ale punții

No. Nr.crt.	Component / Denumire	Position / Poziție	No. of parts / Nr. de bucati	Thickness / Grosimea [mm]
1	Shock-absorber holder / Suport amortizor	13	2	3.3 / 3,3
2	Beam / Traversă	8	1	3.3 / 3,3
3	Anti-roll bar / Bara antiruliu	14	1	Φ21
4	Arm / Braț	1/2	2	4
5	Spring holder / Suport arc	11/12	2	3
6	Superior reinforcement / Întărirea superioară	9/10	2	3.3 / 3,3
7	Reinforcement of the steering knuckle / Întărirea port-fuzetă	6	2	3

Table 2 / Tabelul 2

The material properties used for calculation / Proprietățile de material utilizate în calcul

Young module / Modulul lui Young E [MPa]	Density / Densitatea ρ [Kg/m <sup>3</sup> ]	Poisson coefficient / Coeficientul Poisson ν
210000	7860	0,286

## MATERIALS AND METHOD

### Considerations on the modal analysis

The modal analysis calculations are important because:

- they allow to determine the first natural frequency of the part, which must be correlated with the one determined by test and provided in the acoustic specifications of the product;
- knowing these frequencies allow a better choice of the frequency range used to calculate the frequency response for endurance and shock;
- with the modal analysis calculation, we can calculate the energy of deformation occurring in the most sensitive areas, that generates significant vibratory movements;
- achieving the numerical modal analysis before the experimental verification allows us to put the accelerometers in the areas of interest that have large deformation energies;
- the modal analysis allows to find the natural frequency of a structure and to estimate the dynamic behavior through analytical and / or experimental calculation.

The modal analysis allows to determine the natural vibration modes in "free-free" situations (free frequency analysis) or "flush-free" (frequency analysis).

The calculation of natural vibration mode ignores the external force and hence the equation of motion can be written in matrix form as follows:

$$[M]\{\ddot{u}\} + C\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (1)$$

where:

- [M] – the mass matrix;
- [C] – the damping matrix;
- [K] – the stiffness matrix;
- U} – the motion vector.

A harmonic solution adopted is of the form:

$$\{u\} = \{\Phi\}\sin \omega t \quad (2)$$

where  $\Phi$  is the natural vector and  $\omega$  is the natural pulsation.

Substituting the solution into the equation of motion and simplifying we get:

$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi\} = 0 \quad (3)$$

## MATERIALE ȘI METODĂ

### Consideratii privind analiza modală

Calculul de analiză modală sunt importante deoarece:

- permit determinarea primei frecvențe proprii a piesei, care trebuie corelată cu cea determinată prin încercare și prevăzută în caietul de sarcini acustic al produsului;
- cunoașterea frecvențelor proprii permite o bună alegere a intervalului de frecvențe de studiu pentru calculul de răspuns în frecvență, de anduranță și de șoc;
- la calculul de analiză modală, se pot calcula energiile de deformare care apar în zonele cele mai sensibile, și care sunt generatoare de mișcări vibratorii importante;
- realizarea analizei modale numerice înainte de verificarea experimentală ne permite să poziționăm accelerometrele în zonele de interes care au energii de deformare mari;
- analiza modală permite aflarea frecvențelor proprii ale unei structuri și estimarea comportamentului dinamic prin calcul analitic și/sau experimental.

Analizele modale permit determinarea modurilor proprii de vibrație în situațiile „liber-liber” sau „încăstrat-liber”.

Calculul modurilor proprii de vibrație nu ține seama de forța exterioară și deci ecuația de mișcare poate fi scrisă sub forma matricială astfel:

unde:

- [M] - matricea de masă;
- [C] - matricea de amortizare;
- [K] - matricea de rigiditate;
- {u} - vectorul de deplasare.

O soluție armonică adoptată este de forma:

unde  $\Phi$  este vectorul propriu și  $\omega$  pulsația proprie.

Înlocuind soluția în ecuația de mișcare și simplificând se obține:

The solution of the problem is reduced in terms of modal analysis to:

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (4)$$

The equation (3) becomes:

$$[K - \omega_i^2 M] \{\Phi_i\} = 0 \quad (5)$$

with  $i = 1, 2, 3, \dots$

Each natural value  $\lambda_i = \omega_i^2$  and natural vector  $\Phi_i$  defines a free vibration of the structure. The relationship between the natural values  $\lambda_i$ , the frequencies  $f_i$  and the natural pulsations  $\omega_i$  is:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}; \quad \omega_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (6)$$

#### Equipment used to determinations

For the experimental determinations, we used a measuring chain made of the following elements:

- accelerometer PCB type, model 353B04, sensitivity 1.011 mV/m/s<sup>2</sup>;
- measuring amplifier;
- hammer for measurements.

The software settings were:

- for the accelerometer, the high pass filter 1 Hz, FFT analysis up to 10,000 Hz;
- the FFT analysis has been set to 3200 points of calculation.

It was used the Soudbook integrated system with the SAMURAI software (SINUS Messtechnik GmbH) specializes in the measurement and analysis of vibration and noise. This software is dedicated to data acquisition, signal analysis and control of various devices and external equipment.

The experimental measurements performed allow us to compare the first natural frequency with the one determined by calculation and with the one prescribed in the specifications.

The results obtained with a transducer mounted on the rear axle in the direction OZ in the middle of the beam are shown in Figure 3.



Position of the transducer on the axle /  
Poziționarea traductorului pe punte

Fig. 3 - Experimental determinations on the rear axle / Determinările experimentale efectuate pe puntea spate

In paper [1] there were analyzed the first six vibration modes of the rear axle analyzed, and the results are presented in Table 5. The calculation in this case was done by modelling the assembly, taking into account the external boundary conditions (stiffness of the tire and the fixing on the body).

Soluția nebanală a problemei modurilor proprii de vibrație se reduce din punct de vedere al analizei modale la:

Ecuția (3) devine:

cu  $i = 1, 2, 3, \dots$

Fiecare valoare proprie  $\lambda_i = \omega_i^2$  și vector propriu  $\Phi_i$  definesc un mod de vibrație liber al structurii. Relația dintre valorile proprii  $\lambda_i$ , frecvențele  $f_i$  și pulsațiile proprii  $\omega_i$  este:

#### Aparatura utilizată pentru determinări

Pentru determinările experimentale s-a folosit un lanț de măsură compus din următoarele elemente:

- accelerometru tip PCB, model 353B04, sensibilitate 1,011 mv/m/s<sup>2</sup>;
- amplificator de măsură;
- ciocan pentru măsurători.

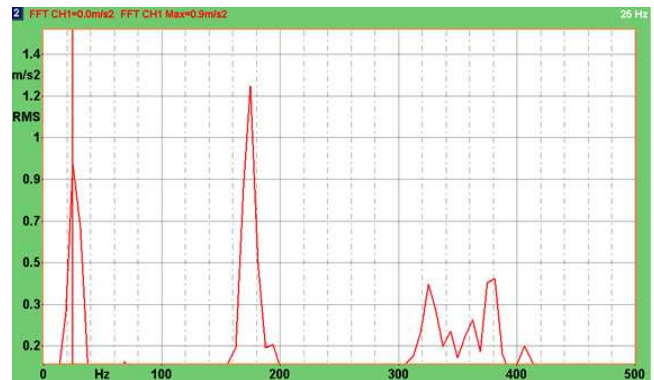
Setări soft:

- accelerometru: filtru trece sus 1 Hz, analiza FFT până la 10000 Hz;
- analiza FFT a fost setată pe 3200 puncte de calcul.

S-a utilizat sistemul integrat Soudbook cu aplicația SAMURAI (SINUS Messtechnik GmbH) specializată în măsurători și analiza de vibrații și zgomote. Acest soft este dedicat achiziției de date, analizei semnalelor și comenzii unor diverse aparate și utilaje externe.

Măsurătorile experimentale realizate permit compararea primei frecvențe proprii de vibrație cu cea determinată prin calcul și cu cea prescrisă în caietele de sarcini.

Rezultatele obținute cu un traductor montat pe puntea spate pe direcția OZ la mijlocul traversei este prezentată în fig. 3.



The diagram of the measured frequency /  
Diagrama frecvențelor măsurate

In lucrarea [1] au fost analizate primele 6 moduri de vibrație ale punții spate analizate, rezultatele obținute fiind redate în tabelul 5. Calculul în acest caz s-a făcut cu modelarea ansamblului ținând cont de condițiile limita externe (rigiditățile pneului și ale fixărilor pe caroserie).

Table 3 / Tabelul 3

The vibration modes of the rear axle analyzed /  
Modurile de vibrație obținute pentru puntea spate analizată

No. of natural vibration mode / Numărul modului propriu	Frequency / Frecvența [Hz]	Modal deformations of the rear axle / Deformațiile modale ale punții spate
1	25.09 / 25,09	Symmetrical left / right displacement of the OY axis / Deplasare simetrică stânga/dreapta pe axa OY
2	28.27 / 28,27	Antisymmetrical left / right displacement of the OZ axis / Deplasare antisimetrică stânga/dreapta pe axa OZ
3	28.79 / 28,79	Symmetrical left / right displacement of the OZ axis / Deplasare simetrică stânga/dreapta pe axa OZ
4	30.44 / 30,44	Symmetrical left / right displacement of the OX axis / Deplasare simetrică stânga/dreapta pe axa OX
5	36.60 / 36,60	Symmetrical left / right displacement of the OY axis / Deplasare simetrică stânga/dreapta pe axa OY
6	39.85 / 39,85	Antisymmetrical left / right displacement of the OY axis / Deplasare antisimetrică stânga/dreapta pe axa OY

**RESULTS**

The natural vibration calculation was performed for the situation "free-free", considering the first 9 representative modes of vibration, and the results are presented in Tables 4 and 5. Table 4 shows the natural modes frequency calculated and Table 5 presents the images of the axle's deformation for the natural vibration modes analyzed.

**REZULTATE**

Calculul modurilor proprii s-a efectuat pentru situația "liber-liber", fiind analizate primele 9 moduri de vibrație reprezentative, rezultatele fiind prezentate în tabelele 4 și 5. Tabelul 4 prezintă frecvența modurilor proprii calculate, iar tabelul 5 prezintă imaginile deformațiilor punții pentru modurile proprii analizate.

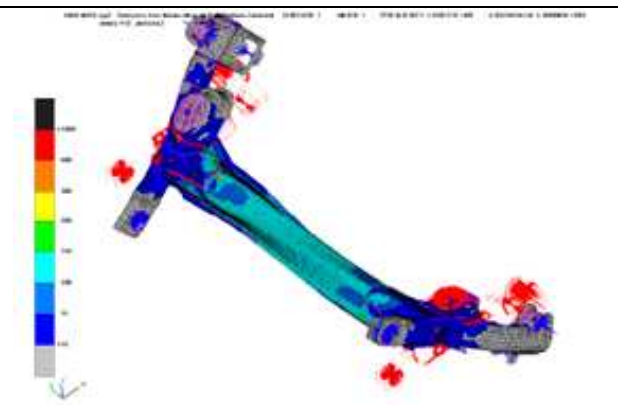
Table 4 / Tabelul 4

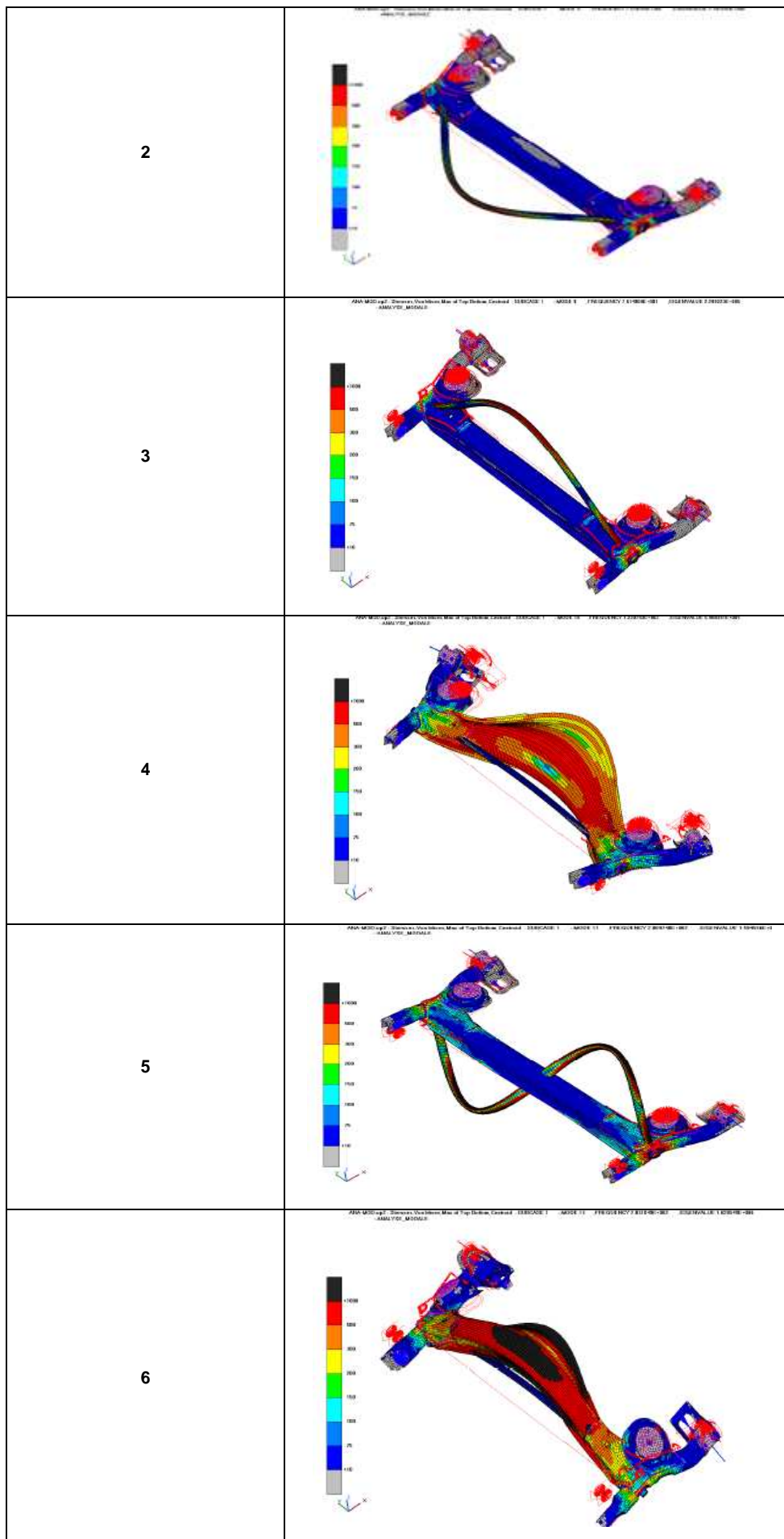
The natural vibration modes of the rear axle / Modurile proprii de vibrație ale punții spate

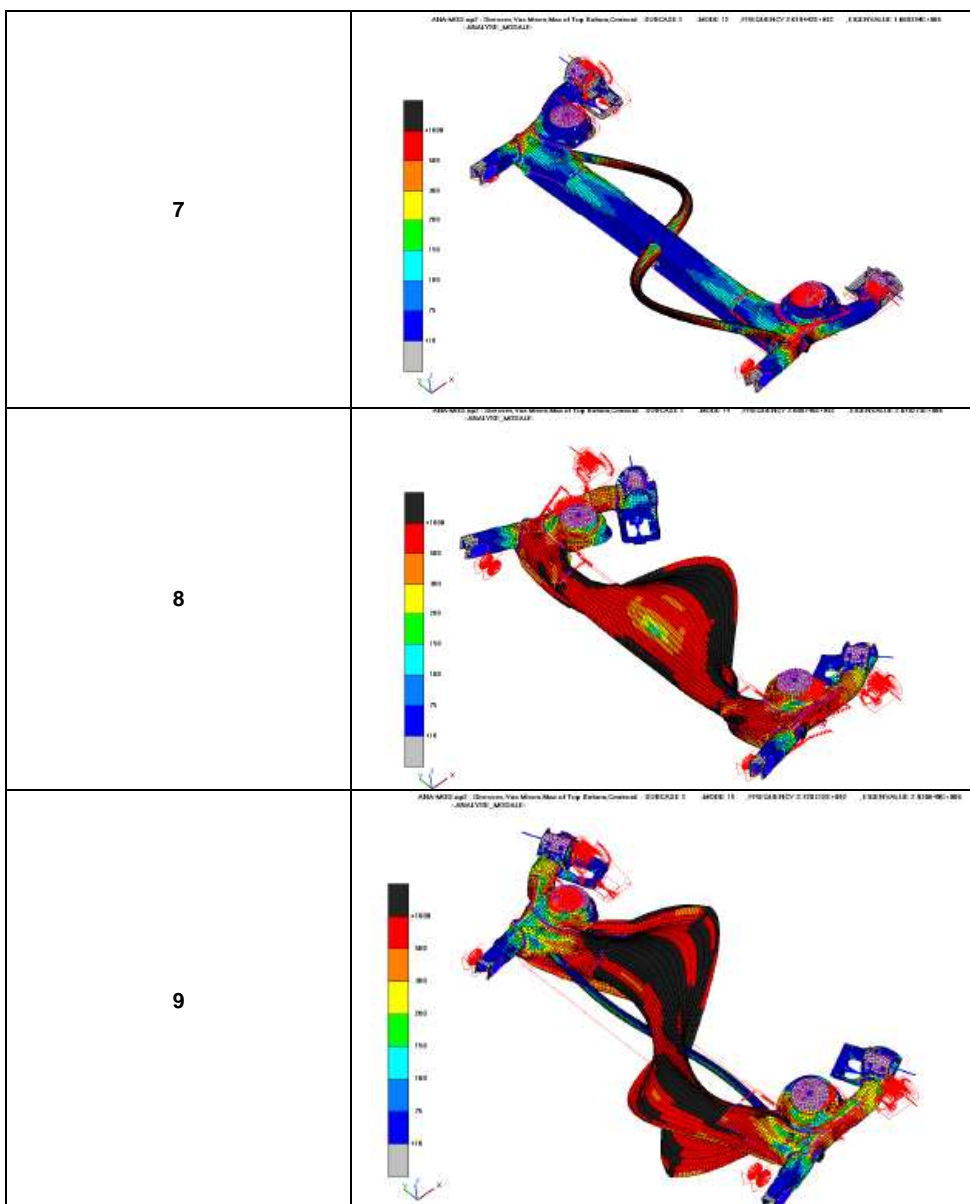
No. of natural vibration mode / Numărul modului propriu	Frequency / Frecvența [Hz]	Modal deformations / Deformațiile modale
1	36	Axle twist around the axis OY / Torsiunea punții în jurul axei OY
2	70	Bending in OX / Flexiune în OX
3	76	Bending in OZ / Flexiune în OZ
4	123	Local modes + twist in OX connecting element / Moduri locale + flexiune în OX a elementului de legătură
5	201	Torsion of the anti-roll bar and of the connecting element around the axis OY / Torsiunea barei antiruliu și a elementului de legătură în jurul axei OY
6	203	Bending in OX of the anti-roll bar and of the connecting element / Flexiune în OX a barei antiruliu și a elementului de legătură
7	202	Bending in OX of the anti-roll bar with double antinode / Flexiune în OX a barei antiruliu cu două ventre
8	260	Bending in OX of the connecting element with single antinode / Flexiunea în OX a elementului de legătură cu un ventru
9	273	Bending in OX of the connecting element and the anti-roll bar in phase contrast / Flexiunea în OX a elementului de legătură și a barei antiruliu în opoziție de fază

Table 5 / Table 5

The images of the axle's deformation for the natural vibration modes analyzed /  
Imaginile deformațiilor punții pentru modurile proprii de vibrație analizate

No. of natural vibration mode / Numărul modului propriu	Modal deformations of the axle
1	





## CONCLUSIONS

Analyzing the results it has found that the first mode of vibration corresponding to a torsion of the axle on the OY axis occurs at 36 Hz. This calculated value is superposed on the vibration mode 5 of the axle assembly (36.6 Hz). This mode of deformation of the axle corresponds to an antisymmetric movement of the left / right wheels.

The measured value for the first mode of vibration of 26 Hz is very close to the value of the first mode of vibration of the whole assembly, of 25.09 Hz. In fact, the first six modes of vibration of the assembly are in the range 25 Hz....40 Hz.

## REFERENCES

- [1]. Petrache Gh., Stoica C., Vieru I., Nicolae V., Ivanescu M. (2008) - *Modal analysis of a rear axle assembly using FEM*, Scientific bulletin, University of Pitesti, AUTOMOTIVE series, year XII, no. 17;
- [2]. Randall B., Tech B. (1977) - *Frequency analysis*, Application of the Brüel & Kjaer;
- [3]. \* \* \* (2013) *RENAULT - documentation*;
- [4]. \* \* \* (2002) - *Basic Dynamic Analysis User Guide*, MacNeal Schwendler Corporation.

## CONCLUZII

Din analiza rezultatelor se constata ca primul mod propriu de vibratie, ce corespunde unei torsiuni a punții după axa OY, se produce la 36 Hz. Aceasta valoare calculata se suprapune peste valoarea modului de vibratie 5 al ansamblului punte (36.6 Hz). Acest mod de deformare a punții corepunde unei deplasari antisimetrice a rotilor stanga / dreapta.

Valoarea masurata pentru primul mod propriu de vibratie de 26 Hz este foarte aproape ca valoare de primul mod propriu al ansamblului, respectiv 25,09 Hz. De fapt, primele 6 moduri de vibratie ale ansamblului se afla in intervalul 25 Hz....40 Hz.

## BIBLIOGRAFIE

- [1]. Petrache Gh., Stoica C., Vieru I., Nicolae V., Ivanescu M. (2008) - *Analiza modala a unui ansamblu de punte spate folosind FEM*. Buletin stiintific, Universitatea Pitesti, AUTOMOTIVE series, year XII, no. 17;
- [2]. Randall B., Tech B. (1977) - *Analiza de frecventa*, Aplicatie Brüel & Kjaer;
- [3]. \* \* \* (2013) *RENAULT - documentare*;
- [4]. \* \* \* (2002) - *Ghidul utilizatorului de analiza dinamica de baza*, MacNeal Schwendler Corporation.