Dr Dušan Regodić,
pukovnik, dipl. inž.
Vojnotehnička akademija VJ,
Beograd

ISTRAŽIVANJA UTICAJA NESIMETRIČNOG OPSTRUJAVANJA PROJEKTILA NA AERODINAMIČKE KOEFICIJENTE

UDC: 533.665:681.3.06

Rezime:

Pri analizi dinamike leta projektila od izuzetnog je značaja poznavanje vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i njihovih derivativa, bez kojih je proračun elemenata putanje i stabilnosti leta projektila praktično nemoguć. Cilj ovog rada je automatizacija procesa proračuna aerodinamičkih koeficijenata neupravljivih projektila pri različitim napadnim uglovima. Kretanje svakog osnosimetričnog projektila u prostoru sastoji se od translacije centra mase i rotacije oko sopstvenog centra mase. Let ovih projektila karakterišu uslovi malih poremećaja, pri čemu se pretpostavlja da napadni uglovi ne prelaze nekoliko stepeni. Ova činjenica omogućuje primenu zakona linearne aerodinamike pri proračunu aerodinamičkih karakteristika ili njihovih derivativa. Projektil je često složene geometrijske konfiguracije, pa je i proračun aerodinamičkih karakteristika povezan sa prethodnim poznavanjem aerodinamike sastavnih delova njihove konfiguracije. Programsko rešenje AERO 1 sačinjeno je u programskom jeziku FORTRAN, univerzalno je i može se koristiti za sve klasične projektile bez krilaca.

Ključne reči: aerodinamički koeficijent, aerodinamička sila i moment, nesimetrično opstrujavanje, derivativ aerodinamičkog koeficijenta, napadni ugao, centar mase.

RESEARCHES INTO THE EFFECTS OF ASYMMETRIC FLUID FLOW BIAS AROUND THE PROJECTILE ON AERODYNAMIC COEFFICIENTS

Summary:

In the analysis of projectile flight dynamics it is of utmost importance to know the values of aerodynamic coefficients and their derivatives. The calculation of flight path elements and projectile flight stability is practically impossible without these values. The purpose of this paper is the automation in the process of calculation of unguided projectile aerodynamic coefficients for different angles of attack. The movement of every projectile with axial symmetry in space consists of mass centre translation and rotation around its own mass centre. The flight of these projectiles is characterized by the conditions of slight perturbances, supposing that angles of attack do not exceed several degrees. This fact enables the application of laws of linear aerodynamics while calculating aerodynamic characteristics or their derivatives. The projectile often has complex geometric configuration and the calculation of aerodynamic characteristics is thus connected vith the previous knowledge of aerodynamics of their configuration elements. The program solution AERO 1 is made in FORTRAN, it is universal and can be applied to all classical projectiles without fins.

Key words: aerodynamic coefficient, aerodynamic force and moment, asymmetric fluid flow bias, derivative of the aerodynamic coefficient, angle of attack, mass centre.

Uvod

Dejstvo vazduha na projektil u toku njegovog kretanja ispoljava se u vidu aerodinamičke sile koja stvara aerodinamički moment prema izabranoj tački. Aerodinamička sila i moment, kao vektorske veličine, mogu da se prikažu pomoću komponenti u jednom od uvedenih koordinatnih sistema. Projekcije sile obeležavaju se, u zavisnosti od izabranog koordinatnog sistema, sledećim oznakama:

$R^d = [X\ Y\ Z]^T$ – u dinamičkom koordinatnom sistemu;

$R^b = [X\ \tilde{Y}\ \tilde{\tilde{Z}}]^T$ – u aerobalističkom koordinatnom sistemu;

$R^s = [X\ \overline{Y}\ \overline{Z}]^T$ – u strujnom koordinatnom sistemu.

Bez obzira na upotrebljeni koordinatni sistem komponente sile nazivaju se:

X – aksijalna sila, Y – bočna sila i Z – normalna sila.

Projekcije aerodinamičkog momenta obeležavaju se sa:

$M^d = [L\ M\ N]^T$ – u dinamičkom koordinatnom sistemu,

$M^b = [L\ \tilde{M}\ \tilde{N}]^T$ – u aerobalističkom koordinatnom sistemu,

$M^s = [L\ \overline{M}\ \overline{N}]^T$ – u strujnom koordinatnom sistemu.

Komponente momenta, bez obzira na koordinatni sistem, nazivaju se: L – moment valjanja, M – moment propinjanja i N – moment skretanja.

Aerodinamički koeficijenti predstavljaju bezdimenzionalne veličine komponenti aerodinamičkih sila i momenta, a dobijaju se kada se stvarne komponente aerodinamičkih sila i momenata podele sa referentnom silom i referentnim momentom.

Referentna sila je proizvod referentnog pritiska i referentne površine, dok je referentni moment proizvod referentne sile i referentne dužine. U aerodinamici se uzima da je referentni pritisak dinamička veličina:

$$q_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2}.$$

Za referentnu površinu uzima se krug prečnika jednog nominalnog kalibra projektila

$$S = \frac{d^2\pi}{4}.$$

Za referentnu dužinu usvojena je veličina nominalnog kalibra d.

Sistem jednačina za proračun aerodinamičkih koeficijenata i analitičko rešenje

Na osnovu definicije, aerodinamički koeficijenti će biti:

$$C_x = \frac{X}{q_\infty S} \text{ – aksijalne sile,}$$

$$C_y = \frac{Y}{q_\infty S} \text{ – bočne sile,}$$

$$C_z = \frac{Z}{q_\infty S} \text{ – normalne sile,}$$

$$C_l = \frac{L}{q_\infty S d} \text{ – moment valjanja,}$$

$$C_m = \frac{M}{q_\infty S d} \text{ – moment propinjanja,}$$

$$C_n = \frac{N}{q_\infty S d} \text{ – moment skretanja.}$$

Aerodinamički koeficijenti, kao i komponente aerodinamičkih sila i momenta, računaju se za usvojeni koordinatni sistem i obeležavaju se istim redosledom kao i komponente sile i momenta. Vrednosti koeficijenata zavise od:

$M = \frac{V}{a}$ – Mahovog broja,

$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$ – Rejnoldsovog broja,

α, β, σ i φ – napadnog ugla, ugla klizanja, ukupnog napadnog ugla i ugla oko x ose između dinamičkog i strujnog koordinatnog sistema,

$\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ ili $\dot{\sigma}$ i $\dot{\varphi}$ – promena položaja aerodinamičke brzine,

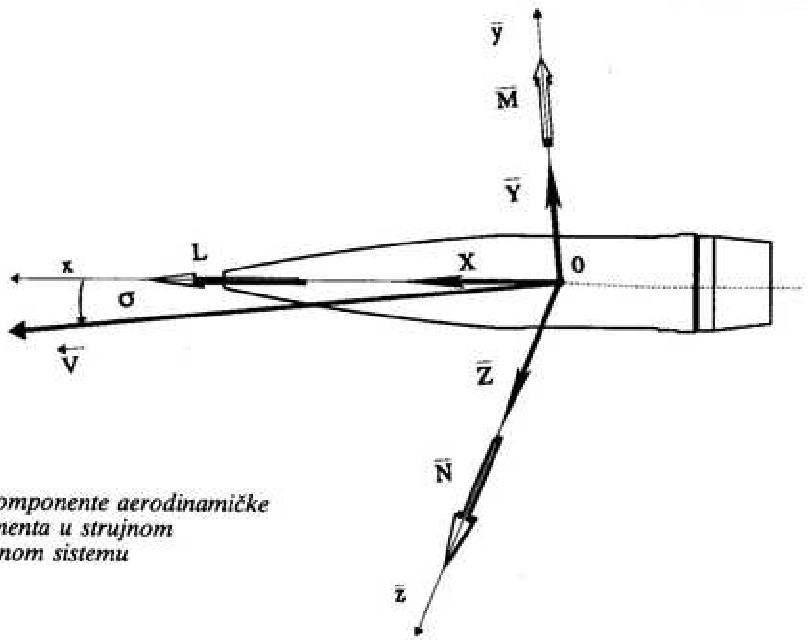
p, q i r – ugaonih brzina projektila.

Parcijalni izvodi aerodinamičkih koeficijenata po ovim parametrima nazivaju se derivativi.

U ovom radu predmet analize je neupravljivi projektil čiji je spoljni oblik rotaciona površina. Projektil je telo čija površina omotača ima više ravni simetrije, jer je svaka ravan povučena kroz osu rotacione površine istovremeno ravan simetrije. Radi toga upotrebljava se strujna ravan kao referentna ravan i strujni koordinatni sistem da bi se u njemu definisala aerodinamika, slika 1. Komponente aerodinamičke sile i momenata proporcionalne su aerodinamičkom pritisku koji zavisi od: brzine, kalibra, gustine vazduha ρ i viskoznosti. Komponente sila i momenata na velikim visinama će biti manjeg intenziteta, jer gustina opada sa visinom.

Koeficijent aksijalne sile C_x

Istraživanja su pokazala da ovaj koeficijent zavisi od: M – Mahovog broja, σ – napadnog ugla, Re – Rejnoldsovog broja i p* – bezdimenzionalne ugaone brzine $p^* = p\frac{\frac{d}{2}}{V} = \frac{pd}{2V}$.



Sl. 1 – Komponente aerodinamičke sile i momenta u strujnom koordinatnom sistemu

Najveći uticaj na vrednost C_x pri nultom napadnom uglu $\sigma = 0$ pokazuje Mahov broj čiji se uticaj može grafički prikazati. Radi upoređivanja koeficijenta $C_x(M)$ za razne projektile uvedena je tzv. etalon-funkcija $C_{xe}(M)$. Za savremeni oblik zapremine projektila funkcija $C_{x_0}(M)$ jednaka je proizvodu etalon funkcije $C_{xe}(M)$ i „koeficijenta oblika – i" koji predstavlja karakteristiku tog projektila:

$$C_{x_0}(M) = i \cdot C_{xe}(M) \tag{1}$$

Vrednost koeficijenta oblika „i" često je bliska jedinici, pa je njegova upotreba ipak ograničena, jer on utiče na povećanje ili smanjenje uvek u istom odnosu za sve vrednosti Mahovog broja. Takav pristup može se koristiti samo za geometrijski vrlo slične oblike projektila.

Vrednost $C_x(-\sigma) = C_x(\sigma)$ ista je za iste vrednosti pozitivnog i negativnog napadnog ugla. Razvijanjem u stepeni red po σ biće:

$$C_x = C_{x_0}(M) + C_{x\sigma^2}(M) \cdot \sigma^2 + \ldots \tag{2}$$

Za praksu je interesantan član uz σ^2, jer članovi višeg reda uglavnom imaju manji uticaj. Član $C_{x_0}(M)$ predstavlja vrednost koeficijenta aerodinamičke aksijalne sile kada je napadni ugao σ jednak nuli. Istraživanja su pokazala da se pri osnosimetričnom strujanju ukupni aerodinamički koeficijent otpora može prikazati kao suma otpora koje imaju pojedini delovi površine omotača projektila, tj.:

$$C_{X0} = C_{XH} + C_{XSF} + C_{XB} + C_{XBT} + C_{XBND}$$

gde je:

C_{XH} – koeficijent otpora vrha projektila,

C_{XSF} – koeficijent otpora trenja tela projektila i vazduha,

C_{XB} – koeficijent otpora dna projektila,

C_{XBT} – koeficijent otpora zadnjeg konusa,

C_{XBND} – koeficijent otpora vodećeg prstena.

Vrednost C_{XH} predstavlja deo aerodinamičkog koeficijenta aksijalne sile koji nastaje zbog pojave otpora na prednjem delu projektila, tj. zbog postojanja normalnog pritiska po površini projektila. Član C_{XSF} nastaje zbog trenja vazduha pri opstrujavanju projektila, a član C_{XB} je posledica potpritiska koji se stvara iza projektila. Oblik spoljne površine utiče na veličinu prvog člana. Pravilnost oblika površine (kvalitet izrade) utiče na veličinu drugog člana, a veličina dna projektila bitno utiče na veličinu trećeg člana C_{XB}.

Rejnoldsov broj najviše utiče na C_{XSF} i donekle na C_{XB}. Eksperimentalna ispitivanja su pokazala da se zavisnost $C_{XSF}(Re)$ može prikazati Ln-funkcijom. Uticaj RE na C_x je od manjeg značaja, jer je neophodno da se Re promeni za red veličine da bi to bitno uticalo na C_x. Zbog toga se zavisnost $C_X(Re)$ ne uzima u obzir u proračunima trajektorija i stabilnosti jednog projektila. Međutim, pri proračunu $C_X(M)$ geometrijski sličnih projektila, Rejnoldsov broj može bitno uticati (artiljerijski projektil i puščano zrno istog oblika imaju Re različit za red veličine), pa je nemoguća primena samo jedne etalon-funkcije za $C_X(M)$ u tako velikom opsegu Re.

Član C_{XB} je posledica potpritiska koji se stvara iza projektila. Za smanjenje otpora dna projektila C_{XB} primenjuju se različita rešenja. Jedno je isticanje gasova na dnu projektila koje bitno smanjuje vrednost C_{XB}. Raketni projektili imaju mlaznicu (mlaznice) na dnu, i za vreme rada raketnog motora menja se C_{XB}. Ovaj način koristi se i kod projektila koji nemaju mlaznicu već se u praksi ugrađuje generator gasa, koji je namenjen da stvara gasove neposredno iza projektila, smanjujući potpritisak iza projektila, a time i vrednost C_{XB}. Na taj način moguće je C_{XB} svesti na njegovu trećinu vrednosti. Kako se tokom vremena leta projektila menjaju karakteristike sredine kroz koju prolazi, vrednost C_x će biti funkcija vremena. Uticaj parametra p* (bezdimenzione ugaone brzine valjanja) nije još dovoljno ispitan. Ovaj uticaj postoji ali se pretpostavlja da su njegove vrednosti male. U poslednje vreme vrše se ispitivanja koja će dati više podataka o ovom uticaju.

Promenom oblika i dimenzija zadnjeg konusa projektila menjaju se vrednosti C_{XBT} i C_{XB}, a kao posledica javljaju se promene i ostalih aerodinamičkih koeficijenata pri različitim napadnim uglovima.

Koeficijent normalne sile $C_{\bar{z}} = C_n$

Istraživanja su pokazala da na koeficijent normalne sile utiču: σ – napadni ugao, M – Mahov broj i Re – Rejnoldsov broj.

Na osnovu simetrije projektila i slike opstrujavanja, može se zaključiti da je $C_{\bar{z}}(-\sigma) = -C_{\bar{z}}(-\sigma)$ neparna od σ. Njenim razdvajanjem u stepeni red dobiće se:

$$C_{\bar{z}} = C_{\bar{z}\sigma}(M)\cdot\sigma + C_{\bar{z}\sigma^3}(M)\cdot\sigma^3 + \dots \quad (3)$$

Pažnja će biti usmerena na prva dva člana koji su najuticajniji.

Kako projektili u letu imaju mali napadni ugao σ, ne uzimaju se u obzir članovi višeg reda od σ^3, a često se i on zanemaruje. Za $\sigma > 0$ koeficijent $C_{\bar{z}} < 0$ i obratno. To je posledica izbora smera ose $\bar{z}$ strujnog koordinatnog sistema. Usvojeno je da ta osa ima isti pravac i smer kao i vektor poprečne komponente brzine projektila. Normalna aerodinamička komponenta ima isti pravac kao i vektor poprečne komponente brzine opstrujavanja. Te dve komponente brzine Vz i Vn imaju isti pravac ali suprotan smer. Vrednost $C_{\bar{z}}$ je negativna, a C_n je pozitivna.

Koeficijent bočne sile $C_{\bar{y}}$

Istraživanja su pokazala da koeficijent bočne sile $C_{\bar{y}}$ – zavisi od: σ – napadnog ugla, p* – bezdimenzionalne ugaone brzine i M – Mahovog broja.

Zbog usporavanja struje vazduha, koje prouzrokuje rotacija projektila, u poprečnom preseku dolazi do porasta pritiska, dok se dijametralno javlja obrnut proces: struja se ubrzava i pritisak u struji opada.

Razlika pritiska u svim tačkama levo od strujne ravni, u odnosu na odgovarajuće tačke desno od strujne ravni, daju rezultujuću silu u pravcu $\bar{y}$ ose, a suprotnog smera. Magnusova sila deluje normalno na strujnu ravan, dok se vektor momenta koji ona stvara nalazi u strujnoj ravni. Na osnovu ovoga može se zaključiti da koeficijent bočne sile $C_{\bar{y}}(p^*, \sigma)$ ima sledeće osobine:

$$\left.\begin{aligned} C_{\bar{y}}(0, \sigma) &= 0 \\ C_{\bar{y}}(p^*, 0) &= 0 \\ C_{\bar{y}}(-p^*, \sigma) &= -C_{\bar{y}}(p^*, \sigma) \\ C_{\bar{y}}(p^*, -\sigma) &= -C_{\bar{y}}(p^*, \sigma) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Ova zakonitost govori da je:

$$C_{\bar{y}} = C_{\bar{y}p\sigma} \cdot p^* \cdot \sigma,$$

s tim da je $C_{\bar{y}p\sigma}$ funkcija od p^{*2}, σ^2 i M. Funkcija $C_{\bar{y}p\sigma}$ može se razviti u red po σ^2:

$$C_{\bar{y}p\sigma} = (C_{\bar{y}p\sigma})_0 + (C_{\bar{y}p\sigma^2})_0\sigma^2 + \ldots$$

Upotrebiće se i oznaka $C_{\bar{y}\sigma}$ za proizvod $C_{\bar{y}} \cdot p$. Sa tom oznakom biće:

$$C_{\bar{y}} = C_{\bar{y}\sigma}\sigma = C_{\bar{y}p\sigma}\, p^*\sigma$$

Magnusova sila znatno utiče na stabilnost i opšti karakter leta projektila na putanji.

Koeficijent momenta valjanja C_l

Rotacijom projektila oko uzdužne ose brzina u nekoj tački na površini se povećava za pd/2, a elementarna sila trenja deluje na površinu u pravcu suprotnom strujanju koje je zaokrenuto za ugao pd/2V u odnosu na pravac brzine translacije V. Suma momenata svih elementarnih sila trenja, koje se protive rotaciji projektila, naziva se aksijalni prigušni moment ili moment valjanja. Istraživanja su pokazala da koeficijent momenta valjanja zavisi od: p* – bezdimenzionalne ugaone brzine, M – Mahovog broja i σ – napadnog ugla (ako nije mali).

Najčešće se uzima da je ovaj koeficijent proporcionalan bezdimenzionalnoj ugaonoj brzini:

$$C_l = C_{lp}p^* \qquad (5)$$

Vrednost derivativa aerodinamičkog koeficijenta valjanja C_{lp} je negativna, jer je u pitanju moment koji se suprotstavlja rotaciji.

Koeficijent momenta propinjanja

Normalna sila $\bar{Z}$ u ravni strujanja ima napadnu tačku na rastojanju X_c od vrha projektila.

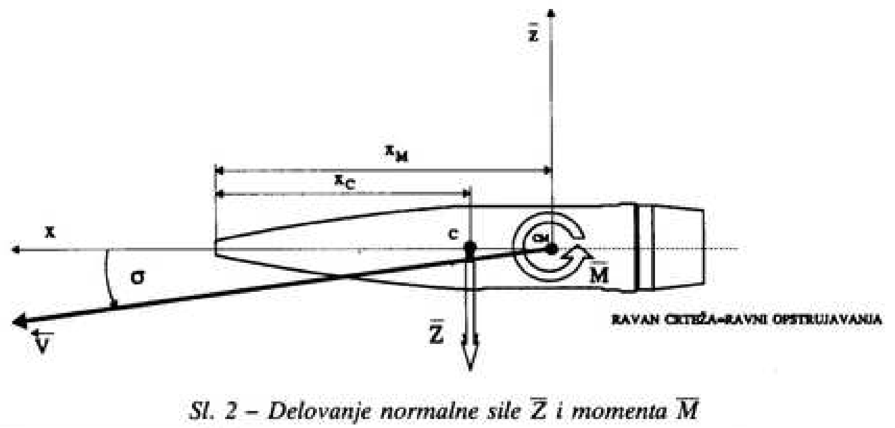
Sa slike 2 vidi se da ona stvara moment $\bar{M}$ (oko centra mase koji se nalazi na rastojanju X_M od vrha):

$$\bar{M} = -\bar{Z}(X_M - X_C)$$

Deljenjem sa $q_\infty Sd$ dobija se:

$$C_{\bar{m}} = -C_{\bar{z}}(X_M^* - X_C^*) \qquad (6)$$

Koeficijent $C_{\bar{m}}$ određuje se na osnovu koeficijenta $C_{\bar{z}}$ koji je ranije određen, bezdimenzionih vrednosti položaja napadne tačke normalne sile $X_c^* = X_c/d$ i položaja centra mase $X_M = X_M/d$. Položaj napadne tačke zavisi od M – Mahovog broja i σ – napadnog ugla.



Sl. 2 – Delovanje normalne sile $\bar{Z}$ i momenta $\bar{M}$

U praksi se uticaj napadnog ugla σ na X_c^*, za male vrednosti $\sigma<0,1$ rad zanemaruje.

Ovako definisan moment $\overline{M}$ predstavlja samo njegov „statički deo", jer nije uzet u obzir moment propinjanja koji nastaje kao posledica promene ugla σ tokom leta projektila, i zbog ugaone brzine $\overline{q}^*$. Može se zaključiti da je koeficijent funkcija od $C_{\overline{m}}(M, \sigma, \sigma^*, \overline{q}^*)$ gde je:

$$\dot{\sigma}^* = \frac{\dot{\sigma}}{\frac{V}{d}}; \quad \overline{q}^* = \frac{\overline{q}}{\frac{V}{d}} \tag{7}$$

Ako se funkcija $C_{\overline{m}}$ razvije u red dobija se:

$$C_{\overline{m}} = C_{\overline{m}\sigma} \cdot \sigma + C_{\overline{m}\sigma^3} \cdot \sigma^3 + \\ + C_{\overline{m}\dot{\sigma}} \cdot \dot{\sigma}^* + C_{\overline{m}q} \cdot \overline{q}^* + \dots \tag{8}$$

Član σ^3 i preostali članovi se zanemare, pa se dobija:

$$C_{\overline{m}} = C_{\overline{m}\sigma} \cdot \sigma + C_{\overline{m}\dot{\sigma}} \cdot \dot{\sigma}^* + C_{\overline{m}q} \cdot \overline{q}^* \tag{9}$$

Upoređenjem jednačina (3) i (6) dobija se da je:

$$C_{\overline{m}\sigma} = -C_{\overline{z}\sigma} \cdot (x_M^* - x_C^*) \tag{10}$$

Parcijalni izvodi po vremenu (derivativi) u jednačini (9) funkcije su Mahovog broja. Zadnja dva derivativa eksperimentom se dobijaju u sumi $C_{\overline{m}\dot{\sigma}} + C_{\overline{m}q}$.

Da bi se analiziralo šta se dešava sa projektilom u strujnoj ravni, pretpostaviće se da nema ugaone brzine valjanja ($p = 0$). U tom slučaju na projektil deluje samo moment $\overline{M}$. Sila $\overline{Z}$ je uvek negativna, a vrednost napadnog ugla σ uvek pozitivna. To znači da je $\overline{Z}_\sigma<0$, pa se može napisati:

$$\overline{M} = \overline{Z}_\sigma \sigma (x_M - x_C)$$

Iz ove jednačine vidi se da će $\overline{M}$ biti pozitivan ako se centar pritiska C nalazi između vrha projektila i centra mase, tj. $x_C<x_M$, pa će $\overline{M}$ postojeće σ povećavati. Razlika $x_M - x_C$ ne sme biti velika zbog pojave velikog momenta $\overline{M}$ koji povećava σ. Premale vrednosti te razlike dovele bi u temenu putanje do naglog povećanja σ, gde je vrednost brzine V minimalna. To je pojava „statičke nestabilnosti". Ukoliko je centar pritiska C iza centra mase, $x_C>x_M$, tada je projektil „statički stabilan", jer je $\overline{M}$ negativan pa svojim dejstvom smanjuje ugao σ.

Koeficijent momenta skretanja $C_{\overline{n}}$

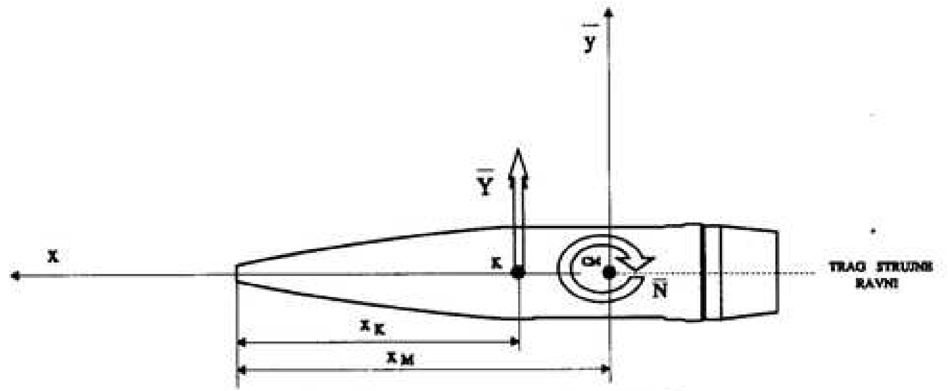
Moment skretanja $\overline{N}$ iz strujne ravni je moment koji stvara Magnusova sila $\overline{Y}$ za centar mase (slika 3), pa se ovaj moment naziva Magnusov moment. Ako je napadna tačka sile $\overline{Y}$ na rastojanju X_K od vrha projektila, onda je njen moment za centar mase:

$$\overline{N} = \overline{Y}(X_M - X_K)$$

Nakon deljenja sa $q_\infty Sd$ dobija se:

$$C_{\overline{n}} = C_{\overline{y}}(X_M^* - X_K^*) \tag{11}$$

Ovde se problem svodi na nepoznatu veličinu X_K^*, jer je $C_{\overline{y}}$ već ranije određeno. Budući da se napadna tačka Magnusove sile pomera duž ose projektila, X_K^* zavisi od onih veličina od kojih zavisi i Magnusova sila, a to su p^*, σ i M. Ispitivanja i teorijski proračuni pokazali su da je X_K^* uglavnom funkcija od M, kao najuticajnije veličine, dok σ i p^* manje utiču. Funkcija $X_K^* = X_K^*(M)$ zavisi od oblika projektila i to od njegove ukupne vitkosti i posebno od oblika zadnjeg dela. Preko sile $\overline{Y}$ moment $\overline{N}$ će zavisiti od sva tri parametra σ, p^* i M. Moment $\overline{N}$ imaće



Sl. 3 – Delovanje momenta skretanja $\bar{N}$

i komponentu prouzrokovanu ugaonom brzinom $\bar{r}^*$. Ukupni koeficijent momenta Magnusove sile može se prikazati kao zbir:

$$C_{\bar{n}} = C_{\bar{n}p\sigma} p^* \sigma + C_{\bar{n}r} \bar{r}^* \tag{12}$$

Upoređujući jednačine pri $\bar{r}^* = 0$ dobija se da je:

$$C_{\bar{n}p\sigma} = C_{\bar{y}p\sigma}(X_M^* - X_K^*) \tag{13}$$

Zbog osne simetrije projektila biće:

$$C_{\bar{n}r} = C_{\bar{m}q} \tag{14}$$

Može se zaključiti da aerodinamički koeficijenti predstavljaju rotacione površine u strujnom koordinatnom sistemu:

$$\left.\begin{aligned}
C_x &= C_{x0} + C_{x\sigma^2}\sigma^2 \\
C_{\bar{y}} &= C_{\bar{y}\sigma}\sigma \\
C_{\bar{z}} &= C_{\bar{z}\sigma}\sigma \\
C_l &= C_{lp}p^* \\
C_{\bar{m}} &= C_{\bar{m}\sigma}\sigma + C_{\bar{m}\dot{\sigma}}\dot{\sigma}^* + C_{\bar{m}q}\bar{q}^* \\
C_{\bar{n}} &= C_{\bar{n}p\sigma}p^*\sigma + C_{\bar{m}q}\bar{r}^*
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Aerodinamički koeficijenti u strujnom koordinatnom sistemu mogu se transformisati u aerobalistički koordinatni sistem pomoću matrice transformacije. Iz strujnog koordinatnog sistema u aerobalistički koordinatni sistem dolazi se rotacijom oko x-ose. Nakon sređivanja dobija se:

$$\left.\begin{aligned}
C_x &= C_{x0} + C_{x\sigma^2}\sigma^2 \\
C_{\tilde{y}} &= C_{\bar{y}\sigma}\tilde{\alpha} + C_{\bar{z}\sigma}\tilde{\beta} \\
C_{\tilde{z}} &= C_{\bar{y}\sigma}\tilde{\beta} + C_{\bar{z}\sigma}\tilde{\beta} \\
C_l &= C_{lp}p^* \\
C_{\tilde{m}} &= C_{\bar{m}\sigma}\tilde{\alpha} + C_{\bar{n}\sigma}\tilde{\beta} + C_{\bar{m}\sigma}\dot{\tilde{p}} + C_{\bar{m}q}\tilde{q}^* \\
C_{\tilde{n}} &= -C_{\bar{m}\sigma}\tilde{\beta} + C_{\bar{n}\sigma}\cdot\tilde{\alpha} + C_{\bar{m}\dot{\sigma}}\cdot\dot{\tilde{\beta}}^* + C_{\bar{m}q}\cdot\tilde{r}^*
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Ove jednačine daju aerodinamičke koeficijente u aerobalističkom koordinatnom sistemu u zavisnosti od uglova i ugaonih brzina koji su poznati u aerobalističkom koordinatnom sistemu, a pomoću derivativa iz strujnog koordinatnog sistema.

– nastaviće se –