

**Profesor dr Miroslav Demić,**  
akademik  
Mašinski fakultet,  
Kragujevac  
**Profesor**  
**dr Vladimir E. Toljski,**  
akademik  
Institut NAMI,  
Moskva  
**Profesor**  
**dr Konstantinos Spentzas,**  
Nacionalni tehnički univerzitet,  
Atina

## PRILOG ISTRAŽIVANJU UTICAJA NEUNIFORMNOSTI PNEUMATIKA NA VIBRACIJE SISTEMA ZA UPRAVLJANJE MOTORNIH VOZILA

UDC: 629.113-5:534.1:629.11.012.55

### Rezime:

*Neuniformnost pneumatika dodatno pobudjuje vibracije u sistemu za upravljanje motornih vozila. To se posebno ogleda u pojavi lepršanja točkova i torzionih vibracija vratila upravljača. U radu je izvršeno modeliranje vibracija sistema za upravljanje uz primenu paketa NEWEUL, pod dejstvom pobuda od neuniformnosti pneumatika. Analize su pokazale da neuniformnost pneumatika povećava vibracije sistema za upravljanje.*

*Ključne reči: motorno vozilo, sistem za upravljanje, lepršanje točkova, neuniformnost pneumatika.*

## A CONTRIBUTION TO INVESTIGATION OF THE TIRE NONUNIFORMITY INFLUENCE TO VEHICLE STEERING SYSTEM VIBRATION

### Summary:

*The tires nonuniformity additionally generates the steering system vibration. This is very significant for the wheels shimmy and steering torsion vibration appearance. In this paper the steering system vibrations were modeled by the NEWEUL package, the tire nonuniformity excitation included. The analyses showed that the tire nonuniformity increases the steering system vibrations.*

*Key words: vehicle, steering system, wheels shimming, tires nonuniformity.*

### Uvod

Vibracije u sistemu za upravljanje motornog vozila potiču od pobuda mikroneravnina puta, neuravnoteženih točkova, zazora, neuravnoteženosti u sistemu za prenos snage, delovanja vozača na točak upravljača i neuniformnosti pneumatika. Kako su pojedini uticaji na pojavu vibracija u sistemu za upravljanje [9-11, 13, 14, 17, 24, 27], osim neuniformnosti pneumatika, dobro proučeni, ovaj

rad je posvećen upravo toj pojavi. Preciznije rečeno, posmatran je uticaj neuniformnosti pneumatika na lepršanje (shimmy [13, 22]) upravljačkih točkova (vibracije oko osovinica rukavaca) i torzionalne vibracije vratila upravljača. Zbog toga se ocenjuje celishodnim da se daju osnovne definicije neuniformnosti iz [30].

Neuniformnost pneumatika pri kotrljanju karakteriše se varijacijama sila, momenata i dimenzija, izazvanih neregularnostima materijala, konstrukcije i ras-

poreda masa ili kombinacijom pomenutih faktora. Radi lakšeg praćenja teksta, na slici 1 dat je šematski prikaz nekih parametara neuniformnosti pneumatika.

Referentni ugao predstavlja ugao u odnosu na koji se definišu parametri neuniformnosti pneumatika.

Trenutna vrednost sile i momenta (radijalna, bočna ili tangencijalna sila i moment stabilizacije) predstavlja vrednost sile i momenta definisane u odnosu na referentni ugao pri pravolinijskom kotrljanju pneumatika postavljenog na precizno urađeni naplatak i pri konstantnom rastojanju centra točkova od valjka mašine za ispitivanje neuniformnosti pneumatika.

Srednja vrednost sile i momenta (radijalna, bočna i tangencijalna sila ili moment stabilizacije) predstavlja srednju vrednost pomenutih veličina izračunatog za jedan ili više perioda kotrljanja točka.

Varijacija sile ili momenata (radijalna, bočna i tangencijalna sila ili moment stabilizacije) predstavlja razlike između trenutnih vrednosti sile i momenata i njihovih srednjih vrednosti.

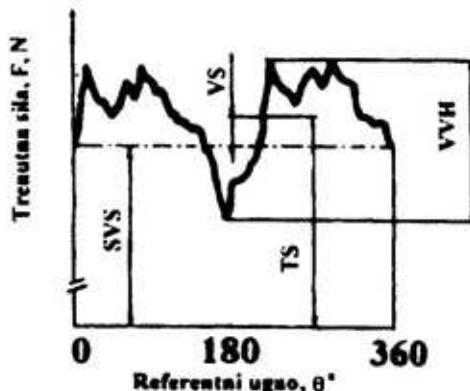
Konusni efekat bočne sile predstavlja komponentu bočne sile pri kojoj se ne menja pravac kotrljanja pneumatika pri promeni smera njegove rotacije.

Ugaoni efekat predstavlja komponentu bočne sile pri kojoj se menja pravac kretanja pneumatika, pri promeni smera njegovog kotrljanja.

Vrh – vrh sile ili momenta (ili njihovih harmonika) predstavlja razliku između maksimalnih i minimalnih vrednosti sile ili momenta.

Fazni ugao predstavlja fazu između pojedinih harmonika.

„Bacanje“ pneumatika predstavlja geometrijsko odstupanje dimenzija i oblika po obimu pneumatika. Ovaj pojam



Sl. 1 – Parametri neuniformnosti pneumatika

može se posmatrati kao trenutna, usrednjena ili vrh-vrh veličina [30].

Imajući u vidu značaj ovih pojmove ukratko će biti prikazan matematički aparat koji ih opisuje. Pri tome, radi lakšeg praćenja teksta, treba pratiti sliku 1.

Neuniformnost pneumatika [30] definiše se izrazima:

$$VS = TS - SVS \quad (1)$$

$$VM = TM - SVM$$

gde je:

VS, VM – varijacije sile ili momenata, respektivno;

TS, TM – trenutne vrednosti sile ili momenata, respektivno;

SVS, SVM – srednje vrednosti sile ili momenata, respektivno.

Varijacije sile i momenata mogu se izraziti u funkciji referentnog ugla:

$$VS(\theta) = 0,5 \sum [VVH \cos n(\theta - VVS)] \quad (2)$$

$$VM(\theta) = 0,5 \sum [MVH \cos n(\theta - VVM)]$$

gde je:

VVS, VVM – faze harmonika sile i momenata, respektivno;

VVH, MVH – vrh-vrh harmonika sile i momenta, respektivno.

Trenutna vrednost konusnog i ugao-nog efekta:

$$KE(\theta) = 0,5 [R_s(\theta) + R_{rs}(\theta)] \quad (3)$$

$$UE(\theta) = 0,5 [RS_s(\theta) - RS_{rs}(\theta)]$$

gde je:

$R_s$ ,  $R_{rs}$  – radijalna sila pri kotrljanju pneumatika u smeru kazaljki na satu (s) i retrogradnom smeru (rs).

Varijacija geometrijskog odstupanja oblika pneumatika može se opisati izrazom:

$$VO = TVO - SVO \quad (4)$$

gde je:

TVÖ – trenutna vrednost oblika;

SVO – srednja vrednost oblika.

Odstupanje oblika pneumatika može se definisati u funkciji referentnog ugla (slično izrazu (1)), ali to ovde nije učinjeno.

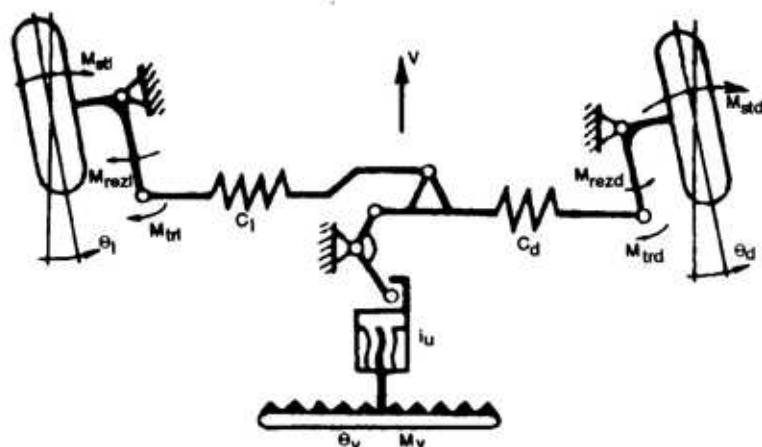
Treba napomenuti da se, zbog negativnog uticaja na oscilatorne parametre

vozila, neuniformnost pneumatika ograničava [4–9, 11, 13, 18–22, 26, 28, 29, 32–34]. Kako u svetu još uvek ne postoje opšteprihvачene norme koje regulišu ovu oblast, proizvođači motornih vozila, obično, definišu interne propise [11, 32–34].

### Dinamički model sistema za upravljanje vozila

Da bi se opisao uticaj neuniformnosti pneumatika na parametre vibracija sistema za upravljanje vozila, neophodno je usvojiti odgovarajući vibracioni model. Analize [13, 14] pokazale su da se model sa slike 2 može koristiti za opisivanje većine konstruktivnih rešenja, a pruža i mogućnosti za analizu lepršanja upravljačkih točkova i torzionih vibracija vratila upravljača. Treba naglasiti da on obuhvata i uticaj momenta trenja i zazora ( $M_{tr}$ ) u sistemu za upravljanje, kao i elastičnosti elemenata istog ( $C_1$  i  $C_d$ ).

Diferencijalne jednačine kretanja sistema sa slike 2 mogu se napisati klasičnim postupkom, primenom opštih principa mehanike [25] ili automatski uz pri-



Sl. 2 – Šematski prikaz vibracija sistema za upravljanje vozila

menu računara i odgovarajućih programskih paketa. U ovom radu je korišćen paket NEWEUL [35].

Ocenjeno je celishodnim da se dinamički sistem sa slike 2 posmatra kao sistem sastavljen od tri podsistema (upravljač, levi i desni upravljački točak), međusobno povezanih ekvivalentnim momentima [14]  $M_{rez}$  i  $M_{rezd}$ .

Koristeći pravila za generisanje dinamičkih jednačina kretanja sistema koja propisuju NEWEUL, uvedeni su odgovarajući koordinatni sistemi (tri za upravljač i po jedanaest za točkove).

Treba naglasiti da je izbor potrebnog broja koordinatnih sistema proizvoljan

(u tesnoj vezi sa prostornim položajem tela i brojem stepeni slobode kretanja), a pridodaju im se podaci o zglobovima, inercijalnim parametrima, silama i momentima. Kako je postupak unošenja ulaznih podataka definisan pravilima NEWEUL-a [35], o tome ovde neće biti reči, a oni su omogućili modeliranje lepršanja levog i desnog točka ( $q[1]$ ) i  $q[2]$ ) i torzionalnih vibracija vratila upravljača ( $q[3]$ ).

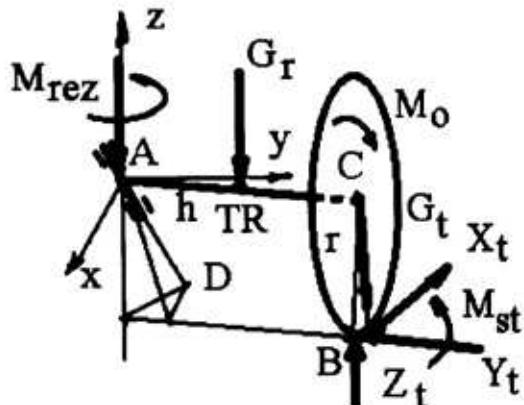
Nakon izvršenja programa NEWEUL na računaru Pentium 100 MHz, posle 70 sekundi rada, dobijene su diferencijalne jednačine kretanja sistema, koje su ovde (radi veće preglednosti) date u transformisanom obliku:

$$\begin{aligned} \ddot{q}(1) &= \frac{(M_0 - M_{rez})\cos\gamma + (h\cos\gamma - rsin\gamma)(X_t\cos q(1) - Y_t\sin q(1)) - G_t h \sin q(1)\cos\gamma}{I_{t2} + I_{r3}\cos^2\gamma + h^2\cos^2\gamma(0,25m_r + m_t + I_{r2}^2\sin^2\gamma)} \\ \ddot{q}(2) &= \frac{(M_0 - M_{rez})\cos\gamma + (h\cos\gamma - rsin\gamma)(X_t\cos q(2) - Y_t\sin q(2)) - G_t h \sin q(2)\cos\gamma}{I_{t2} + I_{r3}\cos^2\gamma + h^2\cos^2\gamma(0,25m_r + m_t + I_{r2}^2\sin^2\gamma)} \\ \ddot{q}(3) &= \frac{M_{rezd} - M_{rezl} - i_u M_v}{L_{v1}} \end{aligned} \quad (5)$$

Oznake su definisane na slikama 2 do 5 ili su identične sa [14] pa, nisu posebno objašnjavane.

Pošto je posmatrani dinamički sistem neholonoman, u diferencijalnim jednačinama (5) figurišu izrazi za sile i momente koje je potrebno definisati.

Neuniformnost pneumatika obuhvaćena je poliharmonijskim funkcijama od tri harmonika, sa slučajno promenljivim fazama (izrazi 1–4). Zbog toga je bilo neophodno definisati amplitude prva tri harmonika, koja su i od najvećeg značaja za analizirane vibracije. Pri tome treba naglasiti da su tokom analize korišćene dve grupe pneumatika, sa većom i manjom neuniformnošću. Na osnovu [11, 32–34] definisani su podaci koji odgo-



Sl. 3 – Model vodenja desnog točka

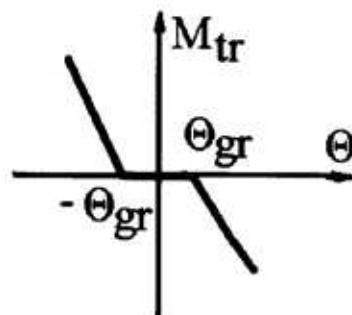
varaju pneumaticima 145 i 155 SR 13 domaće proizvodnje, a koji su dati u tabeli 1.

Poznato je da geometrija oslanjanja upravljačkih točkova utiče na veličinu sila i momenata koji na njih deluju, a ta

Amplitude harmonika neuniformnosti pneumatika

	Grupa pneumatika					
	Prva			Druga		
	I	II	III	I	II	III
Vertikalna sila (N)	160	100	60	80	50	30
Bočna sila (N)	160	100	60	80	50	30
Ugaoni efekat (N)	400	300	200	200	150	100
Konusni efekat (N)	140	100	60	70	50	30

Sl. 4 - Model torzionih vibracija vratila upravljača



Sl. 5 - Idealizovana zavisnost momenta trenja i zazora u sistemu za upravljanje

zavisnost je definisana izrazima [13, 23, 24]:

a) bočna sila i moment stabilizacije pneumatika (indeks „i“ zavisi od položaja točka, levi – l i desni d)

$$Y_{ii} = Z_{ti} (C_y q[i] + C_{xy} \chi + C_{yy} \gamma) \quad (6)$$

$$M_{st} = Z_{ti} (C_s q[i] + C_{ys} \chi + C_{ys} \gamma)$$

gde je:

$\chi, \gamma$  – uglovi konvergencije i bočnog nagiba točka, respektivno;

$C_x, C_y$  – koeficijenti uticaja uglova konvergencije i bočnog nagiba točka na bočnu силу и момент stabilizacije (indeksi: „y“ se odnosi na bočnu силу, а „s“ на момент stabilizacije);

$C_y, C_s$  – koeficijenti bočne krutosti pneumatika („y“ – bočna sila, „s“ – moment stabilizacije);

$Z_{ti}$  – radijalna dinamička reakcija tla (levi točak  $i = 1$ , desni točak  $i = d$ ). Njihove vrednosti date su izrazima:

$$Z_{ti} = \frac{G}{2} + G_t + G_r + Z_{neun} \quad (7)$$

gde je:

$G$  – statička sila koja se od oslonjene mase prenosi na prednju osovinu vozila,

$G_t$  – sila usled mase (težine) točka,

$G_r$  – sila usled mase rukavca (težine), a

$Z_{neun}$  – radijalna dinamička sila usled neuniformnosti pneumatika, koja je definisana izrazom (2).

Imajući u vidu da je ugao zaokretanja točka upravljača pri pravolinijskoj vožnji mali, zanemaren je uticaj diferencijala na pogonske sile [14], a kako je analiza vršena za konstantne brzine kretanja vozila, tangencijalne sile na točkovima imale su približno jednake – konstantne vrednosti ( $F_0/2$ ).

U radu je pretpostavljeno da vozač deluje na točak upravljača harmonijskom – sinusnom funkcijom oblika [14]:

$$M_v = M_{vmax} \sin (i_u q[3]) \quad (8)$$

Potrebni parametri vozila

G(N)	3500	G <sub>i</sub> (N)	200	G <sub>f</sub> (N)	50
F <sub>0</sub> (N)	2000, 1200, 800*	i <sub>u</sub>	4	M <sub>vmax</sub> (Nm)	15
h <sub>t</sub> (m)	0,18	r <sub>d</sub> (m)	0,33	C <sub>1</sub> (Nm/rad)	1e + 6
C <sub>1</sub> (Nm/rad)	1e + 6	C <sub>s</sub> (N/rad)	0,3	C <sub>a</sub> (N/rad)	22,5
C <sub>γ</sub> (N/rad)	5	C <sub>γ</sub> (N/rad)	0,1	χ(rad)	0,5/180
γ(rad)	1/180	ε(rad)	2/180	δ(rad)	8/180

\* za brzine od 50, 30 i 5 m/s.

gde je:

M<sub>vmax</sub> – maksimalni obrtni moment kojim vozač deluje na točak upravljača;

i<sub>u</sub> – prenosni odnos u upravljaču pri malim uglovima zaokretanja točka upravljača.

Oblik zavisnosti momenta trenja i zazora u sistemu za upravljanje prikazan je na slici 5. Analize su izvršene za slučaj da je granični ugao  $θ_{gr} = 1°$ , a k<sub>tr</sub> = 400 Nm/rad.

Na osnovu prethodnog izrazi za rezultujuće momente leve i desne strane sistema za upravljanje ( $i = l$ ,  $i = d$ ) mogu se napisati u obliku:

$$M_{rez\ i} = C_i q[i] - M_{tr} - M_{st} \pm M_v \quad (9)$$

gde je:

C<sub>l</sub>, C<sub>d</sub> – ekvivalentne krutosti leve i desne strane sistema za upravljanje, a ostale oznake definisane slikama 2 do 5.

Analize su izvršene za manje terensko vozilo, čiji su potrebni parametri dobijeni od proizvođača (radi ilustracije dati u tabeli 2) i, za oscilatornu udobnost, interesantne eksploracione brzine od 5, 30 i 50 m/s) [13].

Analizom diferencijalnih jednačina kretanja (5) utvrđeno je da je neophodno da se rešavaju numerički, pa su transformisane u sistem diferencijalnih jednačina prvog reda. Za numeričko rešavanje korišćena je metoda Runge-Kuta, što je obavljeno korišćenjem ranije razvijenih

programa u Pascalu i računara Pentium 100 MHz. Numerička integracija diferencijalnih jednačina kretanja sistema izvršena je sa korakom od 0,0002 s u 1024 tačke. To je doprinelo da su rezultati pouzdani u intervalu od 4,8 do 2500 Hz, a što je sa aspekta interesantnih eksploracionih brzina i učestanosti prva tri harmonika dovoljno [1, 11].

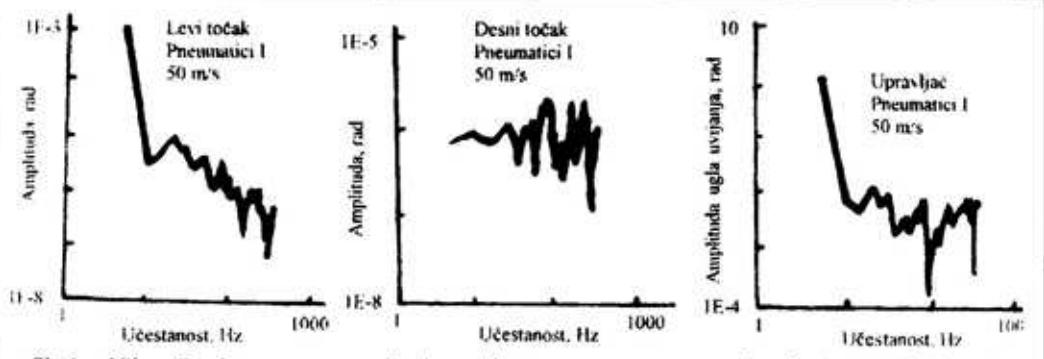
### Analiza rezultata

Diferencijalne jednačine su numerički rešavane za obe korišćene kategorije neuniformnosti pneumatika a radi detaljnije analize izvršena je Furijeova transformacija dobijenih vremenskih realizacija. Dobijeni rezultati su delimično prikazani na slici 6.

Radi lakše analize, na osnovu brzine kretanja vozila i poluprečnika točkova, izračunate su učestanosti obrtanja točkova, odnosno njihovih viših harmonika, a podaci su dati u tabeli 3.

U rezultatima su jasno uočena veća ubrzanja pri učestanostima koja su identična učestanostima prva tri harmonika neuniformnosti pneumatika (to ilustruje i slika 6). Time je potvrđena činjenica da neuniformnost pneumatika negativno utiče na pojavu lepršanja točkova, odnosno na torzionalne vibracije vratila upravljača.

Analizom svih dobijenih rezultata za prvu i drugu grupu pneumatika utvrđeno



Sl. 6 – Vibracije sistema za upravljanje vozila (prva grupa pneumatika, brzina vozila 50 m/s)

Tabela 3

Učestanost harmonika (Hz)

Brzina (m/s)	Prvi	Drugi	Treći
50	24,1	48,2	72,3
30	13,3	26,7	40,1
5	2,4	4,8	7,2

je da veličina amplitude harmonika i brzina kretanja vozila utiču na amplitude lepršanja točkova i torzionih vibracija vratila upravljača.

Analize su pokazale da se lepršanje levog i desnog točka razlikuje, a pošto su korišćeni identični parametri masa i kružnosti, razlike se mogu objasniti uticajem trenja i neuniformnosti pneumatika. Torzionate vibracije vratila upravljača razlikuju se od lepršanja točkova.

Može se tvrditi da zbog štetnog uticaja na vibracije sistema za upravljanje i eksploracione karakteristike vozila, u praksi treba ograničiti dopuštenu neuniformnost pneumatika. Ovaj problem detaljno je obraden u [11, 32–34].

### Zaključak

Na osnovu izvršenih analiza može se zaključiti da se programski paket NEWEUL može uspešno koristiti pri modeliranju lepršanja upravljačkih točkova vo-

zila i torzionih vibracija vratila upravljača. Pored toga, neuniformnost pneumatika pokazuje negativan uticaj na lepršanje upravljačkih točkova i torzionate vibracije vratila upravljača vozila u svim eksploracionim uslovima. Zbog toga dozvoljenu neuniformnost pneumatika treba ograničiti u praksi.

### Literatura:

- [1] Bendat, S. J.: Random data: Analysis and Measuring Procedures. Wiley Interscience (prevod na ruski). Mir, Moskva, 1994.
- [2] Beebe, J.: The Importance of High – Speed Uniformity Measurements, International Engineering Conference, Akron, 1994, #9C, 9/20–25/94.
- [3] Sunday, P.: Basic Optimization Methods. Spottiswoode Ballantine, Colchester and London, 1984.
- [4] Caroguld, B., D.: The Tire Uniformity Measurement, International Engineering Conference, Akron, 1994, #24C, 9/20–22/95.
- [5] Demić, M.: Laboratorijsko istraživanje uticaja neuniformnosti pneumatika na parametre upravljivosti i udobnosti putničkih motornih vozila, Časopis „Motorna vozila i motori“. Kragujevac, 52/83, str. 13–32.
- [6] Demić, M. and other.: A supplement to Standardization of Nonuniformity of Passenger Car Tires With Respect to Oscillatory Comfort and Handling, ISATA, Milan, 1984.
- [7] Demić, M.: Neki aspekti istraživanja parametara uniformnosti radijalnih pneumatika za putnička motorna vozila, Časopis „Tehnika“, Beograd, 34 (1985), 2, 195–198.
- [8] Demić, M.: Nonuniformity of Tires and Vehicle Oscillatory Comfort, Mobility and Vehicle Mechanics, Volume 19, №3, 1993, pp. 33–42.
- [9] Demić, M.: Optimization of Vehicles Elasto-Damping Element Characteristics from the Aspect of Ride Comfort, Vehicle System Dynamics, 23 (1994), pp. 351–377.
- [10] Demić, M.: Optimizacija oscilatornih sistema motornih vozila, Mašinski fakultet u Kragujevcu, Kragujevac, 1997.

- [11] Demić, M.: The definition of the Tires Limit Admissible Nonuniformity by Using the Vehicle Vibratory Model, *Vehicle System Dynamics*, 31 (1999), pp. 183–211.
- [12] Fischer, U., Stephan, W.: *Mechanische Schwingungen*, VEB, Fachbucherlag, Leipzig, 1984.
- [13] Gillespie, T.: *Fundamental of Vehicle Dynamics*, SAE, 1992.
- [14] Hachaturov, A. A. i dr.: *Dynamic of the Road – Tire–Vehicle–Driver System* (in Russian), Mašinostrojenie, Moscow, 1976.
- [15] ISO 2631/1978: Guide for Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration.
- [16] ISODIS 5349: Principles for the Measurement and the Evaluation of Human Exposure to Vibration Transmitted to the Hand.
- [17] Kaminski, E., Pokorski, J.: *Vehicle dynamics* (in Polish), KWL, Warsaw, 1983.
- [18] Kennet, P. and other: General Motors Tire Performance Criteria, International Automobile Tire Conference, Toronto, 1974.
- [19] Kenny, T.: Quantifying Tire, Rim, and Vehicle Effects on Ride Quality, SAE 890639, SAE, Warrendale, PA, 3/89.
- [20] Kovac, F.: *Tire Technology*, The Goodyear Tire & Rubber Company, 1978.
- [21] Marshal, K. and other.: Tire roughness – Which Tire Nonuniformities are Responsible, SAE 740066, SAE, Warrendale, PA, 2/74.
- [22] Miliken, W., Miliken, D.: *Race Car Dynamics*, SAE, 1995.
- [23] Marshal, K. and other: Roughnecks in Steel – Belted Radial Tires – Measurement and Analysis, SAE 740066, SAE, Warrendale, PA, 2/75.
- [24] Mitschke, M.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer, 1973.
- [25] Pars, A.: *Treatise on Analytic Dynamics*, Heinemann, London, 1971.
- [26] Richards, T.: The Relationship Between Angular Velocity Variations and Fore and Aft Nonuniformity Forces in Tires, SAE 900761, SAE International Congress, 2/26-3/2/90, Detroit, MI, Warrendale, PA.
- [27] Simić, D.: *Dinamika motornih vozila*, Naučna knjiga, Beograd, 1980.
- [28] W.d.K – Leitlinie: Wirtschaftsverband der Deutschen Kautschukindustrie, E. V. Frankfurt.
- [29] SAE: SAE J332, SAE 1996 Handbook, Vol. #3, 1981, Page 30–32: Testing Machines for Measuring The Uniformity of Passenger Car and Light Trucks Tires.
- [30] SAE J2047 Issued Proposed Draft August, 1997.
- [31] SAE J670d: *Vehicle Dynamics Terminology*, 1975.
- [32] Zastava norme: 9.01398: *Pneumatici za putnička vozila*, 1992.
- [33] Zastava: *Informacije*, 1980–2001.
- [34] Trayal informacije: 1983–1989.
- [35] NEWEUL, uputstvo, TU Stuttgart, 2000.