

KOREKCIJA PUTANJE ŽIROSKOPSKI STABILISANOG PROJEKTILA PRIMENOM PROPORCIONALNE NAVIGACIJE

Ćuk V. *Danilo*, Univerzitet u Beogradu – Mašinski fakultet,
Katedra za sisteme naoružanja, Beograd

UDC: 531.55

Sažetak:

U radu su prikazane metode korekcije putanje žiroskopski stabilisanih projektila primenom proporcionalne navigacije. Sekcija upravljanja tipa „patka“ ugrađena je na klasični projektil radi generisanja aerodinamičke sile. Efikasnost projektila sa korekcijom putanje prikazana je pomoću rezultata numeričke simulacije leta, primenom proporcionalne navigacije sa i bez kompenzacije poremećaja zbog gravitacionog i tangentnog ubrzanja. Analizirani su, takođe, uticaji početnog ugla elevacije i odstupanja ravni upravljanja od ravni praćenja cilja na promašaj projektila. Pokazano je da se precesioni oblik oscilovanja ugaonog kretanja projektila prenosi na ugaonu brzinu linije viziranja cilja koju treba filtrirati kako bi se otklonila pojava rezonantne nestabilnosti leta projektila.

Ključne reči: projektil sa korekcijom putanje, proporcionalna navigacija, žiroskopska stabilnost.

Uvod

Veliki broj promenljivih koje određuju putanju projektila (parametri atmosfere, vetar, pritisak u barutnoj komori oruđa, statička i dinamička neuravnoteženost, geodetski podaci, itd.) menjaju se od jednog do drugog opaljenja i time doprinose disperziji projektila u oblasti izabranog cilja. Tačnost i preciznost pogađanja cilja može se poboljšati primenom sistema upravljanja vatrom i niza korekcionih komandi koje preuzima posluga. Ovakav pristup je prihvatljiv protiv stacionarnih ciljeva na ograničenom doletu (< 24 km). Na doletima 30–40 km disperzija postaje toliko velika da znatno smanjuje efikasnost sistema klasičnog naoružanja. Ovaj nedostatak je posebno izražen pri gađanju brzih ili manevrišućih ciljeva za koje sekvenca opaljenja mora da se obavi u roku nekoliko sekundi, bez mogućnosti ponavljanja vatre. U primenama klasičnih projektila u kojima se ne dozvoljava korekcija vatre na osnovu prethodno ispaljenih projektila, poboljšanje precizno-

sti može se postići ugradnjom uređaja za korekciju putanje koji, pored funkcije upaljača, objedinjava i zahvat cilja, korekciju putanje i upravljanje projektilom. Dostignuti nivo kompjuterske i senzorske tehnologije čini realnim razvoj nove generacije klasičnih žiroskopski stabilisanih projektila sa korekcijom putanje nakon njihovog lansiranja.

Vođeni projektili koji se ispaljuju iz topovske cevi ušli su odavno u operativnu upotrebu [1]. Takvi su, na primer, američki 155 mm M712 Copperhead ili ruski Krasnopolj 152/155 mm. Zajednička karakteristika ovih sistema jeste da se projektili navode na laserski ozračen cilj, pa prema tome ne spadaju u potpuno autonomne sisteme. Po složenosti konstrukcije približavaju se sistemima vođenih raketa.

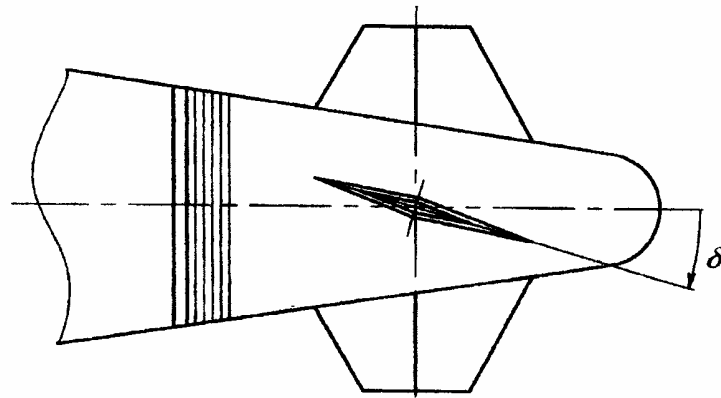
U radu [2] razmatraju se aerodinamičke karakteristike protivavionskog projektila Mk 41 (dodatak A), kao i problemi stabilnosti i upravljivosti koji se javljaju posle ugradnje sekcije upravljanja tipa „patka“. Efikasnost korekcije putanje ovog projektila ocenjena je na osnovu maksimalnog trimovanog ubrzanja i moguće devijacije putanje zbog ostvarenog manevra u toku definisanog intervala vremena.

Ovaj rad izučava korekciju putanje žiroskopski stabilisanog projektila primenom različitih varijanti proporcionalne navigacije, te zbog toga predstavlja proširenje rada [2] u istraživanju efikasne korekcije putanje žiroskopski stabilisanih projektila. U radu se, najpre, daje tehnički opis uređaja za korekciju putanje, a zatim se prikazuje matematički model korekcije putanje sa modelom „6 stepeni slobode kretanja“ za žiroskopski stabilisan projektil i, na kraju, na osnovu rezultata numeričke simulacije, vrši se analiza tri varijante metode proporcionalne navigacije i efekti različitih poremećaja na oblik putanje, stabilnost i upravljivost projektila u toku leta.

Uređaj za korekciju putanje

Sekcija upravljanja tipa „patka“ (slika 1) postavlja se na vrh projektila umesto klasičnog upaljača. Ostali deo projektila je identičan sa konvencionalnom varijantom i može se ispaljivati iz iste topovske cevi. Pri kretanju projektila kroz cev upravljačka sekcija je zabravljena za telo projektila tako da rotira zajedno sa njim i dostiže maksimalnu ugaonu brzinu na ustima cevi. Pošto projektil napusti cev, sekcija upravljanja se odbravi, pa njena ugaona brzina opadne od maksimalne vrednosti na 5–10 o/s u intervalu od 200 ms. Jedan par krila rotira oko zajedničke šarnirne ose, dok je drugi par krila nepokretan i ugrađen pod diferencijalnim uglom od $\sim 0,1^\circ$ u odnosu na uzdužnu osu projektila. Velika površina krila generiše prigušni moment valjanja koji veoma brzo smanjuje rotaciju uređaja za korekciju putanje. Ugao ugradnje fiksnih krila stvara mali moment valjanja u smeru suprotnom od rotacije zrna. U toku faze

korekcije putanje projektila mala ugaona brzina sekcije upravljanja oko uzdužne ose se anulira u odnosu na inercioni prostor, tako da je šarnirna osa krila upravna na ravan koja je određena osom simetrije projektila i linijom viziranja cilja (linija centar mase projektila – cilj). Ova ravan ne mora da se poklapa sa ravni rezultujućeg napadnog ugla, tako da se normalno opterećenje generiše, kako u ravni cilja, tako i u pravcu upravnom na ovu ravan. Sistem za praćenje cilja kontinualno menja orijentaciju upravljačke sekcije da bi šarnirna osa krila bila upravna ravan cilja. U radu se analizira uticaj ugla odstupanja šarnirne ose od normale na ravan koja sadrži osu simetrije i liniju viziranja cilja.



Slika 1 – Sekcija upravljanja tipa „patka“

Mehanizam generisanja ravnotežnog napadnog ugla i uzgona pomoću upravljačkih krila tipa „patka“ kod žiroskopski stabilisanog projektila razlikuje se od istog kod upravljivih raketa. Jedno od važnih pitanje u konstrukciji ovih projektila jeste odnos žiroskopske stabilnosti i upravljivosti, tj. sposobnosti projektila da dostigne dovoljnu vrednost ravnotežnog napadnog ugla koji omogućava efikasnu korekciju putanje.

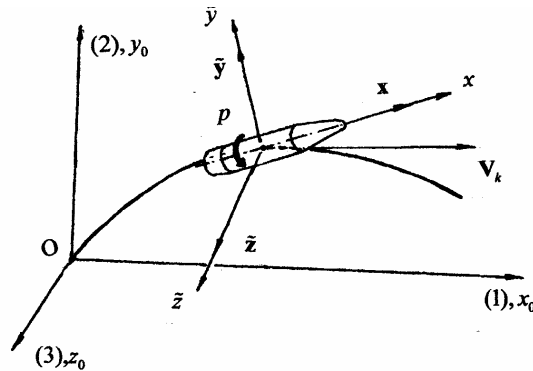
Matematički model sistema za korekciju putanje

Matematički model sistema za korekciju putanje obuhvata tri osnovna dela: diferencijalne jednačine kretanja žiroskopski stabilisanog projektila, formiranje signala greške vođenja sa filtracijom harmonika indukovanih precesionim i nutacionim kretanjem projektila i proračun otklona upravljačkih krila na osnovu usvojenog zakona korekcije putanje.

Projektile

Matematički model kretanja žiroskopski stabilisanog projektila zasni-
va se na modelu „6 stepeni slobode kretanja“ koji je prikazan u [3]. Kao
veličine stanja usvojene su projekcije vektora brzine projektila u odnosu
na Zemlju (slika 2), projekcije specifičnog kinetičkog momenta projektila
(kinetičkog momenta svedenog na poprečni moment inercije), projekcije
jedinичnog vektora ose simetrije projektila i koordinate centra mase, sve u
koordinatnom sistemu vezanom za Zemlju:

$$\mathbf{V}_k = \begin{bmatrix} V_{k_1} \\ V_{k_2} \\ V_{k_3} \end{bmatrix}, \mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \mathbf{r} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$



Slika 2 – Inercioni i aerobalistički koordinatni sistemi

Detaljno izvođenje matematičkog modela žiroskopski stabilisanog
projektila prikazano je u [3], a definitivne jednačine, uz navođenje osnov-
nih razlika uvedenih radi rešavanja korekcije putanje, jesu:

$$\frac{d\mathbf{V}_k}{dt} = -\tilde{C}_D \mathbf{V} + \tilde{C}_{L\alpha} [V^2 \mathbf{x} - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{x}) \mathbf{V}] - \tilde{C}_{Np\alpha} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{x}) (\mathbf{x} \times) \mathbf{V} + \tilde{C}_{Nq} (\mathbf{h} \times) \mathbf{x} \quad (2)$$

$$+ \mathbf{g} + \tilde{C}_{N\delta} V^2 (\delta_v \tilde{\mathbf{y}} + \delta_h \tilde{\mathbf{z}})$$

$$\frac{d\mathbf{h}}{dt} = \tilde{C}_{l_0} \mathbf{x} + \tilde{C}_{lp} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{x}) + \tilde{C}_{m\alpha} (\mathbf{V} \times \mathbf{x}) + \tilde{C}_{mp\alpha} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{x}) [\mathbf{V} - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}] \quad (3)$$

$$+ \tilde{C}_{mq} [\mathbf{h} - (\mathbf{h} \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}] + \tilde{C}_{m\delta} V^2 (-\delta_h \tilde{\mathbf{y}} + \delta_v \tilde{\mathbf{z}})$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = (\mathbf{h} \times \mathbf{x}) \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{V}_k \quad (5)$$

Pri tome se koriste sledeće veličine:

– ugaona brzina rotacije projektila

$$p = \frac{I_y}{I_x} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{x}) \quad (6)$$

– vektor relativne brzine projektila u odnosu na vetar

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_k - \mathbf{W} = \begin{bmatrix} V_{k_1} - W_1 \\ V_{k_2} - W_2 \\ V_{k_3} - W_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

– intenzitet relativne brzine

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2} \quad (8)$$

– vetar

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

– aerodinamičke i mehaničke karakteristike projektila

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{L\alpha} &= \frac{\rho S C_{L\alpha}}{2m}, & \tilde{C}_{N\delta} &= \frac{\rho S C_{N\delta}}{2m} \\ \tilde{C}_{Np\alpha} &= \frac{\rho S d C_{Np\alpha}}{2m} \frac{I_y}{I_x}, & \tilde{C}_{Nq} &= \frac{\rho V S d C_{Nq}}{2m} \\ \tilde{C}_{l_0} &= \frac{\rho V^2 S d C_{l_0 \delta_l} \delta_l}{I_y}, & \tilde{C}_{lp} &= \frac{\rho V S d^2 C_{lp}}{2I_x} \\ \tilde{C}_{m\alpha} &= \frac{\rho V S d C_{m\alpha}}{2I_y}, & \tilde{C}_{m\delta} &= \frac{\rho V S d C_{m\delta}}{2I_y} \\ \tilde{C}_{mq} &= \frac{\rho V S d^2 C_{mq}}{2I_y}, & \tilde{C}_{mp\alpha} &= \frac{\rho S d^2 C_{mp\alpha}}{2I_x} \\ \tilde{C}_D &= \frac{\rho V S C_D}{2m} \end{aligned} \quad (10)$$

Sve oznake aerodinamičkih i mehaničkih veličina imaju standardna značenja iz mehanike leta projektila, npr. iz [3]: $C_{L\alpha}$ – derivativ koeficijenta uzgona po napadnom uglu; $C_{N\delta}$ – derivativ koeficijenta normalne sile po otklonu upravljačkih krila; $C_{Np\alpha}$ – Magnusov derivativ normalne sile; C_{Nq} – prigušni derivativ normalne sile; $C_{l\delta_1}$ – derivativ koeficijenta momenta valjanja po uglu ugradnje krila δ_1 ; C_{lp} – prigušni derivativ momenta valjanja; $C_{m\alpha}$ – derivativ koeficijenta momenta po napadnom uglu; $C_{m\delta}$ – derivativ koeficijenta momenta po uglu otklona upravljačkih krila; C_{mq} – prigušni derivativ momenta; $C_{mp\alpha}$ – Magnusov derivativ momenta; C_D – koeficijent otpora; ρ – gustina vazduha; d – referentna dužina (kalibar); S – referentna površina; m , I_x i I_y – masa, aksijalni i poprečni moment inercije projektila, respektivno.

Koordinatni sistem vezan za Zemlju, $Ox_0y_0z_0 \equiv O(1)(2)(3)$, jeste inercioni, tako da je zanemaren član Koriolisovog ubrzanja u jednačini (2). Model iz [3] modifikovan je uvođenjem upravljačke sile i momenta preko derivativa, $C_{N\delta}$, $C_{m\delta}$ i projekcija vektora otklona upravljačkih krila u pravcu vertikalne (δ_h) i horizontalne ose (δ_v) aerobalističkog sistema $Cx\tilde{y}\tilde{z}$ čiji se koordinatni početak nalazi u centru mase projektila (CM).

Ukupan broj diferencijalnih jednačina iznosi 12, a kako je izostavljena diferencijalna jednačina ugla rotacije projektila oko uzdužne ose, znači da imamo jednu više od potrebnog broja jednačina po metodi „6 stepeni slobode kretanja“. Zbog toga se postavlja dodatni uslov po kojem je intenzitet jediničnog vektora ose simetrije jednak jedinici:

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \quad (11)$$

Ova jednačina služi za proveru tačnosti integracije sistema diferencijalnih jednačina.

Upravljačke sile i momenti deluju duž osa aerobalističkog koordinatnog sistema ($Cx\tilde{y}\tilde{z}$), čiji se ortovi poprečnih osa određuju po:

$$\tilde{\mathbf{z}} = \frac{1}{\sqrt{Q}} \begin{bmatrix} -x_3 \\ 0 \\ x_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{y}} = (\tilde{\mathbf{z}} \times \mathbf{x}) \quad (12)$$

$$Q = x_1^2 + x_3^2$$

Aerodinamički derivativi sila i momenata koji deluju na osnosimetrični žiroskopski stabilisan projektil zavise, u opštem slučaju, od rezultujućeg napadnog ugla i Mahovog broja.

Greška vođenja

Polazeći od vektora položaja projektila (\mathbf{r}) i cilja (\mathbf{r}_T), kao i njihovih brzina ($\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_T$) u inercijalnom koordinatnom sistemu:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_T = \begin{bmatrix} X_{T1} \\ X_{T2} \\ X_{T3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_k = \begin{bmatrix} V_{k1} \\ V_{k2} \\ V_{k3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_T = \begin{bmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \\ V_{T3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

određujemo parametre relativnog kretanja:

– relativno rastojanje

$$r = \sqrt{\Delta X_1^2 + \Delta X_2^2 + \Delta X_3^2}$$

$$\Delta \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \Delta X_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

– uglove linije viziranja cilja

$$\varphi_z = \tan^{-1} \frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}$$

$$\varphi_y = \sin^{-1} \frac{\Delta X_3}{r} \quad (15)$$

– relativnu brzinu cilja u odnosu na projektil

$$\mathbf{V}_r = \begin{bmatrix} V_{r_x} \\ V_{r_y} \\ V_{r_z} \end{bmatrix} = \mathbf{C}(\varphi_z, -\varphi_y, 0)(\mathbf{V}_T - \mathbf{V}_k) \quad (16)$$

– ugaone brzine linije viziranja cilja u vertikalnoj ($\dot{\varphi}_z$) i krovnoj ($\dot{\varphi}_y$) ravni

$$\dot{\varphi}_z = \frac{V_{r_y}}{r}, \quad \dot{\varphi}_y = -\frac{V_{r_z}}{r} \quad (17)$$

Matrica $\mathbf{C}(\varphi_z, -\varphi_y, 0)$ transformiše vektorsku veličinu iz inercionog u koordinatni sistem koji je vezan za liniju viziranja cilja pomoću dve uzastopne rotacije za uglove φ_z oko ose Oz_0 (slika 1) i ugao $-\varphi_y$ oko novog položaja ose Oy [4].

Ugaone brzine linije viziranja cilja $\dot{\varphi}_z$ i $\dot{\varphi}_y$ koriste se kao signali greške za korekciju putanje kod metoda koje u osnovi sadrže proporcionalnu navigaciju. U teoriji vođenja raketa često se kvalitet vođenja određuje pomoću tzv. tekućeg promašaja [5] koji bi nastupio pod uslovom da se od datog trenutka ona kreće konstantnom relativnom brzinom u odnosu na cilj ($-\mathbf{V}_r = \text{const}$). Kako se raketa približava cilju, tekući promašaj teži stvarnom promašaju koji nastaje u momentu mimoilaženja dva objekta u prostoru. Radi ocene kvaliteta korekcije putanje žiroskopski stabilisanog projektila uvodimo tekuće promašaje u vertikalnoj (m_y) i horizontalnoj (m_z) ravni:

$$m_y = -r \frac{V_{r_y}}{|V_{r_x}|}, \quad m_z = r \frac{V_{r_z}}{V_r} \quad (18)$$

Ako je $m_y > 0$ projektil leti iznad cilja u vertikalnoj ravni, a ako je $m_z > 0$ projektil je levo u krovnoj ravni u odnosu na cilj.

Zakon korekcije putanje

Kod proširenog zakona proporcionalne navigacije [6], [7] zahtevano normalno ubrzanje projektila zavisi od ugaone brzine linije viziranja cilja ($\dot{\varphi}$) i manevra cilja u pravcu upravnom na liniju viziranja cilja:

$$a_d = \frac{N|\dot{r}|}{\cos \varepsilon} \dot{\varphi} + K_T a_T \quad (19)$$

gde su: N – kinematski faktor pojačanja čije su uobičajene vrednosti $N = 3-4$, $|\dot{r}|$ – relativna brzina zbližavanja projektila i cilja, $\dot{\varphi}$ – ugaona brzina linije viziranja cilja u ravni greške, a_T – normalno ubrzanje cilja, ε – ugao preticanja cilja i K_T – faktor pojačanja po normalnom ubrzanju cilja. Faktorom pojačanja K_T vrši se oblikovanje putanje projektila. Ako se izabere $K_T = N/2$, normalno ubrzanje projektila teži ka nuli pri mimoilaženju sa ciljem, dok pri $K_T = 1$ ugaona brzina linije viziranja cilja približava se nultoj vrednosti pri susretu sa ciljem [7].

Posmatra se kretanje cilja konstantnom brzinom na konstantnoj visini, što predstavlja tipičan let krstareće rakete. U radu [5] pokazano je da i u takvom režimu leta postoji manevar koji je ekvivalentan normalnom ubrzanju cilja, a zavisi od projekcija gravitacionog i tangentnog ubrzanja

projektila na normalu linije viziranja cilja. Ovaj poremećaj u vertikalnoj ravni određen je izrazom:

$$a_T = a_{por} = -a_t \tan \varepsilon_z + g \cos \varphi_z \quad (20)$$

gde su: a_t – tangentno ubrzanje projektila, ε_z – ugao preticanja u vertikalnoj ravni i φ_z – ugao linije viziranja u vertikalnoj ravni.

Potreban otklon upravljačkih krila za realizaciju normalnog ubrzanja a_d iznosi:

$$\delta_d = \frac{a_d}{V_k K_{\dot{\gamma}}} \quad (21)$$

gde je $K_{\dot{\gamma}}$ faktor pojačanja ugaone brzine tangente na putanju u odnosu na otklon upravljačkih krila. Smenom (19) u (21) dobija se:

$$\delta_d = K_1 \dot{\varphi} + K_2 \dot{\gamma}_{por} \quad (22)$$

gde su:

$$K_1 = \frac{N |\dot{\gamma}|}{K_{\dot{\gamma}} V_k \cos \varepsilon} \quad (23)$$

$$K_2 = \frac{K_T}{K_{\dot{\gamma}}} \quad (24)$$

$$\dot{\gamma}_{por} = \frac{a_{por}}{V_k} \quad (25)$$

Faktori pojačanja K_1, K_2 i poremećaj $\dot{\gamma}_{por}$ mogu se unapred odrediti za tipične putanje projektila, a njihovo odstupanje u toku leta ne utiče na tačnost pogađanja cilja.

Primenom jednačine (22) na vertikalnu i krovnu ravan dobijamo izraze za potrebne otklone upravljačkih krila u vertikalnoj ravni, δ_{dv} , (oko ose $C\tilde{z}$) i krovnoj ravni, δ_{dh} , (oko ose $C\tilde{y}$):

$$\delta_{dv} = K_1 \dot{\varphi}_z + K_2 \dot{\gamma}_{por} \quad (26)$$

$$\delta_{dh} = K_1 \dot{\varphi}_y \quad (27)$$

Ukoliko je rezultujući otklon upravljačkih krila veći od maksimalnog, δ_{max} , korekcija otklona u vertikalnoj i krovnoj ravni vrši se srazmerno njihovim vrednostima:

$$\delta'_v = \delta_{dv} \frac{\delta_{\max}}{\sqrt{\delta_{dv}^2 + \delta_{dh}^2}} \quad (28)$$

$$\delta'_h = \delta_{dh} \frac{\delta_{\max}}{\sqrt{\delta_{dv}^2 + \delta_{dh}^2}} \quad (29)$$

Signali iz senzora uređaja za praćenje cilja prethodno se filtriraju od visokofrekventnih poremećaja koji su posledica ugaonog kretanja žiroskopski stabilisanog projektila, pa se tada koriste za proračun otklona upravljačkih površina.

Ukoliko postoji greška između ravni upravljanja i ravni rezultujuće ugaone brzine linije viziranja cilja ($\Delta\phi$), uglovi otklona upravljačkih površina koji određuju aerodinamičke sile i momente dobijaju se iz:

$$\begin{aligned} \delta_v &= \delta'_v \cos \Delta\phi + \delta'_h \sin \Delta\phi \\ \delta_h &= -\delta'_v \sin \Delta\phi + \delta'_h \cos \Delta\phi \end{aligned} \quad (30)$$

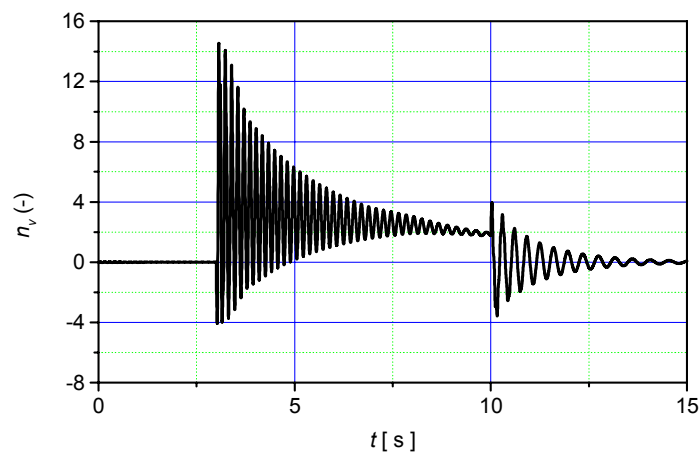
Upravljivost i manevarska sposobnost projektila

Provera dinamičke stabilnosti [9], upravljivosti i manevarske sposobnosti žiroskopski stabilisanog projektila izvršena je numeričkom simulacijom odgovora projektila na komandu u vertikalnoj ravni ($\delta_v = 20^\circ$) pomoću modela „6 – stepeni slobode kretanja“ [8].

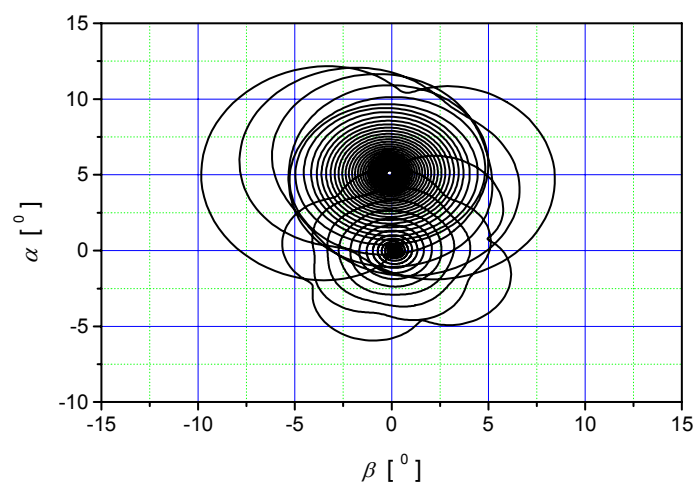
Za podatke projektila iz dodatka A izvršen je proračun putanje sa početnom brzinom $V_0 = 850$ m/s ($Ma = 2,5$) i uglom elevacije $\gamma_0 = 12^\circ$. U trećoj sekundi leta data je maksimalna komanda nagore $\delta_v = 20^\circ$ do $t = 10$ s, kada je otklon upravljačkih krila opet vraćen na nultu vrednost.

Odgovor projektila po koeficijentu normalnog ubrzanja prikazan je na slici 3, a na slici 4 dato je epiciklično kretanje ose simetrije projektila u ravni $\alpha - \beta$. Po prigušenju nutacionih i precesionih oscilacija uspostavlja se ravnotežna vrednost napadnog ugla od $\alpha_{ss} \approx 5^\circ$ koja odgovara otklonu upravljačkih krila $\delta_v = 20^\circ$. Koeficijent normalnog ubrzanja u vertikalnoj ravni osciluje oko vrednosti koja opada sa kvadratom brzine od 4 do 2 g. Promena normalnog ubrzanja karakteriše se jasno izraženom frekvencijom precesionog kretanja od 6 do 7 Hz. Slika 5 prikazuje ugaono kretanje vektora brzine u odnosu na inercioni sistem. U intervalu nulte koman-

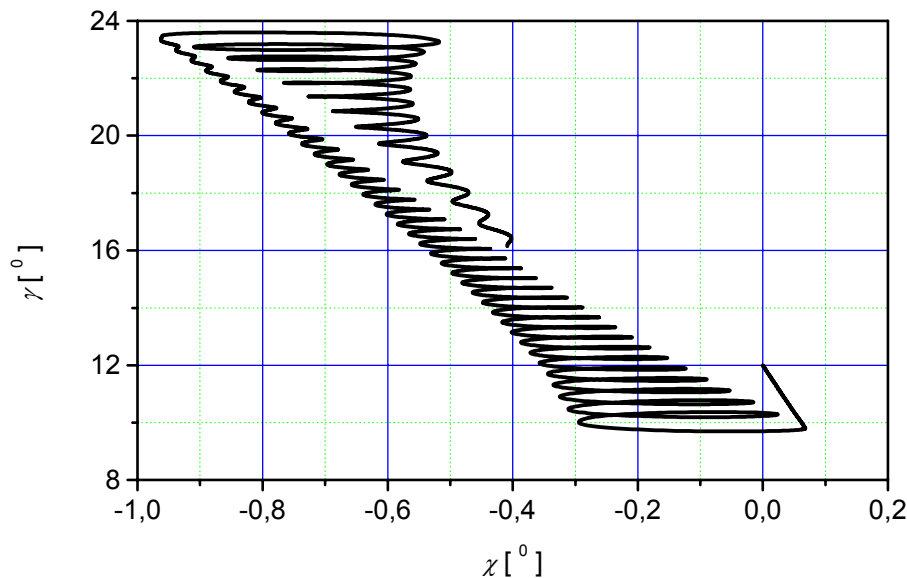
de ($t < 3$ s) ugao elevacije ravnomerno opada, a projektil skreće nadesno ($\chi > 0$), što odgovara balističkom letu. Komanda nagore izaziva porast ugla elevacije i skretanje na- levo ($\chi < 0$) uz karakteristične oscilacije precesionog kretanja čija amplituda opada od $\sim 0,15^\circ$ na početku komande do nulte vrednosti na kraju komande. Promenom vrednosti komande u $t = 10$ s ponovo se indukuju oscilacije vektora brzine. Ove oscilacije prenose se na ugaonu brzinu linije viziranja cilja koja služi kao signal vođenja u zakonu proporcionalne navigacije.



Slika 3 – Koeficijent normalnog ubrzanja projektila ($\delta_v = 20^\circ$, $3 \leq t \leq 10$ s)

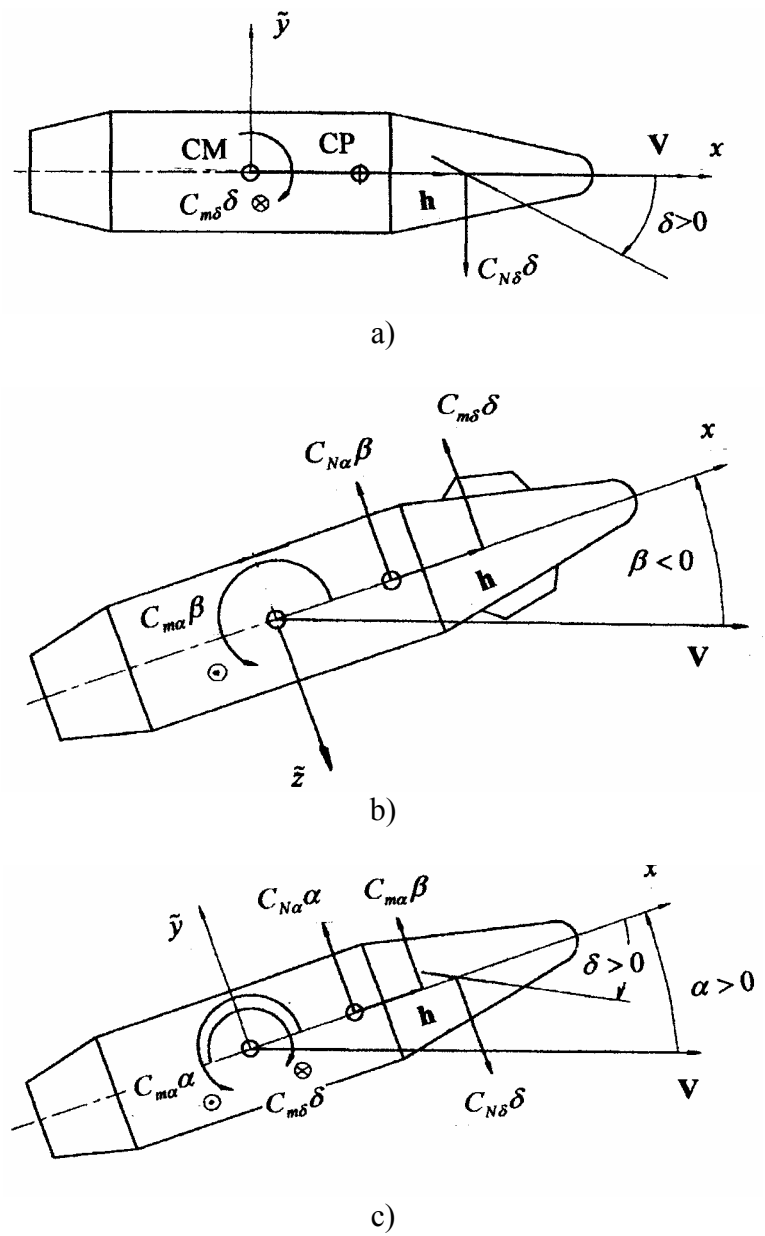


Slika 4 – Epiciklično kretanje projektila $\alpha - \beta$ ($\delta_v = 20^\circ$, $3 \leq t \leq 10$ s)



Slika 5 – Ugaono kretanje vektora brzine $\gamma - \chi$ ($\delta_v = 20^\circ$, $3 \leq t \leq 10$ s)

Mehanizam upravljanja i formiranja normalnog ubrzanja za korekciju putanje prikazan je na slici 6 i suštinski se razlikuje od mehanizma kod upravljivih raketa tipa „patka“. Pri pozitivnom odklonu upravljačkih površina sa šarnirnom osom upravnom na vertikalnu ravan (slika 6a) nastaje upravljačka sila nadole ($C_{N\delta}\delta_v < 0$), koja proizvodi negativni upravljački moment (usmeren nalevo, posmatrano u pravcu leta projektila, $C_{m\delta}\delta_v < 0$). U skladu sa teorijom žiroskopa osa projektila precesira nalevo (u smeru upravljačkog momenta), stvarajući negativni ugao klizanja ($\beta < 0$), što je prikazano na slici 6b. Bočna aerodinamička sila ($C_{N\alpha}\beta < 0$) deluje nalevo, stvarajući aerodinamički moment skretanja usmeren nagore ($C_{m\alpha}\beta > 0$). Sada moment skretanja izaziva precesiju ose projektila nagore (slika 6c) i pozitivan napadni ugao sa aerodinamičkom silom nagore ($C_{N\alpha}\alpha > 0$) i momentom propinjanja usmerenim nadesno ($C_{m\alpha}\alpha > 0$) koji teži da uravnoteži upravljački moment ($C_{m\delta}\delta_v < 0$). Proces se ponavlja dok se slobodne oscilacije projektila ne priguše. Početni deo epiciklične krive $\alpha - \beta$ na slici 4 potvrđuje prethodnu analizu.



Slika 6 – Upravljanje žiroskopski stabilisanog projektila

Za razliku od raketa tipa „patka“, kod upravljivog žiroskopski stabilisanog projektila aerodinamičke sile su, zbog napadnog ugla i otklona upravljačkih površina, suprotnog smera, tako da se manevarska sposob-

nost projektila neznatno smanjuje za vrednost normalne sile upravljačkih krila. Isto tako, treba uočiti da je ovde pozitivan otklon upravljačkih krila definisan položajem prednje ivice nadole, dok se kod raketa pozitivan otklon definiše ako je izlazna ivica krila nadole.

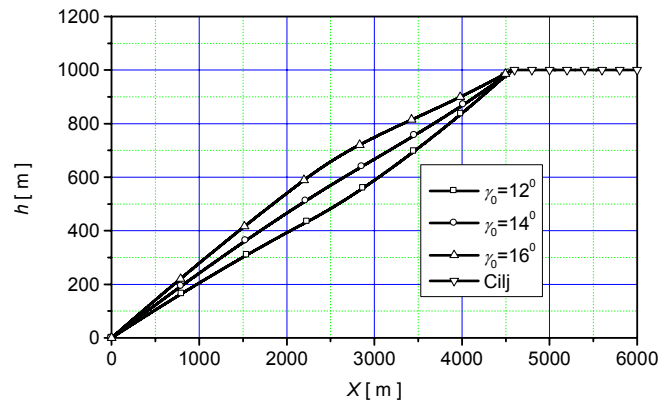
Numerička simulacija

Mogućnost korekcije putanje žiroskopski stabilisanog projektila proverena je pomoću rezultata numeričke simulacije kompletnog sistema korekcije, polazeći od matematičkog modela koji je prikazan u ovom radu. Osnovni podaci o projektilu prikazani su u dodatku A. Cilj leti na visini $h = 1000$ m brzinom $V_T = 200$ m/s. Pretpostavlja se da zahvat cilja i početak korekcije putanje nastaje u $t = 3$ s. Primenjeni su sledeći zakoni korekcije putanje:

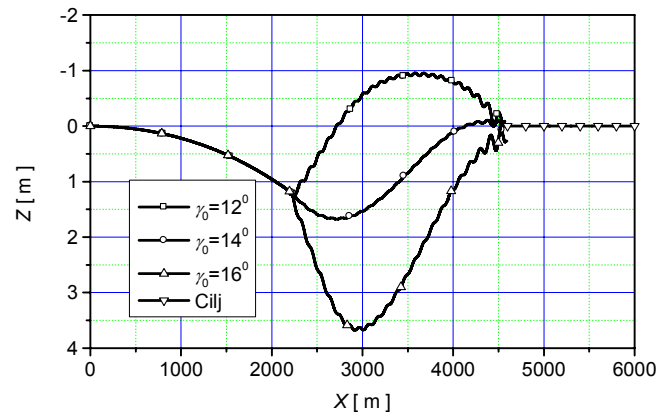
- proporcionalna navigacija: $N = 3, K_T = 0$,
- proširena proporcionalna navigacija sa minimizacijom normalnog ubrzanja u završnoj fazi leta: $N = 3, K_T = 1,5, i$
- proširena proporcionalna navigacija sa minimizacijom ugaone brzine linije viziranja cilja u završnoj fazi leta: $N = 3, K_T = 1$.

Signal ugaone brzine linije viziranja cilja propušta se kroz filter prvog reda sa vremenskom konstantom $\tau = 0,1$ s. Maksimalni otklon upravljačkih krila ograničen je na $\delta_{\max} = 20^\circ$.

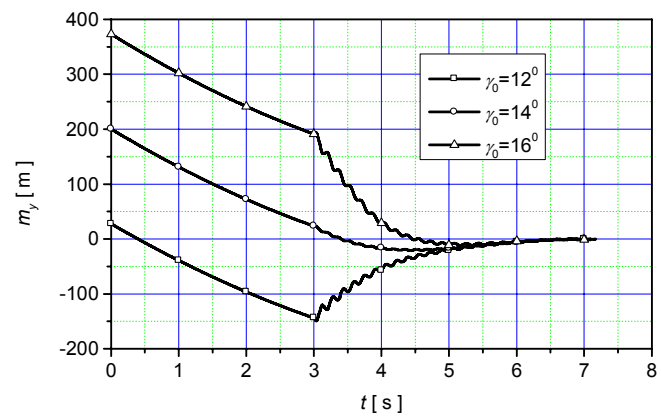
Uticao početnog ugla elevacije projektila na parametre kretanja projektila sa korekcijom pomoću proporcionalne navigacije prikazan je na slikama 7, 8, 9 i 10. Pomoću proporcionalne navigacije uspešno se kompenzuju greške u zauzimanju početnog ugla elevacije u relativno velikom intervalu odstupanja ($\gamma_0 = 12-16^\circ$) i promašaj se svodi na nultu vrednost. Karakter promene parametara korekcije zavisi od početnog ugla elevacije. Otklon upravljačkih krila u završnoj fazi leta je približno isti ($\delta_v = 12-15^\circ$) za sve uglove elevacije i rezultat je delovanja poremećaja indukovanog gravitacionim i tangentnim ubrzanjem projektila. Dijagrami na slici 10 pokazuju eksponencijalno oscilatorno povećanje otklona upravljačkih krila neposredno pre susreta sa ciljem, što predstavlja kinematičku nestabilnost, pojavu koja je karakteristična za zakon proporcionalne navigacije.



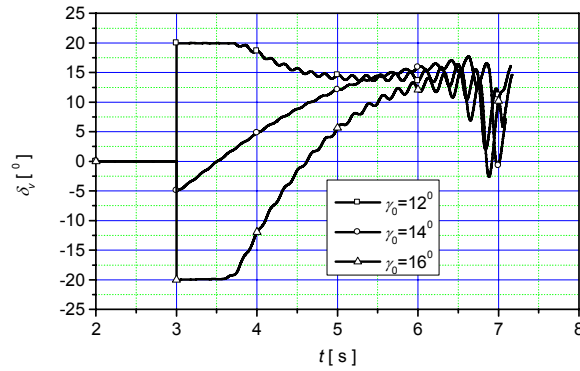
Slika 7 – Uticaj ugla lansiranja na putanje projektila u vertikalnoj ravni ($N = 3, K_T = 0$)



Slika 8 – Uticaj ugla lansiranja na putanje projektila u horizontalnoj ravni ($N = 3, K_T = 0$)

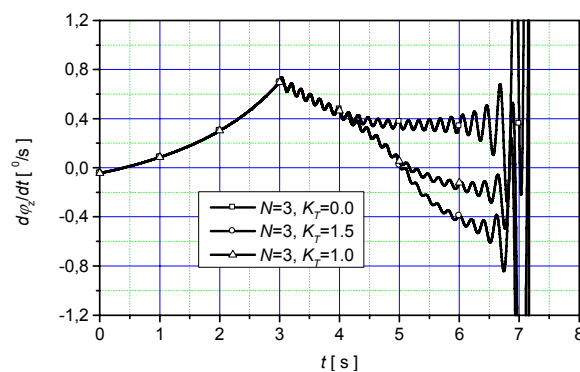


Slika 9 – Uticaj ugla lansiranja na tekući promašaj projektila ($N = 3, K_T = 0$)

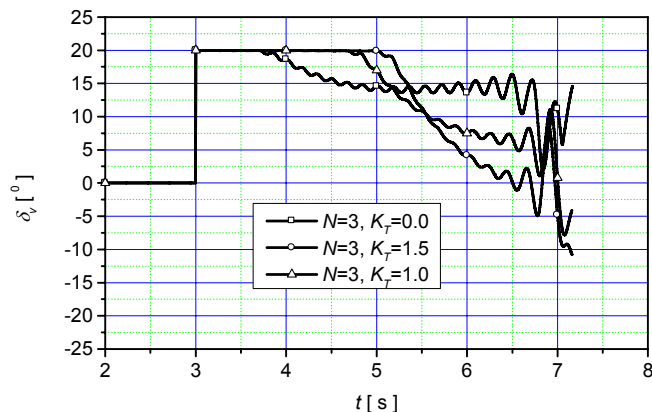


Slika 10 – Uticaj ugla lansiranja projektila na otklon upravljačkih krila ($N = 3, K_T = 0$)

Izborom faktora pojačanja po poremećajnom ubrzanju ($K_T = 0, 1, 1,5$) podešava se karakter promene normalnog ubrzanja projektila i ugaone brzine linije viziranja cilja. To je veoma značajno za žiroskopski stabilisane projekte koji obično imaju malo raspoloživo opterećenje u poređenju sa upravljivim raketama. Efekat opadanja raspoloživog normalnog ubrzanja sa kvadratom brzine može da ugrozi realizaciju zakona korekcije putanje, te zbog toga optimizacija putanje u odnosu na parametre zakona korekcije postaje jedan od prioritarnih zahteva u konstrukciji upravljivog žiroskopski stabilisanog projektila. Uticaj zakona korekcije putanje na ugaonu brzinu linije viziranja cilja i otklon upravljačkih krila u vertikalnoj ravni prikazan je na slikama 11 i 12, respektivno. Najmanja vrednost otklona upravljačkih krila, a time i normalnog ubrzanja, u završnoj fazi korekcije putanje dobija se za $K_T = 1,5$. Minimalna vrednost ugaone brzine linije viziranja cilja postiže se za $K_T = 1$.

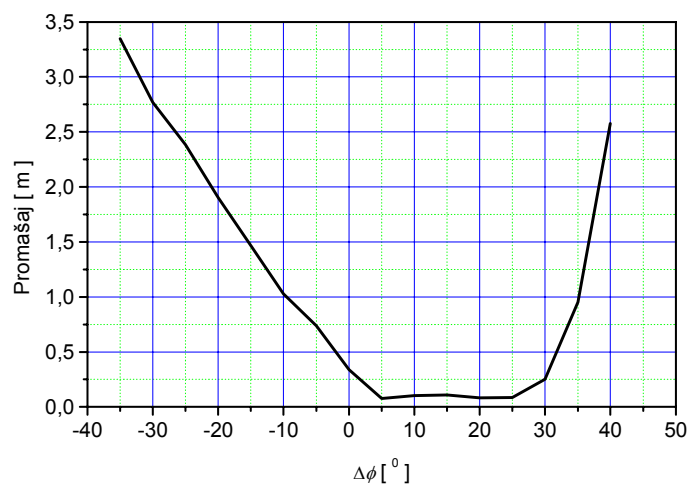


Slika 11 – Ugaona brzina linije viziranja cilja u zavisnosti od zakona korekcije putanje ($\gamma_0 = 12^\circ$)



Slika 12 – Otklon upravljačkih krila u zavisnosti od zakona korekcije putanje ($\gamma_0 = 12^\circ$)

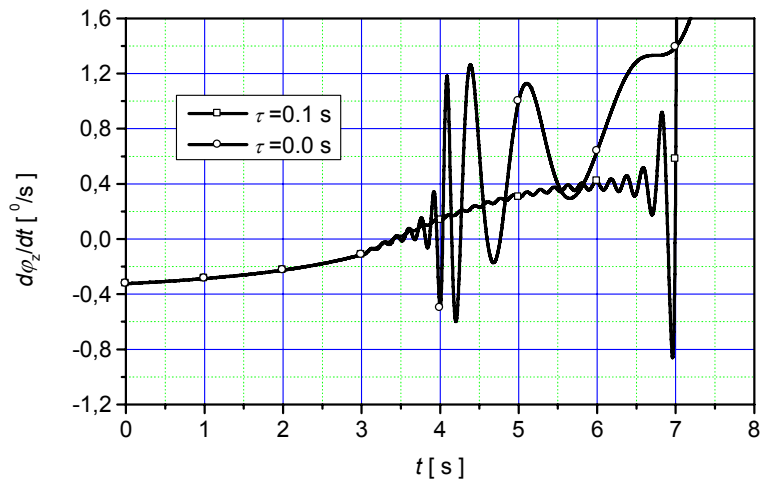
Uticaj odstupanja ravni upravljanja od ravni praćenja cilja ($\Delta\phi$) na promašaj projektila prikazan je na slici 13. U širokom intervalu ugla $\Delta\phi \in (5, 25^\circ)$ promašaj ne zavisi od njegove vrednosti. Dijagram, takođe, pokazuje da se faznim prednjačenjem ugla otklona upravljačkih krila u smeru rotacije projektila može postići minimalni promašaj.



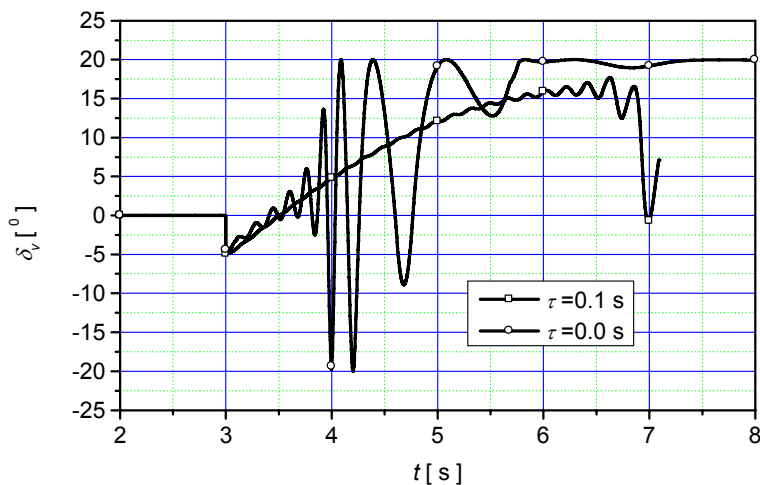
Slika 13 – Promašaj projektila u zavisnosti od ugla odstupanja ravni upravljanja ($N = 3, K_r = 0, \gamma_0 = 12^\circ$)

Efekat primene filtera u uređaju za korekciju putanje prikazan je na slikama 14 i 15. Signal ugaone brzine linije viziranja cilja opterećen je harmonijskom komponentom koja ima frekvenciju precesionog oblika

oscilovanja ($\sim 6-7$ Hz). Ako se ne izvrši filtriranje signala ($\tau=0$) povratna veza po otklonu upravljačkog krila pojačava amplitudu harmonijske komponente u signalu ugaone brzine linije viziranja cilja i projektil ulazi u rezonantni režim leta, što u krajnjem ishodu dovodi do velikog promašaja. Filter prvog reda sa vremenskom konstantom $\tau=0,1$ s prigušuje harmonijsku komponentu sa frekvencijom precesionog kretanja i obezbeđuje nulti promašaj projektila.



Slika 14 – Uticaj filtera na ugaonu brzinu linije viziranja cilja ($N=3, K_T=0, \gamma_0=12^\circ$)



Slika 15 – Uticaj filtera na otklon upravljačkih krila ($N=3, K_T=0, \gamma_0=12^\circ$)

Zaključak

U radu je pokazano da se različite varijante proporcionalne navigacije mogu uspešno primeniti za korekciju putanje žiroskopski stabilisanog projektila. To je od posebnog značaja za sisteme koji treba da imaju kratko vreme odziva u uslovima primene koja isključuje mogućnost naknadne korekcije vatre pomoću sistema upravljanja vatrom.

Prizom mehanizma upravljanja žiroskopski stabilisanog projektila, koji se suštinski razlikuje od tog mehanizma kod raketa tipa „patka“, i rezultata numeričke simulacije pomoću modela „6 stepeni slobode kretanja“ objašnjeno je poreklo visokofrekventnih harmonika u signalu ugaone brzine linije viziranja cilja. Primenom odgovarajućeg filtera otklanja se pojava rezonance u toku leta projektila.

Efikasnost korekcije putanje pomoću proporcionalne navigacije potvrđena je varijacijom početnog ugla lansiranja projektila u širokom intervalu mogućih vrednosti. Promenom faktora pojačanja po poremećaju, koji je funkcija gravitacionog i tangentnog ubrzanja, moguće je oblikovati putanju tako da projektil u završnom delu ima nulte vrednosti normalnog ubrzanja ili ugaone brzine linije viziranja cilja. Na kraju, u radu je određena zavisnost promašaja od ugla odstupanja ravni upravljanja od ravni praćenja cilja, pri čemu je utvrđen interval ove veličine koji daje minimalni promašaj.

Mogući pravci daljeg istraživanja korekcije putanje žiroskopski stabilisanog projektila su: poboljšanje matematičkog modela sistema modeliranjem rotacije sekcije upravljanja u odnosu na telo projektila, uvođenje dinamike uređaja za praćenje cilja i aktuatora; određivanje aerodinamičkih karakteristika projektila za čitav dijapazon promene Mahovog broja i napadnog ugla i njihova implementacija u modelu kompletnog sistema; optimizacija putanje s obzirom na trenutak zahvata cilja i početak korekcije.

Dodatak A: Osnovni podaci o projektilu

Kalibar: $d = 127$ mm

Masa: $m = 21100$ kg

Centar mase (od vrha): $x_{CM} = 0,377$ m

Aksijalni poluprečnik inercije: $r_x = 0,048$ m

Transverzalni poluprečnik inercije: $r_y = 1,280$ m

Karakteristika žleba cevi: 1/22

Aerodinamičke karakteristike za projektil Mk 41 [2].

Literatura

[1] Morrison, Ph. H., Ambertson, D. S., Guidance and Control of a Cannon-Launched Guided Projectile, J. Spacecraft, Vol. 14, No. 6, 1977.

[2] Regan, F. J., Smith, J., Aeroballistics of a Terminally Corrected Spinning Projectile (TCSP), J. Spacecraft, Vol. 12, No. 12, 1975.

[3] McCoy, R. L., Modern Exterior Ballistics, Schiffer Publishing Ltd, Atglen, PA, 1999.

[4] Titterton, D. H., Weston, J. L., Strapdown inertial navigation technology, Peter Peregrinus Ltd, London, 1997.

[5] Ćuk, D., Nelinearne pojave u dinamici leta samovođenih brzorotirajućih projektila, doktorska teza, Mašinski fakultet, Beograd, 1984.

[6] Nesline, F. W., Zarchan, P., A New Look at Classical vs Modern Homing Missile Guidance, J. Guidance and Control, Vol. 4, No. 1, 1981.

[7] Ćuk, D., Mandić, S., Uticaj različitih metoda optimalnog vođenja na trajektorije besplatformnih samonavođenih raketa, Naučnotehnički pregled, Vol. XLIX, br. 6, 1999.

[8] Ćuk, D., Program CorPTC6D – Program za proračun kretanja žiroskopski stabilisanog projektila sa korekcijom putanje, (cukd@eunet.rs), Beograd, 2008.

[9] Ćuk, D., Uticaj povećanja dometa na dinamičku stabilnost artiljerijskih raketa sa olučastim krilima, Vojnotehnički glasnik, br. 3/2007, str. 296–307, Beograd, ISSN: 0042-8469.

TRAJECTORY CORRECTION OF GYROSCOPIC STABILIZED PROJECTILE USING PROPORTIONAL NAVIGATION

Summary:

This paper presents the methods of the trajectory correction of gyroscopic stabilized projectiles using different modifications of proportional navigation. The canard section is built into the conventional projectile to generate aerodynamic force. The effectiveness of the trajectory correctable projectile is shown by the results of a flight numerical simulation using proportional navigation with and without the compensation of the disturbance due to gravitational and tangent acceleration. The paper also analyzes the effects of the initial elevation angle and the deflection of the control plane from the target tracking one on the miss distance. It is shown that the precessional mode of the projectile angular motion is transferred to the line of sight rate which should be filtered to prevent the phenomenon of resonance instability of the projectile flight.

Key words: Trajectory correctable projectile, proportional navigation, gyroscopic stability.

Datum prijema članka: 21. 09. 2009.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 23. 10. 2009.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 27. 10. 2009.