

KONCEPT POUZDANOSTI GEODETSKIH MREŽA

Radojčić M. Stevan, Vojnogeografski institut, Beograd

UDC: 528.4:658.562

Sažetak:

Tradicionalan način ocenjivanja kvaliteta geodetskih mreža počiva na analizi preciznosti – više preciznosti ukazuje na bolji kvalitet. Međutim, to važi samo ako su opažanja pouzdana, tj. ukoliko ne sadrže grube ili sistematske greške, a sve marginalne greške su detektovane i eliminisane. Upravo se zbog toga, prema savremenom pristupu, uz preciznost mora ocenjivati i pouzdanost geodetskih mreža. Mere preciznosti i mere pouzdanosti samo zajedno daju potrebnu osnovu za ocenu i poređenje geodetskih mreža. Ovaj rad ukazuje na potrebu i značaj kriterijuma pouzdanosti pri ocenjivanju i kontroli kvaliteta geodetskih mreža i daje osnovne izraze za računanje mera pouzdanosti.

Ključne reči: *geodetske mreže, kontrola kvaliteta, pouzdanost.*

Uvod

Najveći broj geodetskih radova i operacija na terenu zahteva korišćenje odgovarajuće geodetske mreže kao referentne osnove u odnosu na koju se ti radovi preduzimaju i/ili oslanjaju. Bez obzira na to da li se koristi postojeća ili se projektuje i realizuje posebna geodetska mreža (specijalno dizajnirana za dati projekat), neophodno je imati određenu potvrdu da je njen kvalitet prihvatljiv za planirane geodetske radove. Naime, niti su sve geodetske mreže jednakog kvaliteta, niti svi geodetski radovi imaju iste zahteve prema kvalitetu geodetske mreže na koju se oslanjaju.

Upravo tu se nalazi jedno veoma staro i značajnim delom još uvek otvoreno pitanje – pitanje formulisanja i utvrđivanja kvaliteta projektovanih i realizovanih geodetskih mreža.

Sve donedavno, pod kvalitetom geodetske mreže podrazumevala se njena *preciznost*, merena, odnosno saopštavana na različite načine – pomoću relativnog odnosa među tačkama u mreži (triangulacija, poligonoometrija), pomoću mere koja ima jedan konstantan i jedan multiplikacioni deo zavisian od rastojanja među tačkama (GPS), kao nesigurnost određivanja visinskih razlika proporcionalna rastojanju između repera (niveلمان) i slično; u novije vreme pomoću statističkog koncepta za iskazivanje nesigurnosti – kruga (elipse) poverenja za horizontalni položaj i intervala poverenja za visine.

Međutim, kada se o kvalitetu mreže sudi samo na osnovu preciznosti može se dobiti pogrešna predstava. Na primer, sve analize preciznosti jedne hipotetičke, bespogrešne trilateracione mreže razvijane elektrooptičkim daljinomerom daće sliku savršene preciznosti mreže, koja se neće promeniti ni kada daljinomeru pridružimo proizvoljnu vrednost greške frekvencije, iako će u tom slučaju rezultati očigledno biti opterećeni sistematskim uticajem greške razmera. Ovaj problem će se uočiti samo ako se o razmeru mreže sudi na osnovu nezavisnih provera (podataka).

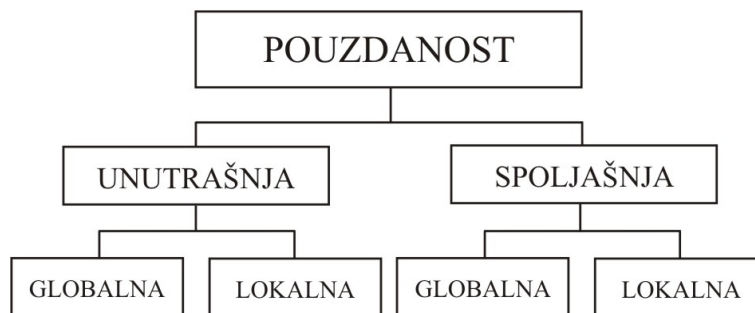
Dakle, ukoliko šema opažanja nije osmišljena tako da se prikupe i takvi podaci, ocenjene koordinate biće nepouzdanane, a njihovo korišćenje može da ima ozbiljne posledice, posebno kada se radi o deformacionoj analizi.

Stoga se u savremenim razmatranjima koristi više kriterijuma (komponenti) kvaliteta projektovanih i realizovanih geodetskih mreža, prvenstveno preciznost, pouzdanost i ekonomičnost, a kod mreža koje služe kao referentne za deformacionu analizu i osetljivost. Ovde je posebno značajan kriterijum pouzdanosti koji se mora, za razliku od osetljivosti, analizirati kod svih geodetskih mreža, jer se bez njega ne može ostvariti realan uvid u tačnost mreže. S druge strane, kriterijum ekonomičnosti je, zbog, nažalost, niskih cena geodetskih radova kod nas i u svetu, još uvek nedovoljno razrađen [1].

Koncept pouzdanosti koji je predmet razmatranja u ovom članku počiva na primeni Gaus-Markovljevog modela (GMM) i razmatranjima koje je prvi učinio Barda [2, 6, 7].

Opšta stanovišta i definicije

Prema Bardinom predlogu, pouzdanost može biti unutrašnja ili spoljašnja (slika 1). Unutrašnja pouzdanost je svojstvo modela da lako otkrije sistematske i lokalizuje grube greške, bez dodatnih merenja na terenu. Spoljašnja pouzdanost je sposobnost modela da umanjí uticaj neotkrivenih grešaka na ocenu parametara. Unutrašnja i spoljašnja pouzdanost se dalje dele na globalnu (koja se odnosi na celu mrežu) i lokalnu (koja se odnosi na pojedine delove mreže).



Slika 1 – Pouzdanost geodetskih mreža
Figure 1 – Geodetic network reliability

Uopšteno posmatrano, pouzdanost geodetskih operacija zahteva [3]:

- osposobljene, odgovorne i pažljive planere i realizatore geodetskih merenja;

- precizne i samokontrolišuće instrumente koji ne prikazuju rezultate ukoliko su oni nepouzdati (na primer, kada su vremenski uslovi ili napon baterija kritični);

- procedure merenja koje obezbeđuju kontrolu nad grubim i, kada je to moguće, sistematskim greškama (na primer: merenja napred-nazad, zatvoreni poligoni, dva položaja durbina, i slično), i
- odgovarajući dizajn mreže u kojem se opažanja međusobno kontrolišu.

Mere unutrašnje i spoljašnje pouzdanosti počivaju na Gaus-Markovljevom modelu (GMM) i odgovarajućim pretpostavkama koje važe kada se radi o osobinama rasporeda opažanja.

Gaus-Markovljev model je, kao što je poznato, linearni matematički model koji se sastoji od funkcionalnog i stohastičkog dela [4]. On povezuje stohastička opažanja l_i i tražene parametre x_j , tj:

$$\begin{aligned} E(l) &= Ax \text{ ili } l = Ax + \varepsilon \\ E(\varepsilon\varepsilon^t) &= \Sigma = \sigma_0^2 Q, \end{aligned} \quad (1)$$

što, primenjeno na realan uzorak, daje:

$$\begin{aligned} l + v &= A\hat{x} \\ P &= Q^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

gde su:

- $E(.)$ – matematičko očekivanje,
- l – n-dimenzionalni vektor opažanja,
- x – u-dimenzionalni vektor traženih parametara mreže,
- A – n·u matrica koeficijenata jednačina popravaka,
- ε – n-dimenzionalni vektor istinitih grešaka,
- Σ – n·n kovarijaciona matrica,
- σ_0^2 – a priori varijans faktor,
- Q – n·n kofaktor matrica opažanja,
- v – n-dimenzionalni vektor popravaka,
- P – n·n matrica težina opažanja.

Pošto su jednačine opažanja u geodetskim mrežama obično nelinearne, neophodno je izvršiti njihovu linearizaciju. Linearizacija se vrši razvojem u Tejlrov red u blizini približnih vrednosti nepoznatih parametara mreže. Linearni oblik u opštem slučaju glasi:¹

¹ Podrazumeva se da su parametri orijentacije (o) i korekcionni parametri (C) eliminisani.

$$l_i + v_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iu}x_u, \quad i \in [1, n] \quad (3)$$

gde su:

$a_{ij} = \partial l_i / \partial x_j$ – koeficijenti koji se dobijaju diferenciranjem jednačina popravaka po nepoznatim parametrima mreže.

Težine opažanja računaju se prema $p_i = \sigma_0^2 / \sigma_i^2$, gde je σ_i^2 apriorna varijansa opažanja l_i .

Mere unutrašnje pouzdanosti

Globalne mere unutrašnje pouzdanosti

Globalne mere unutrašnje pouzdanosti počivaju na otkrivanju grubih i sistematskih grešaka, nezavisno od mogućnosti njihove lokalizacije. Jedna jednostavna i očigledna mera je broj suvišnih merenja, ukoliko su ona ravnomerno raspoređena u mreži. Potpunija i složenija mera vezana je za globalni test modela, odnosno izraz [1]:

$$\lambda = \frac{\Delta^t P Q_v P \Delta}{\sigma_0^2} \leq \frac{\Delta^t \Delta \Lambda_{\max}}{\sigma_0^2} \quad (4)$$

koji predstavlja gornju granicu parametra necentralnosti λ i proporcionalan je maksimalnoj sopstvenoj vrednosti Λ_{\max} proizvoda $P Q_v P$; Δ označava vektor (mogućih) grešaka merenja, a Q_v kofaktorsku matricu popravaka.

Pošto pouzdanost raste sa povećanjem λ , vrednost Λ_{\max} može se koristiti kao mera globalne unutrašnje pouzdanosti. Ako se neka mreža projektuje u više varijanti, pouzdanija je ona sa većom vrednošću Λ_{\max} , jer je u njoj mogućnost otkrivanja grubih grešaka veća. Treba uočiti da Λ_{\max} ne zavisi od datuma mreže je $P Q_v P$ datumski nezavisno. Međutim, kod mreža koje se sastoje od jednorodnih opažanja iste preciznosti, Λ_{\max} nije dobra mera, jer se njena vrednost neće menjati sa povećanjem broja merenja, iako se tada pouzdanost, očigledno, povećava. Zato se u tim slučajevima gornja jednačina može napisati kao [5]:

$$\lambda = \frac{\Delta^t \Delta}{\sigma_0^2} \text{tr} P Q_v P \quad (5)$$

i kao mera globalne unutrašnje pouzdanosti umesto Λ_{\max} koristiti trag $P Q_v P$, jer on, za dati vektor grešaka Δ , definiše gornju granicu parametra necentralnosti λ .

Lokalne mere unutrašnje pouzdanosti

Lokalna mera unutrašnje pouzdanosti je usko povezana sa verovatnoćom otkrivanja rezultata koji odskakuju: što je veća verovatnoća otkrivanja rezultata sa greškom, veći je i stepen lokalne unutrašnje pouzdanosti modela.

Ako u opažanjima postoji jedna gruba greška Δ_i , priraštaji pojedinih elemenata vektora popravaka računaju se prema [1]:

$$\Delta v = -q_{vi} p_i \Delta_i, \quad (6)$$

gde su:

p_i – apriorna težina opažanja l_i ,

q_{vi} – i -ta kolona kofaktorske matrice Q_v .

Elementi vektora Δv se računaju po formuli:

$$\Delta v_i = -q_{vivi} p_i \Delta_i = -(Q_v P)_{ii} \Delta_i = -f_i \Delta_i, \quad (7)$$

na osnovu koje sledi da što je veće Δv_i za pojedinačnu grešku Δ_i , veća je i verovatnoća lokalizacije opažanja l_i koje ima grešku. Ovde je od posebnog značaja koeficijent f_i , jer se on može koristiti kao lokalna mera unutrašnje pouzdanosti. Naime, koeficijenti f_i mogu se sračunati za sva opažanja još u fazi projektovanja neke geodetske mreže, a zatim njihovim pregledom uočiti slabe delove modela i popraviti ih uvođenjem dodatnih opažanja (popravljanjem geometrije). Tipične vrednosti koeficijenata f_i zavise od vrste geodetske mreže:

- u poligonskim mrežama $f_i = 0,1 - 0,2$,
- u trilateracionim mrežama $f_i = 0,3 - 0,6$,
- u kombinovanim mrežama $f_i = 0,5 - 0,8$,
- u nivelmanskim mrežama $f_i = 0,2 - 0,5$.

S druge strane, prosečna vrednost koeficijenata f_i , tj.

$$\bar{f} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i}{n} \quad (8)$$

predstavlja *globalnu* meru unutrašnje pouzdanosti koja se može primeniti kada su koeficijenti f_i ravnomerno raspoređeni u mreži.

Kao mere unutrašnje pouzdanosti, koeficijenti f_i i \bar{f} ne zavise od geodetskog datuma.

Mere spoljašnje pouzdanosti

Globalne mere spoljašnje pouzdanosti

I pored činjenice da se danas koriste raznovrsni i veoma sofisticirani testovi za detekciju opažanja opterećenih grubim i sistematskim greškama, uvek postoji mogućnost da jedan broj grešaka ostane neotkriven i da ostvari određeni uticaj na ocenu nepoznatih parametara.

Analiziranje i sagledavanje tog uticaja vrši se pomoću mera spoljašnje pouzdanosti.

Gaus-Markovljev model ima dobru spoljašnju pouzdanost ako ne reaguje (ili nesignifikantno reaguje) na neotkrivene grube i sistematske greške. Odstupanje vektora parametara uzrokovano uticajem vektora grešaka Δ , definisano je izrazom:

$$\Delta \hat{x} = N^{-1} A' P \Delta, \quad (9)$$

gde je N^{-1} opšta inverzija matrice $N = A' P A$

U opštem slučaju, $\Delta \hat{x}$ ne daje dovoljno informacija, jer ne odgovara na pitanje da li u modelu postoji jedna ili više grešaka. Osim toga, $\Delta \hat{x}$ zavisi od datuma, kao i \hat{x} . Međutim, odstupanje $\Delta \hat{x}$ je od velike koristi za praćenje uticaja pojedinih odstupanja koja se u izvesnoj meri mogu modelovati, poput, na primer, greške frekvencije i meteoroloških efekata pri merenju elektrooptičkim daljinomerima, uticaja refrakcije na merenja vertikalnih uglova, sistematske greške pri nivelanju i slično.

Invarijantna globalna mera spoljašnje pouzdanosti kojom se definišu efekti vektora Δ na ocenjene parametre može se izvesti iz kvadratne forme (Casparly, 1988):

$$q_{\Delta \hat{x}} = \Delta \hat{x}' Q_x^{-1} \Delta \hat{x}. \quad (10)$$

Zamenom $Q_x^{-1} = N = A' P A$, analogno izrazu (4), dolazi se do nejednačine:

$$\Delta' \Delta \Lambda_{\max} \geq \Delta' P Q_i P \Delta, \quad (11)$$

gde je Λ_{\max} maksimalna sopstvena vrednost od $P Q_i P$.

Vrednost Λ_{\max} ukazuje na maksimalno mogući uticaj neotkrivene greške Δ na ocenu parametara – manja vrednost Λ_{\max} ukazuje na manji maksimalno mogući uticaj – pa se zato koristi kao globalna mera spoljašnje pouzdanosti. Kao i globalna mera unutrašnje pouzdanosti Λ_{\max} od $P Q_v P$, i ova mera je nepodesna za primenu u modelima u kojima su sva opažanja realizovana sa istom tačnošću, jer se tada njena vrednost ne

menja sa povećanjem broja merenja (iako se time povećava pouzdanost). Ali, u takvim situacijama se ne može, po analogiji sa unutrašnjom pouzdanošću, koristiti $trPQ_iP$, jer je Q_iP idempotentno, pa su u slučaju opažanja iste preciznosti sopstvene vrednosti ili nule ili jedinice, tj. vrednost $trPQ_iP$ se neće menjati sa povećanjem broja merenja.

Lokalne mere spoljašnje pouzdanosti

Za formulisanje lokalne mere spoljašnje pouzdanosti polazi se od kvadratne forme (10) u koju se uvodi uprošćeni model vektora greške $\Delta = e_i \Delta_i$ (gde je e vektor koji ima jedinicu na i -tom mestu, a na ostalima nule), što daje izraz:

$$q_{\Delta_i} = \Delta_i^2 p_i^2 a_i^t Q_x a_i \quad (12)$$

gde je sa a_i označena i -ta kolona matrice koeficijenata jednačina popravaka A .

Što je vrednost gornjeg izraza manja, to je bolja lokalna pouzdanost. Međutim, pošto se ne može unapred znati koje opažanje sadrži grubu grešku Δ_i , lokalna mera spoljašnje pouzdanosti formira se u obliku:

$$p_i^2 a_i^t Q_x a_i = p_i (1 - f_i) = \min, \text{ za } \forall i \in (1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

Ova mera može se sračunati za sva opažanja u modelu. Ukoliko se to učini u fazi projektovanja geodetske mreže, mogu se sagledati slaba mesta u mreži i eliminisati uočeni nedostaci, intervencijama u dizajnu mreže.

Treba uočiti da srednja vrednost gornjeg izraza:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i^2 a_i^t Q_x a_i = \frac{1}{n} tr(PAN^{-1}A^tP) = \frac{1}{n} tr(PQ_iP) \quad (14)$$

može poslužiti kao globalna mera spoljašnje pouzdanosti – što je srednja vrednost manja, pouzdanost je veća.

Zaključak

Ocenjivanje pouzdanosti je važan i nezaobilazan deo savremene analize i kontrole kvaliteta realizovanih i planiranih geodetskih mreža.

Koncept pouzdanosti dolazi do posebnog izražaja pri projektovanju merenja u geodetskim mrežama, kada se, računanjem i analizom odgovarajućih mera unutrašnje i spoljašnje pouzdanosti, može definisati opti-

malan plan opažanja koji unapred, pre merenja na terenu, garantuje da će zahtevana tačnost biti i ostvarena.

Važan uslov za upoređenje pouzdanosti različitih varijanti jeste da sve počivaju na istom datumu, jer su pojedine mere pouzdanosti datumski zavisne i ne mogu se koristiti za upoređenje mreža sa različitim datumom. U zaključku se navodi cilj članka i ističu rezultati.

Literatura

[1] Ninkov, T.: *Optimizacija projektovanja geodetskih mreža*, Građevinski fakultet Univerziteta Beogradu, Beograd, 1989.

[2] Baarda, W.: *A testing procedure for use in geodetic networks*, Publication on Geodesy, Netherlands Geodetic Commission, the Netherlands New Series 2, No 5, Delft, 1968.

[3] Caspary, W. F.: *Concepts of network and deformation analysis*, Monograph 11, School of Surveying, The University of New South Wales, Kensington, 1988.

[4] Božić, B.: *Teorija grešaka geodetskih merenja* (verzija 23. 08. 2008), Građevinski fakultet : Odsek za geodeziju, Beograd, 2008.

[5] Božić, B., Pejić, M.: *Ocena kvaliteta mreže EPVGI analizom mera unutrašnje pouzdanosti*, Zbornik radova 11, Vojnogeografski institut, Beograd, 2003, str. 111–119.

[6] Borisov, M.: Topografsko-kartografski sistem prema novim vojnim standardima, Vojnotehnički glasnik br. 3–4, str. 315–325, Beograd, ISSN: 0042–8469.

[7] Radojčić, S.: Postupak i formule za transformaciju koordinata između Gaus-Krigerove i svetske poprečno Merkatorove projekcije za teritoriju Srbije, Vojnotehnički glasnik br. 4/2008, str. 89–95, Beograd, ISSN: 0042–8469.

THE CONCEPT OF GEODETIC NETWORKS RELIABILITY

Summary:

Introduction

The traditional way for geodetic network quality assessment is based on the precision analysis – more precision means better quality. But, it is truth only if the observations are reliable, i.e. if there are no gross and systematic errors and all marginal errors are detected or eliminated. That is why, according to modern approach, the reliability of geodetic network must be assessed.

General Aspects and Definitions

Following a suggestion on Baarda, the reliability of geodetic networks can be considered as internal and external reliability. The internal reliability refers to a desired property of the Gauss-Markov Model

(GMM) of facilitating the detection of systematic errors and the location of gross errors without requiring additional information. The external reliability of the GMM measures the response of the model to undetected systematic and gross errors. The measures or criteria are usually different for local and global considerations.

Measures of internal reliability

The simplest measure of internal reliability is the number of redundant observations. More sophisticated measures are the maximum eigenvalue of the matrix PQ_vP and the trace of the matrix PQ_vP . The redundancy contributions f_i serve as local measures of internal reliability while their average value represents a global measure of internal reliability.

Measures of external reliability

The maximum eigenvalue of the matrix PQ_iP and the trace of the matrix PQ_iP are the global measures of external reliability. There are a few local measures of external reliability as well.

Conclusion

The main conclusion is that only when the measures of accuracy and those of reliability are taken together, they form a sufficient basis for the assessment and comparison of the quality of geodetic networks.

Key words: Geodetic networks, Quality control, Reliability.

Datum prijema članka: 4. 02. 2009.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 7. 10. 2009.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 10. 10. 2009.