

NAUČNI ČLANCI

SIMULACIJA RAFALA VIŠECEVNOG BACAČA RAKETA*

Holclajtner S. Marko, Jeremić M. Olivera, Milinović P. Momčilo,
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

UDC: 623.428.83:681.5.017

Sažetak:

U radu je predstavljena procedura za efikasno simuliranje rafala višecevnog bacača raketa i uticaja rakete na ostale delove sistema. Analizirano je ponašanje rakete u odnosu na referentnu idealnu trajektoriju, koju generiše idealna raketa. Kvalitet rafalne vatre je rasturanje padnih tačaka na cilju, što je mera preciznosti i tačnosti. U radu je razmatran samo uticaj preciznosti, tj. rasturanja raketa, pri čemu se smatra da je greška tačnosti zanemarljiva. Na taj način identifikuju se sopstveni (municij-ski) uticaji na fenomen rasturanja trajektorija. Rasturanje na cilju upoređeno je sa rasturanjem na kraju aktivne faze u takozvanim estimatorskim koordinatama (detektorskoj ravni) i biće utvrđena njihova korelacija.

Ključne reči: rasturanje na cilju, dinamika leta, numerička simulacija, slučajna odstupanja, ekscentar potiska, dinamički ekscentar, aktivna faza, idealna raketa, realna raketa.

Uvod

Efikasnost višecevnih lansera raketa u velikoj meri zavisi od pojave tačnosti i preciznosti na cilju. Tačnost se vezuje za odstupanje statističkog srednjeg pogotka skupa ispaljenih raketa od nišanske tačke. Preciznost predstavlja raspodelu gustine odstupanja oko srednjeg

* NAPOMENA: Rad je rezultat projekta Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije, br. 14062 / 2008.

pogotka. Kada se usvoji da je tačnost potpuna, tj. srednji pogodak se poklapa sa nišanskom tačkom, celokupno odstupanje može se tretirati kao preciznost. Ako se zanemare svi spoljašnji uticaji i posmatraju samo parametri koji sobom donosi raketa kao municija, onda se preciznost može ispitati simulacijom njenih graničnih tolerancija po svakom od relevantnih parametara. Simulacija obezbeđuje da se svaki parametar rakete, izolovano od ostalih, po kriterijumu realnog efekta, utvrdi odstupanja trajektorije. Dakle, simulacijom se utvrđuje uticaj zajedničkog slučajnog odstupanja skupa odabranih raketnih parametara na preciznost rafalne vatre.

Parametri i njihova odstupanja, koja utiču na tačnost i preciznost, mnogobrojni su i mogu se podeliti, kao što je rečeno, na one koje izaziva lanser, one koje izaziva atmosferska okolina i one koje izaziva sama raketna municija. U ovom radu će biti analizirana samo raketa sa svojim konstruktivno-projektnim parametrima.

Kao posledica tehnološke nesavršenosti izrade nevođenih raketa za višecevne lansere od izuzetnog značaja je eksecentricitet vektora potiska rakete, kome se u literaturi [1], [2], [4] daje presudna uloga kao faktoru bočnog skretanja nevođenih raketa. Usvajanjem pretpostavke da su lansirni i atmosferski parametri nepromenljivi, i nominalni za svako lansiranje, preciznost na cilju zavisice samo od odstupanja ekscentra potiska, dinamičkog ekscentriciteta (maseni), specifičnog impulsa, mase prazne rakete, i na taj način će se izolovano analizirati njihov uticaj na preciznost. Odstupanja navedenih parametara su tehnološkog karaktera i sa njima se mora računati u fazi projektovanja rakete, tolerisanjem njihovih graničnih vrednosti u svim uslovima upotrebe. Naravno, u celom radu biće tretirana samo kruta raketa, bez elastičnih deformacija.

Pojam idealne i realne rakete i idealnog lansiranja

Za potrebe ovog rada definisaće se pojmovi idealnog lansiranja, idealnog SUV-a (idealnog gađanja) i idealne rakete (idealne tehnologije), koji će biti početni osnov za dodavanje odstupanja tehnoloških parametara idealnoj raketi i analizu njihovog uticaja.

Pod idealnim lansiranjem podrazumeva se:

- da se lansiranje izvodi pod fiksnim tabličnim uglom elevacije 55 stepeni (u ravni gađanja) i azimutom gađanja koji odgovara potpunom poklapanju sa azimutom cilja (u pravcu X ose duž koje je merena daljina i u kojoj se nalazi ravan gađanja);
- da je lansiranje kruto, tj. da nema elastičnih deformacija lansera koji bi preneli elastična pomeranja na raketu u formi trzanja ili poremetili položaj linije gađanja;

- da se lansiranje izvodi u nepromenljivom, nominalnom polju atmosfere, tj. bez meteo biltena, ali sa kontinualnim uticajem atmosferskih slojeva i balističkim vetrom jednakim nuli;

- da se nišanska tačka poklapa sa padnom tačkom trajektorije kosog hica u realnim uslovima (što znači da je sistematska greška jednaka nuli).

Idealna raketa podrazumeva da njeni nominalni konstruktivni parametri ne izazivaju nikakva odstupanja i nemaju tolerantna polja dimenzija niti performanse, već predstavljaju fiksne skalarnе i vektorske vrednosti.

Realna raketa podrazumeva da njeni nominalni konstruktivni parametri svake pojedinačne realne rakete (n-te u rafalu) odstupaju za određenu slučajnu veličinu, koja je u okviru propisanih tolerancija, prema tabeli 1. Tolerancije su kod realne rakete izražene raspodelom tehnoloških grešaka, po statističkom zakonu.

Tabela 1

Granice zabrane upotrebe cevi oruđa

	Parametar	Matematičko očekivanje (nominalna vrednost parametra – idealna raketa)	Matematičko očekivanje	Disperzija 3σ
1.	masa prazne rakete	normalna (Gausova)	40.675	$\pm 0,250$
2.	masa goriva	normalna (Gausova)	28.120	$\pm 0,250$
3.	specifični impuls	normalna (Gausova)	2230	$\pm 22,3$
4.	ugao dinamičkog ekscentra ν	ravnomerna	π	π
5.	ugao dinamičkog ekscentra ε	normalna (Gausova)	0	$\pm 0,00053$
6.	ugao dinamičkog ekscentra λ	normalna (Gausova)	0	$\pm 0,00053$
7.	ugao ekscentra potiska φ_e	ravnomerna	π	π
8.	ugao ekscentra potiska θ_e	normalna (Gausova)	0	$\pm 0,002$

Simulacija je sprovedena uporedno između realne rakete sa 8 slučajnih tehnoloških nepreciznosti pridodeljenih po Gausovom (normalnom) zakonu raspodele u okviru tolerantnih polja i ravnomernom zakonu za parametre čija se ekscentričnost odražava na ugao odstupanja ose rakete.

Za obe hipotetičke rakete važiće uslovi idealnog lansiranja.

Aerodinamički koeficijenti nisu varirani u ovom radu, a obe rakete su tretirane kao kruto telo. Aerodinamički model je usvojen za hipotetičku raketu 122 mm, laganorotirajuću i krilnostabilisanu.

Matematički model leta rakete

Idealna raketa i njeni parametri predstavljeni su sledećim veličinama:

$$\text{Masa rakete } m_i(t) = m_{ai} + m_{gi}(t) \quad (1)$$

gde su:

$m_{gi}(t)$ – masa goriva idealne rakete,

m_{ai} – masa rakete bez goriva,

Položaj centra mase idealne i realne rakete u toku aktivne faze:

$$L_{CM}(t) = L_{CM}(t_0) - \frac{L_{CM}(t_0) - L_{CM}(t_a)}{t_a} \cdot t \quad (2)$$

gde su $L_{CM}(t_0)$ – početni položaj centra mase rakete, $L_{CM}(t_a)$ – položaj centra mase rakete na kraju aktivne faze, t_a – trajanje vremena leta u toku aktivne faze, t – vreme,

Tenzor momenta inercije idealne rakete

$$J_i(t) = \begin{bmatrix} J_{xx,i}(t) & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy,i}(t) & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz,i}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Vektor sile potiska idealne rakete

$$\vec{F}_{P,i}(t) = \begin{bmatrix} F_{P,ix}(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

gde je $F_{P,ix}(t)$ – sila potiska u pravcu x ose.

Aerodinamički model idealne rakete i realne rakete izražen je kroz parametre:

Napadani uglovi:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{V_z}{V_x}\right) \quad (5)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (6)$$

Ako se usvoji pretpostavka o malim napadnim uglovima, ukupni napadni ugao biće:

$$\delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (7)$$

Vektor aerodinamičke sile u vezanom koordinatnom sistemu (slika 1. Cmxyz) biće:

$$[F_a] = Q \cdot S_{ref} \cdot \begin{bmatrix} C_{x,0}(M,t) + C_{x,\alpha^2}(M) \cdot \alpha^2 + 2 \cdot C_{x,\delta^2}(M) \cdot \beta^2 \\ C_{y,\alpha}(M) \cdot \beta + C_{y,\alpha^3}(M) \cdot \beta^3 \\ C_{y,\alpha}(M) \cdot \alpha + C_{y,\alpha^3}(M) \cdot \alpha^3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

gde su:

$$Q = \frac{\rho(h) \cdot V^2}{2} \text{ dinamički pritisak i referentna čeona površina } S_{ref} = \frac{1}{4} \cdot D^2 \cdot \pi$$

Koeficijenti aerodinamičkih momenata u vezanom koordinatnom sistemu mogu se izraziti prema literaturi [10], u obliku:

$$C_{l1}(M) = 2 \cdot C_{l,\delta}(M) \cdot \delta + 2 \cdot C_{l,\delta^3}(M) \cdot \delta^3 + C_{l,p}(M) \cdot \bar{p} \quad (9)$$

$$C_{m1}(M,t) = (C_{m,\alpha}(M) - C_{y,\alpha}(M) \cdot \Delta\bar{x}(t)) \cdot \alpha + \quad (10)$$

$$(C_{m,\alpha^3}(M) - C_{y,\alpha^3}(M) \cdot \Delta\bar{x}(t)) \cdot \alpha^3 + C_{m,q}(M) \cdot \bar{q}$$

bezdimezionalna dužina usvojena za iteraciju određivanja rezerve stabilnosti iznosi: $\Delta\bar{x}(t) = \frac{l_{ac} - L_{CM}(t)}{D}$. Na osnovu slobodno usvojene

pretpostavke za položaj napadne tačke aerodinamičkih sila $l_{ac} = L/2$, softverski se iterativnim putem dobija stvarna vrednost statičke rezerve stabilnosti, u obliku koeficijenta momenta.

Vektor bezdimezionalne ugaone brzine je:

$$\begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{q} \\ \bar{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p \cdot D}{2 \cdot V} \\ \frac{q \cdot D}{2 \cdot V} \\ \frac{r \cdot D}{2 \cdot V} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Vektor ukupnog aerodinamičkog momenta u vezanom koordinatnom sistemu iznosi:

$$[M_a] = Q \cdot S_{ref} \cdot D \cdot \begin{bmatrix} C_{l1}(M) \\ C_{m1}(M, t) \\ C_{n1}(M, t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Realna raketa i njeni parametri biće posmatrani kroz iste izraze kao i idealna sa dodatkom statičkih poremećaja svakog od parametara (tabela 1), u sledećim oblicima:

Masa n-te realne rakete u rafalu:

$$m_a(n) = m_{ai} + \Delta m_a(n) \quad (13)$$

Masa goriva n-te realne rakete u rafalu:

$$m_g(n) = m_{gi} + \Delta m_g(n) \quad (14)$$

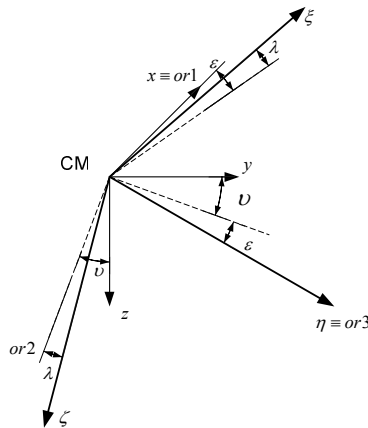
Ukupna početna masa n-te realne rakete u rafalu:

$$m_0(n) = m_a(n) + m_g(n) \quad (15)$$

a masa raketa u toku leta od vremena izražena je linearnim funkcijama vremena, u toku aktivne faze i rada raketnog motora t_a :

$$m(t, n) = \begin{cases} m_0(n) - \frac{m_0(n) - m_a(n)}{t_a} \cdot t \dots t < t_a \\ m_a(n) \dots t > t_a \end{cases} \quad (16)$$

Poremećaji mase iz gornjih jednačina prikazani su kroz uticaje na vrednosti momenata inercije i položaja glavnih osa inercije (slika 1):



Slika 1 – Dinamički ekscentar, uglovi dinamičkog ekscentra $\mu^2 = \varepsilon^2 + \lambda^2$

Matrica transformacije tenzora momenta inercije, iz zaokrenutog koordinatnog sistema $CM \xi\eta\zeta$ (gde su ose $\xi\eta\zeta$ glavne centralne ose inercije), usled dinamičkog ekscentriciteta rakete projektuje se u vezani (sopstveni) koordinatni sistem $CMxyz$ na sledeći način (literatura [11]):

$$D(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 1 \\ \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = D(n) \cdot \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (18)$$

Konačni tenzor momenta inercije realne rakete sa dinamičkim ekscentrom (u opštem slučaju centrifugalni momenti inercije različiti su od nule), za svaku n-tu raketu izračunavaju se sa navedenim poremećajima mase u obliku:

$$\{J_{xyz}(n)\} = \begin{bmatrix} J_{11}^*(n) & J_{12}^*(n) & J_{13}^*(n) \\ J_{21}^*(n) & J_{22}^*(n) & J_{23}^*(n) \\ J_{31}^*(n) & J_{32}^*(n) & J_{33}^*(n) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Promena tenzora momenta inercije realne rakete biće linearna funkcija u toku aktivne faze, a nakon toga konstantna u pasivnoj fazi leta, pa se može izraziti u obliku:

$$\{J_{xyz}(t, n)\} = \begin{cases} \{J_{xyz,0}(n)\} - \frac{\{J_{xyz,0}(n)\} - \{J_{xyz,a}(n)\}}{t_a} \cdot t \dots t < t_a \\ \{J_{xyz,a}(n)\} \dots t > t_a \end{cases} \quad (20)$$

Komponente sile potiska realne rakete, projektovane na vezani koordinatni sistem sa uticajem slučajnih uglova ekscentriciteta sile potiska, biće:

$$[F_P] = \begin{bmatrix} F_P \cdot \cos(\theta_e) \\ -F_P \cdot \sin(\theta_e) \cdot \cos(\varphi_e) \\ -F_P \cdot \sin(\theta_e) \cdot \sin(\varphi_e) \end{bmatrix} \quad (21)$$

Vektor poremećajnog momenta usled ovakvog ekscentriciteta u odnosu na težište biće:

$$[M_P] = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{Pz} \cdot (-x_{ml}) \\ F_{Py} \cdot (-x_{ml}) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Slučajno odstupanje intenziteta totalnog impulsa sile potiska biće izraženo kao rezultat dva slučajna odstupanja, mase goriva i vrednosti specifičnog impulsa, i izraženog u obliku:

$$I_{tot}(n) = (m_{g0,i} + \Delta m_g(n)) \cdot (I_{sp,i} + \Delta I_{sp}(n)) \quad (23)$$

Odstupanje vremena rada raketnog motora t_a , nije razmatrano u ovom radu.

Zbog ovakvih odstupanja intenzitet sile potiska menjaće se po kombinovanom zakonu slučajnih veličina, sa fiksnim vremenom rada raketnog motora t_a , u obliku poremećaja:

$$\Delta F_P(n) = \frac{\Delta I_{tot}(n)}{t_a} = \frac{m_{g0,i} \cdot \Delta I_{sp}(n) + \Delta m_g(n) \cdot I_{sp,i} + \Delta m_g(n) \cdot \Delta I_{sp}(n)}{t_a} \quad (24)$$

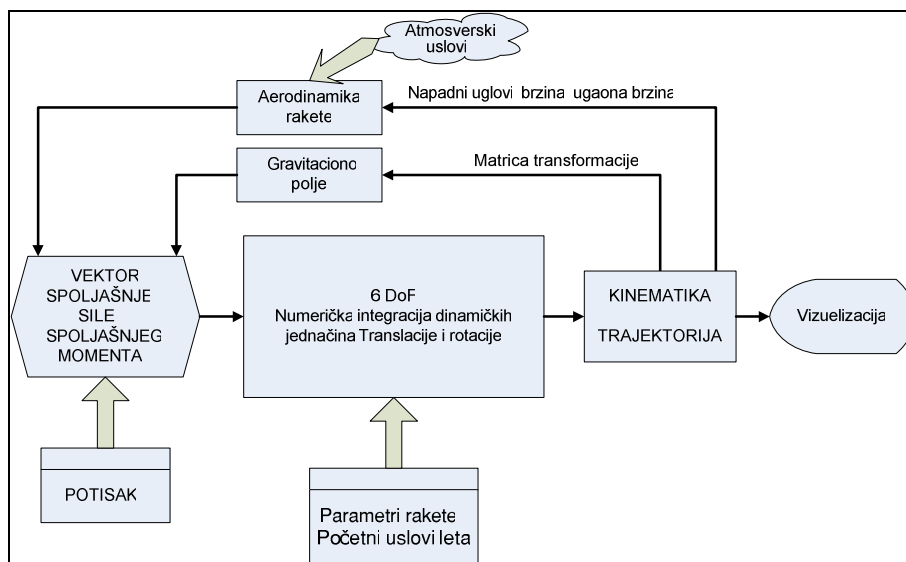
Ukupni intenzitet sile potiska u toku vremena za n-tu raketu sa slučajnim poremećajima biće:

$$F_P(t, n) = F_{P,i}(t) + \Delta F_P(n) \quad (25)$$

gde su $F_{P,i}(t)$ nominalni oblik očekivane promene potiska u vremenu u skladu sa projektovanim oblikom punjenja ili iz eksperimentalnih rezultata, merenih statičkim opitima raketnog motora, a $\Delta F_P(n)$ dato izrazom (22). Za realnu, kao i za idealnu raketu, vreme rada raketnog motora je nominalno.

Numerička simulacija mehanike leta idealne rakete sa šest stepeni slobode kretanja

Za let rakete sa šest stepeni slobode kretanja, kod kojeg su usvojeni nestacionarni i nelinearni parametri izrađen je numerički model. Nestacionarnost se ogleda u konstantnoj promeni ulaznih veličina vektora spoljašnjih sila, kako usled promene vremena, tako i usled promene kinematičkih parametara leta rakete. Numerička integracija rađena je sa kvaternionskom reprezentacijom rotacije (literatura [9]), umesto Ojlerovih uglova, jer je na taj način izbegnuta numerička nestabilnost.



Slika 2 – Šematski prikaz algoritma numeričke simulacije.

Opšte jednačine kretanja u vektorskom obliku za vezani (neinercijalni, slika 1) koordinatni sistem mogu se izraziti u obliku:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m(t) \cdot (\dot{\vec{V}}_b + \vec{\omega} \times \vec{V}_b) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[\omega] = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$[M_b] = \{I(t)\} \cdot [\omega] + [\omega] \times (\{I(t)\} \cdot [\omega]); \quad (29)$$

projekcija brzine na normalnu ravan u vezanom ks:

$$V_n = \sqrt{v^2 + w^2} \quad (30)$$

Vektori spoljašnjih sila i spoljašnjih momenata iznose:

$$[F_b] = [F_p] + [F_a] + [F_G] \quad (31)$$

$$[M_b] = [M_p] + [M_a] \quad (32)$$

Sila gravitacije u vektorskom obliku biće:

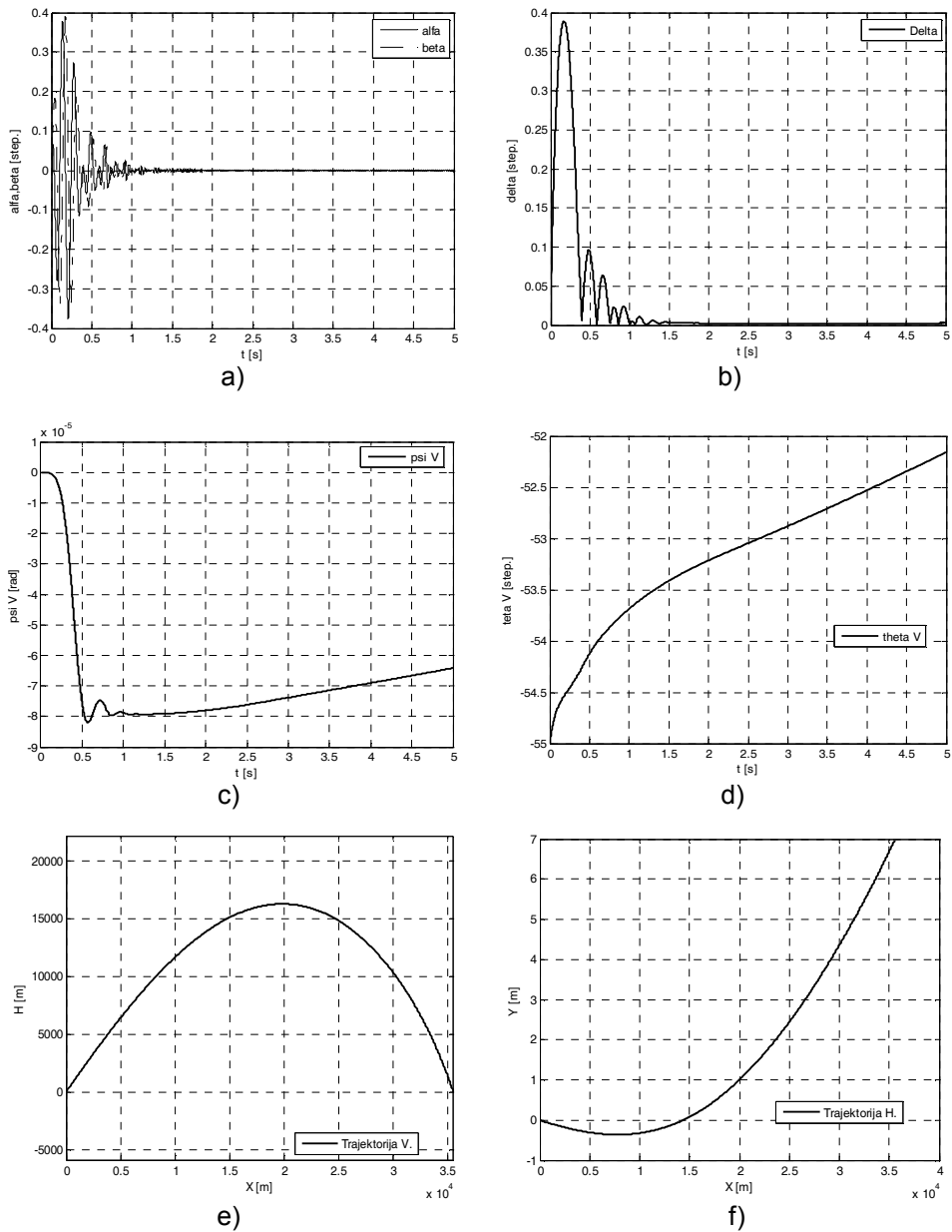
$$[F_G] = m(t) \cdot \{M_{iv}\} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (33)$$

gde je $\{M_{iv}\}$ matrica transformacije iz vezanog u normalni.

Ovim jednačinama izvršena je kompletna postavka matematičkog modela za numeričku simulaciju leta idealne i realne rakete simulacije leta.

Rezultati simulacije leta

Simulacija leta idealne rakete prikazana je na slici 3 kroz sledeće rezultate: a) promena napadnih uglova alfa i beta u toku nekoliko početnih sekundi leta, b) rezultujući napadni ugao vektora brzine u početnih nekoliko sekundi leta, c) i d) rezultujuće skretanje trajektorije po pravcu i visini, e) i f) rezultujući izgled ukupne trajektorije idealne rakete, u vertikalnoj i horizontalnoj ravni na maksimalnom dometu. Parametri trajektorije prikazani su u tabeli 2.



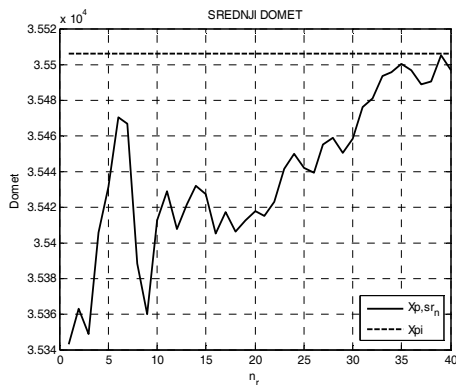
Slika 3 – Kinematski parametri trajektorije idealne rakete, idealno lansirane u nominalnoj atmosferi

- a) napadni uglovi α i β , b) ukupni apsolutni napadni ugao, c) ugao skretanja vektora brzine, d) ugao propinjanja vektora brzine, e) trajektorija u vertikalnoj ravni, f) trajektorije u horizontalnoj ravni

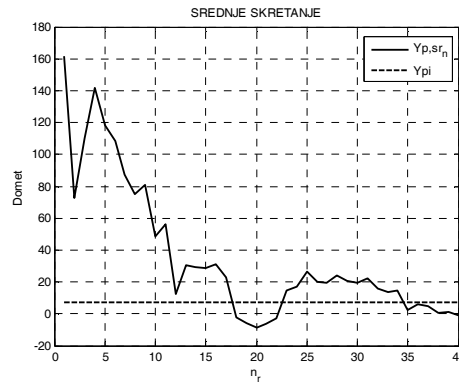
Tabela parametara leta idealne trajektorije

Parametar trajektorije idealne rakete	Vrednost parametra
padna tačka po dometu [m]	$X_p = 3,5506 \cdot 10^4$
padna tačka po pravcu [m]	$Y_p = 6,9551$
vreme leta rakete [s]	$t_p = 117,5990$
maksimalna visina [m]	$H_m = 1,6257 \cdot 10^4$
padni ugao propinjanja [step]	$\theta_p = 70,6859$
padni ugao skretanja [step]	$\psi_p = 5,27 \cdot 10^{-4}$
padna brzina [m/s]	$V_p = 370,7181$
maksimalna brzina [m/s]	$V_m = 1037,8$
ugao propinjanja na kraju aktivne faze [step]	$\theta_a = 53,0189$
promena ugla na kraju aktivne faze [step]	$\Delta\theta_a = -1,9811$
skretanje na kraju aktivne faze [step]	$\psi_a = -7,5754 \cdot 10^{-5}$
vreme leta do kraja aktivne faze [s]	$t_a = 2,5900$
usvojeno	

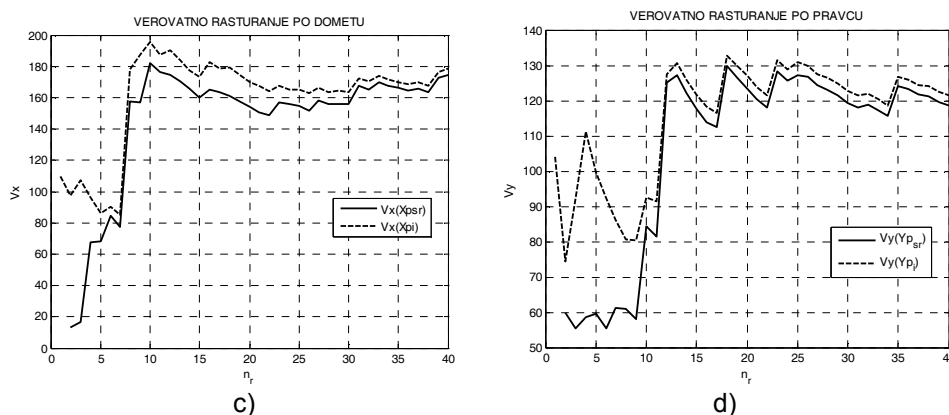
Realna raketa sa slučajnim odstupanjima parametara navedenim u tabeli 1, i po modelu prikazanom u poglavlju 3, prikazana je u obliku odstupanja i funkcija korelacije statističkom obradom slučajno simuliranih pogodaka (padnih tačaka), oko padne tačke idealne rakete čije odstupanje po pravcu nije jednako nuli (dijagram slika 3 f). Rezultati su prikazani na slici 4 (4a i 4b – stvarna odstupanja po dometu i pravcu u funkciji broja ispaljenih raketa u rafalu). To opravdava hipotezu o padnoj tački idealne rakete kao meri položaja odstupanja, a ne stvarnoj nišanskoj tački koja se uzima kao mera za proračun tačnosti gađanja. Sa ovih dijagrama se vidi da se položaj srednjeg pogotka u toku rafala približava padnoj tački idealne rakete, sa povećanjem broja ispaljenih raketa 4c i 4d, preračunato preko verovatnog skretanje po pravcu i dometu.



a)



b)



Slika 4 – Parametri statističke analize rafala 40 raketa u zavisnosti od broja ispaljenih raketa

Statistička analiza je rađena prema srednjem kvadratnom odstupanju po dometu i pravcu, za pretpostavku da je padna tačka idealne rakete srednji pogodak, prema lit. [2], pomoću formula:

$$\sigma_X^2(n) = \frac{1}{n} \sum_1^n (X_P(n) - X_{P,i})^2 \quad (34)$$

$$\sigma_Y^2(n) = \frac{1}{n} \sum_1^n (Y_P(n) - Y_{P,i})^2 \quad (35)$$

dok je verovatno odstupanje dobijeno preko usvojene relacije u odnosu na srednje kvadratno odstupanje (lit. [1], [2]), u obliku:

$$V_X'(n) = 0.6745 \cdot \sigma_X(n) \quad (36)$$

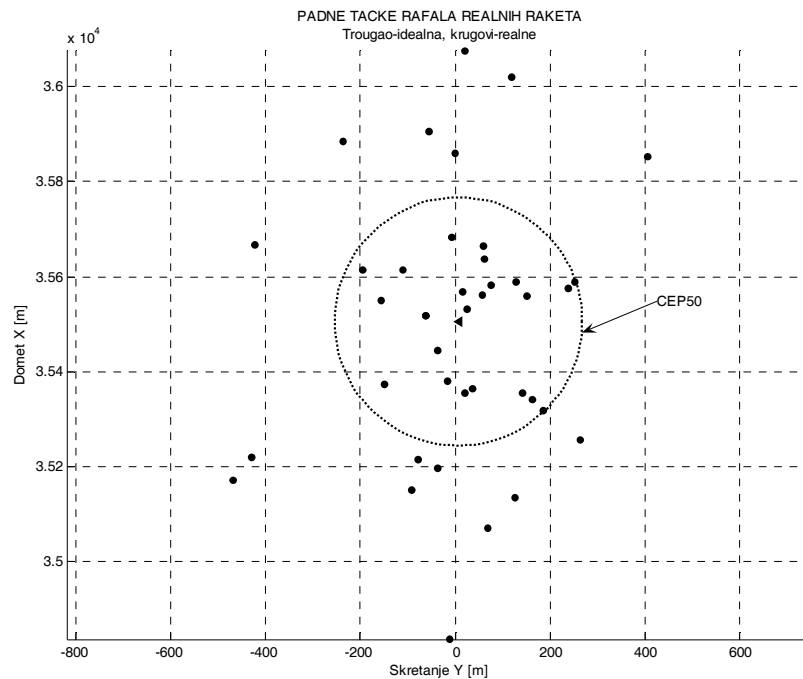
$$V_Y'(n) = 0.6745 \cdot \sigma_Y(n) \quad (37)$$

Srednje kvadratno odstupanje po dometu i pravcu, kao i verovatno rasturanje za trenutni srednji pogodak, izračunava se pomoću izraza (lit. [1], [2]):

$$s_X^2(n) = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (X_P(n) - X_{P,SR}(n))^2 \quad (38)$$

$$s_Y^2(n) = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (Y_P(n) - Y_{P,SR}(n))^2 \quad (39)$$

$$V_X(n) = 0.6745 \cdot s_X(n), \quad V_Y(n) = 0.6745 \cdot s_Y(n) \quad (40)$$



Slika 5 – Slika rasturanja padnih tačaka raketa oko idealne (trogao) padne tačke

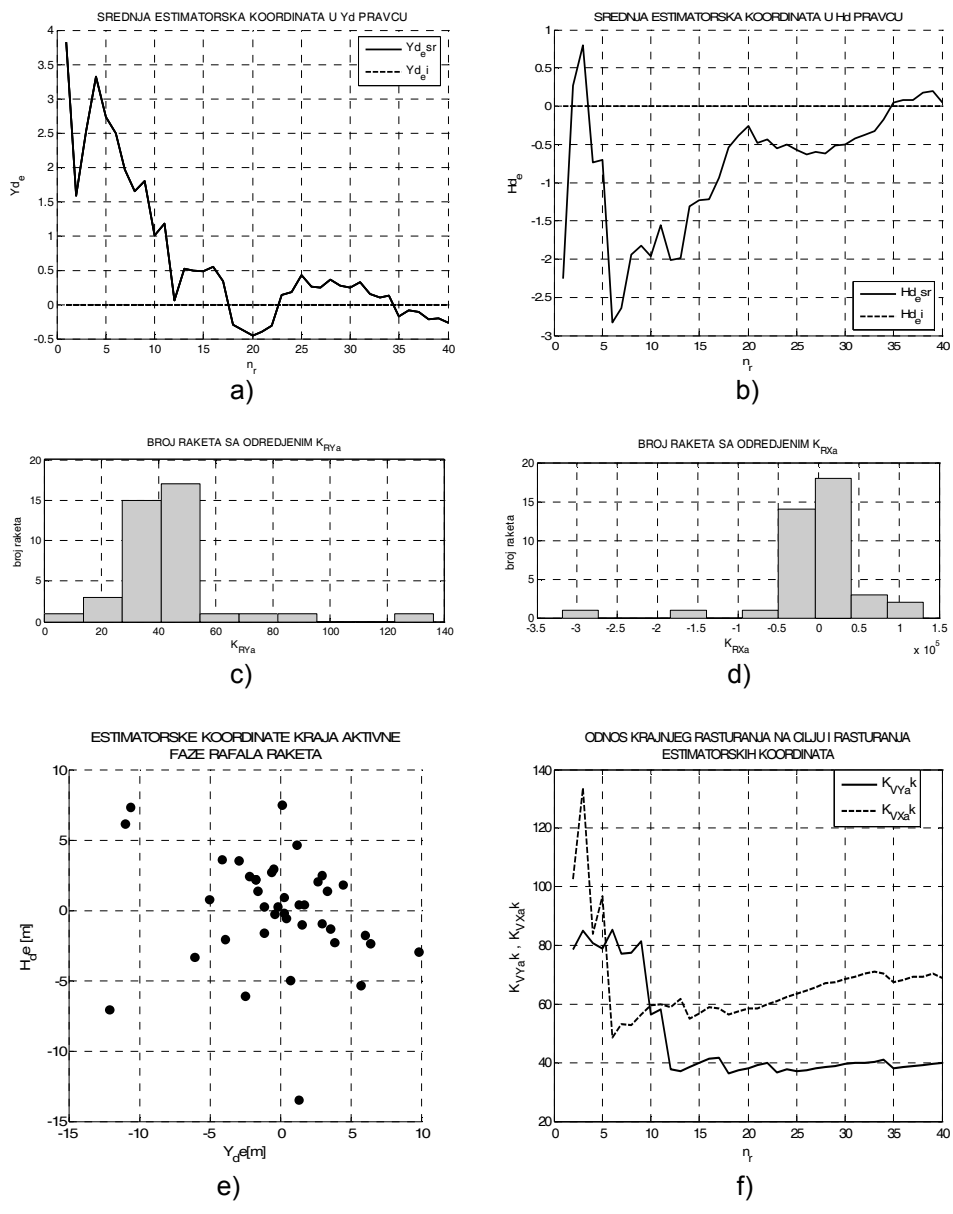
Za prelazak sa elipse rasturanja na CEP50 (literatura [4]) proizvoljnog oblika određuje se korekcionni faktor u zavisnosti oblika rasturanja, izrazom:

$$K\left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = 0.68\right) = 1.175 \quad (41)$$

Na osnovu korekcionnog faktora kružno verovatno odstupanje za rafal od $n = 40$ raketa sa slučajnim poremećajima iznosi:

$$CEP50 = K \cdot \left(\frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2}\right) = 1.175 \cdot \left(\frac{264.4 + 179.85}{2}\right) = 261m \quad (42)$$

Slika padnih tačaka na cilju i kružna verovatna greška CEP50 prikazani su na slici 5. sa centrom kruga u padnoj tački idealne rakete na koordinati $Y_p = 6,9551$ m. Prikaz korelacije između takozvanih estimatorskih koordinata i koordinata padnih tačaka, na trajektorijama realnih raketa sa slučajnim poremećajima prikazani su na slici 6.



Slika 6 – Estimatorske koordinate kraja aktivne faze raketa u rafalu, u ravni detektora i korelacija njihovog rasturanja na cilju

Ako se u proizvoljnoj tački trajektorije idealne rakete (na kraju aktivne faze leta) postavi ravan normalna na početni ugao elevacije, i u njoj izmere simulacijom odstupanja od tačke prolaza trajektorije idealne raket-

te, dobiće se takozvane estimatorske koordinate koje se mogu korelisati sa koordinatama padnih tačaka. Na slici 6 (a, b) prikazano je odstupanje srednjeg pogotka po pravcu i visini, na slici 6 (c, d) grupisanje raketa oko srednjeg pogotka i korelacioni faktor grupisanja po pravcu i visini, a na slici 6 (e i f) – stvarna slika odstupanja estimatorskih koordinata i njihova korelacija sa brojem ispaljenih raketa u rafalu.

Srednje vrednosti estimatorskih koordinata (slika 6 e) definisane su na sledeći način:

$$Y_{De,SR}(n) = \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n Y_{De,i} \right) \quad (43)$$

$$H_{De,SR}(n) = \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n H_{De,i} \right) \quad (44)$$

Korelacioni faktor (slika 6 c, d) estimatorskih koordinata i koordinata padnih tačaka definisane su na sledeći način:

$$K_{RX,a}(n) = \frac{X_p(n)}{H_{De}(n)} \quad (45)$$

$$K_{RY,a}(n) = \frac{Y_p(n)}{Y_{De}(n)} \quad (46)$$

Vidi se da korelacija zavisi od veličine uzorka, tako da se mora posebno definisati i srednji korelacioni koeficijent, u obliku:

$$K_{RX,a,SR}(n) = \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n K_{RX,a,i}(n) \right) \quad (47)$$

$$K_{RY,a,SR}(n) = \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n K_{RY,a,i}(n) \right) \quad (48)$$

Korelacioni faktori rasturanja na cilju i rasturanja na kraju aktivne faze definisani su:

$$K_{RVx,a}(n) = \frac{V_x(n)}{V_{He}(n)} \quad (49)$$

$$K_{RVy,a}(n) = \frac{V_y(n)}{V_{Ye}(n)} \quad (50)$$

gde su:

$V_{He}(n)$ – verovatno rasturanje po visini estimatorske koordinate,

$V_{Ye}(n)$ – verovatno rasturanje po pravcu estimatorske koordinate (lit. [12]).

Pošto korelacije zavise od broja obrađenih koordinata kraja aktivne faze i krajnjeg rasturanja na cilju, to se odnos krajnjeg rasturanja prema tekućem estimatorskom rasturanju koordinata može izraziti u obliku:

$$K_{RVx,a,K}(n) = \frac{V_X(n_{\max})}{V_{Xe}(n)} \quad (51)$$

$$K_{RVy,a,K}(n) = \frac{V_Y(n_{\max})}{V_{Ye}(n)} \quad (52)$$

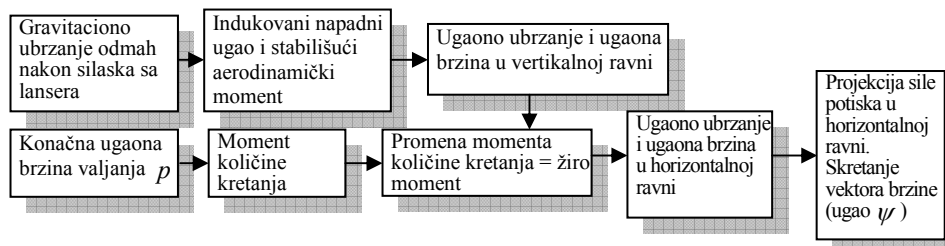
Verovatna rasturanja estimatorskih koordinata, koja mogu poslužiti za detekciju u toku gađanja dobijaju se analogno izrazima (37) do (40).

Sa dijagrama (slika 6.f), može se primetiti da se za korelaciju po pravcu usvaja određena približna vrednosti koja malo odstupa već nakon 12–13 rakete ispaljenih u rafalu i iznosi $K_{RVy,a} \cong 40$. To je potvrđeno sa dijagrama (slika 6.c), gde se vidi da se grupiše većina raketa čiji je koeficijent korelacije oko 40. To znači da se rasturanje po pravcu na cilju može kvalitetno odrediti na osnovu estimacije odstupanja kraja aktivne faze po pravcu, i da je njihov odnos 40:1. To je posledica linearnosti rasturanja po pravcu usled ekscentriciteta potiska i dinamičkog ekscentriciteta rakete, kao dominantnih poremećaja leta.

Rasturanje po dometu ne može se kvalitetno odrediti iz analize rasturanja estimatorskih koordinata po visini. Pre svega, primećuje se nepostojanje trenda K_{VXa^k} (dijagram na slici 6.f) kao i jako velika skala odnosa rasturanja estimatorskih koordinata po visini i stvarnih rasturanja po dometu (red veličine odnosa je 10^5). Odstupanje masa rakete, goriva i specifičnog impulsa su dominantni za rasturanje brzine na kraju aktivne faze, a samim tim i dometa. Uvođenjem određenog tehničkog sistema za merenje brzine na kraju aktivne faze korelacija bi bila moguća.

Od posebnog značaja je što se srednji pogodak identifikuje sa padnom tačkom idealne rakete, koja na maksimalnom dometu odstupa za približno 7 m, u odnosu na nišansku tačku. To odstupanje nije posledica Koriolisovog ubrzanja, niti Magnusovog momenta, jer se u ovoj numeričkoj simulaciji oni nisu ni uzimali u obzir. Uzrok odstupanja su male, ali konačne vrednosti žiro momenata, nastalih usled lagane i konačne ugaone brzine rotacije rakete oko sopstvene ose.

Na slici 7 prikazana je uzročno-posledična veza pojave skretanja idealne krute rakete.



Slika 7 – Uzročno-posledična veza skretanja idealne krute rakete

Zaključak

U ovom radu demonstrirana je procedura numeričke simulacije leta laganorotirajućeg krilno-stabilisanog nevođenog artiljerijskog raketnog projektila, veće vitkosti, sa šest stepeni slobode kretanja, u rafalnom lansiranju iz višecevno bacača rakete, na primeru kalibra 122–128 mm.

Opravdano je uvođenje pojma idealne rakete, kao krutog mehaničkog i aerodinamičkog tela za koje se pokazalo da ima trajektoriju projektovanu ne samo u vertikalnoj, već i u horizontalnoj ravni gađanja. Pokazano je da idealna raketa na cilju odstupa od ravni gađanja za približno 7 m, i da se oko njene padne tačke grupiše srednji pogodak rafala realnih raketa sa stvarnim simuliranim poremećajima koji su uvedeni kao statističke veličine slučajnog tipa, a tehnološkog porekla. Fenomen rasturanja oko idealne nišanske tačke svodi se, dakle, na fenomen rasturanja oko padne tačke idealne rakete, koja se ne poklapa sa idealno zamišljenom trajektorijom, čija je sistematska greška usvojena kao nula po tačnosti gađanja. Odstupanje idealne rakete lansirane pod idealnim uslovima bez uticaja okoline i početnih grešaka, i bez ikakvih odstupanja koje bi mogla da napravi tehnologija u njenom obliku, masi ili energiji, nije posledica nesavršene aerodinamike, niti mehanike izražene kroz zanemarivanje leta u okolini zemlje u obliku Koriolisovog ubrzanja. Uzrok odstupanja su male, ali konačne vrednosti žiro momenta usled lagane ali konačne ugaone brzine rotacije rakete oko sopstvene ose.

Simulacija rafala pokazala se kao relevantna za ocenu slučajnih vrednosti tehnoloških poremećaja iz zadatog propisanog tolerantnog polja izrade. Ovakvim pristupom može se unapred predvideti uticaj statističkog odstupanja pojedinih parametara na rasturanje padnih tačaka. Takođe, moguće je izolovanom simulacijom pojedinačnog odstupanja samo jednog od parametara utvrditi njegov uticaj na rasturanje, kako po intenzitetu, tako i na to da li je dominantan na stvaranje odstupanja po dometu

ili pravcu. Pristupom se omogućava izrada vrlo precizne tehno-ekonomске analize, u kojoj bi se moglo oceniti koliko bi koštalo poboljšanje preciznosti usvajanjem novih tehnologija, koje sužavaju tolerancije polja konstruktivno-projektnih parametara koji su procenjeni kao najuticajniji slučajni poremećaji kod nevođenih raketa. Takođe, mogu se utvrditi i granice isplativosti vođenja na određenim dometima.

Praćenje raketa na određenom položaju na trajektoriji, pasivnim i aktivnim senzorima, takođe je pitanje procene greške trajektorije u datoj tački leta, koje se procenjuju uvođenjem takozvanih estimatorskih koordinata. U radu je utvrđena korelacija statističkih veličina odstupanja na kraju aktivne faze leta sa greškom padne tačke za statističku analizu po pravcu i po dometu, što je posebno značajno za rafalno gađanje. Utvrđeno je da po pravcu postoji korelacija, a da po dometu ona nije reprezentativna za ocenu greške na cilju.

Razvijeni softver za simulaciju mehanike leta modularnog je tipa i dozvoljava promenu ne samo vrednosti ulaznih parametara, nego i samu matematičku prezentaciju modela. Simulator ima mogućnost lake promene fizičkog modela aerodinamike, gravitacionog polja, inertnog koordinatnog sistema, vetra, itd. Takođe, moguće ga je proširiti i za vođene rakete, dopunskim simulatorom vođenja i upravljanja.

Literatura

- [1] Vučurović, O., Osnovni projektovanja raketa (monografija), Mašinski fakultet, Beograd, 2003.
- [2] Milinović, M., Osnovi projektovanja raketa i lansera: poglavlja iz projektovanja lansera, Mašinski fakultet, Beograd, 2002.
- [3] Milinović, M., Dodić, N., Modeliranje sistema upravljanja vatrom i praćenja vazдушnih ciljeva, Mašinski fakultet, Beograd, 2002.
- [4] Military hand book „Design of aerodynamically stabilized free rockets“ MIL-HDBK-762(MI)
- [5] Janković, S., Aerodinamika projektila“, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1979.
- [6] Milinović, M., Osnovni principi raketnog pogona sa čvrstom pogonskom materijom, skripta, Mašinski fakultet, Beograd, 1998.
- [7] Ristanović, M., Lazić, D., Uvod u MATLAB, Beograd, 2004.
- [8] Janković, S., Spoljna balistika, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1979.
- [9] Blagojević, Đ., Dinamika leta - skripta, Mašinski fakultet, Beograd, 2004.
- [10] Blagojević, Đ., „DATCOM“ softvaere, Mašinski fakultet, 2000.
- [11] Lurie, A. I., Аналитическая механика, Москва, 1961.
- [12] Holclajtner, M., Analiza greške nevođenog raketnog laganorotirajućeg projektila i mogućnost praćenja položaja na kraju aktivne faze, upotrebom optičkog IC senzora, diplomski rad, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2007.

MLRS SALVO SIMULATION

Summary

This paper presents a procedure for an efficient simulation of MLRS barrage fire as well as of the effects of rocket parameters. The rocket behavior will be analysed with reference to an ideal trajectory generated by an ideal rocket. The quality of MLRS fire is expressed through dispersion of impact points in the target area thus representing precision and accuracy. This work assumes absolutely correct accuracy and concentrates primarily on the effects of precision i. e. on the dispersion of rockets. Other types of effects on rocket dispersion, such as those of atmosphere, launching, etc. are neglected. The ammunition effects on the trajectory dispersion will be thus identified. The dispersion in the target area will be correlated with the dispersion of trajectory points at the end of the active (rocket motor burn out) phase.

Introduction

If all external influences are neglected, and if only rocket parameters are calculated, then the precision can be analyzed using the simulation of its random parametric variations within its boundary tolerances.

Definitions of an idealised rocket, a real rocket and an ideal launching

In a model of an idealised rocket, all parameters are nominal and without any tolerance. A model of a real rocket assumes that nominal parameters have errors randomly distributed inside boundary tolerances for each n-th rocket in the salvo.

Mathematical model of the rocket flight

In a mathematical model, a rocket is represented as a rigid body with 6DoF. Besides the standard parameters (mass, momentum of inertia, aerodynamic coefficients, etc.), a mathematical model is designed enabling the definition of other parameters (thrust misalignment, eccentricity of the momentum of inertia, specific impulse) and their random distributions.

Six DoF (degrees of freedom) numerical simulation of the flight mechanics of an idealised rocket

A numerical model is made for the simulation of the 6DoF rocket flight with non-stationary and nonlinear parameters. The non-stationary characteristic refers to a constant change of input vector values of external forces in the function of time as well as in the function of kinematic parameters of the rocket flight.

The results of the flight simulation

The results of a real rocket flight, with random deviations of parameters, are presented as the deviation and the function of correlation of randomly simulated hit trajectories (fall points) around the fall point of an ideal hit trajectory.

The correlation in the normal direction is a value that is statistically stable after 12th or 13th rocket and equals 40, which means that the deviation in the normal direction can be qualitatively represented by the estimation of the deviation at the end of the active phase (at the burnout), and that in this example the ratio is 40:1.

The dispersion of fall points in the range direction cannot be qualitatively represented by the estimation of the deviation in the height direction at the end of the active phase.

Conclusion

In this paper we demonstrated a procedure for the numerical simulation of the flight mechanics of a low-rotational, fin-stabilised unguided artillery 122–128 mm rocket with a high length to diameter ratio in the salvo launching from a MLRS.

The fall point of an idealised rocket has a deviation of the launching plane for about 7 m. This point also represents the statistical mean value for the fall point of the salvo of real rockets simulated with parameters deviations of technological origin. The cause for the fall point deviation of an idealised rocket is a low gyro momentum value due to low but finite roll angular velocity and its interaction with the flight mechanics of the launching post behavior.

A simulation of salvo is relevant for evaluating the influence of technology parameters on the rocket flight performance. It is possible to correlate statistically distributed technology parameters and the fall point of the salvo trajectory. It is also possible to determine the influence of one rocket parameter on the dispersion by its isolated simulation.

The correlation of the statistically distributed value at the end of the active phase with the fall point error was determined. It is shown that the correlation in the normal direction is very accurate while it does not have a representative value in the range direction in this method.

The developed software for flight mechanics is of a modular type, and it allows to be changed not only in the input point, but also in the mathematical core of each sub function. The program is also capable of adding the simulation of model guidance and control.

Key words: dispersion in the target area, flight mechanics, numerical simulation, random deviation, trust misalignment, dynamic misalignment, active phase, idealised rocket, real rocket.

Datum prijema članka: 12. 05. 2009.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 03. 02. 2010.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 05. 02. 2010.