

## NAUČNI ČLANCI

### UTICAJ AERODINAMIČKIH KOEFIČIJENATA NA ELEMENTE PUTANJE KLASIČNOG PROJEKTILA

Jerković D. *Damir*, Vojna akademija, Katedra vojnih mašinskih sistema, Beograd,  
Regodić B. *Dušan*, Univerzitet Singidunum, Fakultet za poslovnu informatiku, Beograd

UDC: 623.466.3

#### Sažetak:

*U radu su prikazani rezultati istraživanja uticaja vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i derivativa aerodinamičkih koeficijenata na elemente putanje i parametre stabilnosti kretanja klasičnog osnosimetričnog projektila. Date su zavisnosti aerodinamičkih koeficijenata od aerodinamičkih parametara i oblika aerodinamičke konfiguracije. Predstavljene su elementi putanje modela klasičnog osnosimetričnog projektila i analiza promene u odnosu na vrednosti aerodinamičkih koeficijenata.*

*Ključne reči: klasičan osnosimetričan projektil, aerodinamički koeficijenti, derivativi aerodinamičkih koeficijenata, elementi putanje, parametri stabilnosti, napadni ugao.*

#### Uvod

Klasičan projektil, kao rotaciono kruto telo definisanih geometrijskih i dinamičkih karakteristika, bez dodatnih aerodinamičkih površina, nema dodatni energetske resurs tokom kretanja u vidu reaktivne sile (raketnog motora) i svoju stabilnost tokom leta obezbeđuje ugaonom brzinom oko glavne uzdužne ose (dinamičkom i žiroskopskom stabilnošću). Oblik klasičnog osnosimetričnog projektila je tokom godina evoluirao u skladu sa tehničko-tehnološkim razvojem društva i razvojem naučno-tehničkih i vojnotehničkih disciplina.

Klasični osnosimetrični projektili ostvaruju kretanje u atmosferi samo na osnovu polaznog energetskog resursa u vidu početne brzine, tako da je pored dejstva sila Zemljine teže, najznačajniji uticaj na kretanje otpor vazduha, odnosno aerodinamička sila i njen moment. Bezdimenziono predstavljene komponente ukupne aerodinamičke sile i momenta, aerodinamički koeficijenti, zavise od brzine kretanja tela, odnosno brzine strujanja, karaktera strujanja, uslovljenog oblikom i položajem tela u struji, te od ugaonih brzina tela. Funkcionalna zavisnost aerodinamičkih koeficijenata od pojedinih uticajnih parametara, odnosno njihov izvod, kao što su napadni ugao, komponente ugaonih brzina tela, predstavlja se derivativima aerodinamičkih koeficijenata [1].

Poznavanje vrednosti aerodinamičkih koeficijenata, odnosno njihovih funkcionalnih delova, predstavlja potpuno određenje aerodinamičkog opterećenja (sile i momenta), koje deluje na klasičan osnosimetričan projektil. Poznavanje aerodinamičke sile i momenta, uz poznato dejstvo gravitacione i Koriolisove sile, u pretpostavljenim atmosferskim uslovima, omogućuje rešenje modela kretanja osnosimetričnog projektila. Rešenje modela treba da da potpunu sliku kretanja (položaj, brzina, vreme) i stabilnosti tokom leta (orijentacija i uglovni položaj tela). Model kretanja projektila, koji omogućava potpunije sagledavanje kretanja tela sa analizom njegove stabilnosti, jeste model leta sa šest stepeni slobode kretanja [2]. Ovaj model omogućava izučavanje prostornog složenog kretanja klasičnog osnosimetričnog projektila. Rešenjem postavljenog modela kretanja, za poznate aerodinamičke karakteristike projektila, određuju se elementi putanje projektila.

Problem kretanja projektila svodi se i na definisanje parametara stabilnosti projektila i uslova pod kojima se stabilnost ostvaruje, izučavanje uticaja konstruktivnih karakteristika, početnih uslova kretanja i parametara atmosfere na kretanje projektila, te primena i razvoj eksperimentalnih metoda za određivanje veličina koje karakterišu putanju i uslove leta projektila. Posebno značajno je određivanje konkretnih konstruktivnih parametara projektila – geometrijskih, dinamičkih i energetskih svojstava, na osnovu zahtevanih karakteristika leta i karaktera dejstva na cilju.

Određivanje vrednosti aerodinamičkih koeficijenata predstavlja posebnu oblast aerodinamičkog istraživanja, pomoću poluempirijskih metoda i proračuna [2], eksperimentalnih ispitivanja u aerotunelima [2], odnosno pomoću numeričkih metoda mehanike fluida, softverskih CFD (Computational Fluid Dynamic) alata.

Upotreba određene metode, proračuna ili eksperimentalnog ispitivanja za određivanje vrednosti aerodinamičkih koeficijenata, prema dosadašnjim istraživanjima [3], [4], uslovljava svojim specifičnostima primene i ograničenjima, nivo tačnosti dobijenih vrednosti. Karakter promene vrednosti aerodinamičkih koeficijenata u odnosu na najznačajnije uticajne parametre (Mahov broj, napadni ugao, Reynoldsov broj), u zavisnosti od načina određivanja vrednosti, potvrđuje ispravnost primene različitih postupaka.

Uporednom analizom rezultata aerodinamičkih koeficijenata dobijenih numeričkim metodama, poluempirijskim proračunima i eksperimentalnim ispitivanjima, dolazi se do preliminarne ocene kvaliteta vrednosti. Softverska simulacija kretanja klasičnog osnosimetričnog projektila, oblika definisanog vrednostima aerodinamičkih koeficijenata, obezbeđuje uporednu analizu elemenata putanje (vreme leta, domet, visina, derivacija, brzina) i parametara stabilnosti.

Značaj uticaja odstupanja vrednosti aerodinamičkih koeficijenata analizom leta klasičnog osnosimetričnog projektila ogleda se u kvantitativnoj i kvalitativnoj oceni odstupanja vrednosti elemenata putanje i pokazatelja stabilnosti.

## Model kretanja klasičnog osnosimetričnog projektila

Na klasični osnosimetrični projektil tokom kretanja deluju gravitaciona privlačna sila Zemlje, prenosna inercijalna sila Zemlje, Koriolisova sila usled rotacije Zemlje i aerodinamička sila interakcije tela sa vazduhom [1].

Dejstvo svih sila sem aerodinamičke je u centru mase tela. Posledica dejstva aerodinamičke sile na kraku od centra mase do njene napadne tačke je aerodinamički moment.

Kretanje osnosimetričnog tela – projektila u odnosu na Zemlju je relativno, a uticaj rotacije Zemlje ugaonom brzinom  $\vec{\Omega}_E$  unosi projektilu prenosno kretanje. Brzina kretanja projektila u odnosu na Zemlju  $\vec{V}$  predstavlja relativnu brzinu, a izvodi njenih projekcija po vremenu na ose bilo kog koordinatnog sistema predstavljaju komponente relativnog ubrzanja. Masa klasičnog osnosimetričnog projektila konstantna je tokom leta, jer nema promene mase letelice uslovljene radom raketnog motora.

Rezultantu spoljnih sila koje određuju kretanje centra mase osnosimetričnog tela čine:

- aerodinamička sila  $\vec{R}$ ,
- sila Zemljine teže  $m\vec{g}$  (vektorski zbir privlačne sile Zemlje i prenosne inercijske sile) i
- Koriolisova sila  $-m\vec{a}_{Cor}$ .

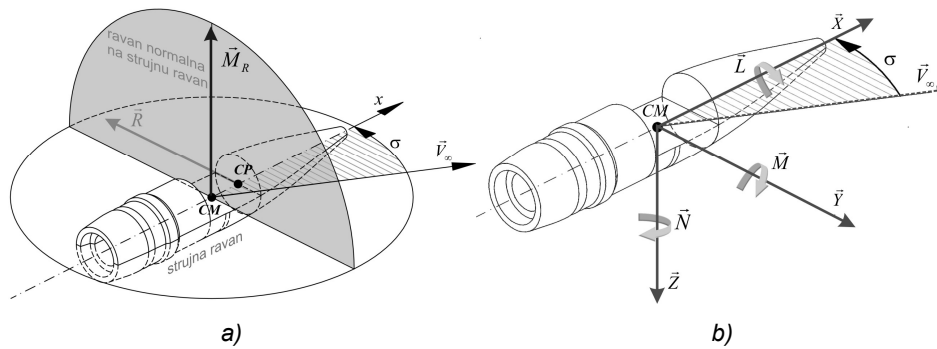
Moment količine kretanja  $\vec{H}$  projektila u odnosu na centar mase jednak je rezultatnom momentu svih spoljnih sila koje deluju van centra mase. Jedina sila koja deluje van centra mase je aerodinamička i njen moment  $\vec{M}_R$  deluje na telo oko centra mase. Sila Zemljine teže i Koriolisova sila takođe deluju u centru mase, te nemaju momente.

Klasični osnosimetrični projektili kreću se na rastojanjima do 20 km, pa se na ovim rastojanjima najčešće zanemaruje zakrivljenost Zemlje i sistem jednačina može se pojednostaviti vezama između koordinatnih sistema [1], [2].

### *Dejstvo aerodinamičke sile i momenta na klasičan osnosimetričan projektil*

Uzdužna osa osnosimetričnog projektila ne poklapa se sa vektorom brzine – tangenta na putanju, već sa njom zaklapa određen ugao, koji se naziva napadni ugao –  $\sigma$ . Navedeno nepoklapanje uzdužne ose projektila i vektora brzine centra mase projektila javlja se usled uslova pod kojima se projektil pokreće iz sistema oruđa. Do odstupanja ose projektila od vektora brzine može doći i na delu putanje oko temena, zbog dejstva sile Zemljine teže, kada ugao nagiba vektora brzine dostiže nultu vrednost u temenu i menja orijentaciju, dok osa projektila teži da zadrži svoj prvobitni položaj.

Aerodinamička sila  $\vec{R}$  ne poklapa se sa osom projektila, niti sa vektorom njegove brzine, slika 1 a). Aerodinamička sila ne deluje u centru mase projektila (CM), već u napadnoj tački, centar pritiska (CP). Dejstvo ukupne aerodinamičke sile van centra mase projektila, odnosno na kraku između centra mase i centra pritiska (ili napadne tačke) predstavlja ukupan aerodinamički moment  $\vec{M}_R$ , slika 1 a).



Slika 1 – Aerodinamička sila i moment sa komponentama  
Picture 1 – Aerodynamic force and moment with components

Ukupna aerodinamička sila predstavlja se izrazom,

$$R = q_{\infty} \cdot S \cdot C_{\vec{R}}, \quad (1)$$

odnosno aerodinamički moment izrazom

$$M_R = q_{\infty} \cdot S \cdot d \cdot C_{\vec{M}_R}, \quad (2)$$

gde su:

$q_\infty$  – dinamički pritisak,

$S$  – referentna površina poprečnog preseka projektila,

$C_{\vec{R}}$  – vektor koeficijent ukupne aerodinamičke sile,

$d$  – karakteristična dužina, najčešće se uzima referentni prečnik (kalibar) i

$C_{\vec{M}_R}$  – vektor koeficijent ukupnog aerodinamičkog momenta.

Napadni ugao  $\sigma$  predstavlja osnovnu veličinu od koje zavise vrednosti komponenta aerodinamičke sile i momenta. Projektil vrši rotaciono, precesiono i nutaciono kretanje u prostoru [1], [2]. Rotaciono kretanje predstavlja rotaciju oko uzdužne ose velikom brzinom. Ova rotacija uslov je stabilnosti leta klasičnih osnosimetričnih projektila. Jedna od posledica usled dejstva aerodinamičke sile na telo koje rotira jeste pojava precesionog kretanja koje predstavlja pomeranje uzdužne ose projektila u ravni normalnoj na strujnu ravan. Istovremeno, usled velike brzine rotacije kao stabilišućeg faktora, vrednost napadnog ugla se menja, odnosno menja se ugao između uzdužne ose tela i vektora brzine, kao tangente na putanju, što predstavlja nutaciono kretanje. U svakom trenutku kretanja menja se slika strujanja oko projektila, a time i veličine aerodinamičkih sila i momenata.

Dejstvo vazduha na letelicu u toku njenog kretanja ispoljava se u aerodinamičkoj sili, koja stvara aerodinamički moment prema izabranoj tački – napadnoj tački. Aerodinamička sila i moment, kao vektorske veličine, mogu biti prikazane komponentama u jednom od uvedenih koordinatnih sistema [1], [2] slika 1 b).

Projekcije ukupne aerodinamičke sile se zbog prirode dejstva daju najčešće u aerobalističkom koordinatnom sistemu sa koordinatnim početkom vezanom za centar mase projektila, gde su prema slici 1 b):  $\vec{X}$  – aksijalna sila,  $\vec{Y}$  – bočna sila i  $\vec{Z}$  – normalna sila.

Ukupni aerodinamički moment predstavljen je komponentama duž osa odabranog koordinatnog sistema i poput aerodinamičke sile, najčešće je dat u aerobalističkom koordinatnom sistemu [1], [2], [3], prema slici 1 b):  $\vec{L}$  – moment valjanja,  $\vec{M}$  – moment propinjanja i  $\vec{N}$  – moment skretanja.

## Aerodinamički koeficijenti

Određivanje aerodinamičkih koeficijenata u zavisnosti od konstruktivnih parametara letelice, odnosno geometrijskog oblika projektila zasniva se na teorijskom pristupu jednačina mehanike fluida i numeričkom rešavanju sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina sa zadatim graničnim uslo-

vima i eksperimentalnim rezultatima ispitivanja u aerotunelu, odnosno izmerenih parametara tokom leta. U ovom delu rada, cilj je da se opišu funkcije zavisnosti aerodinamičkih koeficijenata od navedenih parametara.

Kretanje osnosimetričnog projektila u prostoru sastoji se od translacije centra mase i rotacije oko sopstvenog centra mase. Let ovih letelica karakterišu uslovi malih poremećaja, pri čemu se pretpostavlja da napadni uglovi ne prelaze nekoliko stepeni. Ova činjenica omogućuje primenu linearnih zavisnosti aerodinamičkih parametara [1], [2] pri proračunu aerodinamičkih koeficijenata i njihovih gradijenata, odnosno derivativa. Za letelicu čija je spoljna površina osnosimetričnog oblika, svaka ravan je istovremeno ravan simetrije spoljne površine.

Aerodinamički koeficijenti predstavljaju bezdimenzionalne veličine komponenti aerodinamičkih sila i momenata. Referentna sila je proizvod referentnog pritiska i referentne površine, dok je referentni moment proizvod referentne sile i referentne dužine. Referentna površina predstavlja kružni poprečni presek prečnika jednog nominalnog kalibra projektila. Za referentnu dužinu usvojena je veličina nominalnog kalibra  $d$ , osim za ugaonu brzinu oko uzdužne ose, kada se uzima polovina prečnika.

Aerodinamički koeficijenti zavise od sledećih parametara: aerodinamičkih parametara ( $Ma$ ,  $Re$ ), položaja aerodinamičke brzine u odnosu na letelicu, komponenti prostornog napadnog ugla  $\sigma$  (napadni ugao  $\alpha$  i ugao klizanja  $\beta$ ), bezdimenzione ugaone brzine promene položaja aerodinamičke brzine u odnosu na letelicu  $\dot{\alpha}^*$  i bezdimenzione ugaone brzine letelice  $p^*$ ,  $q^*$  i  $r^*$ .

Izvedene komponente aerodinamičke sile i momenta duž osa aerobalističkog koordinatnog sistema za projektil, prema predstavljenim izrazima, i u skladu sa komponentama napadnog ugla u aerobalističkom koordinatnom sistemu [1], [2], date su izrazima,

$$R = \begin{bmatrix} X \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S \begin{bmatrix} C_{X0} + C_{X\sigma^2} \sigma^2 \\ C_{\tilde{Y}\sigma} \tilde{\alpha} + C_{\tilde{Z}\sigma} \tilde{\beta} \\ -C_{\tilde{Y}\sigma} \tilde{\beta} + C_{\tilde{Z}\sigma} \tilde{\alpha} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$M = \begin{bmatrix} L \\ \tilde{M} \\ \tilde{N} \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S d \begin{bmatrix} C_{L0} + C_{Lp} p^* \\ C_{\tilde{M}\sigma} \tilde{\alpha} + C_{\tilde{N}\sigma} \tilde{\beta} + C_{\tilde{M}\sigma} \dot{\alpha}^* + C_{\tilde{M}q} \tilde{q}^* \\ -C_{\tilde{M}\sigma} \tilde{\beta} + C_{\tilde{N}\sigma} \tilde{\alpha} - C_{\tilde{M}\dot{\sigma}} \dot{\beta}^* + C_{\tilde{M}q} \tilde{r}^* \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Za ovaj sistem jednačina pretpostavlja se da se ose inercije i simetrije poklapaju  $x \equiv \bar{x}$ .

Svi derivativi su funkcije Mahovog broja, a derivativi predstavljaju funkcije i bezdimenzione ugaone brzine [1], [2]. Preko dinamičkog pritiska ostvaren je neposredan uticaj gustine vazduha i aerodinamičke brzine na let projektila.

Aerodinamička brzina kretanja projektila definisana je u odnosu na vazduh, a vetar predstavlja brzinu kretanja vazduha  $\vec{V}_W$ .

Napadni ugao i ugao klizanja definisani su prema,

$$\tilde{\alpha} = \operatorname{arctg} \frac{\tilde{w}}{u}, \quad (5)$$

$$\tilde{\beta} = \operatorname{arcsin} \frac{\tilde{v}}{v}. \quad (6)$$

## Simulacija kretanja modela klasičnog osnosimetričnog projektila

Proračun elemenata putanje kretanja i parametara stabilnosti kretanja po modelu šest stepeni slobode kretanja izvršen je na modelu klasičnog osnosimetričnog projektila.

### *Model klasičnog osnosimetričnog projektila*

Proračun strujanja i aerodinamičkog opterećenja osnosimetričnog tela izvršen je na modelu klasičnog osnosimetričnog projektila kalibra 40 mm. Projektili 40 mm su karakteristični predstavnici klasičnih osnosimetričnih projektila, koji se kreću maksimalnom brzinom od oko  $V_0 \approx 1000 \text{ m/s}$ . U ovu grupu projektila, pored projektila sa konvencionalnim ravnim dnom (trenutno-obeležavajući), spadaju i projektili sa ispupčenim polusfernim dnom [5], [6], [7].

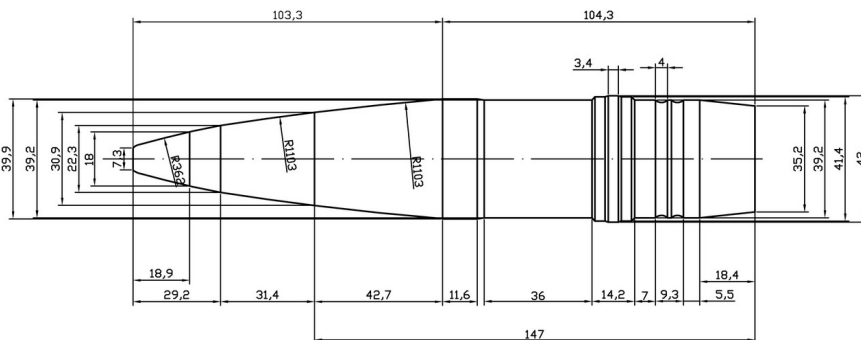
U radu se razmatra nekoliko projektila koji su u upotrebi. Odabrano je nekoliko tipova projektila 40 mm [2], [3], [4], [5], [7] u odnosu na koje se vrši komparacija dobijenih rezultata elemenata putanje:

- projektil tipa T predstavlja projektil 40 mm trenutno-obeležavajući TO M75 [3], [4], [5], [7], koji se sastoji od upaljača, prednjeg oživalnog dela, cilindričnog tela, zadnjeg konusa i ravnog dna,
- projektil tipa K, predstavlja projektil 40 mm trenutni sa kuglicama TKL M75 [3], [4], [5], [7], koji se sastoji od upaljača, prednjeg oživalnog dela, cilindričnog tela, zadnjeg konusa i polusfernog ispupčenog dna,

- projektil tipa M, model projektil 40 mm, koji se sastoji od upaljača, prednjeg oživalnog dela, cilindričnog tela, zadnjeg konusa, prema projektilu tipa K i ravnog dna, prema tipu T [2], slika 2.

U radu je analiziran model projektil zasnovan na standardnim konstrukcijskim parametrima delova postojećih projektila 40 mm, kao što su upaljač, centrirajući prsten, vodeći prsten, zadnji konus, eksplozivno punjenje, traser i sl., po ugledu na predstavljene tipove projektila [4], [5], [7], [8].

Izvršena je analiza model projektila tipa M, čiji se oblik zasniva na geometrijskim karakteristikama prednjeg dela, tela i zadnjeg konusa projektila tipa K, i sa ravnim dnom u skladu sa projektilom tipa T [2], [4], [7], sa karakterističnim parametrima datim u tabeli 1, [2] [3], [4], [7], [8].



Slika 2 – Model projektila tipa M  
Figure 2 – Model of projectile type M

Karakteristični konstruktivni parametri za model projektil 40 mm tipa M [2], prema iskustvenim podacima sličnih projektila tipova T, K i drugih [2], [4], [7], dati su u tabeli 1.

Tabela 1/ Table 1

Parametri modela projektila tipa M  
Parameters of model of projectile type M

Parametar / Parameter	Oznaka / Mark	Vrednost/Value
masa / mass	$m$	0,960 kg
balistički koeficijent / ballistic coefficient	$C_{43}$	0,68
položaj centra mase od vrha / center of gravity from nose	$x_{CM}$	133 mm
referentni prečnik / referent diameter	$d$	39,9 mm
prečnik cilindričnog dela / diameter of cylindrical part	$d_2$	39,2 mm
prečnik dna / base diameter	$d_3$	35,2 mm
prečnik vrha / nose diameter	$d_1$	7,3 mm
prečnik vodećeg prstena / rotating band diameter	$d_4$	42,0 mm



ukupna dužina / total length	$l$	207,6 mm
dužina prednjeg dela / nose length	$l_1$	103,3 mm
dužina cilindričnog dela / cylindrical part length	$l_2$	85,9 mm
dužina zadnjeg konusa / back cone length	$l_3$	18,4 mm
poluprečnik prednjeg oživala / front ogive radius	$R_{1o}$	1103 mm

Za odabrani model projektil tipa M određeni su aerodinamički koeficijenti korišćenjem polueksperimentalnih proračuna [1] [2], [3], odnosno eksperimentalna istraživanja u vidu opstrujavanja modela u aerotunelu, [2], [6]. Polueksperimentalni proračuni razvijeni su za projektil tipa T sa ravnim dnom. Ovim proračunima dobijeni su rezultati aerodinamičkih koeficijenata, odnosno vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i derivativa aerodinamičkih koeficijenata, neophodnih za definisanje ulaznih parametara simulacije kretanja modelom leta sa šest stepeni slobode kretanja. Takođe, radi ocene i provere dobijenih rezultata aerodinamičkih proračuna, izvršena je i komparativna analiza sa kataloškim vrednostima sličnih tipova projektila T i K.

### *Proračun elemenata putanje modela klasičnog osnosimetričnog projektila*

Na osnovu predstavljenih jednačina za model kretanja i stabilnosti (1) do (4) u vektorskom obliku, izvršen je proračun elemenata putanje leta modela projektila tipa M programskim rešenjem SB6A1, [2]. Ovo programsko rešenje zasnovano je na programskom rešenju SB6 prema [3], [10]. Programsko rešenje sastavljeno je na osnovu sistema jednačina za model sa šest stepeni slobode kretanja klasičnog projektila datim u prvom delu rada. Originalno programsko rešenje prevedeno je u programski paket Matlab i izvršena je modifikacija ulaznih potprograma.

Programsko rešenje modela leta sa šest stepeni slobode kretanja daje realne rezultate proračuna koji sa velikom sigurnošću mogu zameniti eksperimente [1], [2]. Sistem diferencijalnih i algebarskih jednačina je nelinearan i ima promenljive koeficijente. Ne postoji analitičko rešenje navedenog sistema jednačina. Taj sistem se rešava numeričkom metodom Runge Kutta konstantnog koraka sa četiri približenja, korak po korak, u diskretnim vremenskim intervalima. Numeričko rešenje sadrži uticaje sila, momenata i uticajnih parametara na stabilnost leta.

Simulacija kretanja – leta model projektila, izvršena pomoću programskog rešenja, daje vrednosti elemenata putanje i parametara stabilnosti pri kretanju. Vrednosti elemenata putanje, napadnog ugla i faktora dinamičke i žiroskopske stabilnosti izračunati su i predstavljeni za definisan model projektila tipa M, definisanih geometrijskih i dinamičkih svojstava, tabela 1.

## *Polazni podaci za proračun leta modela projektila*

Proračuni kretanja model projektila izvršeni su za dve vrste vrednosti aerodinamičkih koeficijenata: vrednosti aerodinamičkih koeficijenata dobijenih proračunom, (calc.) i vrednosti dobijenih eksperimentalnim istraživanjima, (exp.). Rezultati proračuna analizirani su međusobno u odnosu na eksperimentalne podatke za elemente putanje u karakterističnim tačkama za slične tipove projektila prema Tablicama gađanja [4], [7].

Za model projektil tipa M, slika 2, formirani su ulazni podaci u vidu datoteka, odnosno ulaznih potprograma programskog rešenja i grupisani prema sledećem:

– *prva grupa podataka o polaznim i graničnim uslovima za proračun leta projektila*: početno vreme, proračunski korak, način zaustavljanja proračuna – granični podaci, interval i korak proračuna parametara stabilnosti, komponente vetra, početni položaj projektila, početna brzina projektila, početna ugaona brzina projektila i uglovni početni položaj projektila (stav),

– *druga grupa podataka o geometrijskim i dinamičkim svojstvima projektila*: položaj centra mase, glavni momenti inercija, prečnik i masa model projektila i

– *treća grupa podataka o aerodinamičkim svojstvima projektila*: aerodinamički koeficijenti i derivativi sila i momenata u odnosu na vrednosti Mahovog broja.

Zbog potrebe upoređenja dobijenih vrednosti o elementima putanje i parametrima stabilnosti leta model projektila druga grupa podataka se ne menja, jer predstavlja nepromenljiva svojstva model projektila tipa M. Treća grupa podataka menja se u zavisnosti od vrste dobijenih podataka o aerodinamičkim karakteristikama, za model projektil tipa M – proračunom i ispitivanjem. U prvoj grupi podataka menjane su polazne i granične vrednosti u zavisnosti od potreba proračuna. Naime, varirane su vrednosti polaznog ugla radi dobijanja potrebne horizontalne daljine, visine, odnosno oblika putanje, pretpostavljenog kretanja model projektila. Takođe, u zavisnosti od položaja cilja na određenom dometu i visini, odnosno predviđenog vremena leta, menjani su granični uslovi. Vrednosti graničnih uslova zaustavljaju proračun u definisanoj tački i daju vrednosti o elementima putanje i parametrima stabilnosti.

Rezultat proračuna programskim rešenjem predstavljaju tri grupe podataka u funkcionalnoj zavisnosti od vremena, kao nezavisne promenljive:

- elementi putanje – karakteristike kretanja,
  - koordinate centra mase projektila ( $x$ ,  $y$  i  $z$ ),
  - vreme leta – kretanja projektila ( $t$ ),
  - ugaoni položaj projektila u prostoru ( $\chi$  i  $\gamma$ ),
  - komponente brzine leta – kretanja projektila ( $u$ ,  $v$  i  $w$ ),

- komponente ugaone brzine kretanja projektila ( $p$ ,  $q$  i  $r$ ),
- parametri stabilnosti
- prigušni koeficijenti – koreni rešenja jednačine stabilnosti ( $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ ),
- faktor žiroskopske stabilnosti u obliku ( $1/Sg$ ),
- faktor dinamičke stabilnosti u obliku ( $Sd(2 - Sd)$ ),
- napadni ugao u vertikalnoj ravni i ugao klizanja ( $\alpha$  i  $\beta$ ),

Za model projektil tipa M određena su dinamička svojstva korišćenjem programskog paketa, ProEngineer, [11]. Pored položaja centra mase u odnosu na vrh projektila, određeni su i momenti inercije duž glavnih osa model projektila:

- položaj centra mase od vrha projektila,  $x_{CM} = 133$  mm,
- uzdužni moment inercije modela,  $I_{XX} = 263,6$  kg mm<sup>2</sup>,
- poprečni momenti inercije modela,  $I_{YY} = I_{ZZ} = 3,052 \cdot 10^3$  kg mm<sup>2</sup>.

Prema datom proračunu, mešoviti momenti inercije model projektila tipa M su zanemarljivo male vrednosti, odnosno približno su jednaki nuli, što je u skladu sa pretpostavkom datog fizičkog modela klasičnog osnosimetričnog projektila.

Geometrijska i dinamička svojstva model projektila tipa M (druga grupa polaznih podataka) sa veličinama, oznakama i vrednostima korišćenim u programskom rešenju kretanja sa šest stepeni slobode izračunati su prema [2], [11].

Podaci o aerodinamičkim karakteristikama korišćeni u programskom rešenju za proračun leta projektila modelom šest stepeni slobode kretanja predstavljaju aerodinamičke koeficijente i derivative aerodinamičkih koeficijenata prema [1], [2], [3], [8].

Podaci o elementima putanje za projekte tipa T i tipa K – domet, visina ordinate putanje, brzina na cilju, vreme leta, odstupanje padne tačke od vertikalne ravni (derivacija) preuzeti su iz literature [4], [7], radi upoređenja. Podaci iz tablica gađanja [4], [7] predstavljaju integraciju eksperimentalnih poligonskih ispitivanja projektila i sredstava naoružanja sa proračunima leta projektila u standardnim atmosferskim uslovima. Tablice gađanja značajne su za verifikaciju proračunskih podataka dobijenih modelom sa šest stepeni slobode kretanja za model projektila tipa M, kao i za ocenu uticaja aerodinamičkih koeficijenata na karakteristike i stabilnost kretanja [9].

### *Analiza rezultata proračuna kretanja modela projektila*

Izvršenim proračunima – simulacijom leta model projektila programskim rešenjem dobijeni su podaci o elementima putanje i parametrima stabilnosti za različite vrednosti polaznog ugla, [2], [3], [10].

Podaci o aerodinamičkim karakteristikama korišćenim za proračun leta model projektila predstavljaju kriterijumsku kombinaciju vrednosti aerodinamičkih koeficijenata dobijenih proračunima ADK0 i ADK1 [2], [3], [8], odnosno vrednosti aerodinamičkih koeficijenata dobijenih eksperimentalnim istraživanjem model projektila tipa M [2].

S ciljem upoređivanja karakteristika leta model projektila tipa M sa sličnim projektilima, korišćena je tablica gađanja za projektil tipa K [4, 7]. U tabeli 2 dat je uporedni prikaz vrednosti elemenata putanje za projektil tipa K prema tablicama gađanja [4], [7] i elemenata putanje za model projektil tipa M prema izvršenom proračunu sa šest stepeni slobode kretanja.

Tabela 2 / Table 2

Uporedni prikaz elemenata putanje za projekte tipa K i tipa M  
Comparative review of path elements of projectiles type K and type M

Por. ugao / Start angle	Daljina / Distance		Vreme leta / Flight time		Padna brzina / Target Velocity		Visina temena / Path Height		Derivacija / Derivation	
	$x_c$ (m)		$t_c$ (s)		$V_c$ (m/s)		$y_s$ (m)		$z_c$ (m)	
$\theta_0$ (°)	tip/type K	tip/type M	tip/type K	tip/type M	tip/type K	tip/type M	tip/type K	tip/type M	tip/type K	tip/type M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,77	2000	1999,8	2,5	2,48	645	660,7	7,4	7,3	0,7	0,6
0,98	2400	2408,6	3,16	3,13	586	602,5	11,9	11,6	1,1	0,8
1,23	2800	2833,2	3,88	3,87	530	545,0	18,1	17,9	1,6	1,9
1,53	3200	3273,2	4,67	4,72	479	489,2	26,5	26,8	2,3	3,4
1,87	3600	3700,8	5,55	5,64	430	438,2	37,6	38,5	3,2	5,1
2,25	4000	4109,5	6,54	6,63	387	392,0	52,3	53,4	4,2	7,2
2,70	4400	4521,7	7,63	7,75	350	349,1	71,6	73,2	5,6	9,7
3,22	4800	4925,1	8,82	8,97	322	316,3	96,5	98,6	7,3	12,7
3,83	5200	5328,7	10,1	10,30	304	294,0	128	131,5	9,4	16,5
4,55	5600	5739,2	11,5	11,76	291	275,8	170	174,0	12	21,4
5,40	6000	6085,7	13	13,06	279	262,9	223	218,1	15	26,5
6,37	6400	6584,0	14,6	15,06	267	247,7	286	296,1	19	36,0
7,43	6800	6995,0	16,2	16,83	256	237,8	359	375,2	24	45,8
8,58	7200	7395,2	18	18,64	247	230,0	445	466,4	29	57,6
9,82	7600	7786,0	19,8	20,50	239	224,1	544	570,3	36	71,3
11,17	8000	8173,2	21,6	22,44	233	219,8	656	689,4	43	87,6
14,23	8800	8938,3	25,8	26,60	224	214,9	934	979,6	60	128,7
16,00	9200	9324,9	28	28,88	221	214,2	1098	1159,1	71	155,0
17,97	9600	9715,6	30,5	31,35	219	214,6	1294	1367,7	84	186,1
20,12	10000	10100	33,2	33,95	219	216,0	1530	1605,5	99	222,3

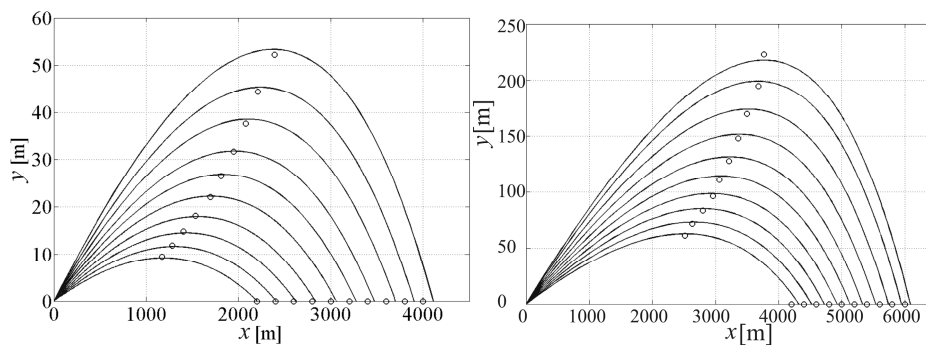
Vrednosti proračuna elemenata putanje kretanja model projektila date su u kolonama 3, 5, 7, 9 i 11 tabele 2. Elementi putanje projektila tipa K, prema [4,7], date su u parnim kolonama 2, 4, 6, 8 i 10 tabele 2. Na osnovu prikaza-

nih vrednosti elemenata putanje, za iste polazne uslove kretanja, primećuje se velika sličnost putanja ova dva tipa projektila. Sličnost putanja je očekivana, s obzirom na geometrijsku sličnost ovih projektila.

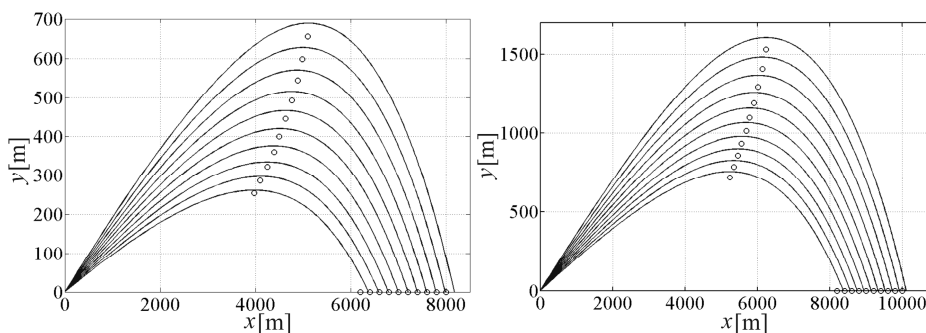
Prosečna razlika vrednosti dobijenih elemenata putanje u karakterističnim tačkama projektila tipa M u odnosu na projektil tipa K, u odnosu na interval ispitivanih polaznih uglova od  $0,33^\circ$  do  $20,12^\circ$  iznose:

- domet je veći za 1,33%,
- vreme leta je veće za 1,31%,
- padna brzina je manja za 1,97%,
- visina temena putanje je veća za 1,45% i
- derivacija je veća za 68,35% ili 25,75 m.

Na slikama 3 i 4 prikazane su putanje modela projektila tipa M u vertikalnoj ravni za različite polazne uglove. Takođe, prikazane su i karakteristične tačke putanje (teme i padna tačka) za projektil tipa K [4], [7].



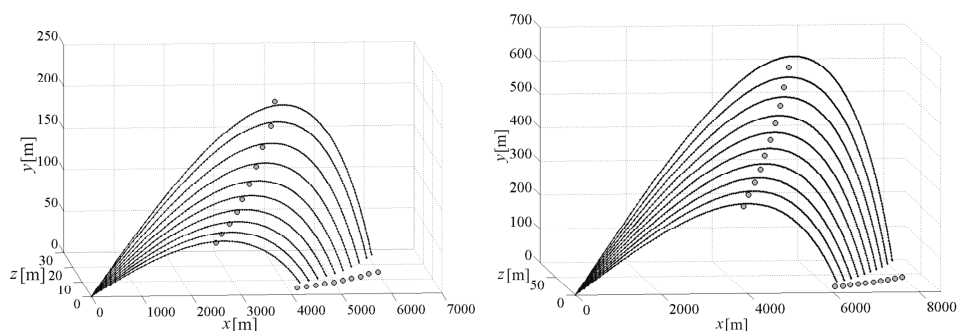
Slika 3 – Putanje projektila tipa M i temena i padne tačke projektila tipa K (do 6 km)  
 Figure 3 – Paths of projectile type M and top/target points of projectile type K (to 6 km)



Slika 4 – Putanje projektila tipa M i temena i padne tačke projektila tipa K (do 10 km)  
 Figure 4 – Paths of projectile type M and top/target points of projectile type K (to 10 km)

Prema predstavljenom karakteru promene putanja u širokom opsegu polaznih uglova, uočava se određena podudarnost proračunskih putanja model projektila u odnosu na temenu i padnu tačku projektila tipa K. Podaci o elementima putanje za projektil tipa K, prema [3], [5], predstavlja vrednosti eksperimentalno (poligonski) određenih podataka o elementima putanje i merama preciznosti za standardne meteorološke (atmosferske) uslove. Ova ispitivanja sproveo je proizvođač i predstavlja izuzetno skup i kompleksan proces. Za potrebe ovog rada nisu postojali tehničko-ekonomski uslovi da se za model projektil sprovedu ovakva ispitivanja (spoljnobalistička gađanja) na poligonu. Podaci o elementima putanje projektila tipa K i tipa T koji se nalaze u upotrebi u Vojsci poslužili su kao referentni podaci za ocenu karaktera promene elemenata putanje model projektila, s obzirom na to da je model projektil svojim geometrijskih oblikom, dinamičkim svojstvima, brzinom kretanja i funkcionalnom namenom veoma sličan projektilima tipovi T i K.

Na slici 5 prikazane su prostorne putanje model projektila tipa M za različite polazne uglove. Na slikama su prikazane i karakteristične tačke putanje (teme i padna tačka) za projektil tipa K.



Slika 5 – Prostorne putanje projektila tipa M i temena i padne tačke projektila tipa K  
Figure 5 – 3D paths of projectile type M and top/target points of projectile type K

Uočljivo je sa slike da postoje razlike pomeranja putanje od vertikalne ravni duž  $Oz$  – ose, tzv. „derivacija putanje“ usled žiroskopskog efekta ( $z_C$ ) [1], [2]. U proračunu je uticaj žiroskopskog efekta na kretanje projektila dat u vidu polaznih vrednosti komponenti ugaone brzine projektila  $q_0$  oko  $Oy$  – ose i  $r_0$  oko  $Oz$  – ose, prema iskustvenim podacima za slične vrste osnosimetričnih projektila [1], [2] [3], [4]. Vrednosti ovih ugaonih brzina date su [2], [3], a izmerenih vrednosti sa poligonskih ispitivanja za projekte slične model projektilu tipa M, nema u raspoloživoj literaturi. Eksperimentalno merenje odstupanja putanje od vertikalne ravni je složeno i mora da eliminiše uticaj vetra tokom poligonskih ispitivanja. Navedeni razlozi su osnovni razlog neusaglašenosti dobijenih vrednosti derivacije za model projektil.

Uticaj aerodinamičkih koeficijenata na kretanje osnosimetričnog tela, na primeru model projektila tipa M, odražava se na oblik putanje, brzinu kretanja, i posebno na parametre stabilnosti kretanja. Tačnost određivanja vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i njihovih derivativa predstavlja jedan od ključnih faktora za pouzdanu ocenu leta „brzorotirajućeg“ osnosimetričnog projektila. U tome se i ogleda značaj unapređenja postojećih proračuna i tačnost određivanja aerodinamičkih koeficijenata, prvenstveno radi smanjenja troškova eksperimentalnih (aerodinamičkih i spoljnobalističkih) ispitivanja, a posebno u brzem razvoju novih projektila.

## Analiza uticaja aerodinamičkih koeficijenata na kretanje klasičnog projektila

Analiza uticaja aerodinamičkih koeficijenata na kretanje osnosimetričnog tela urađena je na primeru modela klasičnog osnosimetričnog projektila tipa M. Izvršeni proračuni i eksperimentalna istraživanja dali su vrednosti aerodinamičkih koeficijenata. Pokazalo se da se razlike u dobijenim vrednostima aerodinamičkih koeficijenata odražavaju na vrednosti dobijenih elemenata putanje, odnosno na vrednosti parametara stabilnosti.

Radi određivanja uticaja aerodinamičkih koeficijenata na kretanje osnosimetričnog tela, analiziran je uticaj svakog aerodinamičkog koeficijenata i derivativa posebno. Analiza uticaja odstupanja vrednosti aerodinamičkih koeficijenata razmatrana je za karakteristične tačke na putanji projektila. Proračun je vršen u skladu sa predstavljanim programskim rešenjem – simulacijom leta sa šest stepeni slobode kretanja.

### *Uticaj pojedinačnih aerodinamičkih koeficijenata*

Uticaj aerodinamičkog koeficijenta aksijalne sile  $C_{x0}$  odražava se na gotovo sve elemente putanje i parametre stabilnosti. Ovakvim uticajem potvrđuje se pretpostavka aksijalnog aerodinamičkog koeficijenta kao jednog od najznačajnijih aerodinamičkih koeficijenata. Poseban uticaj ispoljava na koordinate položaja projektila do temena, odnosno do padne tačke.

Vrednosti aksijalnog aerodinamičkog koeficijenta menjane su od  $-15\%$  do  $+15\%$  u odnosu na nominalnu vrednost i analizirana je kvalitativna i kvantitativna promena elemenata putanje i parametara stabilnosti.

Smanjenjem vrednosti koeficijenta aksijalne sile povećane su vrednosti koordinata  $x$  i  $z$  temena putanje za  $3\%$  do  $11\%$ . Vrednosti  $x$  koordinate padne tačke povećavaju se od  $3\%$  do  $10\%$ , dok se vrednosti  $z$  koordinate povećavaju za samo oko  $3\%$ .

Povećanjem vrednosti aksijalnog aerodinamičkog koeficijenta smanjenje su vrednosti koordinata  $x$  i  $z$  temena putanje za 3% do 8%. U padnoj tački, vrednosti  $x$  koordinate položaja projektila smanjene su za 3% do 8%, dok je vrednost  $z$  koordinate položaja smanjena za oko 2%.

Smanjenjem vrednosti koeficijenta aksijalne sile povećane su vrednosti brzine projektila od 1,6% do 6% u temenu i padnoj tački. Vrednosti uzdužne ugaone brzine projektila su smanjene od oko 1,5% do 4,7% za temenu i od 2,5% do 7,8% za padnu tačku.

Uticao promene vrednosti aksijalnog aerodinamičkog koeficijenta odražava se i na karakter promene parametara stabilnosti. Vrednosti faktora žiroskopske stabilnosti u neposrednoj su vezi sa brzinom kretanja i uzdužnom ugaonom brzinom projektila, tako da se uticaj ovog koeficijenta odrazio posebno i na promenu vrednosti žiroskopske stabilnosti. Vrednost dinamičke stabilnosti, odnosno njen karakter promene tokom leta, takođe je uslovljen promenom aksijalnog aerodinamičkog koeficijenta i njegovim uticajem na promenu brzine kretanja. Povećanje vrednosti aksijalnog koeficijenta uslovljava pad vrednosti žiroskopske i dinamičke stabilnosti, dok njegovo smanjenje utiče na rast vrednosti ovih faktora. Promena vrednosti aksijalnog koeficijenta utiče na promenu vrednosti faktora žiroskopske stabilnosti, zavisno od brzine kretanja i položaja na putanji do čak  $\pm 20\%$  u padnoj tački, a faktora dinamičke stabilnosti od oko  $\pm 5\%$ .

Uticaj promene aerodinamičkog koeficijenta bočne sile izražen je preko vrednosti i karaktera promene derivativa ovog koeficijenta  $C_{Yp\sigma}$ . Uticaj promene aerodinamičkog koeficijenta momenta skretanja na karakteristike leta ispoljava se preko promene vrednosti derivativa  $C_{Np\sigma}$ . Odstupanjem vrednosti ovih koeficijenta, odnosno njihovih derivativa, nije zabeleženo značajnije odstupanje elemenata putanje. Ovim se potvrđuje pretpostavka da su aerodinamički koeficijenti bočne sile i momenta skretanja (Magnusov efekat), jedni od manje uticajnih aerodinamičkih koeficijenata na karakter putanje projektila.

Vrednosti derivativa  $C_{Yp\sigma}$  i  $C_{Np\sigma}$  variraju od  $-15\%$  do  $+15\%$  u odnosu na nominalnu vrednost i analiziran je njihov uticaj na parametre stabilnosti.

Uticaj odstupanja koeficijenta momenta skretanja ispoljava se na faktor dinamičke stabilnosti i koeficijente prigušenja  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . Smanjenje i povećanje vrednosti derivativa momenta skretanja uslovljava i bitnu promenu karaktera koeficijenata prigušenja, tako što se vrednosti koeficijenata  $\lambda_1$  povećavaju, a vrednosti koeficijenta  $\lambda_2$  smanjuju. Veće odstupanje ovog derivativa menja karakter promene ovih koeficijenata tokom leta i u određenoj meri narušava uslove stabilnosti.



Smanjenje i povećanje vrednosti derivativa koeficijenta momenta skretanja ogleda se u povećanju vrednosti faktora dinamičke stabilnosti za oko 20%. Veće odstupanje vrednosti derivativa posebno se odražava na odstupanje karaktera promene faktora dinamičke stabilnosti.

Uticaj promene aerodinamičkih koeficijenata normalne sile i momenta propinjanja izražen je preko vrednosti derivativa ovih koeficijenata. Koeficijent normalne sile izražen je vrednostima derivativa  $C_{z\sigma}$ , a momenta propinjanja preko vrednosti statičkog derivativa  $C_{M\sigma}$  i dinamičkih derivativa  $C_{M\dot{\sigma}} + C_{Mq}$ .

Vrednosti derivativa aerodinamičkih koeficijenata  $C_{z\sigma}$ ,  $C_{M\sigma}$  i  $C_{M\dot{\sigma}} + C_{Mq}$  menjane su od –15% do +15% u odnosu na nominalne vrednosti i analiziran je njihov uticaj na elemente putanje i parametre stabilnosti.

Promenom vrednosti derivativa  $C_{z\sigma}$  srazmerno se menjaju vrednosti  $z$  koordinate (derivacije) od –15% do +15%. Uticaj ovog derivativa na faktore žiroskopske i dinamičke stabilnosti nije značajno izražena. Uočen je određeni uticaj ovog derivativa na koeficijent prigušenja  $\lambda_2$ .

Uticaj promene statičkog derivativa momenta propinjanja  $C_{M\sigma}$  utiče na promenu vrednosti  $z$  koordinate (derivacije). Prema očekivanom, povećanjem vrednosti derivativa smanjuju se vrednosti koordinate i obrnuto u iznosu od –13% do +17%. Vrednosti faktora žiroskopske stabilnosti srazmerno se smanjuju, odnosno povećavaju sa istim karakterom promene vrednosti derivativa aerodinamičkih koeficijenata  $C_{M\sigma}$ .

Povećanje vrednosti dinamičkog derivativa koeficijenta momenta propinjanja  $C_{M\dot{\sigma}} + C_{Mq}$  utiče na smanjenje vrednosti faktora dinamičke stabilnosti od oko 2,5% do 7%, a njegovo smanjenje na povećanje faktora stabilnosti od 2,5% do 8%.

Uticaj promene aerodinamičkog koeficijenta momenta valjanja izražen je preko vrednosti njegovog derivativa  $C_{Lp}$ . Promena vrednosti ovog derivativa ispoljava se na promene vrednosti uzdužne ugaone brzine projektila, vrednosti koordinate  $z$  (derivacije) i faktora žiroskopske stabilnosti.

Vrednosti derivativa  $C_{Lp}$  varirane su od –15% do +15% u odnosu na nominalnu vrednost i analiziran je njihov uticaj na elemente putanje i parametre stabilnosti.

Odstupanje vrednosti koeficijenta momenta valjanja odražava se na promenu uzdužne ugaone brzine od 2,5% do 7,5% za teme putanje i od oko 4% do 13% za padnu tačku. Povećanje vrednosti derivativa utiče na smanjenje vrednosti brzine rotacije, dok je smanjenje vrednosti derivativa povećava. Ovakav karakter odstupanja uzdužne ugaone brzine u skladu je sa očekivanom pretpostavkom modela kretanja.

Odstupanje vrednosti koeficijenta momenta valjanja odražava se i na odstupanje vrednosti koordinate  $z$  od oko 1,5% do oko 7%. Vrednosti koordinate  $z$  smanjuju se povećanjem vrednosti derivativa i obrnuto – smanjenjem vrednosti derivativa povećava se vrednost koordinate  $z$ .

Promena vrednosti koeficijenta momenta valjanja preko uzdužne ugaone brzine projektila utiče na faktor žiroskopske stabilnosti. Smanjivane vrednosti faktora žiroskopske stabilnosti javlja se sa smanjenjem vrednosti derivativa momenta valjanja i obrnuto. Promena vrednosti derivativa momenta valjanja menja vrednosti faktora žiroskopske stabilnosti za oko 5% do 15% za temenu tačku i 9% do 25% za padnu tačku.

### *Ukupan uticaj aerodinamičkih koeficijenata*

Prema izvršenim istraživanjima uticaja aerodinamičkih koeficijenata i njihovih derivativa na elemente putanje i stabilnost kretanja model projektila, najširi spektar uticaja ima aerodinamički koeficijent aksijalne sile.

Na koordinate položaja centra mase model projektila tokom kretanja  $x$  i  $y$  najveći uticaj ima aerodinamički koeficijent aksijalne sile  $C_{X0}$  pri nultom napadnom uglu, dok na koordinatu  $z$  pored ovog koeficijenta, veliki uticaj imaju: statički derivativi aerodinamičkih koeficijenata normalne sile  $C_{Z\sigma}$ , momenta propinjanja  $C_{M\sigma}$  i dinamički derivativ aerodinamičkog koeficijenta momenta valjanja  $C_{Lp}$ .

Na brzinu kretanja projektila  $V$  najveći i najznačajniji uticaj ima aerodinamički koeficijent aksijalne sile  $C_{X0}$  pri nultom napadnom uglu.

Na uzdužnu ugaonu brzinu kretanja projektila  $p$  najznačajniji uticaj imaju aerodinamički koeficijent aksijalne sile  $C_{X0}$  i derivativ aerodinamičkog koeficijenta momenta valjanja  $C_{Lp}$ .

Na napadni ugao  $\alpha$  uticaj imaju gotovo svi aerodinamički koeficijenti. Najznačajniji su uticaji statičkog derivativa aerodinamičkog koeficijenta normalne sile  $C_{Z\sigma}$  i dinamičkog derivativa aerodinamičkog koeficijenta momenta valjanja  $C_{Lp}$ .

Na ugao klizanja  $\beta$  uticaj imaju svi aerodinamički koeficijenti. Najznačajniji su uticaji statičkih derivativa aerodinamičkih koeficijenata normalne sile  $C_{Z\sigma}$ , momenta propinjanja  $C_{M\sigma}$  i dinamičkog derivativa aerodinamičkog koeficijenta momenta valjanja  $C_{Lp}$ .

Na koeficijente prigušenja  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  utiču svi aerodinamički koeficijenti. Najznačajniji su uticaji dinamičkih derivativa aerodinamičkih koeficijenata momenta skretanja  $C_{Np\sigma}$  i momenta propinjanja  $C_{M\dot{\sigma}} + C_{Mq}$ .

Na faktor žiroskopske stabilnosti  $1/Sg$  najznačajniji uticaj imaju aerodinamički koeficijent aksijalne sile  $C_{X0}$ , statički derivativ aerodinamičkog koeficijenta momenta propinjanja  $C_{M\sigma}$ , i dinamički derivativ aerodinamičkog koeficijenta momenta valjanja  $C_{Lp}$ .

Na faktor dinamičke stabilnosti  $Sd(2 - Sd)$  najznačajniji uticaj imaju dinamički derivativ aerodinamičkog koeficijenta momenta skretanja  $C_{Np\sigma}$ , dinamički derivativ aerodinamičkog koeficijenta momenta propinjanja  $C_{M\dot{\sigma}} + C_{Mq}$  i aerodinamički koeficijent aksijalne sile  $C_{X0}$ .

## Zaključak

Potreba za kvalitetnom deskripcijom aerodinamičkih koeficijenata, u fizičkom i matematičkom smislu, uslovljava njihov adekvatan i pouzdan proračun. Funkcionalna zavisnost koeficijenata komponenti aerodinamičke sile i momenta u odnosu na uticajne parametre (Mahov broj, napadni ugao, Reynoldsov broj i ugaone brzine projektila), omogućuje potpunu analizu njihovih vrednosti u odnosu na uslove kretanja projektila definisane geometrijske strukture.

Najveće vrednosti aerodinamičkih koeficijenata, prema analizi rezultata ispitivanja, imaju koeficijenti aksijalne sile  $C_X$ , normalne sile  $C_Z$  i momenta propinjanja  $C_M$ . To znači da oni imaju i najveći uticaj na ukupan aerodinamički otpor tokom kretanja projektila. Uticaji ostalih aerodinamičkih koeficijenata kvantitativno su manji, ali ne i beznačajni, jer direktno utiču na parametre stabilnosti tela pri kretanju u atmosferi.

Sa stanovišta upotrebe ovakvih vrsta projektila koji se kreću velikom početnom brzinom oko  $Ma = 3$ , područje supersoničnih brzina je i najznačajnije za istraživanje uticaja aerodinamičkog oblika tela na elemente putanje. Aerodinamički koeficijent aksijalne sile predstavlja jedan od najznačajnijih koeficijenata koji definišu aerodinamičku silu i time u velikoj meri utiče na elemente putanje projektila (domet, brzinu i vreme leta).

Ekperimentalno merenje derivativa aerodinamičkih koeficijenata vrlo je složeno i skupo, jer podrazumeva postavljanje posebnih aerovaga za svaki derivativ ponaosob [2], [9]. To znači da je potrebno izvršiti onoliki broj opstruja-

vanja projektila i merenja koliko različitih derivativa je potrebno odrediti pri određenom Mahovom broju. Zbog toga proračunsko određivanje derivativa aerodinamičkih koeficijenata uz pomoć programskih rešenja ima velik značaj.

Tačnost u određivanju vrednosti aerodinamičkih koeficijenata predstavlja jedan od ključnih faktora za ocenu leta „brzorotirajućeg“ osnosimetričnog projektila. Značaj unapređenja postojećih proračuna i razvoja novih numeričkih rešenja, ogleda se prvenstveno u smanjenju troškova eksperimentalnih ispitivanja, a posebno u brzini razvoja novih projektila.

Promene položaja napadne tačke normalne aerodinamičke sile pokazuju da se napadna tačka u svim režimima strujanja nalazi ispred centra mase u odnosu na vrh projektila. Karakter promene položaja napadne tačke je gotovo podudaran prema eksperimentalnim i proračunskim rezultatima. Proračunski položaj nalazi se delimično bliže centru mase u odnosu na eksperimentalni položaj.

Simulacijom kretanja u programskom rešenju sa šest stepeni slobode kretanja u širokom opsegu polaznih uglova, elementi putanje model projektila za proračunske i eksperimentalno određene aerodinamičke koeficijente pokazuju veliku usklađenost. Kriva zavisnosti ordinate  $y$  u odnosu na horizontalnu daljinu  $x$  (putanja leta u vertikalnoj ravni), ima identičan karakter promene. Postoje vrlo mala odstupanja na padnom delu putanje. Promene brzine kretanja projektila  $V$  i uzdužne ugaone brzine kretanja projektila  $\bar{p}$ , pokazuju veliku podudarnost. Najznačajniji uticaj na karakter putanje ispoljavaju aksijalna, normalna sila i moment propinjanja, koji su pokazali podudarnost eksperimentalnih i proračunskih vrednosti. Samim tim logična je i podudarnost elemenata putanje projektila koji su dobijeni simulacijom kretanja u programskom rešenju sa šest stepeni slobode kretanja.

Podaci o elementima putanje za projektil tip K predstavljaju vrednosti eksperimentalno određenih podataka o elementima putanje za standardne meteorološke uslove. Podaci o elementima putanje za projektele tip K i tip T poslužili su kao referentni podaci, s obzirom na to što model projektil svojim geometrijskim oblikom, dinamičkim svojstvima, brzinom kretanja i funkcionalnom namenom veoma sličan projektilima tipa T i K.

Parametri stabilnosti kretanja osnosimetričnog projektila zavise od vrednosti derivativa aerodinamičkih koeficijenta. Karakter promene napadnog ugla  $\alpha$  i ugla klizanja  $\beta$  za vrednosti proračunskih i eksperimentalnih derivativa razlikuju se po frekvenciji prigušenja i amplitudi oscilovanja, posebno na prvom delu putanje. To se vidi i iz vrednosti izračunatih koeficijenata prigušenja oscilacija  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ , čija je razlika na početnom delu putanje veća. Amplitude promene napadnih uglova smanjuju se tokom leta, što dokazuje stabilnost kretanja projektila i za proračunske i iz eksperimentalnih rezultata izračunate derivative. Vrednosti koeficijenata prigušenja su negativne u oba slučaja, što predstavlja potreban, ali ne i dovoljan uslov stabilnosti. Da bi projektil tokom kretanja bio stabilan potrebno je da se ispuni uslov odnosa faktora žiroskopske i dinamičke stabilnosti. Ovi faktori su za-

dovoljili uslov tokom kretanja model projektila, za proračunske vrednosti i eksperimentalne vrednosti aerodinamičkih koeficijenata.

Razlika proračunskih i eksperimentalnih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata pokazala se u vrednostima dobijenih elemenata putanje, a posebno parametara stabilnosti. Veliki uticaj na parametre stabilnosti kretanja imaju dinamički derivativi aerodinamičkih koeficijenata – derivativi stabilnosti. Karakter promene dinamičkih derivativa zavisi od dinamičkih veličina – ugaonih brzina kretanja tela i izvoda napadnog ugla u funkciji vremena. Oni predstavljaju „osetljivost“ aerodinamičkih koeficijenata u odnosu na složeno kretanje tela (translaciju, rotaciju, precesiju i nutaciju).

Vrednosti dinamičkih derivativa aerodinamičkih koeficijenata tokom eksperimentalnog istraživanja nisu neposredno izmerene. Ovi derivativi izvedeni su iz eksperimentalno određenih vrednosti aerodinamičkih koeficijenata i gradijenata na osnovu pretpostavljenog karaktera i intenziteta ugaonih brzina projektila tokom leta. Ovo je i verovatan razlog razlike u dobijenim vrednostima parametara stabilnosti.

Statički derivativi (gradijenti) izvodi su aerodinamičkih koeficijenata u odnosu na napadni ugao. Podudarnost proračunskih i eksperimentalnih vrednosti statičkih derivativa aerodinamičkih koeficijenata pokazali su podudarnost elemenata putanje model projektila.

### Literatura

- [1] Regodić, D., *Spoljna balistika*, Vojna akademija, Beograd, 2006.
- [2] Jeršković, D., *Uticaj aerodinamičkih koeficijenata na kretanje osnosimetričnog tela*, magistarska teza, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2009.
- [3] Regodić, D., *Zbirka zadataka iz spoljne balistike*, UŠIO, Beograd, 2003.
- [4] *Tablice gađanja za PAT 40 mm L/70 Bofors*, SSNO, Beograd, 1982.
- [5] *Tehničko uputstvo za brodski PAT 40 mm D70 M55m i M70 Bofors, knjiga 1*, SSNO, Beograd, 1975.
- [6] Regodić, D., Uticaj vrste strujanja na ukupni aerodinamički koeficijent, *Vojnotehnički glasnik*, vol. 43, br. 1, ISSN 0042–8469, UDC 623+355/359, pp. 52–64, Beograd, 1995.
- [7] *Range tables for 40 mm Automatic Gun L-70*, AB Bofors, Sweden.
- [8] Subotić, Z. i dr., *Programska rešenja za aerodinamičko projektovanje, Elaborat VTI 02–01–0161*, VTI, Beograd, 1988.
- [9] Ćuk, D., Uticaj povećanja dometa na dinamičku stabilnost artiljerijskih raketa sa olučastim krilima, *Vojnotehnički glasnik*, vol. 55, br. 3, pp. 296–307, ISSN 0042–8469, UDC 623+355/359, Beograd, 2007.
- [10] Regodić, D., Reverzibilni proračun putanje projektila primenom modela sa šest stepeni slobode kretanja, *Vojnotehnički glasnik*, vol. 46, br. 5, pp. 527–538, Beograd, 1998.
- [11] *ProEngineer Wildfire M090*, Parametric Technology Corporation, 140 Kendrick Street, Needham, MA 02494 USA.

## THE INFLUENCE OF AERODYNAMIC COEFFICIENTS ON THE ELEMENTS OF CLASSIC PROJECTILE PATHS

### Summary:

*The article deals with the results of the research on the influence of aerodynamic coefficient values on the trajectory elements and the stability parameters of classic axisymmetric projectiles. It presents the characteristic functions of aerodynamic coefficients with regard to aerodynamic parameters and the projectile body shape. The trajectory elements of the model of classic axisymmetric projectiles and the analyses of their changes were presented with respect to the aerodynamic coefficient values.*

### Introduction

*Classic axisymmetric projectiles fly through atmosphere using muzzle velocity as initial energy resource, so the aerodynamic force and moment have the most significant influence on the motion of projectiles. The aerodynamic force and moment components represented as aerodynamic coefficients depend on motion velocity i. e. flow velocity, the flow features produced by projectile shape and position in the flow, and angular velocity (rate) of the body. The functional dependence of aerodynamic coefficients on certain influential parameters, such as angle of attack and angular velocity components is expressed by the derivative of aerodynamic coefficients. The determination of aerodynamic coefficients and derivatives enables complete definition of the aerodynamic force and moment acting on the classic projectile. The projectile motion problem is considered in relation to defining the projectile stability parameters and the conditions under which the stability occurs. The comparative analyses of aerodynamic coefficient values obtained by numerical methods, semi empirical calculations and experimental research give preliminary evaluation of the quality of the determined values. The flight simulation of the motion of a classic axisymmetric projectile, which has the shape defined by the aerodynamic coefficient values, enables the comparative analyses of the trajectory elements and stability characteristics.*

### The model of the classic projectile flight

*The velocity of the projectile flight in relation to the Earth represents the relative velocity, and the time derivatives of the velocity projections to coordinate frame axis represent the relative acceleration components. The mass of classic axisymmetric projectile is constant during the flight, because there is no mass change caused by the rocket engine. The values of components of aerodynamic force and moment depend on the angle of attack being the basic parameter. The projections of the total aerodynamic force, because of the nature of its effect*

on the projectile, are given in an aeroballistics coordinate frame with the coordinate origin positioned in the center of gravity. The determination of aerodynamic coefficients with respect to projectile construction, i. e. the projectile geometry, is based on the theoretical approach of fluid mechanic equation and it leads to numerical solving of the partial differential equation system with the given boundary conditions and experimental results of tunnel research, i. e. measured flight parameters. In this part of the article, the aim is to describe the functions of dependence of aerodynamic coefficients on given parameters.

#### Flight simulation of the classic projectile

The determination of aerodynamic coefficients, i. e. the determination of the motion trajectory elements and stability parameters according to the model of six degrees of freedom, is done on the classic 40mm axisymmetric projectile model, the shape of which is based on the geometric characteristics of the front ogive part and the back cone with the flat bottom. The equations of the model of six degrees of freedom are given in the aeroballistics coordinate frame. The initial data in the simulation are given for the values of aerodynamic coefficients and derivatives obtained by the calculations and experiments. The analysis of the change of trajectory elements and stability characteristics is done with respect to two given kinds of aerodynamic characteristics. The analysis of the trajectory element change and stability characteristics is also done in relation to the possible discrepancy of the values of aerodynamic coefficients and derivatives. The possible discrepancies are given in accordance with the analysis of the values of aerodynamic coefficients obtained by the calculation and experiment.

#### The influence of aerodynamic coefficients on the classic projectile motion analysis

The individual analysis of the influence of aerodynamic coefficients on the motion trajectory key elements and stability characteristics is done. The influence of axial aerodynamic coefficients, normal and side force derivatives, as well as the influence of the pitching, yawing and rolling moment derivatives, is considered. The most important influences of each of the components of aerodynamic coefficients are given and the values of the trajectory elements discrepancies are determined – of range, velocity, angular velocity, derivation, angle of attack and angle of yawing, i. e. stability characteristics – of dynamic and gyroscope stability factors and stability equation coefficients.

#### Conclusion

The need for a proper description of aerodynamic coefficients, in physical and mathematical sense, is a precondition of their adequate and reliable calculation. The highest values of aerodynamic coeffi-

ents, according to the calculation result analysis, are those of axial force coefficients, normal force and pitching moment, which means that they have the greatest influence on the overall aerodynamic resistance during the projectile motion. The influences of other aerodynamic coefficients are quantitatively lesser, but not insignificant, because they influence directly on the motion stability parameters. The character of the position change of the point of attack is almost the same according to experimental and calculation results. The trajectory elements of the model projectile for aerodynamic coefficients determined by calculation and experiment show considerable compliance in the flight simulation in a computer program with six degrees of freedom in a wide range of initial angles. The difference in values of calculation and experimental values of aerodynamic coefficients demonstrated the difference in the values of the obtained trajectory elements, and particularly in stability parameters. Dynamic derivatives of aerodynamic coefficients (stability derivatives) have great influence on stability motion parameters.

Experimental measurement of derivatives of aerodynamic coefficients is very complex and expensive because it entails the use of gauges for each of the derivatives. The importance of improvement of existing calculations and the development of new numerical solutions is evident in the reduction of the experimental research expenses.

Key words: classic axis-symmetrical projectile, aerodynamic coefficients, derivatives of the aerodynamic coefficients, path elements, stability parameters, angle of attack.

Datum prijema članka: 07. 06. 2010.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 10. 08. 2010.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 13. 08. 2010.