

SUBJEKTIVNI PRISTUP ODREĐIVANJU TEŽINA KRITERIJUMA

Milićević R. *Milić*, Univerzitet odbrane, Vojna akademija, Katedra logistike, Beograd,

Župac Ž. *Goran*, Univerzitet odbrane, Vojna akademija, Katedra menadžmenta u odbrani, Beograd

DOI: 10.2298/vojtehg1202048M

OBLAST: matematika, operaciona istraživanja

VRSTA ČLANKA: naučna kritika

Sažetak:

U radu je prikazan metod subjektivnog pristupa određivanju težina kriterijuma. Ukratko su prikazane kompenzacione i nekompenzacione metode određivanja težina kriterijuma. Detaljnije je razrađeno određivanje težina kriterijuma primenom parnih poređenja i rangiranja. U poslednjem delu rada ukratko su navedeni mogući načini određivanja težina kriterijuma u grupnom okruženju.

Subjektivni pristup uključuje uticaj donosioca odluke na težine kriterijuma, a samim tim i na konačno rešenje višekriterijumskog problema. Za razliku od objektivnog pristupa neke metode subjektivnog pristupa ne zahtevaju postojanje matrice odlučivanja.

Osnovni cilj rada je sistematizovan prikaz mogućih načina određivanja težina kriterijuma od strane donosioca odluke ili više učesnika u procesu odlučivanja.

Ključne reči: težine kriterijuma, kompenzacione metode, nekompenzacione metode, metode prioritizacije, rangiranje kriterijuma, grupna težina kriterijuma.

Uvod

Subjektivni pristup zasnovan je na određivanju težina kriterijuma na osnovu informacije dobijene od donosioca odluke ili od eksperata uključenih u proces odlučivanja. Kod subjektivnog pristupa donosilac odluke ili eksperti daju svoje mišljenje o značaju kriterijuma za dati proces odlučivanja u skladu sa svojim sistemom preferentnosti. S obzirom na to da subjektivni pristupi odražavaju subjektivno mišljenje i intuiciju donosioca odluke, donosilac odluke utiče na rezultat procesa odlučivanja.

Postoji više metoda za određivanje težina kriterijuma zasnovanih na subjektivnom mišljenju donosioca odluke ili eksperata o važnosti kriterijuma za dati kontekst odlučivanja. Klasifikacija razvijenih metoda može biti

izvršena na više načina. Tako, na primer, metode se mogu razlikovati po broju učesnika u procesu određivanja težina, primenjenim teorijskim konceptima, načinu objedinjavanja individualnih težina kriterijuma i sl.

Po broju učesnika u procesu odlučivanja razlikuju se individualne i grupne metode određivanja težina kriterijuma. U individualnim metodama obično se vrednosti težina kriterijuma određuju na osnovu mišljenja donosioca odluke. Kod grupnih metoda u proces određivanja težina kriterijuma uključeno je više eksperata ili zainteresovanih strana, pri čemu se može organizovati grupni rad učesnika ili se težine određuju objedinjavanjem individualnih eksperatskih ocena vrednosti kriterijuma.

Na osnovu koncepta kompenzacije ili razmene između kriterijuma moguće je metode podeliti na kompenzacione i nekompenzacione. Bez obzira na to da li se radi o kompenzacionim ili nekompenzacionim metodama, najčešće su u određivanju težina kriterijuma primenjena parna poređenja ili rangiranje kriterijuma.

U radu će biti prikazane teorijski potpuno obrađene i praktično najčešće primenjivane metode određivanja težina kriterijuma.

Kompenzacione metode određivanja težina kriterijuma

Kod kompenzacionih metoda se, pri određivanju težina kriterijuma, u obzir uzima celokupan raspon kriterijumskih vrednosti varijanti svakog pojedinačnog kriterijuma. Dobijene težine nemaju apsolutno značenje i ne odražavaju generalne vrednosti, već samo preference i prioritete u odnosu na razmatrane varijante.

Dodeljivanjem vrednosti težinama kriterijuma u kompenzacionim metodama donosilac odluke direktno određuje koliko jedinica jednog kriterijuma je spreman da izgubi sa ciljem da poveća vrednost drugog kriterijuma za jednu jedinicu. Ako je težina kriterijuma i duplo veća od težine kriterijuma j , tada donosilac odluke vrednuje 10 jedinica kriterijuma i isto kao i 20 jedinica kriterijuma j . Da bi donosilac odluke što jasnije izrazio svoju preferentnost putem nužne razmene između kriterijuma, težine su izražene u početnoj skali i uzimanjem u obzir apsolutnog nivoa performansi i apsolutne razlike vrednosti.

Najčešće korišćene kompenzacione metode su sledeće:

Trade-off metoda [1] – donosilac odluke poredi dve hipotetičke varijante koje se jedino razlikuju po dva kriterijuma. Ostali kriterijumi se zadržavaju na istom fiksnom nivou. Neka su x i y dve varijante, a indeksi 1 i 2 neka označavaju kriterijume. Donosilac odluke razmatra dve hipotetičke varijante sa parovima kriterijuma $(x_1; x_2)$ i $(y_1; y_2)$ i podešava jedan od kriterijuma dok varijante ne postanu jednako preferentne. Da bi izabrao koji će kriteri-

jum podešavati donosilac odluke mora poznavati rang kriterijuma ili mora znati koja od hipotetičkih varijanti je preferirana. To je potrebno zbog toga da bi se izbeglo da donosilac odluke menja vrednost kriterijuma izvan raspona kriterijuma utvrđenog na početku. Indiferentnost je data jednačinom:

$$w_1v_1(x_1) + w_2v_2(x_2) = w_1v_1(y_1) + w_2v_2(y_2) \quad (1)$$

gde su: w_1 i w_2 nepoznate težine kriterijuma. $n-1$ jednačina indiferentnosti, poznate vrednosti $v_i(\cdot)$ i uslov normalizacije daju n jednačina koje se koriste za dobijanje n težina. Potrebno je naglasiti da moraju biti poznate sve kriterijumske vrednosti varijanti $v_i(\cdot)$. Kod metode trade-off oblik funkcije koristi utiče na težinu kriterijuma.

Trade-off metoda je teško primenjiva na sve situacije odlučivanja pošto zahteva da kriterijumi budu mereni na kontinualnoj skali.

Swing metoda [2] – prvo se konstruišu dva ekstremna hipotetička scenarija W i B, od kojih je prvi (W) urađen na osnovu najlošijih vrednosti svih kriterijuma, a drugi scenario (B) odgovara najboljim vrednostima. Polazno stanje je scenario W. Donosilac odluke mora pažljivo da sagleda potencijalnu dobit od prelaska iz W u B i da odluči koji od kriterijuma će prvo pomeriti u scenario B. Podrazumevajući da je taj prvi prelaz vrednovan sa 100 jedinica na hipotetičkoj skali, donosilac odluke mora da dodeli vrednost (<100) drugom kriterijumu koji se pomera u B, a zatim dodeljuje vrednost trećem i tako redom do poslednjeg kriterijuma koji prelazi u scenario B. Ako je drugi kriterijum koji se pomera u scenario B upola važan kao prvi kriterijum on dobija 50 poena. Na kraju se poeni dodeljeni kriterijumima normalizuju da bi se dobile težine kriterijuma. Svakom od n kriterijuma su dodeljeni poeni s_1, \dots, s_n . Odgovarajuća težina kriterijuma izračunava se na sledeći način:

$$w_j = \frac{s_j}{\sum_{k=1}^n s_k} \quad (2)$$

Swing metoda se odlikuje sledećim prednostima: jednostavnošću i transparentnošću otkrivanja preferentnosti; osetljivošću na uticaj razlike rangova; sposobnošću rešavanja problema bez obzira na broj kriterijuma i varijanti; izbegavanje direktnih pitanja razmene (trade-off).

SMART metoda [3] (the Simple Multi-Attribute Rating Technique) – pojednostavljuje višekriterijumski pristup rangiranju, uključujući proceduru određivanja težina kriterijuma koja se realizuje u dva koraka. Prvo, donosilac odluke rangira značaj promena kriterijuma od najlošije vrednosti kriterijuma do najbolje vrednosti. Drugo, on vrši procenu relativne važnosti svakog kriterijuma u odnosu na kriterijum koji je po značaju na poslednjem

mestu. Korak-dva obično počinje dodeljivanjem 10 bodova najmanje važnom kriterijumu. Ostalim kriterijumima se dodeljuje vrednost veća od 10. Rezultujuće težine normiraju se tako da njihova suma iznosi jedan.

Nova verzija metode pod nazivom SMARTER (SMART Exploiting Ranks) koristi rangove kriterijuma za određivanje težina kriterijuma. Obično se koristi metoda centroida rangova.

Conjoint metoda [4] – donosilac odluke rangira razmatrane varijante uzimajući u obzir njihove vrednosti za ceo skup kriterijuma. Ukupne preference se razlažu pomoću regresione analize da bi se dobile pojedinačne funkcije vrednosti i pripadajuće težine. Conjoint metoda određuje težine kriterijuma na direktan i holistički način. Potrebna uslov za primenu metode je postojanje velikog broja varijanti i kriterijuma da bi regresiona analiza mogla biti primenjena. Metoda je veoma prihvatljiva za donosioca odluke jer zahteva jednostavne informacije o preferentnosti. Pošto metoda ne primorava donosioca odluke na opreznost u pogledu preferencija u odnosu na kriterijume može se dogoditi da donosilac odluke ignoriše, pogrešno tumači ili razmatra kriterijume na inkonzistentan način, pa se dobijene težine ne mogu smatrati balansiranim.

MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique) [5] – procedura određivanja težina kriterijuma je samo jedan deo ove metode koja kao rezultat daje poredak varijanti na osnovu više kriterijuma. Težine kriterijuma se ne procenjuju direktno na osnovu relativne važnosti kriterijuma, već se razmatra raspon kriterijumskih vrednosti varijanti. Metoda objedinjava elemente metoda swing i trade off, uz neophodan test koherentnosti procedura. Težine se podudaraju sa trade off konceptom; donosilac odluke daje odgovor na pitanje koliko je spreman da prihvati smanjenje performansi po jednom kriterijumu da bi se postiglo povećanje po drugom. Posmatraju se najlošije vrednosti kriterijuma i procenjuje se da li je dobit u odnosu na performanse kriterijuma, koja se postiže pomeranjem od najlošijeg do najboljeg nivoa, veća ili manja od odgovarajuće dobiti koja bi se postigla za druge kriterijume.

Nekompensacione metode određivanja težina kriterijuma

Suprotno od kompenzacionih metoda, u nekompensacionim metodama prikazuju se, uglavnom, globalne vrednosti važnosti kriterijuma i ne razmatra se uticaj obima specifičnog konteksta odlučivanja, što se podrazumeva pri konstrukciji parcijalnih relacija preferentnosti.

Najčešće korišćene nekompensacione metode su sledeće:

Direktno dodeljivanje težina [6] (Direct point allocation method) najjednostavnija je od svih metoda određivanja težina kriterijuma. Dono-

silac odluke raspodeljuje fiksni broj poena, bodova i sl., između kriterijuma. Obično je vrednost težina kriterijuma izražena u procentima, pa je ukupna suma vrednosti težina svih kriterijuma jednaka 100%. Najvažnijem kriterijumu dodeljuje se najveća vrednost težine.

Proporcionalna metoda [7] (Ratio or direct importance weighting method) sledeća je jednostavna metoda određivanja težina kriterijuma. Donosilac odluke prvo rangira sve kriterijume u skladu sa njihovim značajem. Na osnovu ranga kriterijuma donosilac odluke dodeljuje težinu svakom od kriterijuma. Najlošije rangirani kriterijum dobija težinu 10. Sledeći po redu (od kraja) kriterijum dobija težinu 20 i tako redom do najbolje rangiranog kriterijuma. Na kraju je potrebno izvršiti normalizaciju težina kriterijuma tako da je njihov zbir jednak 100. Razlika između težina kriterijuma ne mora biti uvek jednaka 10. Veličina razlike težina kriterijuma zavisi od subjektivnog mišljenja donosioca odluke i izražava razliku značaja kriterijuma. Rangiranje kriterijuma u prvom koraku pomaže da se dobiju preciznije vrednosti težina.

Metoda otpora prema promenama [8] (Resistance to change method) – poseduje elemente swing metode i metode parnih poređenja. Ona je sastavni deo nekih metoda višeg ranga (npr. ELECTRE). Svaki kriterijum ima dve suprotne strane performansi: poželjna i nepoželjna. Na početku se razmatraju poželjne strane svih kriterijuma. Donosilac odluke parno poredi sve kriterijume i bira koji od njih bi pomerio sa poželjne na nepoželjnu stranu. Za svaki kriterijum se računa ukupna frekvencija otpora prema promenama (koliko puta pri parnim poređenjima kriterijum nije izabran za promenu strane) što predstavlja ukupan rezultat tog kriterijuma. Na taj način se uspostavlja hijerarhija među kriterijumima.

Određivanje težina kriterijuma primenom parnih poređenja

Određivanje težina kriterijuma metodom parnih poređenja zasniva se na parnom poređenju kriterijuma i proračunu težina primenom određene metode prioritizacije. Donosilac odluke poredi svaki kriterijum sa ostalim i određuje nivo preferentnosti za svaki par kriterijuma. Kao pomoć u određivanju veličine preferentnosti jednog kriterijuma u odnosu na drugi koristi se ordinalna skala. Jedna od najčešće korišćenih metoda je metoda analitičkih hijerarhijskih procesa (AHP).

Na osnovu parnih poređenja kriterijuma – potkriterijuma formira se matrica parnih poređenja iz koje je potrebno odrediti vektor prioriteta kriterijuma – potkriterijuma w (težine kriterijuma – potkriterijuma). Zbog inherentne nekonzistentnosti, vektor w je samo ocena stvarnog vektora prioriteta koji je nepoznat.

Matematički, matrica A predstavlja skup ocena parova: $A=\{a_{ij}|i=1, \dots, n, j=1, \dots, n\}$. Mogući skup vektora W može se definisati kao skup vektora prioriteta w koji zadovoljavaju normalizaciju i ograničenje pozitivnosti¹: $W=\{w|w>0, e^T w=1\}$ gde je e n -komponentni jedinični vektor, $e^T=(1, \dots, 1)$.

Iz matrice A potrebno je identifikovati vektor $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ koji najbolje ocenjuje koeficijente w_i/w_j na osnovu svih elemenata matrice. Ako se elementi vektora w normalizuju aditivnim metodom tako da je njihov zbir 1, konačne vrednosti će predstavljati relativne prioritete kriterijuma, a vektor w vektor prioriteta matrice A [9].

Metode za određivanje w iz date matrice poređenja A zajedničkim imenom se nazivaju prioritizacione metode i podeljene su u tri grupe: metode iz oblasti matricne algebre, metode jednokriterijumske optimizacije i metode dvokriterijumske optimizacije.

U radu će biti prikazane metode prioritizacije koje se najčešće primenjuju i čija je vrednost dokazana u praksi.²

Metoda sopstvenih vrednosti (Eigenvector Method – EV). Kao traženi vektor prioriteta w može se usvojiti vektor sopstvenih vrednosti matrice A . Da bi se odredio ovaj vektor, rešava se linearni sistem: $Aw=\lambda w$, $e^T w=1$ tako da se dobije maksimalna sopstvena vrednost matrice A . Ako je donosilac odluke konzistentan, tada je $\lambda=n$; u suprotnom je $\lambda>n$. Maksimalna sopstvena vrednost za nekonzistentnu matricu može se oceniti uzastopnim kvadriranjem matrice, normalizovanjem suma elemenata po vrstama svaki put i prekidanjem procedure kada je razlika između normalizovanih suma u dva uzastopna računanja manja od očekivane vrednosti. Konzistentnost poređenja u parovima i kvalitet dobijenog rezultata proverava se izračunavanjem stepena konzistentnosti, a usvojena tolerantna vrednost ovog pokazatelja je 0,1.

Metoda aditivne normalizacije (Additive Normalization Method – AN). Da bi se dobio vektor prioriteta w , dovoljno je podeliti elemente kolone matrice A sumom elemenata te kolone (odnosno, normalizovati kolonu), zatim sabrati elemente i sumu dodati u svaku rezultujuću vrstu i , konačno, podeliti ovu sumu brojem elemenata te kolone. Ova procedura je opisana relacijama:

$$a'_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}, \quad w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a'_{ij} \quad (3)$$

¹ U radu će se pod skupom vektora W razmatrati samo vektori prioriteta kriterijuma – potkriterijuma.

² Opis metoda prioritizacije dat je na osnovu: Srđević B., Kolarov V.: *Varijantna AHP vrednovanja dispozicija crpnih stanica na slivnom području*. Vodoprivreda, 37, 203–214, 2005.

Metoda je jednostavna i često se primenjuje u praksi, iako može dovesti do narušavanja ranga elemenata u nekim specifičnim slučajevima.

Logaritamska metoda najmanjih kvadrata (The Logarithmic Least Squares Method – LLS). Definiše se jednokriterijumski problem:

$$\min D_L(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n [\ln a_{ij} - (\ln w_i - \ln w_j)]^2 \quad (4)$$

$$\prod_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

koji se rešava traženjem normalizovanog vektora w u domenu R^1 polja pozitivnih realnih brojeva, pod uslovom da su sve komponente vektora w multiplikativno normalizovane. Metoda LLS je poznata i kao metoda geometrijske sredine zato što daje jedinstveno rešenje geometrijskim osrednjavanjem vrsta matrice A .

$$w_i = \prod_{j=1}^n a_{ij}^{1/n}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Ovako dobijene vrednosti vektora prioriteta se normalizuju, tako da u zbiru daju 1.

Metoda otežanih najmanjih kvadrata (The Weighted Least Squares Method – WLS). Metoda WLS minimizira funkciju L_2 euklidskog rastojanja, definisanu za elemente nepoznatog vektora prioriteta w i poznate ocene $a_j = w_i/w_j$ rešavanjem sledećeg ograničenog nelinearnog problema optimizacije:

$$\min z = w^T F w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_i - a_{ij} w_j)^2 \quad (7)$$

uz uslov:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (8)$$

gde je matrica $F = [f_{kj}]_{n \times n}$, sa elementima:

$$f_{kk} = n - 2 + \sum_{i=1}^n a_{ik}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

$$f_{kj} = -(a_{kj} + a_{jk}), \quad k, j = 1, 2, \dots, n, \quad k \neq j$$

Matrica F je tzv. M-matrica[10], isključivo pozitivna ako za bilo koje $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$ postoji bar jedno $a_{kj} \neq a_{ki} a_{ij}$. Pretpostavlja se da je gornji problem rešiv, tako da se dobije da je $w > 0$, bez postavljanja ovog ograničenja. Navedeni model spada u klasu nelinearnih.

Uvođenjem Lagranžijana: $L_1 = w^T F w + 2\lambda_1 (e^T w - 1)$ i njegovim diferenciranjem po w i λ_1 , dobija se sistem od $(n+1)$ nehomogenih linearnih jednačina sa $(n+1)$ nepoznatom, čijim se rešavanjem dobija:

$$w^* = \frac{F^{-1}e}{e^T F^{-1}e}, \quad \lambda_1^* = \frac{-1}{e^T F^{-1}e} \quad (10)$$

Metoda fazi programiranja prioriteta[11] (The Fuzzy Preference Programming Method – FPP). Polazi se od pretpostavke da, ukoliko je matrica A konzistentna, tada je $a_{ij}w_j - w_i = 0$ za svako $i, j = 1, 2, \dots, n, j > i$, što se može predstaviti kao sistem $m = n(n-1)/2$ linearnih jednačina: $Rw = 0$.

Ako je matrica A nekonzistentna, potrebno je naći takve vrednosti w da sistem jednačina bude približno zadovoljen, odnosno da je $Rw \approx 0$.

Sistem jednačina se u FPP geometrijski prikazuje kao presek fazi hiperlinija, a problem prioritizacije transformiše se u optimizacioni. Vrednosti prioriteta određuju se tako da odgovaraju tački sa najvišom merom preseka. Na ovaj način problem prioritizacije se svodi na problem fazi programiranja koji se lako rešava kao standardni linearni program:

$$\begin{aligned} & \max \mu \\ & \mu d_j^+ + R_j w \leq d_j^+ \\ & \mu d_j^- - R_j w \leq d_j^-, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & 0 \leq \mu \leq 1 \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Leva i desna granična vrednost d_j^- i d_j^+ predstavljaju tolerantni interval aproksimacije skalarne (ne-fazi) jednakosti $R_j w = 0$. Vrednost prirodnog indeksa konzistentnosti, μ , zavisi od graničnih vrednosti (d_j^- i d_j^+).

Određivanje težina kriterijuma primenom rangiranja

Određivanje težina kriterijuma je kognitivno zahtevan zadatak i u nekim slučajevima je donosiocu odluke mnogo lakše da, umesto dodeljivanja numeričkih vrednosti težinama kriterijuma, izvrši rangiranje kriterijuma (ili da izradi njihov poredak). Na osnovu rangova kriterijuma koje je odredio donosilac odluke moguće je proračunati težine kriterijuma.

Pri proračunu težina kriterijuma na osnovu ranga kriterijuma posebno je značajno ustanoviti tip međuzavisnosti (funkcije) rang – težine. Nekoliko autora je dalo predlog specifičnih funkcija za dodeljivanje težina w_r za n kriterijuma sa rangovima $r=1,2,\dots,n$. U [12] i [13] objavljeni su rezultati empirijskih istraživanja po kojima je relacija rang – težina kriterijuma u osnovi linearna funkcija. U [12] je numeričkim eksperimentima pokazano postojanje teoretske pravolinijske zavisnosti između ranga i prosečne težine. Takođe je ustanovljeno da nagib linearne funkcije zavisi od broja rangiranih kriterijuma.

Tri funkcije rang – težina: recipročna, suma rangova (linearna) i eksponencijalna su predložene u literaturi [14]. Proračun težina kriterijuma na osnovu centroida rangova predložen je u literaturi [15]. Primena geometrijskog odnosa rang – težina sugerisana je u [16]. U [17] su razvijene funkcije za proračun težina na osnovu raspodele verovatnoća rangova (rank order distribution (ROD) weights), za različit broj kriterijuma. Polazeći od pretpostavke o postojanju univerzalne međuzavisnosti između ranga kriterijuma i prosečne težine kriterijuma u [18] empirijski je razvijena linearna funkcija rang – težina čiji nagib zavisi od broja kriterijuma. Takođe, podrazumeva se da se ta međuzavisnost može iskoristiti za kombinovanje pojedinačnih rangova u skup objedinjenih (agregiranih grupnih) težina kriterijuma kada je rangiranje kriterijuma izvršilo više eksperata.

Kod svih metoda se podrazumeva postojanje konzistentne povezanosti ranga i srednje težine kriterijuma, koja je nezavisna od konteksta problema. Formule po kojima se vrši proračun težina kriterijuma u navedenim metodama biće date u nastavku rada. U tabelama od 1 do 6³ date su vrednosti težina kriterijuma proračunate metodama: linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera, inverznih težina, centroida rangova, sume rangova, geometrijskih težina i, na osnovu gustine raspodele, verovatnoća rangova za broj kriterijuma od 2 do 10.

Metoda linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera:

$$w_r = 100 - s_n(r - 1) \quad (12)$$

gde je: w_r – težina, r – rang, s_n – apsolutna vrednost koeficijenta smera dobijena pomoću metode najmanjih kvadrata pri čemu je broj kriterijuma jednak n . Kod ove metode kriterijum sa rangom 1 ima težinu $w_1=100$. U [18] je empirijski određena vrednost: $s_n=3.19514+37.75756/n$. Vrednosti težina kriterijuma dobijene ovom metodom nalaze se u intervalu od 0 do 100. Aritmetičkom normalizacijom te vrednosti se svode na interval 0–1.

³ Tabele od 2 do 5 preuzete su iz: Roberts, R., Goodwin, P., *Weight approximations in multi-attribute decision models*, Journal of Multicriteria Decision Analysis, 11, 291-303, 2002.

Tabela 1
Table 1

Aditivno normalizovane vrednosti težina kriterijuma dobijene metodom linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera

Additive normalized linear weights with a variable slope

Rang	Kriterijumi								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.5620	0.3958	0.3085	0.2548	0.2185	0.1924	0.1729	0.1577	0.1457
2	0.4380	0.3333	0.2695	0.2274	0.1978	0.1759	0.1592	0.1461	0.1355
3		0.2709	0.2305	0.2000	0.1770	0.1594	0.1455	0.1344	0.1254
4			0.1915	0.1726	0.1563	0.1429	0.1318	0.1228	0.1152
5				0.1452	0.1356	0.1263	0.1182	0.1111	0.1051
6					0.1148	0.1098	0.1045	0.0995	0.0949
7						0.0933	0.0908	0.0878	0.0848
8							0.0771	0.0761	0.0746
9								0.0645	0.0645
10									0.0543

Metoda inverznih težina:

$$w_r = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{j}} \quad (13)$$

gde je r - rang, j=1,2,...,n kriterijumi.

Tabela 2
Table 2

Vrednosti težina kriterijuma dobijene metodom inverznih težina

Rank reciprocal weights

Rang	Kriterijumi								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.6667	0.5455	0.4800	0.4379	0.4082	0.3857	0.3679	0.3535	0.3414
2	0.3333	0.2727	0.2400	0.2190	0.2041	0.1928	0.1840	0.1767	0.1707
3		0.1818	0.1600	0.1460	0.1361	0.1286	0.1226	0.1178	0.1138
4			0.1200	0.1095	0.1020	0.0964	0.0920	0.0884	0.0854
5				0.0876	0.0816	0.0771	0.0736	0.0707	0.0682
6					0.0680	0.0643	0.0613	0.0589	0.0569
7						0.0551	0.0525	0.0505	0.0488
8							0.0460	0.0442	0.0427
9								0.0393	0.0379
10									0.0341

Metoda centroida rangova:

$$w_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r}^n \frac{1}{j} \quad (14)$$

Tabela 3
Table 3Vrednosti težina kriterijuma dobijene metodom centroida rangova
Rank order centroid weights

Rang	Kriterijumi								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.7500	0.6111	0.5208	0.4567	0.4083	0.3704	0.3397	0.3143	0.2929
2	0.2500	0.2778	0.2708	0.2567	0.2417	0.2276	0.2147	0.2032	0.1929
3		0.1111	0.1458	0.1567	0.1583	0.1561	0.1522	0.1477	0.1429
4			0.0625	0.0900	0.1028	0.1085	0.1106	0.1106	0.1096
5				0.0400	0.0611	0.0728	0.0793	0.0828	0.0846
6					0.0278	0.0442	0.0543	0.0606	0.0646
7						0.0204	0.0334	0.0421	0.0479
8							0.0156	0.0262	0.0336
9								0.0123	0.0211
10									0.0100

Metoda sume rangova:

$$w_r = \frac{2(n+1-r)}{n(n+1)} \quad (15)$$

Tabela 4
Table 4Vrednosti težina kriterijuma dobijene metodom sume rangova
Rank sum weights

Rang	Kriterijumi								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.6667	0.5000	0.4000	0.3333	0.2857	0.2500	0.2222	0.2000	0.1818
2	0.3333	0.3333	0.3000	0.2667	0.2381	0.2143	0.1944	0.1778	0.1636
3		0.1667	0.2000	0.2000	0.1905	0.1786	0.1667	0.1556	0.1455
4			0.1000	0.1333	0.1429	0.1429	0.1389	0.1333	0.1273
5				0.0667	0.0952	0.1071	0.1111	0.1111	0.1091
6					0.0476	0.0714	0.0833	0.0889	0.0909
7						0.0357	0.0556	0.0667	0.0727
8							0.0278	0.0444	0.0545
9								0.0222	0.0364
10									0.0182

Raspodela verovatnoća rangova [17] – polazeći od pretpostavke da rangovi kriterijuma podležu ravnomernoj raspodeli verovatnoća za broj kriterijuma $n=2$ do $n=10$ razvijene su gustine raspodele verovatnoća normalizovanih težina i na osnovu njih izvršen proračun vrednosti težina kriterijuma (tabela 6). Ne ulazeći u šira teoretska razmatranja procedure proračuna teži-

na kriterijuma, jer se ona mogu naći u [17], kao primer navode se gustine raspodele verovatnoća normalizovanih težina za broj kriterijuma $n=3$:

– rang 1:

$$f_{w_1}(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x^3} + \frac{3}{x^2}, & 1/3 \leq x \leq 1/2 \\ \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}, & 1/2 < x \leq 1 \\ 0 & 0 \leq x < 1/3 \end{cases} \quad (16)$$

– rang 2:

$$f_{w_2}(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(2x-1)^2}, & 0 \leq x \leq 1/3 \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x-1)^2}, & 1/3 < x \leq 1/2 \\ 0 & 1/2 < x \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

– rang 3:

$$f_{w_3}(x) = \begin{cases} \frac{4}{(x-1)^2} - \frac{1}{(2x-1)^2}, & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 0 & 1/3 < x \leq 1 \end{cases} \quad (18)$$

Tabela 5
Table 5

Vrednosti težina kriterijuma dobijene na osnovu gustine raspodele verovatnoća rangova
Rank order distribution weights

Rang	Kriterijumi								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.6932	0.5232	0.4180	0.3471	0.2966	0.2590	0.2292	0.2058	0.1867
2	0.3068	0.3240	0.2986	0.2686	0.2410	0.2174	0.1977	0.1808	0.1667
3		0.1528	0.1912	0.1955	0.1884	0.1781	0.1672	0.1565	0.1466
4			0.0922	0.1269	0.1387	0.1406	0.1375	0.1332	0.1271
5				0.0619	0.0908	0.1038	0.1084	0.1095	0.1081
6					0.0445	0.0679	0.0805	0.0867	0.0893
7						0.0334	0.0531	0.0644	0.0709
8							0.0263	0.0425	0.0527
9								0.0211	0.0349
10									0.0173

Metoda geometrijskih težina:

$$w_r = \frac{1}{(\sqrt{2})^{r-1}} \quad (19)$$

Vrednosti težina kriterijuma dobijene metodom geometrijskih težina ne zavise od broja kriterijuma. Aditivnom normalizacijom vrednosti težina kriterijuma svode se na interval 0–1.

Tabela 6
Table 6

Vrednosti težina kriterijuma dobijene metodom geometrijskih težina
Geometric weights

Rang	Težine kriterijuma	
	bez normalizacije	normalizovane
1	1.0000	0.3023
2	0.7071	0.2138
3	0.5000	0.1512
4	0.3536	0.1069
5	0.2500	0.0756
6	0.1768	0.0534
7	0.1250	0.0378
8	0.0884	0.0267
9	0.0625	0.0189
10	0.0442	0.0134

S obzirom na to da metode određivanja težina kriterijuma ispoljavaju veliki uticaj na vrednosti dobijenih težina kriterijuma i da ne postoji saglasnost o najboljoj metodi određivanja težina kriterijuma, to ne postoji način za direktno određivanje „istinitog“ skupa težina kriterijuma. Primenom metode rangiranja dobijaju se aproksimativne vrednosti „istinitog“ skupa težina kriterijuma.

U [17] se navodi da postoje jasni teorijski dokazi da težine dobijene metodom centroida rangova predstavljaju najbolju aproksimaciju težina koje se mogu dobiti metodom direktnog dodeljivanja težina. Takođe, težine određene na osnovu raspodele verovatnoća rangova najbolje odgovaraju težinama koje se mogu dobiti proporcionalnom metodom.

Vrednosti težina kriterijuma određenih na osnovu raspodele verovatnoća rangova skoro se poklapaju sa vrednostima težina dobijenih metodom sume rangova [17]. Kada je potrebno odrediti težina velikog broja kriterijuma uspešno se može primeniti metoda sume rangova, koja zahteva manje proračuna, a daje u potpunosti prihvatljive rezultate.

U [18] je dat pregled studija koje se bave poređenjem efikasnosti metoda određivanja težina kriterijuma primenom rangiranja i nekih nekompensacionih metoda tog određivanja. U većini studija se navodi da se najbolji rezultati u određivanju težina kriterijuma na osnovu ranga kriterijuma dobijaju primenom metode centroida rangova (u uslovima direkt-

nog dodeljivanja težina kriterijuma). Međutim, u [17] autori ističu univerzalnost metode linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera i daju prednost njenoj primeni u odnosu na ostale metode određivanja težina na osnovu ranga kriterijuma.

Određivanje težina kriterijuma metodama grupnog odlučivanja

Određivanje težina kriterijuma može biti realizovano i u grupnom kontekstu. Grupa može biti sastavljena od donosioca odluke i predstavnika zainteresovanih strana, odnosno interesnih grupa koji ostvaruju određeni interes u odnosu na rešavani problem. Donosilac odluke može, takođe, angažovati eksperte i to uglavnom izvan organizacije koja je zainteresovana da, kao međurezultat procesa odlučivanja, dobije vrednosti težina kriterijuma.

Grupne težine kriterijuma mogu se dobiti, u osnovi, na dva načina: metodama kolektivnog rada članova grupe i metodama dobijanja individualnog mišljenja članova grupe.

Metode kolektivnog rada članova grupe pretpostavljaju dobijanje uopštenog mišljenja u toku zajedničkog razmatranja rešavanog problema. U ovu grupu metoda spadaju, na primer, metoda komisije, „moždane oluje“ i metoda scenarija.

Metode dobijanja individualnog mišljenja članova grupe zasnovane su na prethodnom dobijanju informacija od članova grupe, ispitivanih nezavisno jedan od drugog, sa naknadnom obradom dobijenih podataka. U ove metode spadaju metode anketnog ispitivanja, intervju i metoda Delfi.

Grupne težine kriterijuma dobijaju se provođenjem određene procedure grupisanja (objedinjavanja) individualnih težina kriterijuma. Razlikuju se dva osnovna načina objedinjavanja: socijalni i matematički. Socijalni način podrazumeva dobijanje grupne težine još u procesu provođenja izabrane metode usaglašavanjem članova grupe. Saglasne težine kriterijuma mogu biti postignute interaktivnim radom članova grupe ili provođenjem metode Delfi. Matematički način podrazumeva primenu procedure agregacije individualnih težina kriterijuma.

Kada u procesu odlučivanja, a samim tim u određivanju težina kriterijuma, učestvuje više zainteresovanih strana ili interesnih grupa formiranje grupne težine kriterijuma nije jednostavno. Svaki učesnik u procesu odlučivanja ima svoj sistem preferentnosti, u skladu sa kojim dodeljuje težinske koeficijente kriterijumima, pa se, pored problema objedinjavanja pojedinačnih težina, pojavljuje problem različitih sistema preferentnosti i njihovog uključivanja u težine kriterijuma.

Moguće je izdvojiti tri osnovna pristupa određivanju težina kriterijuma u grupnom okruženju [19, 20].

1. Neoklasični pristup je zasnovan na ideji da se društvene preferentnosti mogu dobiti agregacijom individualnih preferentnosti. Ovaj pristup podrazumeva da su preference fiksne i nezavisne od socijalnih (društvenih) uslova. Grupne težine dobijaju se osrednjavanjem individualnih težina. To podrazumeva da je zadovoljenje individualnih preferenci jednako dobro i za pojedinca i za društvo. Objedinjavanje individualnih preferenci u grupne moguće je izvršiti korišćenjem geometrijske sredine. Međutim, nije uvek moguće postići konsenzus i može se pojaviti nekonzistentnost između grupne preference i neke individualne.

2. Drugi pristup zasniva se na ideji dogovorne demokratije. Društvene grupe i pojedinci uključeni u proces odlučivanja treba da se obavežu na jedan efektivan promišljen (dogovorani) proces pre donošenja odluke. Na taj način dogovor postaje izvor legitimnosti. Ljudi menjaju svoje pozicije i mišljenje u skladu sa konkretnim zahtevima konteksta rešavanog problema, putem interakcije sa ostalim učesnicima procesa odlučivanja razmenjujući informacije koje utiču na njihove osnovne vrednosti i pretpostavke. Kod većine ovakvih pristupa prvo se odrede individualne težine, a zatim se tokom grupne diskusije nastoji postići saglasnost o skupu težina koji će biti korišćen u daljem procesu odlučivanja.

3. Treći pristup može se nazvati alternativnim, jer se ne uklapa u prethodno navedene pristupe. Pristup koristi metodologiju tihog dogovora za dobijanje grupnog poretka kriterijuma. Učesnici u procesu odlučivanja rangiraju, u skladu sa svojim preferencama, kriterijume od najmanje do najviše važnog. Oni menjaju poredak kriterijuma, bez vođenja diskusije, dok se ne postigne jedan saglasan grupni poredak kriterijuma. Zatim učesnici daju svoje individualne preference koje služe za proveru korelacije individualnih shvatanja sa grupnim rezultatom.

Rešenje problema raznovrsnosti individualnih težina ne može biti postignuto prisilnim konsenzusom ili traganjem za idealnim algoritmom agregacije koji obezbeđuje jedinstveno optimalno rešenje. Potrebni su pristupi koji neće ignorisati postojanje društvene neuporedivosti (nemerljivosti) i koji će olakšati proces odlučivanja bez redukovanja problema težina traženjem jedne vrednosti ili postizanjem konsenzusa.

Metodologija određivanja težina kriterijuma koja kombinuje parna poređenje i proporcionalnu metodu određivanja težina kriterijuma sa dodatnom proverom konzistentnosti jedna je od mogućih metodologija određivanja težina kriterijuma koja uključuje preference zainteresovanih strana (interesnih grupa).

Primena metode Delfi za određivanje težina kriterijuma

Delfi metoda je pouzdan način dobijanja mišljenja grupe eksperata o određenom problemu provođenjem nekoliko ciklusa ispitivanja putem upitnika. Proceduru metode karakterišu anonimnost, povratna veza i grupni odgovor.

Tokom realizacije procedure Delfi metode zadržana je anonimnost eksperata radi izbegavanja negativnog uticaja kritičizma inovativnosti i kreativnosti članova grupe. Realizacijom metode upravlja moderator koji ima nezavisnu komunikaciju sa članovima ekspertske grupe. On sastavlja upitnik na osnovu problema koji se rešava i šalje ga svim članovima grupe, a zatim prikuplja sve odgovore i komentare, obrađuje ih i ocenjuje. U postupku obrade dobijenih odgovora on odbacuje sve ono što je irelevantno za rešavani problem.

Obradeni odgovori se dostavljaju članovima ekspertske grupe. Eksperti mogu da komentarišu odgovore ostalih eksperata, a mogu ih iskoristiti kao korisnu informaciju za promenu svojih stavova i odgovora. Članovi grupe menjaju svoje mišljenje na osnovu novih informacija mnogo lakše nego prilikom otvorene diskusije ili nominalne grupne tehnike. Na taj način trebalo bi da se postigne konsenzus. Metoda, takođe, otkriva probleme oko kojih postoji neslaganje članova grupe ili neizvesnost u kvantitativnom smislu.

Primena Delfi metode za određivanje težina kriterijuma započinje razradom upitnika koji se dostavlja svim ekspertima. Od eksperata se zahteva da iskažu svoje preferencije u odnosu na svaki kriterijum, odnosno da daju ocenu relativnog značaja kriterijuma, uz uslov da ukupan zbir svih vrednosti, po svim kriterijumima bude 1 (100% iskazano u procentima).⁴

Delfi metoda vrši se sa izabranim skupom eksperata (E1, E2, ... Em) koji su međusobno anonimni u onoliko krugova koliko je potrebno da odstupanje u srednjim vrednostima težina svakog od kriterijuma bude zanemarljivo.

Nakon dobijenih odgovora iz prvog kruga od svih učesnika vrši se njihova obrada koja podrazumeva izračunavanje srednje vrednosti, standardne devijacije i koeficijenta varijacije za svaki od kriterijuma. Podaci se prikazuju u tabeli.

Tabela 7
Table 7

Tabela za obradu rezultata metode Delfi
Table for calculating the results of the Delphi method

Kriterijumi	Eksperti				srednja vrednost	standardna devijacija	koeficijent varijacije
	E1	E2	...	Em			
K1							
K2							
...							
Kn							

⁴ Primena metode Delfi urađena je na osnovu: Bukumirović M., Aleksandar Č., *Vrednovanje karakteristika infrastrukture poštanskih centara*. XXIII Simpozijum o novim tehnologijama u poštanskom i telekomunikacionom saobraćaju – PosTel 2005, Beograd, 315–324, 2005.

Postupak se ponavlja sve dok srednje vrednosti $i+1$ -vog kruga ne pokažu neznatna odstupanja od srednjih vrednosti težinskih koeficijenata i -tog kruga (najčešće ne više od 5 krugova), odnosno dok srednja vrednost koeficijenta varijacije ne padne na zadovoljavajući nivo. Tada se može smatrati da je dobijen prihvatljiv stepen konsenzusa, čime se proces završava, a svaki od učesnika dobija konačne rezultate.

Delfi metoda može se modifikovati tako što eksperti ne započinju svoj rad sa belim papirom već im se daju početne težine kriterijuma. Početne težine kriterijuma mogu biti određene nekom objektivnom metodom ili dobijene kao rezultat rada grupe zainteresovanih strana ili neke druge ekspertske grupe.

Objedinjavanje individualnih težina kriterijuma

Objedinjavanje individualnih rangova kriterijuma

Kada u procesu određivanja težina kriterijuma primenom rangiranja učestvuje više eksperata potrebno je njihove individualne rangove (ili težine) kriterijuma objediniti i formirati jedinstvene grupne težine kriterijuma.

Postoji više mogućih metoda agregacije individualnih težina kriterijuma koji su dobijeni od m eksperata. Izbor metoda agregacije individualnih težina kriterijuma trebalo bi prepustiti stručnjacima u oblasti operacionih istraživanja i teorije odlučivanja. Neke od mogućih metoda su sledeće [21]:

1. **Metoda aritmetičkog osrednjavanja:** za svaki kriterijum se prvo konvertuju individualni rangovi u individualne težine, a zatim se proračunava srednja težina svakog kriterijuma, uzimajući u obzir sve individualne težine. Metoda se sastoji od dva koraka:

a) za svakog eksperta i se konvertuje rang r_{ij} u individualnu težinu w_{ij} za svaki od n kriterijuma, npr. primenom metode linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera:⁵

$$w_{i,j} = 100 - s_n(r_{i,j} - 1) \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \quad (20)$$

Umesto metode linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera moguće je primeniti metodu centroida rangova, metodu inverznih težina ili neku drugu metodu pretvaranja rangova u težine kriterijuma;

⁵ U literaturi: Alfares H. K., *Combining criteria ranks for calculating their weights in group MCDM*. Systems Engineering Department, King Fahd University of Petroleum & Minerals, Dhahran, Saudi Arabia, 2007. se preferira korišćenje metode linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera. Takođe, mnogi autori smatraju da se najbolji rezultati postižu primenom centroida rangova.

b) agregirana težina za svaki od kriterijuma dobija se osrednjavanjem težina dobijenih od svih m eksperata:

$$W_j = \frac{\sum_{i=1}^m w_{i,j}}{m} \quad j = 1, \dots, n \quad (21)$$

Redosled navedenih koraka može biti obrnut. Prvo se može izvršiti osrednjavanje individualnih rangova, a zatim izvršiti njihova konverzija u (agregirane) težine. U oba slučaja dobijaju se iste vrednosti težina rangova.

2. **Metoda geometrijskog osrednjavanja težina** slična je metodi aritmetičkog osrednjavanja. U prvom koraku vrši se konverzija individualnih rangova u individualne težine primenom neke od funkcija transformacije rangova u težine. Agregirane težine dobijaju se u drugom koraku, primenom geometrijskog osrednjavanja individualnih težina kriterijuma:

$$W_j = \sqrt[m]{w_{1,j} \times w_{2,j} \times \dots \times w_{m,j}} \quad j = 1, \dots, n \quad (22)$$

3. **Metoda geometrijskog osrednjavanja rangova:** u prvom koraku vrši se geometrijsko osrednjavanje individualnih rangova:

$$\bar{r}_j = \sqrt[m]{r_{1,j} \times r_{2,j} \times \dots \times r_{m,j}} \quad j = 1, \dots, n \quad (23)$$

U drugom koraku vrši se konverzija srednjeg ranga \bar{r}_j u agregiranu težinu kriterijuma W_j pomoću npr. metode linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera:

$$W_j = 100 - s_n (\bar{r}_j - 1) \quad j = 1, \dots, n \quad (24)$$

Ako su svi eksperti izvršili rangiranje istog skupa kriterijuma, preporučuje se primena metode aritmetičkog osrednjavanja. Ako su eksperti izvršili rangiranje različitih podskupova kriterijuma, preporučuje se primena metode geometrijskog osrednjavanja težina.

Agregacija individualnih rangova kriterijuma može biti izvršena primenom glasačkih metoda iz teorije društvenog izbora (odlučivanja) kao što su npr.: većinsko glasanje, sistem Hare, Borda, poređenje u parovima i odobreno glasanje.⁶

Grupni rangovi kriterijuma dobijeni metodama glasanja se zatim, primenom neke od funkcija transformacije rangova u težine, pretvaraju u težine kriterijuma.

⁶ Više o glasačkim metodama može se videti npr. u: Srđević B., Srđević Z., Zoranović T., *Višekriterijumske i glasačke tehnike u individualnom i grupnom odlučivanju*. Savremena poljoprivreda. vol. 55, 5, 153–159, Novi Sad, 2006. i Srđević B., *Linking analytic hierarchy process and social choice methods to support group decision-making in water management*. Decision Support Systems, 42, 2261–2273, 2007.

Objedinjavanje individualnih težina kriterijuma dobijenih metodom parnih poređenja

Kada se za određivanje težina kriterijuma primenom parnih poređenja angažuje K eksperata procedura je sledeća:

- primenom izabrane prioritizacione metode proračunava se vektor težina kriterijuma $w(k)$ za k -tog eksperta,
- grupne težine kriterijuma proračunavaju se geometrijskim osrednjavanjem individualnih težina kriterijuma:

$$w_i^G = \left[\prod_{k=1}^K w_i(k) \right]^{1/K} \quad (25)$$

Zaključak

Metode subjektivnog pristupa određivanju težina kriterijuma zasnivaju se na proračunu težina kriterijuma na osnovu subjektivne ocene značaja kriterijuma koja je dobijena od donosioca odluke (ili eksperata). U procesu razvoja i usavršavanja metoda višekriterijumske analize razvijeno je više subjektivnih metoda određivanja težina kriterijuma čija se klasifikacija može izvršiti na više načina.

Kod kompenzacionih metoda donosilac odluke direktno određuje koliko jedinica jednog kriterijuma je spreman da izgubi kako bi povećao vrednost drugog kriterijuma za jednu jedinicu. Najčešće korišćene kompenzacione metode su: trade-off metoda, swing metoda, SMART metoda, conjoint metoda i metoda MACBETH.

U nekompenzacionim metodama ne razmatra se uticaj obima specifičnog konteksta odlučivanja i prikazuju se globalne vrednosti važnosti kriterijuma. Najčešće korišćene nekompenzacione metode su: direktno dodeljivanje težina, proporcionalna metoda i metoda otpora prema promenama.

Sušтина određivanja težina kriterijuma primenom parnih poređenja sastoji se u proračunu vektora težina kriterijuma na osnovu vrednosti datih u matrici parnih poređenja primenom određenog postupka prioritizacije. U radu su izdvojeni i prikazani najčešće korišćeni (najefikasniji) metodi prioritizacije.

Rangiranje kriterijuma predstavlja dobru polaznu osnovu za proračun težina kriterijuma, jer je manje zahtevno i prihvatljivije za donosioca odluke od većine ostalih metoda. Većina autora se slaže da metoda centroida rangova i metoda linearnih težina sa promenljivim koeficijentom smera daju najbolje rezultate.

Kada u procesu određivanja težina kriterijuma učestvuje više učesnika potrebno je, pored problema relativne važnosti kriterijuma, rešiti problem različitih sistema preferentnosti učesnika u procesu. Takođe je, u

skladu sa datim kontekstom odlučivanja, potrebno izabrati odgovarajuću proceduru objedinjavanja individualnih težina kriterijuma.

Prikaz izabranih metoda subjektivnog pristupa određivanju težina kriterijuma, uz navođenje relevantne literature u ovoj oblasti, može biti od velike pomoći prilikom rešavanja konkretnih višekriterijumskih problema što jeste svrha ovog rada.

Literatura

- [1] Keeney, R. L., Raiffa, H., *Decisions with multiple objectives*. Wiley, New York, 1976.
- [2] von Winterfeldt, D., Edwards, W., *Decision Analysis and Behavioral Research*. Cambridge University Press, New York, 1986.
- [3] Edwards, W., Barron, F.H., *SMARTS and SMARTER: Improved Simple Methods for Multiattribute Utility Measurement*. Organizational behavior and human decision processes, 60, 306–325, 1994.
- [4] Green, P. E., Srinivasan, V., *Conjoint Analysis in Consumer Behavior: Status and Outlook*. Journal of Consumer research 5, 103–123, 1978.
- [5] Bana e Costa, C. and Vansnick, J.C., *MACBETH: An interactive path towards the construction of cardinal value functions*. International Transactions in Operational Research, 1 (4), 489–500, 1994.
- [6] Poyhonen, M. and Hamalainen, R., *On the convergence of multiattribute weighting methods*. European Journal of Operational Research, 129, 569–585, 2001.
- [7] Weber, M., Borcherding, K., *Behavioral influences on weight judgments in multiattribute decision making*. European Journal of Operational Research, 67, 1–12, 1993.
- [8] Rogers, M. and Bruen, M., *A new system for weighting environmental criteria for use within ELECTRE III*. European Journal of Operational Research, 107 (3), 552–563, 1998.
- [9] Srđević, B., Kolarov, V. *Varijantna AHP vrednovanja dispozicija crpnih stanica na slivnom području*. Vodoprivreda, 37, 203–214, 2005.
- [10] Graham, A., *Nonnegative matrices and applicable topics in linear algebra*. Ellis Horwood, Chichester, UK, 1987.
- [11] Mikhailov, L., *A fuzzy programming method for deriving priorities in the analytic hierarchy process*. Journal of Operational Research Society, 51, 341–349, 2000.
- [12] Doyle, J.R., Green R.H, Bottomley P.A., *Judging relative importance: direct rating and point allocation are not equivalent*. Organizational Behavior and Human Decision Processes 70(1), 65–72, 1997.
- [13] Bottomley, P.A, Doyle J.R, Green R.H., *Testing the reliability of weight elicitation methods: direct rating versus point allocation*. Journal of Marketing Research, 37(4), 508–513, 2000.
- [14] Stillwell, W.G, Seaver D.A, Edwards, W., *A comparison of weight approximation techniques in multiattribute utility decision making*. Organizational Behavior and Human Performance 28(1), 62–77, 1981.

- [15] Solymosi, T, Dompí, J., *Method for determining the weights of criteria: the centralized weights*. European Journal of Operational Research 26(1), 35–41, 1985.
- [16] Lootsma, F. A., Bots, P. W. G., *The assignment of scores for output-based research funding*. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis 8(1), 44–50, 1999.
- [17] Roberts, R., Goodwin, P., *Weight approximations in multi-attribute decision models*, Journal of Multicriteria Decision Analysis, 11, 291–303, 2002.
- [18] Alfares, H. K., Duffuaa, S. O., *Assigning cardinal weights in multi-criteria decision making based on ordinal ranking*. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 15, 125–133, 2009.
- [19] Grafakos, S., Zevgolís, D., Oikonomou, V., *Incorporating stakeholders' preferences for ex ante evaluation of energy and climate policy interactions: Development of a Multi Criteria Analysis weighting methodology*. EASY-ECO Vienna Conference 2008.
- [20] Milićević, R. M., Župac, Ž. G., *Objektivni pristup određivanju težina kriterijuma*, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 60, No. 1, pp. 39–56, Ministarstvo odbrane Republike Srbije, Beograd, 2012.
- [21] Alfares, H. K., *Combining criteria ranks for calculating their weights in group MCDM*. Systems Engineering Department, King Fahd University of Petroleum & Minerals, Dhahran, Saudi Arabia, 2007.

SUBJECTIVE APPROACH TO THE DETERMINATION OF CRITERIA WEIGHTS

FIELD: Mathematics Operations Research
ARTICLE TYPE: Scientific Criticism

Summary:

This paper presents the methods of the subjective approach in determining the criteria weights. The compensatory and noncompensatory methods for determining the criteria weights are briefly summarized. Determining the criteria weight using pairwise comparisons and rankings is elaborated in detail. Possible ways of determining the criteria weight in a group environment are presented in the last part of the paper.

A subjective approach includes an impact of the decision maker on the criteria weights, and therefore on the final solution of multicriteria problems. In contrast to the objective approach, some methods of the subjective approach do not require the existence of a decision matrix.

The main aim of this paper is a systematic review of possible ways of determining the criteria weights by the decision maker or more participants in the decision process.

Introduction

The subjective approach is based on determining the criteria weights based on information received by decision-makers or experts involved in the decision making process. In the subjective approach, decision makers or experts give their views on the importance of criteria for a given decision-making process in accordance with their system of preference.

Compensatory methods for determining the criteria weights

Most widely used compensatory weighting methods are the following: trade-off method, swing method, the SMART method, conjoint method and MACBETH.

Noncompensatory methods for determining the criteria weights

The most widely used noncompensatory weighting methods are the following: direct point allocation, ratio or direct importance weighting methods and resistance to change technique.

Determining the criteria weights using pairwise comparisons

On the basis of pairwise comparisons of criteria-subcriteria, the matrix of paired comparisons is formed from which it is necessary to determine the priority vector of criteria -subcriteria w (criteria-subcriteria weights).

The methods for determining w from a given comparison matrix A are called prioritization methods. In practice, the best results are given by the following methods: eigenvector method, additive normalization method, logarithmic least squares method, weighted least squares method and fuzzy preference programming method.

Determining the criteria weights using the criteria ranking

From the set of the developed methods, the following methods were selected for determining weights based on the criteria rank: linear weights with variable slope, reciprocal weights, rank order centroid weights, rank sum weights, geometric weights, and rank order distribution weights.

In most studies, it is stated that the best results in determining the criteria weights based on the criteria ranking are obtained by the rank order centroid method. It also stresses the universality of linear weights with the variable slope method.

Weight determination methods of group decision-making criteria

Group criteria weights can be gained by carrying out certain aggregation individual criteria weights procedures. There are two basic aggregation procedures: the social one and the mathematical one.

In determining the group criteria weight, there is a problem of different preference systems and their inclusion in the criteria weights. It is possible to distinguish three main approaches in solving this problem: the neoclassical approach, an approach based on the idea of deliberative democracy and alternative proposals.

Application of the Delphi method to determine the criteria weights

Experts fill out questionnaires in which they express their preferences for each criterion, and give the assessment of the relative importance of the criteria, provided that the sum total of all values, by all criteria, is 1 (100% expressed as percentage).

After receiving responses from the first round of all the participants, the processing of the received responses is performed, which involves

calculating the mean, standard deviation and the coefficient of the variation for each of the criteria.

The procedure is repeated until the average coefficient of the variation drops to a satisfactory level.

Aggregation of individual criteria weights

Aggregation of individual criteria ranks

The following aggregation methods of individual criteria ranks are presented: arithmetic averaging method, geometric weights averaging method and geometric rank averaging method.

The aggregation of individual criteria ranks can be performed using the voting method in the social choice theory such as: plurality voting, the Hare system, the Borda count, pairwise comparisons voting and approval voting.

Group criteria ranks obtained by the voting methods are then converted to criteria weights using some of the transformation functions of ranks in the weights.

Aggregation of individual criteria weights obtained by pairwise comparisons

Group criteria weights are calculated by geometric averaging of individual criteria weights obtained by the selected prioritization method.

Conclusion

Methods of the subjective approach to determining the criteria weights are based on a calculation of criteria weights based on subjective assessment of criteria importance obtained by decision-makers (or experts). In the process of development and improvement of methods of multicriteria analysis, more subjective methods are developed for determining the criteria weight for which the classification can be done in several ways.

The paper listed the most commonly used compensatory and non-compensatory methods without their further theoretical elaboration. In addition, it presented the selected methods for determining the criteria weight using pairwise comparisons and ranking. Finally, it outlined how to determine the criteria weights in a group environment.

Displaying the selected methods of the subjective approach in determining the criteria weights, with reference to relevant literature in this field, can be of great help in solving specific multicriteria problems, which is the primary purpose of the study.

Key words: criteria weights, compensatory methods, noncompensatory methods, prioritization methods, ranking criteria, group weight criteria.

Datum prijema članka: 17. 05. 2011.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 14. 06. 2011.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 15. 06. 2011.