

## MOGUĆNOSTI PRIMENE VIŠEKRITERIJUMSKE ANALIZE I METODA PROMETHEE NA PRIMERU IZBORA AVIONA

Drenovac Ž. *Aleksandar*, Vojska Srbije, 98. vazduhoplovna brigada, 98.vazduhoplovnotehnički bataljon, Lađevci, Kraljevo,  
Drenovac Ž. *Bratislav*, Vojska Srbije, Centar za obuku VIPVO, Batajnica, Beograd

DOI:10.5937/vojtehg1203125D

OBLAST: matematika, računarske nauke – teorija odlučivanja  
VRSTA ČLANKA: stručni članak

### Sažetak:

*U radu je pokazano da metoda PROMETHEE, koja spada u poznatije metode višekriterijumske optimizacije, može da se koristi kao generalizovani kriterijum u različitim situacijama odlučivanja o raznim problemima i na svim nivoima vojne organizacije. Primenom datih metoda može se pojednostaviti proces odlučivanja i obezbediti velika pouzdanost odluka Ministarstva odbrane i viših nivoa odlučivanja Vojske Srbije, pre svega u rešavanju bitnih višekriterijumskih problema.*

Ključne reči: *višekriterijumska analiza, Promethee.*

## Uvod

Odlučivanje u različitim strukturama i na različitim nivoima vojne organizacije jedan je od ključnih elemenata kojim se usmeravaju sve aktivnosti. Samim tim, veoma je važno da se donošenju odluka posveti potpuna pažnja radi donošenja najbolje i najcelishodnije odluke.

Teorija odlučivanja, kao specifična multidisciplinarna naučna grana, bavi se sintezom kvantitativnih (matematičke) metoda i konkretnih problemskih pokazatelja. Time se postiže primenljivost različitih metoda i tehnika odlučivanja u rešavanju problema različite prirode.

Proces odlučivanja sastoji se od više faza, koje čine karike u lancu, a svaka od njih ima svoje mesto i značaj. Svakoj fazi treba posvetiti potrebnu pažnju, tj. svaku treba obraditi dovoljno kvalitetno da bi na pravi način mogli da se reprezentuju njeni rezultati i da bi se omogućila efikasna realizacija naredne faze odlučivanja.

Savremeno poslovanje u svim oblastima društva odvija se u veoma složenim uslovima, koje karakterišu velika konkurencija i prilagođavanje standardima. Svaka organizacija ima ciljeve, a ciljevi su da se radi više, brže i bolje, i sa što manje troškova [1]. U takvim uslovima, donošenje odluke postaje svakim danom sve složenije, posebno zbog sve većih zahteva koji se postavljaju donosiocima odluke. S jedne strane, potrebno je ostvariti optimalne (tražene) parametre i, s druge strane, utrošak resursa svesti na najmanji mogući nivo.

Donosioci odluka se u većini slučajeva suočavaju sa većim brojem kriterijuma, koji mogu da budu i suprotstavljeni. U takvoj situaciji nije moguće donošenje odluka na osnovu intuicije i zaključaka zasnovanih na iskustvu, već se nameće potreba za sveobuhvatnim sagledavanjem problema i donošenjem optimalne odluke zavisno od jasnih pokazatelja.

S druge strane, potreba za merljivim parametrima i pokazateljima nameće potrebu da se određena stanja koja se izražavaju kvalitativnim (atributivnim) pokazateljima pretvore u brojčane podatke, kojima se jednostavnije operiše, odnosno da se kvantifikuju. U kvantifikaciji i modelovanju stanja nezamenljiva je uloga matematičkih modela. U procesu primene matematike u različitim naukama – matematizaciji, ostvaruje se prelaženje od apstraktnog ka konkretnom, kao i prenošenje metoda pri sistematizaciji i formalizaciji. Matematizacija nauka svodi se na prelaz od nedefinisanog ka definisanom, od manje definisanog ka više definisanom, pri čemu se pojavljuju pojmovi relativne i apsolutne istine [2]. Matematika se primenjuje i u mnogim slučajevima rešavanja problema u oblasti teorije odlučivanja.

Modeli koji su razvijeni u oblastima teorije odlučivanja omogućavaju rešavanja beskonačnog broja različitih višekriterijumskih problema, koji se javljaju u vojnim strukturama na svim nivoima – od osnovnih jedinica do Generalštaba i Ministarstva odbrane. Pored ostalog, mogu se primeniti u rešavanju problema nabavke, snabdevanja, transporta, finansija, održavanja i drugog.

## Problemi višekriterijumskog odlučivanja

Kada je reč o brojnim situacijama i problemima, pre svega o poslovnim problemima u različitim oblastima, neophodno je rešavanje i donošenje odluka u okolnostima u kojima postoji više kriterijuma. U takvim situacijama potrebno je da se obavi detaljna i iscrpna analiza, što znači da se na osnovu analize svih kriterijuma, odnosno uporednih testova, dođe do optimalnog rešenja, tj. da se donese optimalna odluka. Da bi se to ostvarilo, potrebno je da se obavi selekcija i rangiraju rešenja [3].

Kriterijumi mogu da imaju različit karakter, što može značiti u takvim situacijama da povoljna varijanta može biti maksimum ili minimum koji ostvaruje data funkcija po datom kriterijumu. U realnom životu pod donošenjem odluke podrazumevaju se upravo takve situacije, u kojima će se po nekim kriterijumima zahtevati (tražiti, očekivati) maksimizacija, dok će se za neke druge zahtevati minimizacija. Takođe, bitno je da nije svaki od tih kriterijuma podjednako značajan, te ih kao takve i razmatramo.

Budući da je priroda nekih parametara takva da postoje u kvalitativnom obliku, potrebno je da se formiraju skale pomoću kojih će se izvršiti njihova kvantifikacija, odnosno datim atributima dodeliti brojčana vrednost.

Prethodnih godina je sve učestalije pominjan problem nabavke novih aviona za opremanje vazduhoplovstva, i on se sve više aktuelizuje zbog zastarelosti tehnike kojom naša vojska raspolaže. Taktička studija u kojoj su definisane potrebe Srbije za novim višenamenskim borbenim avionima izrađena je još 2008. godine [4].

Kada je u pitanju lovačka avijacija, razmatranja stručne javnosti svela su se na određene svetski poznate, renomirane proizvođače aviona i njihove modele: ruski *Suhoy Su-30*, švedski *Saab Gripen JAS 39*, američki *F-18*, francuski *Rafal* i „evropski“ *Eurofighter*. Stoga će dalja razmatranja biti zasnovana na modelu sa pet mogućih rešenja, označenih sa  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  i  $a_5$ .

Sledeće što ćemo razmatrati jesu kriterijumi po kojima će se vrednovati navedeni vazduhoplovi i na osnovu kojih će se doneti odluka. Uzećemo sledeće kriterijume koji će nam biti važni za izbor: cenu, letne performanse, naoružanje, opremu, garantni rok i troškove održavanja. Jasno je da će određeni avioni biti u prednosti po određenim kriterijumima, dok će po nekim drugim biti u podređenom položaju u odnosu na druge avione.

U uslovima takvih neodređenosti, uloga donosioca odluke jeste da donese optimalnu odluku na osnovu razmatranja svih pozitivnih i negativnih (manje pozitivni) karakteristika određenog aviona. Tako neće postojati rešenje koje će po svim kriterijumima biti optimalno. S druge strane, ne može se odluka doneti samo na osnovu jednog kriterijuma, jer će i ostali biti značajni za njeno donošenje. Osnovni podaci (parametri) za takav višekriterijumski problem dati su u sledećoj tabeli [5].

Tabela 1

Opšti model višekriterijumske analize

Table 1

General model of multicriteria analysis

Kriterijumi Rešenja	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>14</sub>	C <sub>15</sub>
a <sub>2</sub>	C <sub>21</sub>	C <sub>22</sub>	C <sub>23</sub>	C <sub>24</sub>	C <sub>25</sub>
a <sub>3</sub>	C <sub>31</sub>	C <sub>32</sub>	C <sub>33</sub>	C <sub>34</sub>	C <sub>35</sub>
a <sub>4</sub>	C <sub>41</sub>	C <sub>42</sub>	C <sub>43</sub>	C <sub>44</sub>	C <sub>45</sub>
a <sub>5</sub>	C <sub>51</sub>	C <sub>52</sub>	C <sub>53</sub>	C <sub>54</sub>	C <sub>55</sub>

## Postavljanje osnovnih parametara

U tabeli su vertikalno (po koloni) data moguća rešenja (varijante, akcije), a horizontalno (vrste) – kriterijumi koji se razmatraju pri donošenju odluke. Budući da je reč o parametrima koji nisu sasvim merljivi, mora im se dati određena vrednost, koja može da se formira bodovanjem nekih relevantnih podataka ili uvođenjem skala.

Koeficijenti kriterijuma izbora

*Tabela 2*

Coefficients of choice criteria

*Table 2*

Rešenja \ Kriterijumi	Cena	Letne performanse	Naoružanje	Oprema	Troškovi održavanja	Garantni rok
	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>	K <sub>6</sub>
a <sub>1</sub>	140	92	44	83	38	20
a <sub>2</sub>	180	88	45	88	39	20
a <sub>3</sub>	150	86	45	84	37	25
a <sub>4</sub>	130	83	47	86	40	18
a <sub>5</sub>	120	89	43	89	42	15

Jasno je da svaki kriterijum nije jednako značajan i da se ne može posmatrati ravnopravno sa ostalim kriterijumima. Na primer, s obzirom na to da je reč o veoma skupoj tehnici, cena može da bude opredeljujući kriterijum. Zbog toga se kriterijumima daju različiti „težinski koeficijenti“, čime im se pridaje odgovarajući značaj u donošenju odluke.

Tabeli je dodata još jedna vrsta koja reprezentuje prirodu kriterijuma, što znači da pokazuje da li je poželjno da se na tom kriterijumu ostvari maksimizacija ili minimizacija, odnosno da li je željeno rešenje da vrednost koeficijenta po tom kriterijumu bude što veća ili što manja.

Težinski koeficijenti kriterijuma  
Weight criteria coefficients

Tabela 3

Table 3

Kriterijumi Rešenja	Cena	Letne performanse	Naoružanje	Oprema	Troškovi održavanja	Garantni rok
	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$
$a_1$	140	92	44	83	38	20
$a_2$	180	88	45	88	39	20
$a_3$	150	86	45	84	37	25
$a_4$	130	83	47	86	40	18
$a_5$	120	89	43	89	42	15
Težinski koeficijenti	0,30	0,10	0,18	0,17	0,13	0,12
Što veći (+) Što manji (-)	-	+	+	+	-	+

Iz tabele se može videti da se odluka o kupovini aviona ne može jednostavno doneti. Takođe, odluka se ne može doneti ni samo na osnovu jednog kriterijuma iako po tom kriterijumu jedno rešenje nadmašuje ostala rešenja (sigurno je da se nećemo upravljati samo prema najnižoj ceni ili prema najboljim letnim performansama).

Potrebno je da se usklade svi parametri i da se, na osnovu sinteze parametara, donese odluka koja nam najviše odgovara i koja se odnosi na optimalno rešenje. U idealnom slučaju, odluka bi se lako donela kada bi jedno rešenje bilo bolje od svih drugih po svim kriterijumima. Tada bi se imala idealna tačka, sa maksimumom po svim kriterijumima [3]. Međutim, takav slučaj je skoro nemoguć, ili se veoma retko javlja. Drugim rečima, ne postoji apsolutno najbolje rešenje. Na osnovu toga, mogu se definisati odnosi dominacije, tj. nadmoći među rešenjima po kriterijumima, tako što će se razmatrati vrednosti koeficijenata po istom kriterijumu za različita rešenja (ponuđene varijante, izbore – u datom slučaju modele aviona). Tako ćemo imati tri slučaja:

1. Ako je po svakom kriterijumu ( $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$ ), na primer, rešenje  $a_1$  bolje ili jednako rešenju  $a_2$  (po svim kriterijumima ostvaruje bolje koeficijente), a makar po jednom od kriterijuma  $a_1$  bolje od  $a_2$ , onda se može reći da  $a_1$  dominira nad  $a_2$  i pisati  $a_1 Da_2$ . U takvom slučaju izbor je jasan, budući da je jedno od rešenja potpuno dominantno u odnosu na drugo, ili na druga rešenja.

2. Ako su po svakom kriterijumu izbori  $a_1$  i  $a_2$  jednaki, onda se kaže da je  $a_1$  indiferentno u odnosu na  $a_2$  i piše  $a_1 Ia_2$ .

3. Ako je  $a_1$  po nekom kriterijumu u prednosti u odnosu na  $a_2$ , a po nekom drugom  $a_2$  bolje od  $a_1$ , onda se kaže da je  $a_1$  nedominantno u od-

nosu na  $a_2$  ( $a_1$  ne dominira nad  $a_2$ ) i piše  $a_1Na_2$ . U tom slučaju su, zapravo, oba rešenja nedominantna, te se kvalitetna odluka ne može doneti samo na osnovu posmatranja date tabele.

## Razlike koeficijenata

Kako bi se došlo do pouzdanijih pokazatelja vrednosti rešenja po svim kriterijumima, moraju se po svakom kriterijumu uporediti njihovi koeficijenti. Da bi se uporedila rešenja, treba napraviti po svakom kriterijumu razlike njihovih koeficijenata:

$$D_j(a_x, a_v) = C_j(a_x) - C_j(a_v). \quad (1)$$

Za svaki kriterijum oduzimaju se od koeficijenta najveće vrednosti za ostale koeficijente u toj koloni i na taj način upoređuju sva rešenja po datom kriterijumu. Na taj način, lako se može uočiti koje rešenje ima najveću (najpoželjniju) vrednost i koliko zaostaju ostala rešenja, tj. koliko su udaljena od najboljeg rešenja. Drugim rečima, apsolutna vrednost razlike pokazuje za koliko je najbolje rešenje bolje od nekog drugog. Tako se dobija nova matrica apsolutnih vrednosti razlike u odnosu na najbolje rešenje.

Razlike koeficijenata u odnosu na najbolji

Tabela 4

Differences in coefficients regarding the best one

Table 4

Kriterijumi Rešenja	Cena	Letne performanse	Naoružanje	Oprema	Troškovi održavanja	Garantni rok
	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$
$a_1$	20	<u>92</u>	3	6	1	5
$a_2$	60	4	2	1	2	5
$a_3$	30	6	2	5	<u>37</u>	<u>25</u>
$a_4$	10	9	<u>47</u>	3	3	7
$a_5$	<u>120</u>	3	4	<u>89</u>	5	10
Težinski koeficijenti	0,30	0,10	0,18	0,17	0,13	0,12
Što veći (+) Što manji (-)	Što manji	Što veći	Što veći	Što veći	Što manji	Što veći

Na tabeli se za svaki kriterijum jasno razlikuju rešenja koja su u prednosti u odnosu na ostala, odnosno koja se preferiraju po datom kriterijumu. Drugim rečima, na osnovu razlika između koeficijenata može da se odredi preferencija rešenja.

## Funkcija preferencije

Na osnovu razlika među koeficijentima može da se formira funkcija preferencije rešenja koja će, zapravo, biti funkcija razlika koeficijenata:

$$P_j(a_x, a_y) = F[D_j(a_x, a_y)]. \quad (2)$$

Funkcija preferencije može da ima vrednosti između 0 i 1:

$$0 \leq P_j(a_x, a_y) \leq 1.$$

Optimalan grafik funkcije dobija se metodom najmanjih kvadrata, tako da su kvadrati odstupanja vrednosti od grafika optimalne funkcije minimalni. To znači da se za različite kriterijume mogu izabrati i različiti tipovi.

Čitav koncept funkcije preferencije navodi, praktično, na digitalizaciju podataka – svođenje na vrednosti 0 i 1, s tim što se javljaju i vrednosti između 0 i 1. Na taj način se suština svih poređenja u velikom broju slučajeva svodi na samo dva stanja, na:  $P_j=1$ , ako funkcija potpuno zadovoljava naše kriterijume u odnosu na druga rešenja, i  $P_j=0$ , ako funkcija uopšte ne zadovoljava kriterijume.

U praktičnim situacijama funkcija preferencije može da se izabere između vrednosti 0 i 1, i to tako što će se postaviti prag – granica razlike koeficijenata po određenom kriterijumu: ukoliko je razlika veća od određenog praga, funkciji preferencije treba dodeliti vrednost 1, a ako je razlika manja, funkciji preferencije se dodeljuje vrednost 0.

Prag razlike

Tabela 5

Diference threshold

Table 5

Kriterijumi Rešenja	Cena	Letne performanse	Naoružanje	Oprema	Troškovi održavanja	Garantni rok
	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>	K <sub>6</sub>
a <sub>1</sub>	140	92	44	83	38	20
a <sub>2</sub>	180	88	45	88	39	20
a <sub>3</sub>	150	86	45	84	37	25
a <sub>4</sub>	130	83	47	86	40	18
a <sub>5</sub>	120	89	43	89	42	15
Težinski koeficijenti w <sub>i</sub>	0,30	0,10	0,18	0,17	0,13	0,12
Što veći (+) Što manji (-)	-	+	+	+	-	+
Prag (Pr)	-25	5	3	3	-3	5

Iz toga se mogu dobiti vrednosti funkcije preferencije za date parametre upoređivanjem vrednosti sa visinom praga. Vrednostima koje ne zadovoljavaju kriterijum treba dodeliti vrednost funkcije preferencije '0', a ostalim vrednostima, koje zadovoljavaju kriterijum – linearnu vrednost funkcije preferencije, između nula i jedan. Na taj način u tabeli će se dobiti koeficijenti  $P_{11}, P_{12}, \dots, P_{55}$ .

Tabela 6

Koeficijenti i funkcija preferencije po kriterijumima K1, K2 i K3  
Coefficients and preference function per criteria K1, K2 and K3

K <sub>1</sub>				K <sub>2</sub>				K <sub>3</sub>											
i	v	C <sub>11</sub> (a <sub>i</sub> )	D	Pr	P	i	v	C <sub>11</sub> (a <sub>i</sub> )	D	Pr	P	i	v	C <sub>11</sub> (a <sub>i</sub> )	D	Pr	P		
1	1	140	0	-25	0	1	1	92	92	0	5	0	1	1	44	44	0	3	0
1	2	140	-40	-25	1	1	2	92	88	4	5	1	1	2	44	45	-1	3	0
1	3	140	0	-25	0	1	3	92	86	6	5	1	1	3	44	45	-1	3	0
1	4	140	10	-25	0	1	4	92	83	9	5	1	1	4	44	47	-3	3	0
1	5	140	20	-25	0	1	5	92	89	3	5	0,6	1	5	44	43	1	3	0,3
2	1	180	40	-25	0	2	1	88	92	-4	5	0	2	1	45	44	1	3	0,3
2	2	180	0	-25	0	2	2	88	88	0	5	0	2	2	45	45	0	3	0
2	3	180	40	-25	0	2	3	88	86	2	5	0,4	2	3	45	45	0	3	0
2	4	180	50	-25	0	2	4	88	83	5	5	1	2	4	45	47	-2	3	0
2	5	180	60	-25	0	2	5	88	89	-1	5	0	2	5	45	43	2	3	0,7
3	1	150	10	-25	0	3	1	86	92	-6	5	0	3	1	45	44	1	3	0,3
3	2	150	-30	-25	1	3	2	86	88	-2	5	0	3	2	45	45	0	3	0
3	3	150	10	-25	0	3	3	86	86	0	5	0	3	3	45	45	0	3	0
3	4	150	20	-25	0	3	4	86	83	3	5	0,6	3	4	45	47	-2	3	0
3	5	150	30	-25	0	3	5	86	89	-3	5	0	3	5	45	43	2	3	0,7
4	1	130	-10	-25	0,4	4	1	83	92	-9	5	0	4	1	47	44	3	3	1
4	2	130	-50	-25	1	4	2	83	86	-3	5	0	4	2	47	45	2	3	0,7
4	3	130	-10	-25	0,4	4	3	83	88	-5	5	0	4	3	47	45	2	3	0,7
4	4	130	0	-25	0	4	4	83	83	0	5	0	4	4	47	47	0	3	0
4	5	130	10	-25	0	4	5	83	89	-6	5	0	4	5	47	43	4	3	1
5	1	120	-20	-25	0,8	5	1	89	92	-3	5	0	5	1	43	44	-1	3	0
5	2	120	60	-25	1	5	2	89	86	3	5	0,6	5	2	43	45	-2	3	0
5	3	120	-20	-25	0,8	5	3	89	88	1	5	0,2	5	3	43	45	-2	3	0
5	4	120	-10	-25	0,4	5	4	89	83	6	5	1	5	4	43	47	-4	3	0
5	5	120	0	-25	0	5	5	89	89	0	5	0	5	5	43	43	0	3	0



Tabela 7

Koeficijenti i funkcija preferencije po kriterijumima K4, K5 i K6  
Coefficients and preference function per criteria K4, K5 and K6

K <sub>4</sub>					K <sub>5</sub>					K <sub>6</sub>										
i	v	C <sub>11</sub> (a <sub>i</sub> )	C <sub>11</sub> (a <sub>v</sub> )	D	Pr	P	i	v	C <sub>11</sub> (a <sub>i</sub> )	C <sub>11</sub> (a <sub>v</sub> )	D	Pr	P	i	v	C <sub>11</sub> (a <sub>i</sub> )	C <sub>11</sub> (a <sub>v</sub> )	D	Pr	P
1	1	83	83	0	3	0	1	1	38	38	0	-3	0	1	1	20	20	0	5	0
1	2	83	88	-5	3	0	1	2	38	39	-1	-3	0,3	1	2	20	20	0	5	0
1	3	83	84	-1	3	0	1	3	38	37	1	-3	0	1	3	20	25	-5	5	0
1	4	83	86	-3	3	0	1	4	38	40	-2	-3	0,7	1	4	20	18	2	5	0,4
1	5	83	89	-6	3	0	1	5	38	42	-4	-3	1	1	5	20	15	5	5	1
2	1	88	83	5	3	1	2	1	39	38	1	-3	0	2	1	20	20	0	5	0
2	2	88	88	0	3	0	2	2	39	39	0	-3	0	2	2	20	20	0	5	0
2	3	88	84	4	3	1	2	3	39	37	2	-3	0	2	3	20	25	-5	5	0
2	4	88	86	2	3	0,7	2	4	39	40	-1	-3	0,3	2	4	20	18	2	5	0,4
2	5	88	89	-1	3	0	2	5	39	42	-3	-3	1	2	5	20	15	5	5	1
3	1	84	83	1	3	1	3	1	37	38	-1	-3	0,3	3	1	25	20	5	5	1
3	2	84	88	-4	3	0	3	2	37	39	-2	-3	0,7	3	2	25	20	5	5	1
3	3	84	84	0	3	0	3	3	37	37	0	-3	0	3	3	25	25	0	5	0
3	4	84	86	-2	3	0	3	4	37	40	-3	-3	1	3	4	25	18	7	5	1
3	5	84	89	-1	3	0	3	5	37	42	-5	-3	1	3	5	25	15	10	5	1
4	1	86	83	3	3	1	4	1	40	38	2	-3	0	4	1	18	20	-2	5	0
4	2	86	84	2	3	0,7	4	2	40	39	1	-3	0	4	2	18	20	-2	5	0
4	3	86	88	-2	3	0	4	3	40	37	3	-3	0	4	3	18	25	-7	5	0
4	4	86	86	0	3	0	4	4	40	40	0	-3	0	4	4	18	18	0	5	0
4	5	86	89	-3	3	0	4	5	40	42	-2	-3	0,7	4	5	18	15	3	5	0,6
5	1	89	83	6	3	1	5	1	42	38	4	-3	0	5	1	15	20	-5	5	0
5	2	89	84	5	3	1	5	2	42	39	3	-3	0	5	2	15	20	-5	5	0
5	3	89	88	1	3	0,3	5	3	42	37	5	-3	0	5	3	15	25	-10	5	0
5	4	89	86	3	3	1	5	4	42	40	2	-3	0	5	4	15	18	-3	5	0
5	5	89	89	0	3	0	5	5	42	42	0	-3	0	5	5	15	15	0	5	0

### Agregatni indeks preferencije

Na osnovu podataka težinskog koeficijenta određenog kriterijuma i funkcije preferencije formira se agregatni indeks preferencije. On pokazuje u kojem stepenu jedno rešenje nadmašuje drugo, odnosno koliko se više preferira jedno nego drugo rešenje, što znači da je agregatni indeks preferencije uvek pozitivan. Agregatni indeks se i dobija kao proizvod koeficijenta preferencije i težinskog koeficijenta. Budući da je reč o agregatnom indeksu preferencije, jasno je da se u tom slučaju sumiraju koeficijenti preferencije ponderisane težinskim koeficijentima. Po nekim kriterijumima može da bude bolje jedno rešenje, a po nekim drugim kriterijumima – neko drugo rešenje, a samim tim i preferencija nekog od rešenja. Vrednost agregatnog indeksa preferencije je između 0 i 1. To znači da će se, pri poređenju rešenja, u nekim slučajevima više preferirati rešenje  $a_x$  u odnosu na  $a_y$ , ali i da će biti slučajeva kada će se više preferirati  $a_y$  u odnosu na  $a_x$ . Prilikom poređenja rešenja, zbir njihovih ponderisanih agregatnih indeksa dobija vrednosti između 0 i 1, uključujući i te vrednosti. Vrednost 0 imao bi u slučaju da su rešenja bila jednaka po svim kriterijumima, te bi na taj način i razlika bila jednaka nuli, a vrednost 1 ako bi po svakom kriterijumu jedno rešenje nadmašilo drugo. Agregatni indeks preferencije rešenja  $a_x$  u odnosu na rešenje  $a_y$  označićemo sa  $IP(a_x, a_y)$ , a agregatni indeks preferencije rešenja  $a_y$  u odnosu na  $a_x$  sa  $IP(a_y, a_x)$ .

Navedeni slučaj se može ilustrovati i na sledeći način: kad bi jedno rešenje bilo bolje od drugog u 70% slučajeva, njegov indeks bi bio 0,7; tada bi drugo rešenje bilo bolje u 30% situacija, pa bi njegov indeks iznosio 0,3.

Agregatni indeks preferencije dobija se kao suma proizvoda funkcije (koeficijenta) preferencije i težinskog koeficijenta. Budući da će funkcija preferencije praktično imati vrednosti 0 ili 1, to će značiti i da će agregatni indeks biti suma nula i vrednosti težinskog koeficijenta. Samim tim, on može imati maksimalnu vrednost 1 i minimalnu 0.

$$IP(a_x, a_y) = \sum P_j(a_x, a_y) \cdot w_j \quad (3)$$

Agregatni indeksi preferencije

Tabela 8

Agregate preference index

Table 8

IP	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_1$	0	0,44	0,08	0,24	0,36
$a_2$	0,22	0	0,21	0,31	0,37
$a_3$	0,38	0,68	0	0,31	0,38
$a_4$	0,47	0,54	0,25	0	0,34
$a_5$	0,41	0,53	0,31	0,29	0

### Koeficijenti ulaznog i izlaznog toka

Na osnovu izračunatih kumulativnih indeksa preferencije može se doći do vrednosti ulaznog, izlaznog, i čistog toka. Koeficijent ulaznog toka za određeno rešenje određuje se iz zbira indeksa preferencije tog rešenja u odnosu na ostala rešenja; koeficijent izlaznog toka za određeno rešenje određuje se iz zbira indeksa preferencije ostalih rešenja u odnosu na to rešenje; a koeficijent čistog toka dobija se kao razlika koeficijenta ulaznog toka i koeficijenta izlaznog toka [6,7].

Koeficijent ulaznog toka rešenja  $a_i$  računa se kao:

$$T^+(a_i) = \frac{\sum IP(a_i, a_v)}{n-1} \quad (4)$$

Koeficijent izlaznog toka rešenja  $a_i$  računa se kao:

$$T^-(a_i) = \frac{\sum IP(a_v, a_i)}{n-1} \quad (5)$$

Koeficijent čistog toka rešenja  $a_i$  računa se kao:

$$T(a_i) = T^+(a_i) - T^-(a_i) \quad (6)$$

Tabela 9

Koeficijenti ulaznog i izlaznog toka

Table 9

Coefficients of input and outgoing flows

IP	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$T^+$	T
$a_1$	0	0,44	0,08	0,24	0,36	0,28	- 0,09
$a_2$	0,22	0	0,21	0,31	0,37	0,27	- 0,28
$a_3$	0,38	0,68	0	0,31	0,38	0,44	+ 0,23
$a_4$	0,47	0,54	0,25	0	0,34	0,40	+ 0,11
$a_5$	0,41	0,53	0,31	0,29	0	0,39	+ 0,03
$T^-$	0,37	0,55	0,21	0,29	0,36		

### Metode PROMETHEE

Jedan od pogodnih alata za rangiranje rešenja predstavljaju i PROMETHEE (Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluations) metode, čije je osnove razvio Brans (1982), sa proširenjem koje su uneli Brans i Vinke (1985) i dodatnim dopunama koje su dali Brans i Maršal (1994). Osnovna namena metoda jeste rangiranje rešenja višekriterijumskih problema.

### Metoda PROMETHEE I

Na osnovu koeficijenata ulaznih i izlaznih tokova, metoda Promethee može da se primeni i za parcijalno poređenje dobijenih rezultata. Rešenja se najlakše upoređuju posmatranjem, odnosno upoređivanjem ulaznih i izlaznih tokova. Naime, određeno rešenje nadmašuje neko drugo ukoliko mu je koeficijent ulaznog toka veći nego koeficijent ulaznog toka drugog rešenja, i ako mu je, u isto vreme, koeficijent izlaznog toka manji nego koeficijent izlaznog toka drugog rešenja [8]. Slučaj nadmašivanja označićemo brojem 1, a slučaj nenadmašivanja sa 0.

Poredak rešenja po metodi Promethee I  
Order of solutions by the Promethee I method

Tabela 10

Table 10

Rešenja	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	Nadmašuje	Rang
$a_1$	*	1	0	0	0	1	<u>4</u>
$a_2$	0	*	0	0	0	0	<u>5</u>
$a_3$	1	1	*	1	1	4	<u>1</u>
$a_4$	1	1	0	*	1	3	<u>2</u>
$a_5$	1	1	0	0	*	2	<u>3</u>

### Metoda PROMETHEE II

Na sličan način kao u slučaju Promethee I, pomoću metode Promethee II rangiraju se rešenja, ali po vrednosti čistog toka. U tom slučaju u razmatranje se uzimaju samo konačne vrednosti koeficijenata čistog toka, tako da se jednostavno rangiraju po tim vrednostima od najviše ka najnižoj.

Poredak rešenja po metodi Promethee II  
Order of solutions by the Promethee II method

Tabela 11

Table 11

Rešenja	$aa_1$	$aa_2$	$aa_3$	$aa_4$	$aa_5$	Nadmašuje	Rang
$a_1$	*	1	0	0	0	1	<u>4</u>
$a_2$	0	*	0	0	0	0	<u>5</u>
$a_3$	1	1	*	1	1	4	<u>1</u>
$a_4$	1	1	0	*	1	3	<u>2</u>
$a_5$	1	1	0	0	*	2	<u>3</u>

### Metoda PROMETHEE III

Za razliku od metoda Promethee I i II, metoda Promethee III daje intervalni poredak rešenja, i to tako što se najpre definišu granice intervala svakog rešenja, a zatim se poredak rešenja konstruiše na osnovu preklapanja intervala vrednosti čistog toka. Drugim rečima, za svako rešenje se određuju granice čistog toka, i to početna  $A(a_i)$  i krajnja  $B(a_i)$  granica intervala. Za tu metodu ćemo slučaj nadmašivanja definisati nešto drugačije: ukoliko se intervali ne preklapaju, onda jedno rešenje nadmašuje drugo, a ukoliko ima preklapanje intervala (takvog da se intervali preklapaju, ali da nije jedan potpuno sadržan u drugom), onda se kaže da su rešenja indiferentna.

Granice intervala rešenja  $a_i$  računamo kao:

– početna:

$$A(a_i) = R_{sr}(a_i) - \alpha_a \cdot \sigma_a(a_i); \quad (7)$$

– krajnja:

$$B(a_i) = R_{sr}(a_i) + \alpha_a \cdot \sigma_a(a_i). \quad (8)$$

Gde je:

$R_{sr}(a_i)$  – srednja vrednost čistog toka rešenja  $a_i$ , koja se računa kao:

$$R_{sr}(a_i) = \frac{\sum [IP(a_i, a_v) - IP(a_v, a_i)]}{n-1}, \quad (9)$$

$\sigma_a$  – standardna greška raspodele vrednosti kumulativnog indeksa preferencije:

$$\sigma_a = \frac{\sum [IP(a_i, a_v) - IP(a_i, a_v) - R_{sr}(a_i)]^2}{n-1}, \quad (10)$$

$\alpha_a = 0,15$ .

Za svako rešenje računa se srednja vrednost čistog toka koja se kasnije koristi za izračunavanje standardne greške. Iz izraza za granice intervala vidi se da su one raspoređene simetrično u odnosu na srednju vrednost čistog toka  $R_{sr}$ , i to tako što su od nje udaljene na levu i desnu stranu za proizvod  $\alpha_a \cdot \sigma_a(a_i)$ .

Granice i poredak rešenja po metodi Promethee III

Tabela 12

Borders and order of solutions by the Promethee III method

Table 12

$a_i$	$R_{Sr}(a_i)$	$\sigma_a(a_i)$	$A(a_i)$	$B(a_i)$	Nadmašuje	Rang
$a_1$	-0,1450	0,2493	-0,1823	-0,1076	1	4
$a_2$	-0,2700	0,2747	-0,3112	-0,2288	0	5
$a_3$	0,2250	0,2424	0,1886	0,2614	4	1
$a_4$	0,1125	0,1349	0,0923	0,1327	3	2
$a_5$	0,0225	0,0919	0,0087	0,0363	2	3

Na osnovu dobijenih rezultata, granice intervala se mogu i grafički prikazati. Iz grafika 1 može se videti i raspored intervala za svako rešenje, kao i nadmoćnost određenog rešenja u odnosu na druga rešenja.

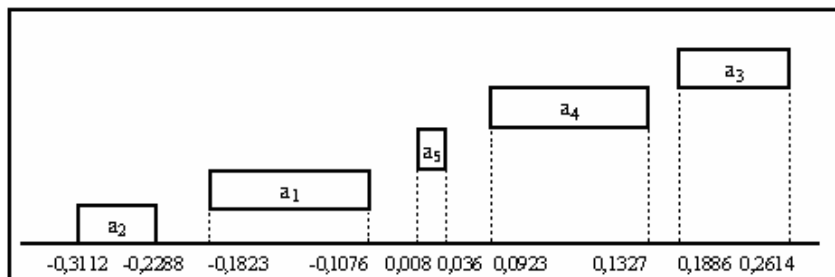
Sa date slike vidi se kako rešenje  $a_3$  nadmašuje sva ostala rešenja (sva četiri); rešenje  $a_4$  nadmašuje rešenja  $a_2$  i  $a_5$ , a sa rešenjem  $a_4$  preklapa se na jednom delu; rešenje  $a_1$  nadmašuje rešenja  $a_2$  i  $a_5$ , a rešenje  $a_5$  nadmašuje samo rešenje rešenja  $a_2$ , koje je i najslabije rangirano.

Grafik 1

Poredak rešenja prema granicama intervala

Graph 1

Order of solutions by the borders of intervals



## Zaključak

Višekriterijumska analiza se svakim danom, sve više, pokazuje kao neizostavna u svim poslovnim aktivnostima u različitim oblastima društva, te stoga ima i sve veći značaj u procesu odlučivanja. Naime, veoma važne odluke se često i ne mogu doneti sa sigurnošću samo na osnovu intuitivnih zaključaka, niti na osnovu površnih pokazatelja.

Kao veoma moćan instrument za poređenje ponuđenih rešenja i za izbor najboljeg, višekriterijumska analiza je nezaobilazan činilac u svim odlukama u savremenom upravljanju sistemima. Uz manje zanemariva-

nje obrađenih matematičkih modela, neizostavna je i u donošenju odluka na svim nivoima komandovanja u jedinicama i ustanovama Vojske Srbije.

Višekriterijumske analize ne moraju da se primenjuju samo u poslovnim procesima već i u svim mogućim situacijama u kojima se nudi više mogućnosti i, prilikom izbora, razmatra više kriterijuma. U svakom slučaju, nikada se ne razmatra samo jedan kriterijum, već se oslanja na sintezu kriterijuma. Veoma pogodan alat za takvu analizu su i metode Promethee, koje daju veoma pouzdane pokazatelje.

Navedeni primer je i jasan pokazatelj analize koja je dovela do optimalnog rešenja, dok bi se samo na osnovu posmatranja koeficijenata po datim parametrima mogao doneti pogrešan zaključak. Prilikom analize veoma je važno da se dobro postave kriterijumi, ali i da se definišu vrednosti parametara i težina datog parametra za donošenje odluke. Zbog svega toga, donosilac odluke treba da sagleda u potpunosti, na pravi način, sva moguća rešenja, izvrši kvalitetnu analizu i, na osnovu razmatranja svih kriterijuma, donese optimalnu odluku.

U budućnosti će se donošenje odluka na svim nivoima zasnivati na višim ili nižim nivoima višekriterijumske analize, ali će ona svakako biti važan činilac u donošenju odluke.

Veoma jednostavno mogu da se kreiraju i računarski modeli za realizaciju procesa donošenja odluke u višekriterijumskim problemima zasnovane na navedenim modelima. Time se, posebno u Ministarstvu odbrane i na višim nivoima odlučivanja Vojske Srbije, pojednostavljuje odlučivanje u bitnim situacijama i obezbeđuje pouzdanost argumentima odluke.

### Literatura

[1] Andrejić, M., Đorović, B., Pamučar, D., Upravljanje projektima po pristupu projekt menadžmenta, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 59, No. 2, pp. 142-143, ISSN 0042-8469, UDC 623+355/359, Beograd, 2011.

[2] Jelenković, N., Matematika u vojno-tehničkim dostignućima, Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier, Vol. 58, No. 4, pp. 172-175, ISSN 0042-8469, UDC 623:51, Beograd, 2010.

[3] Brans, J. P., Vincke, P., Mareschal, B., How to select and how to rank projects: The Promethee method, European Journal of Operational Research - EJOR, Vol. 24, No. 2, pp. 228-238, 1986.

[4] <http://www.rts.rs/page/stories/sr/story/125/Društvo/748586/Novi+avioni+za+Vojsku+Srbije.html> (Novi avioni za Vojsku Srbije). Datum preuzimanja: 29. 10. 2011.

[5] Borović, S., Milićević, M., *Zbirka odabranih poglavlja iz operacionih istraživanja*, Vojnoizdavački zavod, Beograd, 1991.

[6] Brans, J. P., Vincke, P., Mareschal, B., Multicriteria analysis: survey and new directions, , vol. 8, no. 3, pp. 207-218, 1981.

[7] Čupić, M., Tumala, V. M. R., *Savremeno odlučivanje*, Fakultet organizacionih nauka, Beograd, 1997.

[8] <http://www.inf.unideb.hu/valseg/dolgozok/anett.racz/docs/DSS/Promethee.pdf> (Promethee methods, Brans J. P., Mareschal B.). Datum preuzimanja: 05. 08. 2011.

## POSSIBILITIES OF THE APPLICATION OF MULTICRITERIA ANALYSIS AND PROMETHEE METHODS, ON AN EXAMPLE OF AIRCRAFT CHOICE

FIELD: Mathematics, Computer Sciences – Decision-making Theory

ARTICLE TYPE: Professional Paper

### Summary:

*This paper proves that the application of the PROMETHEE method, one of better known methods of multicriteria optimization, can be used as a generalized criterion for many different situations when solving diverse problems and at all levels of the military organization. The decision-making process can be simplified, resulting in a higher level of reliability of decisions of the Ministry of Defence and higher levels of command in Serbian Armed Forces while solving important multicriteria problems above all.*

### Problems of multicriteria decision-making

*Numerous situations and problems, mainly business ones in different fields, require decision-making in circumstances involving a number of criteria. Such situations require detailed and comprehensive analyses leading towards an optimum solution based on the analysis of all criteria and comparative tests.*

*Criteria can be of different nature, meaning that, in particular situations, a favourable variant can be the maximum or the minimum of a particular function by certain criteria. This especially applies to real life situations where in decision-making either maximisation or minimisation can be asked for. It is very important to point out that not all the criteria are of the same importance in this process.*

### Defining essential parameters

*Since parameters cannot be entirely measured, certain values are assigned to them on the basis of relevant data ranking or scale introduction. Since not all criteria have the same importance, different weight coefficients are assigned to different criteria. They are non-negative numbers, independent from the measurement units of the criteria. The higher the weight, the more important the criterion is. A decision cannot be made only on one criterion, but it has to be the best decision, an optimum solution surpassing the other ones.*

### Differences between coefficients

*In order to obtain relevant information on the value of solutions, their coefficients have to be compared by all criteria. Therefore, we will find differences between their coefficients per all criteria.*



#### Preference function

*Based on the difference between coefficients, we can make the preference function of solutions, which represents a function of the difference between coefficients.*

#### Aggregated preference index

*Using weight coefficients and the preference function, the aggregate preference index can be formed. It shows to what extent one solution surpasses another one, i.e. how much one solution is preferred to another one. In most of the cases, there are criteria for which one solution is better than the other one, as well as criteria for which the second solution is better than the first one - consequently, their aggregated preference indexes are always positive.*

#### Coefficients of input, output and clear flows

*Based on calculated cumulative preference indexes, coefficients of input, output and clear flows can be obtained. The coefficient of input flow for a particular solution is obtained out of the sum of preference indexes of that solution with regard to other solutions; the coefficient of output flow is obtained out of the sum of preference indexes of other solutions with regard to that one; and, the coefficient of clear flow is obtained as a difference between input and output flows.*

#### The Promethee methods

*The PROMETHEE methods were developed by J.P. Brans and presented for the first time in 1982. Brans and Vincke improved it in 1985, and Brans and Mareschal gave further additions in 1994. The primary purpose of these methods is ranking solutions of multicriteria problems.*

#### The Promethee I method

*The PROMETHEE I partial ranking is obtained from the input and output flows. Both flows do not usually induce the same rankings.*

#### The Promethee II method

*Similarly to the PROMETHEE I, the PROMETHEE II is designed for ranking solutions, but from clear flows.*

#### The PROMETHEE III method

*Differently from the Promethee I and Promethee II methods, the Promethee III gives the solution interval ranking. For each solution interval borders are defined, and based on that analysis the solutions are ranked.*

Conclusion:

*It is clear that, in the future, decision-making at all levels will be based on higher or lower levels of multicriteria analysis.*

*As a powerful instrument for the comparison of offered solutions and the choice of the best possible one, the multicriteria analysis is a necessary factor in all decision making processes in modern system management. It is also unavoidable in decision-making at all command levels in Serbian Armed Forces, regardless of slight neglecting of processed mathematical models.*

*It is very simple to create and compute models for the realisation of decision-making processes for multicriteria problems, based on the given models. Decision-making in the Ministry of Defence and at higher command levels of Serbian Armed Forces thus becomes simplified and more reliable.*

*Keywords: Multicriteria analysis, Promethee*

Datum prijema članka: 13. 09. 2011.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 29. 10. 2011.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 30. 10. 2011.