## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАПОЛНЕНИЯ «КУПОЛА-СЕПАРАТОРА», ПРЕДНАЗНАЧЕННОГО ДЛЯ ЛИКВИДАЦИИ НЕФТЕГАЗОВЫХ ВЫБРОСОВ В ЗОНЕ МОРСКОГО ДНА *А. А. Насыров*

## MODELLING OF FILLING THE 'DOME-SEPARATOR' INTENDED FOR ELIMINATION OF OIL AND GAS EMISSIONS IN THE SEABED ZONE *A. A. Nasyrov*

В работе рассматриваются теоретические основы функционирования «купола-сепаратора», предназначенного для сбора и последующей отгрузки газо-нефтяных выбросов в случае разрыва скважины вблизи дна глубоких водоемов, когда термобарические условия благоприятны для образования газогидрата. Построена математическая модель описывающая процесс наполнения и откачки углеводородов из купола при условиях гидратообразования, а так же описана динамика изменения температуры фаз.

The paper considers the theoretical basis of functioning of the 'dome-separator' designed for the collection and subsequent shipment of oil-gas emissions in the case of rupture of the well near the bottom of deep waters when thermobaric conditions are favorable for the formation of gas hydrate. The mathematical model describing the process of filling and pumping the ydrocarbons from the dome under hydrate formation conditions is constructed, and dynamics of change of temperature of phases is also described.

*Ключевые слова:* «купол-сепаратор», углеводороды, гидрат. *Кеуwords:* 'dome-separator', hydrocarbons, hydrate.

### Введение

По причине истощения углеводородных запасов на суше разработка пришельфовых месторождений является актуальным направлением в сохранении стабильных уровней производства нефти и газа. При этом необходимо свести к минимуму экологические риски, связанные с добычей углеводородов на дне океана.

Важной проблемой является предотвращение последствий неконтролируемого выброса углеводородного сырья в воды мирового океана. Наглядными примерами подобных аварий могут служить прорывы скважин в Мексиканском заливе в 2010 г., когда в воду вылилось до 5 миллионов баррелей нефти и утечка газа на добывающей платформе в Северном море в марте 2012 г.

Представляется, что наиболее эффективным методом предотвращения подобных выбросов может служить применение купола-сепаратора, который устанавливается непосредственно над местом утечки, а собранная им нефть и газ поставляется по гибким трубам на поверхность океана, для последующей транспортировки [1]. При монтаже купола-сепаратора на глубинах, соответствующих условиям стабильности газогидратов, всегда будет происходить слабо контролируемый процесс образования гидратов. В последующем, эта гидратная масса может представлять проблему для дальнейшей откачки. Масса образующегося гидрата может быть оценена из балансовых соотношений.

В общем случае, купол-сепаратор может иметь произвольную геометрическую форму, однако остановимся на рассмотрении цилиндрической формы, что позволит исключить осложнения, связанные с образованием гидратной массы в процессе эксплуатации сепаратора.

### Основные уравнения

На рис. 1 представлена принципиальная схема цилиндрического купола-сепаратора, который устанавливается на дне океана, непосредственно над местом аварии. Показанный порядок расслоения фаз обусловлен их плотностями ( $\rho_g < \rho_o < \rho_h < \rho_w$ ).



Рис. 1. Принципиальная схема купола-сепаратора

Здесь R(z) – радиус купола; a – радиус скважины;  $Z_{up}$ ,  $Z_{down}$  – координата верхней и нижней границы купола;  $Z_{gas}$ ,  $Z_{oil}$ ,  $Z_{hydrate}$  – граница раздела фаз «нефть-газ», «нефть-гидрат» и «гидрат-вода»; h – расстояние от поверхности до дна океана;  $S_o$ ,  $S_g$  – площади сечения труб для откачки нефти и газа;  $h_h$  – толщина слоя гидрата.

Для описания динамики уровня нефти и газа в процессе наполнения купола-сепаратора, полагая, что

# МАТЕМАТИКА

между ними отсутствует массообмен, запишем уравнения сохранения массы углеводородов [2]:

$$\frac{dM_j}{dt} = m_j^+, \qquad (1)$$

$$M_{j} = \int_{z_{j}}^{z_{j+1}} \rho_{j} \cdot F(z) dz, F(z) = \pi \left( R^{2}(z) - a^{2} \right),$$
$$\left( z_{j} < z < z_{j+1} \right),$$

где  $M_j$  – массы фаз;  $\rho_j$  – плотности фаз; F(z) – площадь поперечного сечения купола в координате z;  $m_j^+$ , – массовый расход нефти и газа в куполе (j = g, o).

Для сохранения массы воды в куполе запишем:

$$\frac{dM_w}{dt} = \rho_w w_w F(z_h), \qquad (2)$$

где  $M_w$  – масса воды;  $w_w$  – скорость расхода воды из купола;  $\rho_w$  – плотность воды.

Уравнение сохранения массы для гидрата можно представить в виде:

$$\frac{dM_h}{dt} = F(z_h)j_h,\tag{3}$$

где  $M_h$  – масса гидрата;  $j_h$  – интенсивность образования гидрата с единицы площади контакта с нефтью.

Для определения средней температуры фаз в куполе используем закон сохранения энергии:

$$\frac{d(M_g c_g T_g)}{dt} = -\int_{z_g}^{z_{up}} 2\pi R(z) \sqrt{1 + R'(z)^2} q_g^e dz -$$
(4)

$$-F(z_{up})q_{g} + F(z_{g})q_{o}^{o} + m_{g}c_{g}I_{g},$$

$$\frac{d(M_{o}c_{o}T_{o})}{dt} = -\int_{z_{o}}^{z_{g}} 2\pi R(z)\sqrt{1 + R'(z)^{2}}q_{o}^{e}dz - (5)$$

$$-F(z_{o})q^{g} + F(z_{o})q^{h} + m^{2}c_{o}T^{2}$$

$$\frac{-F(z_g)q_o + F(z_o)q_o + m_o c_o r_o}{dt} = -\int_{z_d}^{z_h} 2\pi R(z)\sqrt{1 + R'(z)^2} q_w^e dz - (6)$$
$$-F(z_v)a_v^w - F(z_v)a_v + F(z_v)w \quad o \in T$$

$$R'(z) = \frac{dR(z)}{dz},$$

где  $q_g^e$ ,  $q_o^g$ ,  $q_o^g$ ,  $q_o^g$ ,  $q_o^g$ ,  $q_o^h$ ,  $q_w^e$ ,  $q_h^w$ ,  $q_w$ ,  $q_w$  – тепловые потоки, показанные на рис. 1;

 $c_g$ ,  $c_o$ ,  $c_w$  – удельные теплоемкости фаз;  $T_g^+$ ,  $T_o^+$  – температура поступающих газа и нефти;  $T_g,\,T_o,\,T_w$ – текущие средние температуры фаз.

Давление фаз в верхней части купола будем определять исходя из условия гидростатического равновесия:

$$p_{oc} = p_{g} + \rho_{o}g(z_{g} - z_{o}) + \rho_{w}g(z_{o} - z_{d}),$$
(7)

где  $p_{oc}$  – давление столба жидкости на глубине h;  $p_g$  – давление газа под куполом;  $\rho_j$  – плотность фаз;  $Z_j$ ,  $Z_d$  – координаты границ фаз и нижнего основания купола.

### Учёт тепломассобмена

Для замыкания приведенной системы запишем уравнение для интенсивности гидратообразования, используя условие баланса тепла на границе фаз:

$$\dot{j}_h = \frac{-q_o^h + q_h^w}{l},\tag{8}$$

здесь l – удельная теплота гидратообразования,  $q_o^h$ ,  $q_h^w$  – тепловые потоки от нефти в слой гидрата и от

 $q_h$  – тепловые потоки от нефти в слои гидрата и от гидрата в воду.

Межфазные тепловые потоки внутри куполасепаратора, исходя из решения автомодельной задачи о внезапном контакте 2-х сред, можно записать в виде [5]:

$$q_{o}^{g} = -\frac{\left(T_{g} - T_{o}\right)\lambda_{g}\lambda_{o}}{\lambda_{o}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{g}t} + \lambda_{g}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{o}t}},$$

$$q_{h}^{w} = \frac{\left(T_{s}(p) - T_{w}\right)\lambda_{h}\lambda_{w}}{\lambda_{l}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{h}t} + \lambda_{h}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{w}t}},$$

$$q_{o}^{h} = -\frac{\left(T_{s}(p) - T_{o}\right)\lambda_{h}\lambda_{o}}{\lambda_{o}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{h}t} + \lambda_{h}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{o}t}},$$

$$q_{w} = -\frac{\left(T_{w} - T_{w}^{0}\right)\lambda_{w}^{2}}{2\lambda_{w}\sqrt{\pi}\sqrt{\chi_{w}t}},$$
(10)

где  $q_o^g$ ,  $q_o^h$ ,  $q_h^w$  – интенсивность теплообмена, соответственно, между нефтью и газом, нефтью и гидратом, гидратом и слоем воды в куполе, приходящаяся на единицу площади контакта,  $q_w$  – интенсивность теплообмена между слоем воды в куполе и под куполом, приходящаяся на единицу площади контакта,  $\lambda_j$  – коэффициент теплопроводности фаз (j = g, o, h, w);  $\chi_j$  – коэффициент температуропроводности фаз;  $T_w^0$  – температура океанической воды; t – время, отсчитываемое от начала заполнения купола углеводородной смесью.

Температуру на границе  $Z_h$  будем считать равной равновесной температуре гидратообразования, соответствующей давлению  $p_{oc}$ :

$$T_{s}(p_{oc}) = T_{h0} + T_{*} \ln\left(\frac{p_{oc}}{p_{h0}}\right), \qquad (11)$$

где  $T_s(p_{oc})$  – равновесная температура гидратообразования;  $T_{h0}$ ,  $p_{h0}$ ,  $T_*$  – эмпирические параметры.

Для описания теплового взаимодействия фаз с окружающей океанической водой через стенку куполасепаратора примем следующие соотношения [3]:

$$q_{j}^{-} = \beta_{c}^{-} (T_{j} - T_{c}^{-}), q_{c} = \beta_{c} (T_{c}^{-} - T_{c}^{+}),$$

$$q_{c}^{+} = \beta_{c}^{+} (T_{c}^{+} - T_{w}^{0}), \beta_{c}^{-} = \frac{\lambda_{j} N u_{j}}{2R(z)},$$

$$\beta_{c} = \frac{\lambda_{p}}{\delta}, \beta_{c}^{+} = \frac{\lambda_{w} N u_{w}}{z_{j+1} - z_{j}},$$
(12)

$$Nu_j = B(Gr_j \cdot \Pr_j)^n$$
,  $Nu_w = B(Gr_w \cdot \Pr_w)^n$ ,

где  $q_j^-$  – интенсивность теплообмена между фазами и внутренней поверхностью стенки куполасепаратора, приходящейся на единицу площади этой стенки  $(j = g, o, w), q_c$  – интенсивность теплопереноса через стенку купола, приходящейся на единицу площади этой стенки,  $q_c^+$  – интенсивность теплообмена между внешней поверхностью стенки установки и окружающей океанической водой, приходящейся на единицу площади этой стенки,  $T_c^-$  – температура внутренней поверхностью стенки куполасепаратора,  $T_c^+$  – температура внешней поверхностью стенки установки купола, Nu, Gr,  $\Pr$  – числа Нуссельта, Грасгофа и Прандтля, B и n – эмпирические константы, взятые для вертикальной поверхности,  $\lambda_p$  – коэффициент теплопроводности полиуретана,  $\delta$  – толщина стенки купола.

С учетом того что тепловые потоки  $q_j^-$ ,  $q_c$ ,  $q_c^+$ должны быть равны, получаем [4; 6]:

$$q_{j}^{e} = q_{j}^{-} = q_{c} = q_{c}^{+} = \beta (T_{j} - T_{w}^{0}),$$
(13)  
rae

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta_c^-} + \frac{1}{\beta_c} + \frac{1}{\beta_c^+} \cdot \tag{14}$$

Для проведения численных расчетов, описывающих процесс наполнения купола-сепаратора углеводородными соединениями в условиях гидратообразования примем его форму цилиндрической. Как уже было сказано, данная форма позволяет уменьшить риски возникновения аварийных ситуаций, связанных с закупоркой газогидратом отводящих труб при откачки углеводородов. Получим следующую систему уравнений:

$$\frac{dz_g}{dt} = -\frac{m_g^+}{\pi \rho_g (R^2 - a^2)}, \ \frac{dz_o}{dt} = -\frac{\rho_g m_o^+ + \rho_o m_g^+}{\pi \rho_g \rho_o (R^2 - a^2)},$$

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{-2\pi R(z_{up} - z_g)q_g^e - \pi (R^2 - a^2)q_g^e + \pi (R^2 - a^2)q_o^g + m_g^+ c_g(T_g^+ - T_g)}{c_g[\rho_g \pi (R^2 - a^2)(z_{up} - z_g)]},$$

$$\frac{dT_o}{dt} = \frac{-2\pi R(z_g - z_o)q_o^e - \pi (R^2 - a^2)q_o^g - \pi (R^2 - a^2)q_o^h + m_o^+ c_o(T_o^+ - T_o)}{c_o[\rho_o \pi (R^2 - a^2)(z_g - z_o)]},$$
(15)
$$\frac{dP_g}{dt} = (\rho_o - \rho_w)g\frac{dz_o}{dt} - \rho_o g\frac{dz_g}{dt}, \frac{dT_w}{dt} = \frac{-2\pi R(z_h - z_d)q_o^e + \pi (R^2 - a^2)q_h^w - \pi (R^2 - a^2)q_w}{c_l(\rho_l \pi (R^2 - a^2)(z_h - z_d))},$$

$$\frac{dh_h}{dt} = \frac{-q_o^h + q_h^w}{l\rho_h},$$

где R – радиус цилиндрического купола;  $\rho_h$  – плотность гидрата,  $\rho_g$  – плотность газа, которую определяем исходя из закона Менделеева-Клайперона:

$$\rho_g = \frac{p_g}{R_g T_g},\tag{16}$$

Записанная система уравнений позволяет описать динамику наполнения купола, изменения температуры фаз, а так же толщину гидратного слоя в куполе.

#### Результаты расчетов

Проведены расчёты, моделирующие динамику изменения границ фаз и температуры при заполнении купола. Массовый расход нефти  $m_o^+$  равен 1 кг/с, массовый расход газа 0,1, 0,2 и 0,5 кг/с для различных случаев. Параметры скважины и купола-сепаратора имеют следующие значения: h = 500 м; a = 0,2 м; R = 10 м;  $Z_{up} = 75$  м;  $Z_{down} = 5$  м,  $V_{kup} = 4396$  м<sup>3</sup>. Для теплофизических параметров фаз примем:  $T_o = 366$  K;  $T_w^0 = 277$  K;  $\lambda_o = 0,12$  BT/(M·K);

$$\begin{split} \lambda_w &= 0,58 \text{ Bt/(M} \cdot \text{K}); \ \rho_w = 1000 \text{ Kf/m}^3; \\ \rho_o &= 866 \text{ Kf/m}^3; \ c_o = 1670 \text{ Дж/(Kf} \cdot \text{K}); \\ c_w &= 4218 \text{ Дж/(Kf} \cdot \text{K}); \ T_g = 366 \text{ K}; \\ \lambda_g &= 0,03 \text{ Bt/(M} \cdot \text{K}); \ c_g = 2365 \text{ Дж/(Kf} \cdot \text{K}); \\ T_{h0} &= 283 \text{ K}; \ p_{h0} = 6,95 \text{ MIa}; \ T_* = 10 \text{ K}; \\ l &= 5 \cdot 10^5 \text{ Дж/Kf}; \ c_h = 2044 \text{ Дж/(Kf} \cdot \text{K}); \\ R_g &= 519,38 \text{ Дж/(Kf} \cdot \text{K}). \end{split}$$

На рис. 2 представлен закон изменения границ фаз. Сплошной линией показано движение границы «газ-нефть», штрих-пунктирной линией представлена динамика изменения границы «нефть-гидрат» и «нефть-вода» после разложения гидрата.

На рис. 3 показана динамика давления газа в процессе наполнения купола. Видно, что увеличение дебита приводит к более быстрому росту давления газа в куполе-сепараторе.

На рис. 4 приведены результаты численных расчетов для изменения температуры нефти и газа. Штриховыми линиями показана температура поступающей смеси углеводородов (366 К) и температура окружающей среды (277 К). Сплошная, штрихпунктирная и точечная линии соответствуют различным дебитам газа указанным на рис. 4. На выделенном фрагменте представлено изменение температуры фаз на начальном этапе заполнения. Так как на данном этапе количество углеводородов накопленных в куполе-сепараторе незначительно их температура со временем падает.



и «нефть-вода». Числа на линиях соответствуют





соответствуют массовым расходам газа  $m_{\sigma}^+$  в кг/с



Рис. 4. Изменение температуры нефти и газа при заполнении купола. Числа на линиях соответствуют массовым расходам газа  $m_g^+$  в кг/с.

На рис. 5 показано изменение толщины слоя гидрата, начальная толщина которого составляла 0,1 м. В случае дебита газа 0,1 кг/с, гидрат успевает полностью разложиться до момента заполнения ловушки углеводородной смесью.

Температура воды в куполе меняется на доли градусов и основной ее рост соответствует конечному этапу заполнения купола-сепаратора после разложения газогидрата.

## Заключение

В работе, на основе предложенных уравнений, изучена динамика процесса наполнения куполасепаратора, изменения температур и давления газа. Показано, что при достаточно высоких дебитах газа, полное разложение гидрата не осуществляется, что в свою очередь может привести к закупорке отводящего трубопровода в процессе откачки углеводородов. Поэтому необходимо предварительное устранение гидратообразования еще на первоначальном этапе установки купола-сепаратора или проведение дополнительных мероприятий для интенсификации его разложения.



#### Литература

1. Жуков А. В., Звонарев М. И., Жукова Ю. А. Способ добычи газа из глубоководных месторождений газогидратов // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2013. № 10. Ч. 1. С. 16 – 20.

2. Кильдибаева С. Р. Моделирование купола-сепаратора при разливе нефти в шельфе // Фундаментальные исследования. 2013. № 10. Ч. 5. С. 1045 – 1050.

3. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.

4. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 344 с.

5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 2004. 798 с.

6. Шагапов В. Ш., Чиглинцева А. С., Сыртланов В. Р. О возможности вымывания газа из газогидратного массива посредством циркуляции теплой воды // Прикладная математика и техническая физика. 2009. № 4. Т. 50. С. 100 – 111.

### Информция об авторе:

*Насыров Азат Аскатович* – аспирант Бирского филиала Башкирского государственного университета, 8-937-349-34-74, <u>nasaza@mail.ru</u>.

Azat A. Nasyrov - post-graduate student at Birsk branch of Bashkir State University.

(Научный руководитель: Шагапов Владислав Шайхулагзамович – доктор физико-математических наук, академик АН РБ, заведующий кафедрой высшей и прикладной математики Бирского филиала БашГУ, <u>Shagapov@rambler.ru</u>.

*Vladislav Sh. Shagapov* – Doctor of Physics and Mathematics, Member of the Academy of Science of the Republic of Bashkortostan, Head of the Department of Higher and Applied Mathematics, Birsk Branch of Bashkir State University).

Статья поступила в редколлегию 12.02.2015 г.