



ISSN 2345 - 4997

Available online at: www.geo-dynamica.com

Vol. (1)- No. 03- Winter 2014
5th Article- P. 1 to 9**GRIB**Geodynamics Research
International Bulletin

1D Inversion of Geoelectrical Schlumberger Data Using Occam's Inversion to Recover Layering Structure of the Earth

Farzad Shirzaditabar*¹, Somaye Shahab²¹ Department of Physics, Razi University, Kermanshah, Iran.² Department of Geophysics, Kermanshah Science and Research branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran.

*Corresponding Author (f.shirzadi@razi.ac.ir)

Article History:	Received: Dec. 30, 2013	Reviewed: Jan. 07, 2014
Revised: Jan. 17, 2014	Accepted: Feb. 01, 2014	Published: Mar. 16, 2014

ABSTRACT

An inversion method based on Occam's inversion algorithm was developed to recover the resistivity and thickness of a layered ground. Synthetic data was obtained via Res1Dinv software and values of noise were added to them. Then, 1D forward and inverse algorithms were used to recover the main model from noisy data. Applying the Occam's inversion to synthetic data created over some 1D model with multiple sequences of resistive and conductive layers. The results showed that this method works well and the predicted models can be good approximations of synthetic models. On the other hand, the intrinsic limitations of DC resistivity method, e.g. the principle of equivalence, cannot be resolved. Besides, the Occam's inversion procedure cannot estimate the depth of real interface of adjacent layers.

Keywords: Electrical Resistivity, Schlumberger Method, Occam's Inversion, Damped Least Squares

وارون سازی یک بُعدی داده های ژئوالکتریکی شلومبرژه با روش اکام برای به دست آوردن ساختار لایه ای زمین

فرزاد شیرزادی تبار*^۱، سمیه شهاب^۲

استادیار گروه فیزیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه، نگارنده رابط (f.shirzadi@razi.ac.ir)

^۱ کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات کرمانشاه

تاریخ داوری: ۱۳۹۲/۱۰/۱۷	تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۰۹	تاریخچه انتشار مقاله
تاریخ انتشار: ۱۳۹۲/۱۲/۲۵	تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۱۱/۱۲	تاریخ اصلاحات: ۱۳۹۲/۱۰/۲۷

چکیده

در این مقاله، روش وارون سازی اکام برای بازیابی مقادیر مقاومت ویژه زمین یک بُعدی، با استفاده از داده های روش شلومبرژه، به کار گرفته شده است. در ابتدا مدل سازی پیشرو تعریف شده و یک مدل آغازگر برای شروع مدل سازی وارون در نظر گرفته می شود. در الگوریتم مدل سازی وارون، این مدل آغازگر طوری تغییر می کند که در هر تکرار، داده های به دست آمده از این مدل با داده های مشاهده شده به هم نزدیک شوند تا زمانی که بهترین برازش بین این داده ها به دست آید. تغییرات مدل آغازگر به سمت مدل بهینه با محاسبه ماتریس ژاکوبین تنظیم می شود که تغییرات در داده ها را به تغییرات در مدل وابسته می کند. نتایج به دست آمده از اعمال الگوریتم وارون سازی بر داده های حاصل از مدل های ساختگی دارای نوفه نشان می دهند که این الگوریتم تا حد قابل قبولی می تواند مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت لایه ها را بازیابی کند؛ هر چند که برای مقاومت ویژه تخمین بهتری نسبت به ضخامت به دست می آید. از سوی دیگر، مرز بین لایه ها به خوبی بازیابی نمی شود که این امر به خاطر ایراد ذاتی روش وارون سازی اکام است. به علاوه، این روش در حل مشکلات ذاتی روش ژئوالکتریکی، مانند اصل برابری، ناتوان است.

واژه های کلیدی: مقاومت ویژه الکتریکی، روش شلومبرژه، مدل سازی وارون، روش اکام، کمترین مربعات میرا

۱. مقدمه

Koefoed 1970a). هم‌زمان با پیشرفت در روش مقاومت ویژه، روابط ریاضی برای دیگر روش‌های ژئوفیزیکی هم پیشرفت کردند. یکی از این روش‌ها که در مگنتوتلوریک گسترش یافت، روش اُکام است که توسط کانستبل و همکارانش در سال ۱۹۸۷ معرفی شد. در این روش، وارون‌سازی داده‌ها توسط کمینه کردن اختلاف داده‌های مشاهده شده با داده‌های محاسبه شده انجام می‌شود و در نهایت پاسخ‌هایی هموار برای یک مدل زمین لایه‌ای به دست می‌آید. روش اُکام تا کنون برای وارون‌سازی داده‌های مگنتوتلوریک در حالت یک بعدی (Constable and et.al 1987) و دو بعدی (De Groot-Hedlin and Constable 1990، Siripunvaraporn and Egbert 2000) و نیز برای وارون‌سازی یک بعدی داده‌های الکترومغناطیس هوابرد (شیرزادی‌تبار و همکاران، ۱۳۹۰ و Shirzaditabar and et.al 2011) به کار گرفته شده است. هدف ما هم در اینجا به کارگیری این روش برای وارون‌سازی داده‌های مقاومت ویژه به دست آمده از آرایش شلومبرژه است تا در نهایت به مقاومت ویژه واقعی لایه‌های زمین برسیم. برای رسیدن به این هدف، ابتدا زمین لایه‌ای را معرفی کرده و پاسخ آن را برای آرایش شلومبرژه محاسبه می‌کنیم (مدل‌سازی پیشرو). سپس روش اُکام را فرمول‌بندی کرده و ارائه می‌دهیم (مدل‌سازی وارون) و در نهایت روش اُکام را بر داده‌های مقاومت ویژه اعمال کرده و نتایج را تفسیر می‌کنیم.

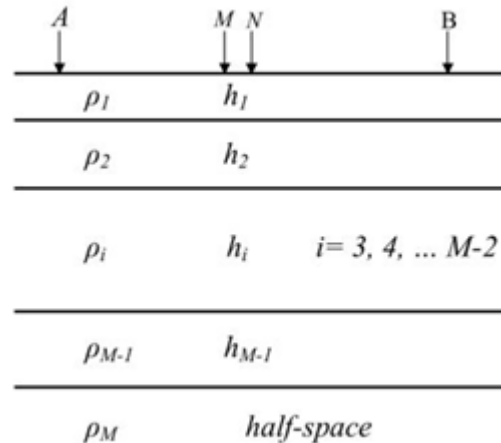
۲. مواد و روش‌ها

۲.۱. مدل‌سازی پیشرو

در این قسمت، هدف ما محاسبه مقاومت ویژه ظاهری است که به صورت نظری برای یک زمین لایه‌ای یک بعدی به دست می‌آید. برای این کار، یک زمین لایه‌ای در نظر می‌گیریم که شامل M لایه باشد. ضخامت هر لایه h_i و مقاومت ویژه هر لایه ρ_i هستند. شکل (۱) نمایی از چنین زمین لایه‌ای را نشان می‌دهد.

روش مقاومت ویژه یکی از روش‌های شناخته شده برای شناسایی تغییرات مقاومت ویژه لایه‌های زمین است. استفاده از این روش توسط کنراد شلومبرژه در اوایل قرن بیستم و با بسط و استفاده از معادلات ماکسول به جهان معرفی شد. در این روش با استفاده از دو الکتروود فلزی، جریان الکتریکی به زمین تزریق می‌شود و توسط دو الکتروود فلزی دیگر، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه به دست می‌آید. بسته به اینکه این الکتروودهای فلزی نسبت به هم، از نظر فاصله و زاویه، به چه صورتی قرار بگیرند آرایش‌های مختلفی می‌توانند ایجاد شوند که هدف تمامی این آرایش‌ها، رسیدن به مقاومت ویژه لایه‌های زمین است. یکی از مشهورترین آرایش‌های مقاومت ویژه، آرایشی است که به افتخار خالق آن، شلومبرژه نام‌گذاری شده است. در این آرایش هر چهار الکتروود در یک خط قرار می‌گیرند طوری که الکتروودهای جریان در دو طرف آرایش و به فاصله زیاد از هم و الکتروودهای پتانسیل در بین این دو الکتروود و به فاصله کم از هم قرار دارند. در صورتی که محل قرارگیری الکتروودها نسبت به مرکز آرایش متقارن باشد، با افزایش فاصله الکتروودهای جریان نسبت به مرکز، جریان الکتریکی به عمق بیشتری نفوذ می‌کند و در حقیقت اطلاعات از اعماق بیشتری توسط الکتروودهای پتانسیل ثبت می‌شود. این روش به سونداژنی الکتریکی قائم (VES) مشهور است.

نخستین تلاش برای پیدا کردن مقاومت ویژه لایه‌های زمین با استفاده از داده‌های شلومبرژه در سال ۱۹۳۰ توسط استفانسکو و برادران شلومبرژه صورت گرفته است (Stefanesco and Schlumberger 1930). همچنین اولین روش مسأله وارون برای محاسبه مقاومت ویژه لایه‌ها توسط اسلیکتر در سال ۱۹۳۳ مطرح شد (Slichter 1933). در سال ۱۹۷۰، کوفود روشی سریع برای بازیابی مقاومت ویژه لایه‌های زمین ارائه کرد. از آن زمان به بعد با پیشرفت ریاضیات و علوم رایانه‌ای، روش‌های مختلفی برای تفسیر داده‌های مقاومت ویژه ارائه شدند. در دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ هم مقاله‌های مفیدی در این زمینه ارائه شده‌اند (Christensen 1986, Johansen 1977).



شکل ۱. نمایی از یک زمین لایه‌ای. h_i و ρ_i به ترتیب ضخامت و مقاومت ویژه هر یک از لایه‌ها هستند.

در حقیقت هدف ما از انجام مدل سازی پیشرو این است که به صورت نظری بدانیم اگر بر روی یک زمین لایه‌ای که تعداد، ضخامت و نیز مقاومت ویژه هر یک از لایه‌ها معلوم باشد، اندازه گیری الکتریکی با روش شلومبرژه انجام دهیم، مقاومت ویژه ظاهری چه مقدار خواهد بود.

کوفود در سال ۱۹۷۹، رابطه مربوط به مدل پیشرو در روش شلومبرژه را برای یک زمین لایه‌ای به صورت زیر ارائه کرده است (Koefoed 1979b):

$$\rho_a = r^2 \int_0^\infty T_1(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda, \quad (1)$$

که در اینجا ρ_a مقاومت ویژه ظاهری، r نصف فاصله بین الکترودهای جریان یعنی $r = \frac{AB}{2}$ ، J_1 تابع بسل نوع اول مرتبه اول، λ متغیر انتگرال گیری که از تبدیل هانکل به دست آمده و T_1 تابع تبدیل مقاومت ویژه در سطح زمین است که با رابطه بازگشتی زیر محاسبه می‌شود:

$$T_i(\lambda) = \rho_i \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda h_i)}{\rho_i + T_{i+1}(\lambda) \tanh(\lambda h_i)}, \quad i = M-1, M-2, \dots, 1, \quad (2)$$

در این رابطه، برای لایه آخر، $T_M(\lambda) = \rho_M$ است.

بنابراین با اطلاع داشتن از تعداد، ضخامت و مقاومت ویژه لایه‌ها در یک زمین چند لایه، می‌توانیم تابع تبدیل را در سطح زمین با رابطه (۲) محاسبه کرده و سپس برای مقادیر مختلف

$r = \frac{AB}{2}$ ، با استفاده از رابطه (۱) مقاومت ویژه ظاهری را در سطح زمین به صورت نظری محاسبه کنیم. رابطه (۱)، رابطه‌ای غیر خطی بین مقاومت ویژه ظاهری با تعداد، ضخامت و مقاومت ویژه واقعی لایه‌ها است. این رابطه می‌تواند به زبان ریاضی به صورت زیر هم نوشته شود:

$$d = G(m) \quad (3)$$

که d بردار داده‌های محاسبه شده یا اندازه گیری شده، m بردار شاخص‌های مدل^۱ شامل تعداد، ضخامت و مقاومت ویژه لایه‌ها و G ماتریس هسته^۲ غیر خطی است که ارتباط داده‌ها و شاخص‌های مدل را مشخص می‌کند.

۲.۲. مدل سازی وارون

روش وارون سازی مورد استفاده در اینجا روش اکام^۳ است. توسط کانستبل و همکارانش در سال ۱۹۸۷ ابداع شده است. در این روش یک تابع هدف، φ_m ، طوری کمینه می‌شود که داده‌ها با روش کمترین مربعات برازش شوند. به بیان ریاضی می‌توانیم بنویسیم:

$$\min \varphi_m = \|W_m m\|^2 \quad (4)$$

در حالی که داشته باشیم

$$\varphi_d = \|W_d (d^{obs} - G(m))\|^2 = \varphi_d^* \quad (5)$$

که در آن m بردار شاخص‌های ناشناخته مسأله، W_m ماتریس وزنی شاخص‌های مدل، W_d ماتریس وزنی داده‌ها که یک ماتریس قطری شامل عکس انحراف معیار هر داده، d^{obs} بردار داده‌های برداشت شده، G مدل پیشرو یا هسته غیرخطی و φ_d^* مقدار عدم برازش مطلوب است. بنابراین می‌توان گفت که با یک مسأله‌ی بهینه‌سازی روبرو هستیم که می‌توانیم برای آن یک تابع هدف کلی به صورت زیر بنویسیم:

1 Model Parameter Vector

2 Kernel

3 Occam

معادله (۱۰) رابطه نهایی روش وارون‌سازی اُکام است. بنابراین با استفاده از یک مدل آغازگر مدل محاسبه شده در هر تکرار به مدل اصلی نزدیک‌تر می‌شود تا جایی که به بهترین مدل، که مطلوب است، می‌رسیم.

۳.۲. محاسبه ماتریس ژاکوبین

همان‌گونه که گفته شد، برای خطی کردن تابع هسته غیر خطی، باید آن را حول یک مدل شناخته شده بسط تیلور دهیم که این بسط نیازمند مشتق‌گیری از رابطه مدل‌سازی پیشرو نسبت به شاخص‌های ناشناخته مدل است. اما در مسأله کنونی، علاوه بر مقدار مقاومت ویژه، ضخامت هر لایه هم ناشناخته است. بنابراین باید مشتق‌گیری بر حسب مقاومت ویژه و ضخامت هر لایه صورت گیرد. در روش اُکام برای خطی کردن رابطه مدل‌سازی پیشرو، نسبت به شاخص‌های مدل مشتق گرفته و فقط تا جمله مشتق اول در بسط تیلور نگه داشته می‌شود و مشتق‌های مرتبه بالاتر حذف می‌شوند. مشتق‌گیری از رابطه مدل‌سازی پیشرو نسبت به شاخص‌های ناشناخته مدل، به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial \left\{ \begin{matrix} \rho_i \\ h_i \end{matrix} \right\}} = r^2 \int_0^\infty \frac{\partial T_1(\lambda)}{\partial \left\{ \begin{matrix} \rho_i \\ h_i \end{matrix} \right\}} J_1(\lambda r) \lambda d\lambda, \quad (11)$$

با استفاده از قانون مشتق‌های زنجیری می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \left\{ \begin{matrix} \rho_i \\ h_i \end{matrix} \right\}} = \frac{\partial T_1}{\partial T_2} \frac{\partial T_2}{\partial T_3} \dots \frac{\partial T_{i-1}}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \left\{ \begin{matrix} \rho_i \\ h_i \end{matrix} \right\}} \quad (12)$$

و برای هر یک از جمله‌های رابطه مشتق‌های زنجیری، می‌توانیم با استفاده از رابطه بازگشتی (۲) بنویسیم:

$$\frac{\partial T_i}{\partial T_{i+1}} = \frac{\rho_i^2 [1 - \tanh^2(\lambda h_i)]}{[\rho_i + T_{i+1} \tanh(\lambda h_i)]^2}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial \rho_i} = \frac{(T_{i+1}^2 + \rho_i^2) \tanh(\lambda h_i) + 2\rho_i T_{i+1} \tanh^2(\lambda h_i)}{[\rho_i + T_{i+1} \tanh(\lambda h_i)]^2}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial h_i} = \frac{(\rho_i^2 - T_{i+1}^2) \operatorname{sech}^2(\lambda h_i)}{[\rho_i + T_{i+1} \tanh(\lambda h_i)]^2}, \quad (15)$$

$$\Phi = \| W_d (d^{obs} - G(m)) \|^2 + \beta^2 \| W_m m \|^2 \quad (6)$$

که β شاخص تعادل^۱ است که تعیین می‌کند هریک از این جملات به چه اندازه باید کمینه شوند.

برای به دست آوردن مدل، باید تابع هدف کلی کمینه شود که این کار با گرفتن مشتق Φ نسبت به m و قرار دادن آن

$$\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$$

برابر با صفر به دست می‌آید ($\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$). از طرفی مدل

پیشرو G کاملاً غیرخطی است. بنابراین حل رابطه

$$\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$$

بسیار پیچیده می‌شود. برای اینکه بتوان $\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$

را حل کرد باید مدل پیشرو را به صورت محلی خطی کرد.

این کار با بسط تیلور G حول یک مدل شناخته شده انجام

می‌گیرد و مشتق‌های مرتبه‌های بالا حذف می‌شوند. فرض

کنید مدل m^k معلوم باشد. برای مدل m^{k+1} می‌توان

نوشت:

$$G(m^{k+1}) = G(m^k + \Delta m) = G(m^k) + \left. \frac{\partial G}{\partial m} \right|_{m^k} \Delta m \quad (7)$$

بنابراین تابع هدف کل برای m^{k+1} به صورت زیر است:

$$\Phi_{k+1} = \| W_d (d^{obs} - G(m^{k+1})) \|^2 + \beta^2 \| W_m m^{k+1} \|^2 \quad (8)$$

با جایگزینی رابطه (۷) در این رابطه می‌رسیم به

$$\Phi_{k+1} = \| W_d (\hat{d}(m^k) - J(m^k) m^{k+1}) \|^2 + \beta^2 \| W_m m^{k+1} \|^2, \quad (9)$$

که $\hat{d}(m^k) = d^{obs} - G(m^k) + J(m^k) m^k$ و

$$J(m^k) = \left. \frac{\partial G}{\partial m} \right|_{m^k}$$

ماتریس مشتق‌های مرتبه اول یا ماتریس

ژاکوبین^۲ است که تغییرات در داده‌ها را به تغییرات در مدل

وابسته می‌کند. حال با کمینه کردن Φ_{k+1} نسبت به

شاخص‌های مدل در هر تکرار، m^{k+1} داریم:

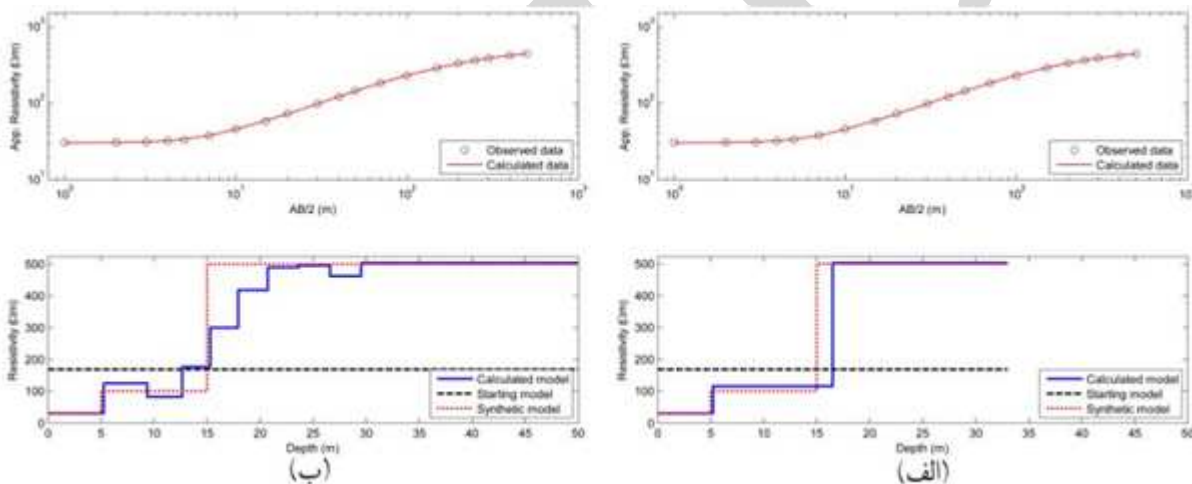
$$m^{k+1} = [J(m^k)^T W_d^T W_d J(m^k) + \beta^2 W_m^T W_m]^{-1} J(m^k)^T W_d^T W_d \hat{d}(m^k) \quad (10)$$

1 Trade-Off Parameter

2 Jacobian Matrix

مدل آغازگر برای وارون سازی هم طوری انتخاب شده که ضخامت اولیه همه لایه ها 5m و مقاومت ویژه آنها برابر میانگین مقاومت ویژه های ظاهری به دست آمده از مدل ساختمانی باشد.

در شکل (۲)، مدل ساختمانی یک مدل سه لایه است که مقاومت ویژه لایه ها در آن با افزایش عمق زیاد شده است. شکل (۲- الف)، مدل سه لایه به دست آمده از این مدل ساختمانی را نشان می دهد. همان گونه که دیده می شود، روش وارون سازی توانسته است که مقاومت ویژه و ضخامت لایه اول و نیز مقاومت ویژه لایه سوم را به خوبی بازسازی کند اما در تشخیص مقاومت ویژه و ضخامت لایه دوم دچار مشکل شده است.



شکل ۲. مدل ساختمانی سه لایه که داده های همراه با ۱٪ نویز آن در (الف) با یک مدل سه لایه و در (ب) با یک مدل ۱۰ لایه وارون سازی شده اند. در بالای هر شکل میزان برازش داده های مشاهده شده و محاسبه شده نشان داده شده اند.

مدل ساختمانی شکل (۳) مدلی سه لایه است که در آن مقاومت ویژه لایه دوم بیشتر از لایه های اول و سوم است. در شکل (۳- الف)، وارون سازی با یک مدل سه لایه انجام شده است. در اینجا باز هم مقاومت ویژه و ضخامت لایه اول و نیز مقاومت ویژه لایه سوم به درستی بازسازی شده اند اما مقاومت ویژه لایه دوم از مقدار واقعی منحرف شده است. این انحراف، با یک حالت از اصل برابری قابل توجیه است که در آن، زمانی که یک لایه مقاوم در بین دو لایه رساناتر قرار بگیرد، حاصل ضرب مقاومت ویژه در ضخامت لایه دوم مقدار ثابتی

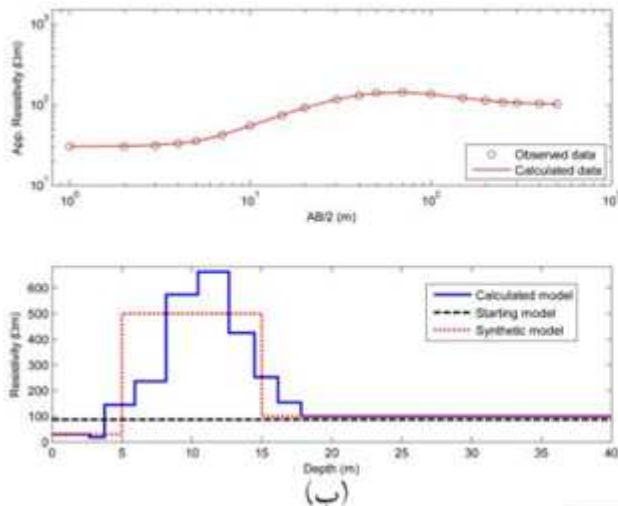
در این صورت مشتق رابطه مدل سازی پیشرو نسبت به شاخص های ناشناخته مدل به سادگی محاسبه خواهد شد.

۳. بحث و نتایج

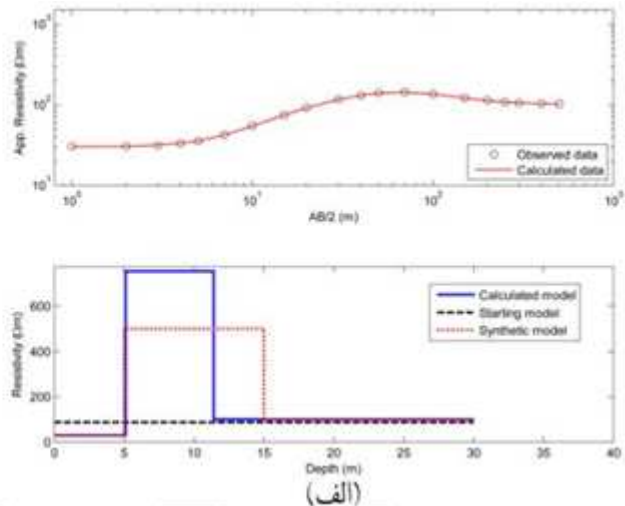
در این بخش می خواهیم روش آکام را برای بازسازی مقاومت ویژه و ضخامت لایه ها به کار ببریم. مدل زمینی ما یک مدل ساختمانی یک بعدی چند لایه است که داده های ساختمانی حاصل از آن توسط نرم افزار معروف Res1Dinv ver 1.00.08 (Loke 2010) برای فاصله های مختلف الکترودهای جریان به دست آمده اند. به همه داده ها ۱٪ نویز گوسی تصادفی اضافه شده است. در تمامی مدل های ساختمانی، ضخامت لایه اول 5m انتخاب شده است و ضخامت دیگر لایه ها به ترتیب دو برابر ضخامت لایه قبلی انتخاب شده است.

بالای شکل (۲- الف)، داده های مشاهده شده و محاسبه شده را نشان می دهد که به خوبی با هم برازش شده اند. در شکل (۲- ب)، داده های همین مدل ساختمانی سه لایه به کار گرفته شده اما این بار برای وارون سازی از یک مدل ۱۰ لایه استفاده شده است. هر چند که مقاومت ویژه و ضخامت لایه اول تقریباً درست محاسبه شده و روند کلی تغییرات مقاومت ویژه لایه ها هم تشخیص داده شده است اما مقادیر به دست آمده برای مقاومت ویژه لایه های دوم و سوم در اطراف مقدار اصلی دارای اعوجاج شده اند.

بازسازی کرده است. در این شکل، باز هم روند کلی تغییرات مقاومت ویژه به درستی تشخیص داده شده اما ضخامت لایه‌ها خیلی قابل قبول نیست.



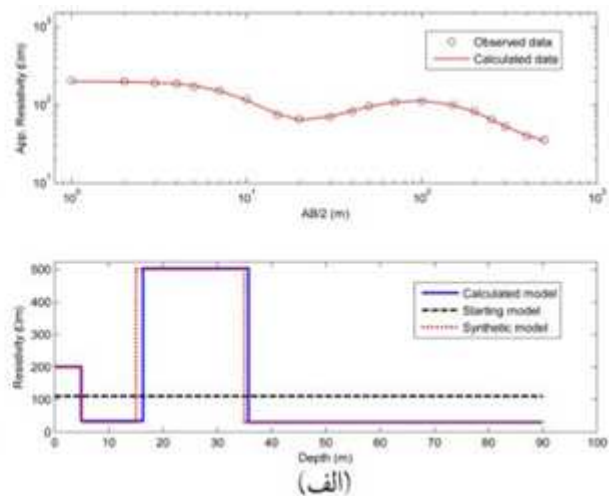
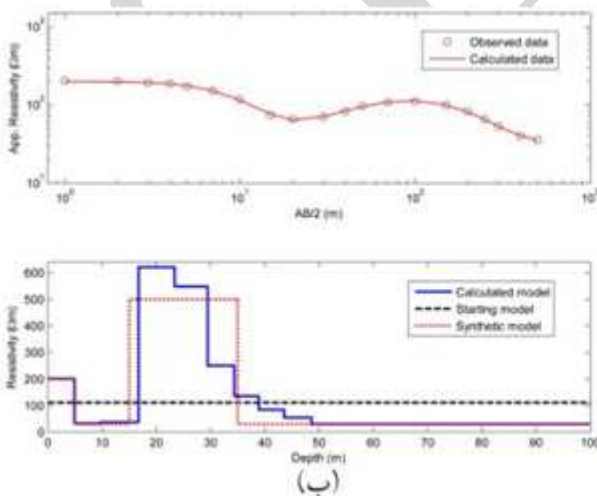
خواهد بود. در این شکل هم، این حاصل ضرب برای مدل ساختگی برابر $5000 = 10 \times 500$ و برای مدل بازیابی شده برابر $4756 = 6/3 \times 755$ هستند که تقریباً به هم نزدیک‌اند. شکل (۳-ب) هم همان مدل سه لایه را این بار با یک مدل ۱۰ لایه



شکل ۳. مدل ساختگی سه لایه که یک لایه مقاوم بین دو لایه رساناتر قرار گرفته است. داده‌های همراه با ۱٪ نویز این مدل در (الف) با یک مدل سه لایه و در (ب) با یک مدل ۱۰ لایه وارون‌سازی شده‌اند. در بالای هر شکل میزان برازش داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده نشان داده شده‌اند.

مقاومت ویژه و ضخامت لایه‌های اول و دوم و مقاومت ویژه لایه آخر را تقریباً درست به دست داده اما مرز بین لایه سوم و چهارم به درستی بازسازی نشده است؛ هرچند که تغییر از مقاومت ویژه بالا به مقاومت ویژه پایین در این مرز مشهود است.

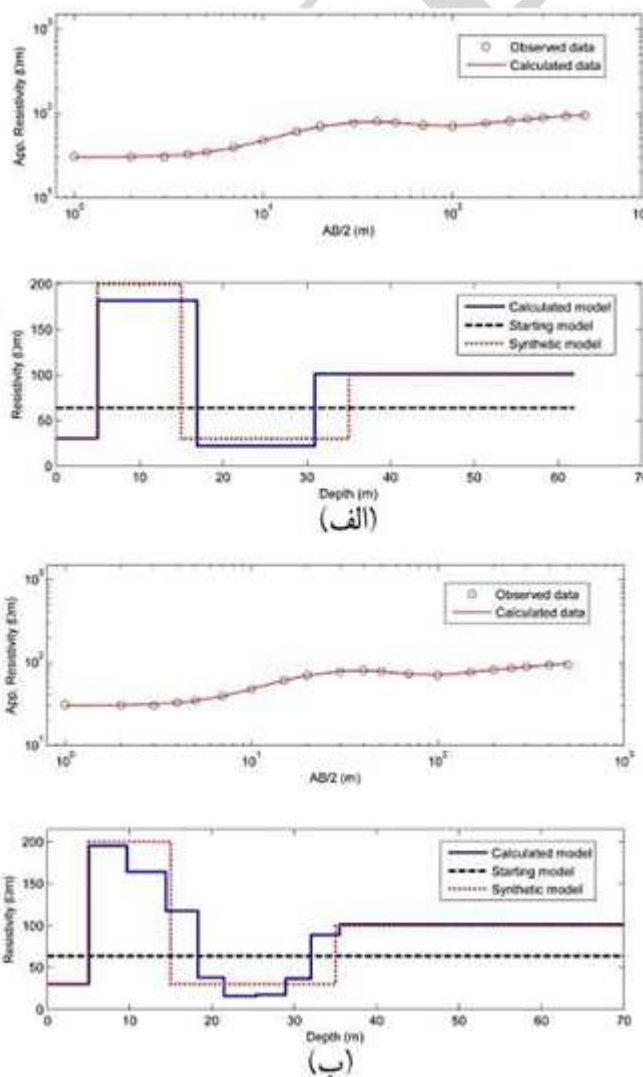
در شکل (۴)، مدل ساختگی یک مدل چهار لایه است که مقاومت ویژه لایه‌ها به ترتیب کم و زیاد می‌شود در حالی که لایه اول مقاوم‌تر از لایه دوم است. وارون‌سازی این داده‌ها با مدل چهار لایه، مقاومت ویژه و ضخامت لایه‌ها را تقریباً درست به دست داده است (شکل ۴-الف). از طرف دیگر، وارون‌سازی همین داده‌ها با مدل ۱۰ لایه (شکل ۴-ب)،



شکل ۴. مدل ساختگی چهار لایه که داده‌های همراه با ۱٪ نویز آن در (الف) با یک مدل چهار لایه و در (ب) با یک مدل ۱۰ لایه وارون‌سازی شده‌اند. در بالای هر شکل میزان برازش داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده نشان داده شده‌اند.

یک لایه رسانا در بین دو لایه مقاوم قرار بگیرد، حاصل تقسیم ضخامت بر مقاومت ویژه لایه مقدار ثابتی خواهد بود. این حاصل تقسیم در لایه سوم، برای مدل ساختگی برابر $20 \div 30 = 0/67$ و برای مدل بازسازی شده برابر $14/1 \div 21/92 = 0/64$ است که تقریباً به هم نزدیک‌اند. شکل (۵-ب) هم که با یک مدل ۱۰ لایه بازسازی شده است تا حدی توانسته است مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت لایه‌های دوم و سوم را بازیابی کند؛ هرچند که باز هم مرز لایه دوم با سوم و نیز لایه سوم با چهارم به صورت دقیق مشخص نیست. در این مدل، مقاومت ویژه و ضخامت لایه اول و نیز مقاومت ویژه لایه آخر تقریباً دقیق بازیابی شده‌اند.

در شکل (۵) هم یک مدل ساختگی چهار لایه در نظر گرفته شده که در آن لایه اول یک لایه رساناتر از لایه دوم است. وارون سازی با چهار لایه در شکل (۵-الف) نشان داده شده است. در این شکل، باز هم فقط مقاومت ویژه و ضخامت لایه اول و نیز مقاومت ویژه لایه آخر به درستی تشخیص داده شده‌اند اما مقاومت ویژه و ضخامت لایه‌های دوم و سوم از مقدار اصلی خود فاصله گرفته‌اند. برای این شکل هم می‌توان از اصل برابری استفاده کرد و انحراف ایجاد شده را توجیه کرد. برای لایه دوم از حالت اول اصل برابری، که در بالا گفته شد، می‌شود بهره برد و حالت دوم اصل برابری هم برای لایه سوم صادق است. در حالت دوم اصل برابری، زمانی که



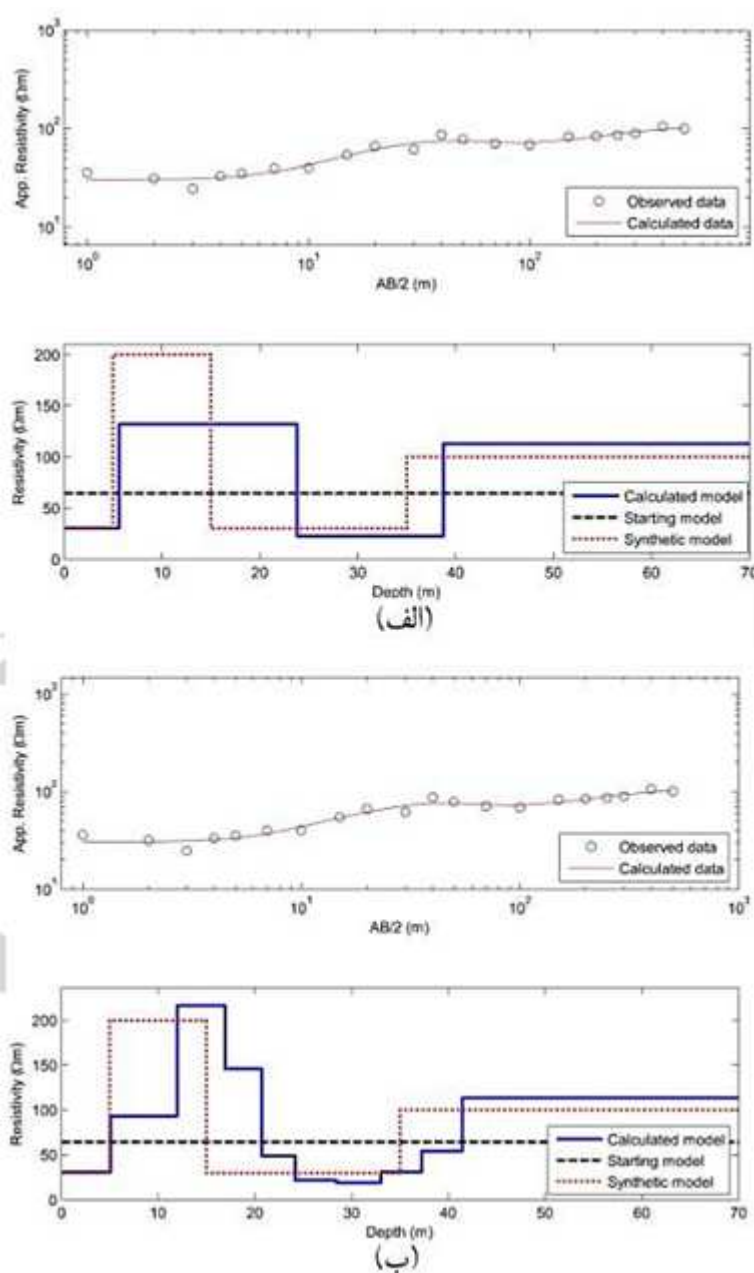
شکل ۵. مدل ساختگی چهار لایه که لایه اول رساناتر از لایه دوم است. داده‌های همراه با ۱٪ نویز این مدل در (الف) با یک مدل چهار لایه و در (ب) با یک مدل ۱۰ لایه وارون سازی شده‌اند. در بالای هر شکل میزان برازش داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده نشان داده شده‌اند.

ویژه لایه اول است. انحراف بقیه مقادیر ضخامت و مقاومت ویژه نسبت به مقادیر اصلی، به طور واضح مربوط به بالا بودن مقدار نوفه است.

واقعیت مهمی که در این شکل نشان داده شده است این است که هرچند مقدار نوفه ۱۰ درصدی به داده‌ها اضافه شده است اما تغییرات مقدار مقاومت ویژه قابل دستیابی هستند.

شکل (۶)، همان مدل ساختگی شکل (۵) است اما این بار به داده‌ها ۱۰٪ نوفه گوسی تصادفی اضافه شده است. شکل (۶-الف) مدل سازی وارون را با چهار لایه انجام داده است و در آن فقط مقاومت ویژه لایه اول به درستی مشخص شده است.

در شکل (۶-ب) مدل سازی وارون با یک مدل ۱۰ لایه انجام شده و باز هم بهترین تشخیص مربوط به ضخامت و مقاومت



شکل ۶. مدل ساختگی چهار لایه که لایه اول رساناتر از لایه دوم است. داده‌های همراه با ۱۰٪ نوفه این مدل در (الف) با یک مدل چهار لایه و در (ب) با یک مدل ۱۰ لایه وارون سازی شده‌اند. در بالای هر شکل میزان برازش داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده نشان داده شده‌اند.

geolectrical soundings. *Geophysical Prospecting*, 18, 564-570.

Koefoed, O. (1979b) *Geosounding principles, 1-Resistivity sounding measurements*. Elsevier, Amsterdam.

Loke, M. H. (2010) *RESID version 1.00.08, 1-D resistivity, IP and SIP inversion and forward modeling, Geotomo software*, [Online] www.geoelectrical.com.

Shirzaditabar, F., Bastani, M., and Oskooi, B. (2011) Imaging a 3D geological structure from HEM, airborne magnetic and ground ERT data in Kalat-e-Reshm area, Iran. *Journal of Applied Geophysics*, 75, 513-522.

Siripunvaraporn, W. and Egbert, G. (2000) An efficient data subspace inversion method for two dimensional magneto telluric data. *Geophysics*, 65, 791-803.

Slichter, L.B. (1933) The interpretation of the resistivity prospecting method for horizontal structures. *Physics*, 4, 307-322.

Stefanescu, S. and Schlumberger, M. (1930) Sur la distribution électrique potentielle autor d' une prise de terre ponctuelle dans un terrain a couches horizontales, homogène et isotropes. *Journal de Physique et Le Radium*, 7 (1), 132-140.

اینکه مرز بین بعضی از لایه‌ها به خوبی بازسازی نشده است، ایراد ذاتی روش اُکام است که به روابط (۶) و (۷) برمی‌گردد. طبق رابطه (۶)، کمینه شدن تابع هدف در حقیقت کمینه شدن مجموع توان دوم خطاهاست حال آنکه روش بهتر این است که مجموع اندازه خطاها، یعنی با توان ۱، باید کمینه شود. معمولاً از توان دوم به این دلیل استفاده می‌شود که مشتق گیری از تابع هدف به راحتی انجام شود. از سوی دیگر، بر اساس رابطه (۷)، فقط مشتق مرتبه اول در بسط تابع نگه داشته شده و مشتق‌های مرتبه بالاتر حذف شده‌اند که با این کار مقداری از اطلاعات اصلی از بین می‌رود.

۴. نتیجه‌گیری

در هر حال، نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که با وجود اینکه روش اُکام دارای بعضی ایرادها است اما مدل‌هایی به دست می‌دهد که اختلاف زیادی با واقعیت ندارند و در بدترین حالت می‌تواند به عنوان روشی برای شناسایی لایه‌بندی زمین و یا کارهای شناسایی به کار برده شود.

منابع

شیرزادی تبار، ف.، اسکویی، ب. و باستانی، م. (۱۳۹۰) بررسی اثر متغیرهای مؤثر در پاسخ فرآیند معکوس سازی داده‌های الکترومغناطیس هوابرد در حوزه بسامد. *مجله ژئوفیزیک ایران*، ۵ (۲)، ۳۸-۵۰.

Christensen, N.B. (1986) *The geoelectrical sounding method; a historical review of interpretational techniques and interpreter's evaluation of the method*, In: Moller, J. T. Ed, Twenty-five Years of Geology in Aarhus, Geo-logical Essays, GeoSkifter, 24, Aarhus University, 91-102.

Constable, S. C., Parker, R. L. T Constable, C.G. (1987) Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289-300

De Groot-Hedlin, C. and Constable, S. (1990) Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.

Johansen, H. K. (1977) A man/computer interpretation system for resistivity soundings over horizontally stratified earth. *Geophysical Prospecting*, 25, 667-691.

Koefoed, O. (1970a) A fast method for determining the layer distribution from the raised kernel function in