

АНАЛИЗ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ РАДИАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ, СФОРМИРОВАННЫХ КОЛЬЦЕВЫМИ ОПТИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ С ВИХРЕВОЙ ФАЗОЙ В УСЛОВИЯХ ОСТРОЙ ФОКУСИРОВКИ

Хонина С.Н., Устинов А.В.

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Аннотация

Выполнен теоретический анализ острой фокусировки радиально-поляризованных пучков при наличии в выходном зрачке фокусирующей системы кольцевых апертур и оптического элемента с вихревой фазой. Получены аналитические выражения для поля в фокальной области одной и двух кольцевых апертур. Также выписаны асимптотические выражения для фокального поля вблизи и на некотором удалении от оптической оси. Показано, что для одной узкой кольцевой апертуры с вихревой фазой фокальное распределение пропорционально суперпозиции функций Бесселя различного порядка. При этом поле обладает осевой симметрией и не зависит от продольной координаты. При использовании двух узких кольцевых апертур в выходном зрачке острофокусирующей системы в фокальной области формируется интерференционная картина для двух векторных пучков Бесселевого типа. В случае одинаковой вихревой фазы в обоих кольцах поле в фокальной области остаётся осесимметричным, но появляется периодическая зависимость от продольной координаты. Если в каждом из колец имеются вихревые фазы различного порядка, то получается интерференция более сложного типа, которая приводит к формированию поступательно-вращающихся пучков.

Ключевые слова: острая фокусировка, радиальная поляризация, кольцевая апертура, вихревая фаза, интерференция, трёхмерное распределение интенсивности.

Введение

В задачах оптического захвата и манипулирования, микроскопии и записи данных [1–3] является актуальной возможность формирования заданных трёхмерных распределений интенсивности. При этом важно обеспечить локализацию лазерного излучения в минимально возможном объёме.

Для уменьшения поперечного размера фокального пятна используется острая фокусировка с применением высокоапертурных объективов. Однако продольный размер фокального пятна даже в предельном случае оказывается в два раза больше поперечного [4].

Дополнительная аподизация зрачка фокусирующей системы для цилиндрических типов поляризации (радиальной и азимутальной) позволяет свести векторную задачу к практически скалярной и преодолеть дифракционный предел, предсказанный скалярной теорией [5–12]. Однако, как правило, в этих случаях уменьшение поперечного размера фокального пятна сопровождается ещё большим увеличением его продольного размера.

Для обеспечения одновременной локализации лазерного излучения в различных направлениях (т.е. в объёме) были предложены различные способы, в большинстве своём основанные на эффекте интерференции. Хорошо известны методы встречной интерференции острофокусированных пучков [4, 13–19] и интерференции пучков, сформированных различными зонами оптического элемента, дополняющего высокоапертурный объектив [20–22].

В данной работе рассматривается второй способ, основанный на дифракции падающего излучения на

двух кольцевых апертурах, наложенных на зрачок фокусирующей системы. При этом в каждое кольцо может быть внесена дополнительная фазовая аподизация.

Как правило, используется постоянный набег фазы [20–22]. Однако в работах [23–25] было показано, что использование вихревой фазовой аподизации острофокусирующей системы позволяет эффективно управлять распределением векторного поля в фокальной области для различных типов поляризации. В связи с широким спектром приложений [26] особый интерес представляет радиальная поляризация. Поэтому в данной работе выполнены более общие исследования по использованию вихревой фазовой функции для формирования и управления трёхмерной структурой сфокусированного радиально-поляризованного излучения.

1. Модель острой фокусировки

Электрическое поле в фокальной области при острой фокусировке радиально-поляризованного излучения можно представить в следующем виде:

$$E^{rad}(\rho, \varphi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \phi) T(\theta) \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \times \exp[ik(\rho \sin \theta \cos(\phi - \varphi) + z \cos \theta)] \sin \theta d\theta d\phi, \quad (1)$$

где (ρ, φ, z) – цилиндрические координаты в фокальной области, (θ, ϕ) – сферические угловые координаты выходного зрачка фокусирующей системы, α – максимальное значение угла θ , связанное с числовой апертурой системы, $B(\theta, \phi)$ – функция пропускания,

$T(\theta)$ – функция аподизации зрачка (для апланатических систем $T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$), $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, f – фокусное расстояние.

Для вихревых полей $B(\theta, \phi) = R(\theta)\exp(im\phi)$ выражение (1) можно свести к выражению с одинарным интегрированием [23–25]:

$$E_m^{rad}(\rho, \varphi, z) = -ikf \times \int_0^\alpha R(\theta)T(\theta)Q_m^{rad}(\rho, \varphi, \theta) \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (2)$$

где $Q_m^{rad}(\rho, \varphi, \theta) = \frac{i^m e^{im\varphi}}{2} \times \begin{bmatrix} i[J_{m+1}(k\rho \sin \theta) - J_{m-1}(k\rho \sin \theta)] \cos \theta \\ [J_{m+1}(k\rho \sin \theta) + J_{m-1}(k\rho \sin \theta)] \cos \theta \\ -2J_m(k\rho \sin \theta) \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (3)$

2. Анализ фокального распределения для одного кольца

При острой фокусировке пучков с радиальной поляризацией введение узкой кольцевой диафрагмы, блокирующей излучение практически во всей центральной части линзы [5, 9, 27], является простым, хотя и энергетически затратным способом формирования узких протяжённых пучков в фокальной области. В случае радиальной поляризации формируется тонкая световая нить, поперечный размер которой соответствует скалярному дифракционному пределу. При других типах поляризации фокальное пятно (или кольцо) оказывается большего размера из-за вклада в фокальную область различных компонент электромагнитного поля.

Заметим, что, как правило, рассматривается интенсивность формируемого поля на оптической оси или в фокальной плоскости. В данной работе нас интересует трёхмерное распределение в фокальной области. Иллюстрация рассматриваемой системы показана на рис. 1.

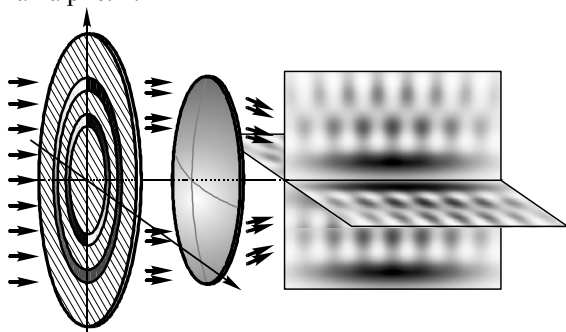


Рис. 1. Иллюстрация формирования трёхмерной картины в фокальной области на основе интерференции пучков от узких кольцевых апертур с различной вихревой фазой

Прежде чем решать поставленную задачу анализа интерференции пучков от узких кольцевых апертур с различной вихревой фазой, выполним детальный анализ поля, формируемого одним кольцом.

Используя выражения (2) и (3), рассмотрим электрическое поле в фокальной области при использова-

нии равномерно освещённой узкой кольцевой апертуры, ограниченной азимутальными углами θ_1 и θ_2 :

$$E_m^{rad}(\rho, \varphi, z) = -ikf \times \int_{\theta_1}^{\theta_2} Q_m^{rad}(\rho, \varphi, \theta) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta. \quad (4)$$

2.1. Отсутствие вихревой фазы ($m = 0$)

Для радиальной поляризации наиболее интересным является случай отсутствия вихревой фазы ($m = 0$). В этом случае интенсивности цилиндрических компонент электрического поля в фокальной области можно приближённо записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} |E_{m=0,\rho}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx \Delta^2 \cos^3 \theta_c \sin^2 \theta_c J_1^2(k\rho \sin \theta_c), \\ |E_{m=0,\varphi}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &= 0, \\ |E_{m=0,z}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx \Delta^2 \cos \theta_c \sin^4 \theta_c J_0^2(k\rho \sin \theta_c), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Delta = \theta_2 - \theta_1$ – угловая ширина кольцевой апертуры, $\theta_c = (\theta_1 + \theta_2)/2$ – угол, соответствующий центру кольцевой апертуры.

Полная интенсивность:

$$|E_{m=0}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 \approx \Delta^2 \cos \theta_c \sin^2 \theta_c \times [\cos^2 \theta_c J_1^2(k\rho \sin \theta_c) + \sin^2 \theta_c J_0^2(k\rho \sin \theta_c)]. \quad (6)$$

Как следует из выражений (5) и (6), в приближении узкой кольцевой апертуры поле в фокальной области не меняется вдоль оптической оси и является осесимметричным (не зависит от полярного угла).

Формула (6) наглядно показывает, что в зависимости от радиуса кольцевой апертуры на оптической оси будет формироваться различное распределение интенсивности. В частности, при малых радиусах $\theta_c \rightarrow 0$ более мощным будет вклад функции Бесселя первого порядка, и будет формироваться полая световая трубка. При больших радиусах $\theta_c \rightarrow 90^\circ$ более мощным будет вклад функции Бесселя нулевого порядка, и будет формироваться тонкая световая игла. Однако для получения количественных оценок формула (6) неудобна, поэтому придётся использовать её приближения. Их можно получить в двух случаях: вблизи оптической оси и вдали от неё (при средних значениях оба приближения будут грубыми).

При небольших расстояниях от оптической оси функции Бесселя заменяем их разложениями в ряд Тейлора. После преобразований получим

$$\begin{aligned} |E_{m=0}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx \Delta^2 \cos \theta_c \sin^4 \theta_c \times \\ &\times \left[1 - \frac{(k\rho)^2}{4} (2 \sin^2 \theta_c - \cos^2 \theta_c) + \right. \\ &\left. + \frac{(k\rho)^4}{32} \sin^2 \theta_c (3 \sin^2 \theta_c - 2 \cos^2 \theta_c) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Анализируя выражение (7), можно вынести следующие заключения.

Максимальное значение интенсивности на оси соответствует максимуму величины $\cos \theta_c \sin^4 \theta_c$ и будет достигнуто при $\theta_c = \arccos(1/\sqrt{5}) = 63,43^\circ$.

Если ограничиться слагаемым второй степени, то получаем, что переход от минимума на оси к максимуму произойдёт при обращении этого слагаемого в нуль – при $\theta_c = \arctg(1/\sqrt{2}) = 35,3^\circ$. В этом случае вершина будет плоской, а так как слагаемое четвёртой степени при этом отрицательно, то будет плоский максимум.

В случае наличия максимума, если он не очень близок к плоскому (пренебрегаем слагаемым 4-й степени), радиус первого тёмного кольца равен

$$\rho_{\min}^2 = \frac{4}{k^2(2\sin^2 \theta_c - \cos^2 \theta_c)}.$$

При плоском максимуме радиус тёмного кольца равен $\rho_{\min} = \sqrt[4]{288}/k$.

Если учесть слагаемое 4-й степени, то получим, что экстремум выражения в квадратных скобках в (7) достигается при

$$(k\rho)^2 = \frac{4(2\sin^2 \theta_c - \cos^2 \theta_c)}{\sin^2 \theta_c (3\sin^2 \theta_c - 2\cos^2 \theta_c)},$$

если дробь положительна. Последнее требование выполняется при $\theta_c < 35,3^\circ$ или при $\theta_c > \arctg(\sqrt{2/3}) = 39,23^\circ$. В первом случае получим радиус первого светлого кольца (при минимуме на оси), а во втором – уточнённое значение радиуса тёмного кольца.

Заметим, что при $\theta_c \rightarrow 90^\circ$ размер светового пятна на оптической оси будет уменьшаться до значения $\rho_{\min}^2 = 2/k^2$, но при этом также будет уменьшаться энергия в нём, т.к. имеется множитель $\cos \theta_c$.

Анализ асимптотического поведения для поля (6) при больших значениях радиуса на основе замены функций Бесселя их асимптотическими выражениями:

$$\begin{aligned} |E_{m=0}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx \Delta^2 \frac{\sin 2\theta_c}{2\pi k\rho} \times \\ &\times [1 - \cos 2\theta_c \sin(2k\rho \sin \theta_c)] \end{aligned} \quad (8)$$

показывает, что на периферии поле имеет явно выраженные осцилляции – набор концентрических колец. Исключением является случай, когда $\theta_c = 45^\circ$ и выражение в квадратных скобках становится постоянным, т.е. периферийные кольца исчезают.

В табл. 1 и на рис. 2 приведены иллюстрации для рассмотренных выше случаев. Также в таблице приведены размеры светового пятна или кольца по уровню полуспада от максимального значения (FWHM), а также соответствующий радиус до ближайшего минимума.

Из результатов расчётов видно, что, действительно, при $\theta_c = 35,3^\circ$ формируется световое пятно с плоской вершиной, при $\theta_c = 45^\circ$ в периферийной области отсутствуют осцилляции (кольца), а при $\theta_c = 63,43^\circ$ достигается максимальное значение интенсивности в фокальном пятне.

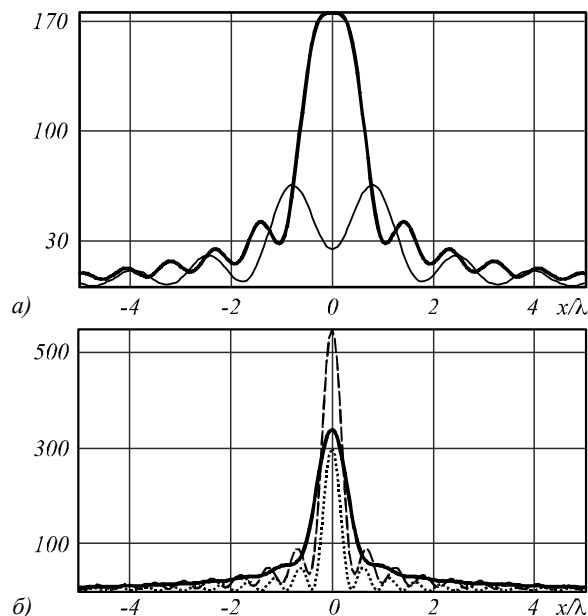


Рис. 2. Сечение интенсивности в фокальной плоскости для радиально-поляризованного пучка без вихревой фазы ($m=0$) при $\theta_c=20^\circ$ (тонкая линия) и $\theta_c=35,3^\circ$ (толстая линия) (а), а также при $\theta_c=45^\circ$ (толстая линия), $\theta_c=63,43^\circ$ (пунктирная линия) и $\theta_c=80^\circ$ (точечная линия) (б)

2.2. Наличие вихревой фазы первого порядка ($m=1$)

При наличии вихревой фазы первого порядка ($m=1$) при фокусировке радиально-поляризованного поля на оптической оси также будет иметь место ненулевая интенсивность. В этом случае интенсивности цилиндрических компонент электрического поля в фокальной области можно приближённо записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} |E_{m=1,\rho}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx 0,25\Delta^2 \cos^3 \theta_c \sin^2 \theta_c \times \\ &\times [J_0(k\rho \sin \theta_c) - J_2(k\rho \sin \theta_c)]^2, \\ |E_{m=1,\varphi}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx 0,25\Delta^2 \cos^3 \theta_c \sin^2 \theta_c \times \\ &\times [J_0(k\rho \sin \theta_c) + J_2(k\rho \sin \theta_c)]^2, \\ |E_{m=1,z}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx \Delta^2 \cos \theta_c \sin^4 \theta_c J_1^2(k\rho \sin \theta_c). \end{aligned} \quad (9)$$

Полная интенсивность:

$$\begin{aligned} |E_{m=1}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx 0,25\Delta^2 \cos \theta_c \sin^2 \theta_c \times \\ &\times \{2\cos^2 \theta_c [J_0^2(k\rho \sin \theta_c) + J_2^2(k\rho \sin \theta_c)] + \\ &+ 4\sin^2 \theta_c J_1^2(k\rho \sin \theta_c)\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из формулы (10) очевидно, что при малых радиусах кольцевой апертуры ($\theta_c \rightarrow 0$) более мощным будет вклад функции Бесселя нулевого порядка, и будет формироваться протяжённый световой стержень.

При больших радиусах кольцевой апертуры ($\theta_c \rightarrow 90^\circ$) более мощным будет вклад функции Бесселя первого порядка, и будет формироваться тонкая полая световая трубка. То есть ситуация противоположна случаю без вихря (см. (6)).

Табл. 1. Распределение интенсивности (негатив) для радиально-поляризованного пучка без вихревой фазы ($m=0$) при одной кольцевой диафрагме шириной $\Delta=4^\circ$ с различным угловым положением центра

Угловое положение центра кольца	Продольное распределение $ E ^2$ $z \in [f-10\lambda, f+10\lambda], y \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Поперечное распределение $ E ^2$ в фокусе
$\theta_c = 20^\circ$		 FWHM = $2,56\lambda$, $\rho_{\min} = 1,8\lambda$
$\theta_c = 35,3^\circ$ (плоская вершина)		 FWHM = $1,37\lambda$, $\rho_{\min} = 1,05\lambda$
$\theta_c = 45^\circ$ (отсутствие периферийных осцилляций)		 FWHM = $0,75\lambda$, $\rho_{\min} = 0,8\lambda$
$\theta_c = 63,43^\circ$ (максимальное значение интенсивности в центре)		 FWHM = $0,43\lambda$, $\rho_{\min} = 0,45\lambda$
$\theta_c = 80^\circ$		 FWHM = $0,37\lambda$, $\rho_{\min} = 0,4\lambda$

При небольших расстояниях от оптической оси функции Бесселя в (10) заменяем их разложениями в ряд Тейлора. После преобразований получим

$$\begin{aligned}
 |E_{m=1}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 &\approx 0,25\Delta^2 \cos \theta_c \sin^2 \theta_c \times \\
 &\times \left[\frac{1}{2} \cos^2 \theta_c - \frac{(k\rho)^2}{4} \sin^2 \theta_c (\cos^2 \theta_c - \sin^2 \theta_c) + \right. \\
 &\left. + \frac{(k\rho)^4}{128} \sin^4 \theta_c (7 \cos^2 \theta_c - 8 \sin^2 \theta_c) \right]. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Подобно случаю без вихря, анализируя выражение (11), можно вынести следующие заключения. Максимальное значение интенсивности на оси соответствует максимуму величины $\cos^3 \theta_c \sin^2 \theta_c$ и будет достигнуто при $\theta_c = \arccos(\sqrt{3/5}) = 39,23^\circ$. Если ограничиться слагаемым второй степени, то получаем, что переход от максимума на оси к минимуму произойдёт при обращении этого слагаемого в нуль – при $\theta_c = 45^\circ$.

В этом случае вершина будет плоской, а так как слагаемое четвёртой степени при этом отрицательно, то будет плоский максимум. В случае наличия максимума, если он не очень близок к плоскому (пренебрегаем слагаемым 4-й степени), радиус первого тёмного кольца равен $\rho_{\min}^2 = 2 \operatorname{ctg}^2 \theta_c / (k^2 (\cos^2 \theta_c - \sin^2 \theta_c))$. При плоском максимуме радиус тёмного кольца равен $\rho_{\min} = 4/k$. Если учесть слагаемое 4-й степени, то получим, что экстремум выражения в квадратных скобках в (11) достигается при

$$(k\rho)^2 = \frac{16(\cos^2 \theta_c - \sin^2 \theta_c)}{\sin^2 \theta_c (7 \cos^2 \theta_c - 8 \sin^2 \theta_c)},$$

если дробь положительна. Последнее требование выполняется при $\theta_c < \arctg(\sqrt{7/8}) = 43,09^\circ$ или при $\theta_c > 45^\circ$. Во втором случае получим радиус первого светлого кольца (при минимуме на оси), а в первом – уточнённое значение радиуса тёмного кольца.

При использовании выражения для радиуса тёмного кольца $\rho_{\min}^2 = 2 \operatorname{ctg}^2 \theta_c / (k^2 (\cos^2 \theta_c - \sin^2 \theta_c))$ можно доказать, что размер светового пятна на оптической оси будет наименьшим при

$$\sin^2 \theta_c = 1 - \sqrt{2}/2 \sim \theta_c = 32,77^\circ$$

и равен $\rho_{\min}^2 = (6 + 4\sqrt{2}) / k^2$.

В отличие от случая без вихря, моделирование (см. рис. 3 и табл. 2) показало, что здесь есть одна особенность – при *минимуме* в центре максимальное значение интенсивности в кольце может оказаться больше, чем значение *максимума* в центре. Найдём угол, при котором кольцо имеет наибольшую интенсивность. Используя формулу (11) и выражение для позиции

экстремума, получим, что необходимо найти максимум выражения

$$\frac{4 - 8 \cos^2 \theta_c + \cos^4 \theta_c}{8 - 15 \cos^2 \theta_c} \cdot \cos \theta_c \sin^2 \theta_c$$

в области $45^\circ < \theta_c < 90^\circ$. Аналитически это невозможно сделать точно, но можно убедиться, что дробь в этом диапазоне углов имеет почти постоянное значение. Поэтому с достаточной точностью можно ограничиться нахождением максимума величины $\cos \theta_c \sin^2 \theta_c$, который достигается при $\theta_c = \arccos(\sqrt{1/3}) = 54,73^\circ$.

Несмотря на заметное отличие исходных выражений (6) и (10), асимптотическое поведение очень похоже на предыдущий случай:

Табл. 2. Распределение интенсивности (негатив) для радиально-поляризованного пучка при наличии вихревой фазы первого порядка ($m=1$) при одной кольцевой диафрагме шириной $\Delta=4^\circ$ с различным угловым положением центра

Угловое положение центра кольца	Продольное распределение $ E ^2$ $z \in [f-10\lambda, f+10\lambda], y \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Поперечное распределение $ E ^2$ в фокусе	
$\theta_c = 20^\circ$			FWHM = 1,19λ
$\theta_c = 32,7^\circ$ (наиболее узкий центральный пик)			FWHM = 1,03λ
$\theta_c = 39,23^\circ$ (максимальное значение интенсивности в центре)			FWHM = 1,35λ
$\theta_c = 45^\circ$ (плоская вершина, отсутствие периферийных осцилляций)			FWHM = 1,4λ
$\theta_c = 60^\circ$ (максимальное значение интенсивности в кольце)			FWHM = 1,06λ
$\theta_c = 80^\circ$			FWHM = 0,9λ

$$|\mathbf{E}_{m=1}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 \approx \Delta^2 \frac{\sin 2\theta_c}{2\pi k\rho} \times [1 + \cos 2\theta_c \sin(2k\rho \sin \theta_c)], \quad (12)$$

т.е. отсутствие периферийных колец при $\theta_c = 45^\circ$.

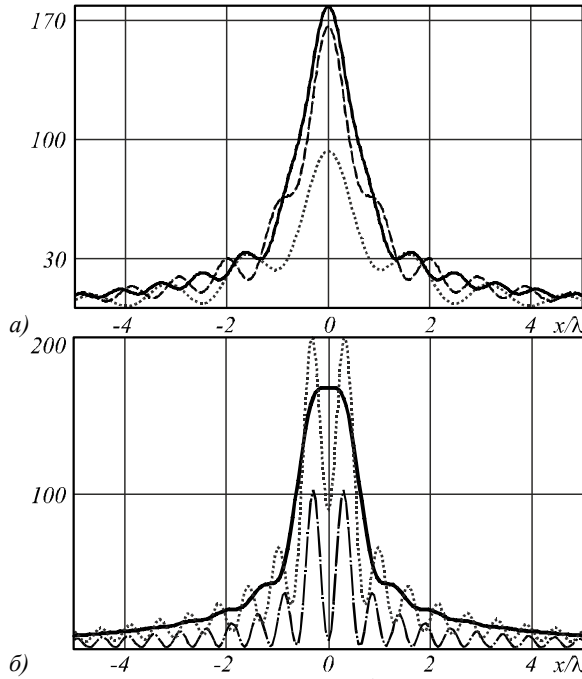


Рис. 3. Сечение интенсивности в фокальной плоскости для радиально-поляризованного пучка при наличии вихревой фазы первого порядка ($m=1$) при $\theta_c=20^\circ$ (точечная линия), $\theta_c=32,7^\circ$ (пунктирная линия) и $\theta_c=39,23^\circ$ (чёрная линия) (а), а также при $\theta_c=45^\circ$ (чёрная линия), $\theta_c=60^\circ$ (точечная линия) и $\theta_c=80^\circ$ (штрихпунктирная линия) (б)

Как видно из приведённых результатов моделирования, они полностью подтверждают аналитические предположения. Заметная погрешность имеется только при определении угла максимизации интенсивности кольца (вместо теоретического значения 55° оказалось 60°).

3. Анализ фокального распределения для двух колец с одинаковой вихревой фазой

При использовании двух узких кольцевых апертур в выходном зрачке острофокусирующей системы в фокальной области формируются два векторных пучка Бесселевого типа [28, 29] различного масштаба. Если дополнительно внести вихревые фазы в освещающий пучок так, чтобы кольцевые апертуры имели разные фазы, то получаемые пучки Бесселя будут иметь разный порядок. Их интерференция приводит к созданию определённого трёхмерного распределения интенсивности. Ранее исследование интерференции Бесселевых пучков выполнялось в скалярном случае [30-32].

$$|\mathbf{E}_{m=0,n=0}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 \approx \Delta_1^2 \frac{\sin 2\theta_{c1}}{2\pi k\rho} [1 - \cos 2\theta_{c1} \sin(2k\rho \sin \theta_{c1})] + \Delta_2^2 \frac{\sin 2\theta_{c2}}{2\pi k\rho} [1 - \cos 2\theta_{c2} \sin(2k\rho \sin \theta_{c2})] + 2\Delta_1\Delta_2 \cos[kz(\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}) - \psi] \frac{\sqrt{\sin 2\theta_{c1} \sin 2\theta_{c2}}}{2\pi k\rho} \times \{ \cos(\theta_{c1} - \theta_{c2}) \cos[k\rho(\sin \theta_{c1} - \sin \theta_{c2})] - \cos(\theta_{c1} + \theta_{c2}) \sin[k\rho(\sin \theta_{c1} + \sin \theta_{c2})] \}. \quad (15)$$

В данном разделе проводится анализ интерференции радиально-поляризованных лазерных пучков, сформированных кольцевыми оптическими элементами с вихревой фазой в фокальной области острофокусирующей системы.

В фокальной области поле от двух кольцевых диафрагм, освещённых радиально-поляризованным излучением, можно описать как суперпозицию двух пучков вида (4):

$$\mathbf{E}_{m,n}^{rad}(\rho, \varphi, z) = \mathbf{E}_{1,m}^{rad}(\rho, \varphi, z) + \exp(i\psi) \mathbf{E}_{2,n}^{rad}(\rho, \varphi, z) = -ikf \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathbf{Q}_m^{rad}(\rho, \varphi, \theta) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta - ikf \exp(i\psi) \times \int_{\theta_3}^{\theta_4} \mathbf{Q}_n^{rad}(\rho, \varphi, \theta) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (13)$$

где ψ – постоянная, соответствующая разности фаз в первом и втором кольцах.

Если в (13) порядки вихревой фазы в каждом из колец равны ($m=n$), то интерференция двух пучков останется осесимметричной.

При радиальной поляризации в отсутствие вихревой фазы ($m=n=0$) интенсивность для выражения (13) принимает следующий конкретный вид:

$$|\mathbf{E}_{m=0,n=0}^{rad}(\rho, \varphi, z)|^2 \approx \Delta_1^2 \cos \theta_{c1} \sin^2 \theta_{c1} \times [\cos^2 \theta_{c1} J_1^2(k\rho \sin \theta_{c1}) + \sin^2 \theta_{c1} J_0^2(k\rho \sin \theta_{c1})] + \Delta_2^2 \cos \theta_{c2} \sin^2 \theta_{c2} \times [\cos^2 \theta_{c2} J_1^2(k\rho \sin \theta_{c2}) + \sin^2 \theta_{c2} J_0^2(k\rho \sin \theta_{c2})] + 2\Delta_1\Delta_2 \cos[kz(\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}) - \psi] \times \sqrt{\cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2} \sin \theta_{c1} \sin \theta_{c2}} \times [\cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2} J_1(k\rho \sin \theta_{c1}) J_1(k\rho \sin \theta_{c2}) + \sin \theta_{c1} \sin \theta_{c2} J_0(k\rho \sin \theta_{c1}) J_0(k\rho \sin \theta_{c2})], \quad (14)$$

где Δ_1, Δ_2 – угловые ширины, θ_{c1}, θ_{c2} – угловые центральные радиусы первой и второй кольцевой апертур соответственно.

Как видно из (14), теперь имеется зависимость поперечного поля от расстояния z , хотя осевая симметрия (отсутствие зависимости от полярного угла φ) сохраняется. Постоянная разность фаз между кольцами ψ фактически влияет только на смещение всей трёхмерной картины в фокальной области вдоль оптической оси.

Выражение (14) довольно громоздкое, поэтому для анализа воспользуемся асимптотическим приближением на некотором удалении от оптической оси:

При наличии одинаковой вихревой фазы в обоих кольцах выражения в фокальной области будут аналогичными (14) и (15) с точки зрения зависимости от расстояния и наличия осевой симметрии. Во всех случаях будет множитель $\cos[kz(\cos\theta_{c1} - \cos\theta_{c2}) - \psi]$, причём он не зависит от порядка вихря. Осевая симметрия объясняется тем, что зависящие от полярного угла множители в (3) равны для обоих колец и их можно вынести за скобку, как для одного кольца.

В частности, при вихревой фазе первого порядка ($m = n = 1$) получим асимптотическое приближение:

$$\begin{aligned} & \left| \mathbf{E}_{m=1, n=1}^{rad}(\rho, \varphi, z) \right|^2 \approx \\ & \approx \Delta_1^2 \frac{\sin 2\theta_{c1}}{2\pi k\rho} \left[1 + \cos 2\theta_{c1} \sin(2k\rho \sin \theta_{c1}) \right] + \\ & + \Delta_2^2 \frac{\sin 2\theta_{c2}}{2\pi k\rho} \left[1 + \cos 2\theta_{c2} \sin(2k\rho \sin \theta_{c2}) \right] + \\ & + \Delta_1 \Delta_2 \cos \left[kz(\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}) - \psi \right] \times \\ & \times \frac{\sqrt{\sin 2\theta_{c1} \sin 2\theta_{c2}}}{\pi k\rho} \times \\ & \times \left\{ \cos(\theta_{c1} - \theta_{c2}) \cos \left[k\rho(\sin \theta_{c1} - \sin \theta_{c2}) \right] + \right. \\ & \left. + \cos(\theta_{c1} + \theta_{c2}) \sin \left[k\rho(\sin \theta_{c1} + \sin \theta_{c2}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) очень похожи, поэтому рассмотрим их сразу оба. В фигурных скобках имеются периодические функции от радиуса, которые вместе с множителем, зависящим от расстояния, создают картину максимумов, расположенных на прямых, параллельных прямым

$$z = \pm \rho \frac{\sin \theta_{c1} - \sin \theta_{c2}}{\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}} \quad (\text{первая серия})$$

и

$$z = \pm \rho \frac{\sin \theta_{c1} + \sin \theta_{c2}}{\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}} \quad (\text{вторая серия}).$$

Если будет выполнено условие $\cos(\theta_{c1} + \theta_{c2}) = 0$, то вторая серия исчезает, а линии первой серии будут параллельны прямым $z = \pm \rho$. Первая серия всегда сохраняется.

Анализ выражения (14) и аналогичного ему для ($m = n = 1$) при малом расстоянии от оси не проводим, так как принципиально он не отличается от анализа одного кольца в разделе 2.

Примеры распределения интенсивности приведены в табл. 3 и 4.

$$\begin{aligned} & \left| \mathbf{E}_{m=0, n=1}^{rad}(\rho, \varphi, z) \right|^2 \approx \Delta_1^2 \cos \theta_{c1} \sin^4 \theta_{c1} \left[1 - \frac{(k\rho)^2}{4} (2\sin^2 \theta_{c1} - \cos^2 \theta_{c1}) + \frac{(k\rho)^4}{32} \sin^2 \theta_{c1} (3\sin^2 \theta_{c1} - 2\cos^2 \theta_{c1}) \right] + \\ & + \Delta_2^2 \cos \theta_{c2} \sin^2 \theta_{c2} \left[\frac{1}{2} \cos^2 \theta_{c2} - \frac{(k\rho)^2}{4} \sin^2 \theta_{c2} (\cos^2 \theta_{c2} - \sin^2 \theta_{c2}) + \frac{(k\rho)^4}{128} \sin^4 \theta_{c2} (7\cos^2 \theta_{c2} - 8\sin^2 \theta_{c2}) \right] + \\ & + 2\Delta_1 \Delta_2 \sin \left[kz(\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}) - \varphi - \psi \right] \sqrt{\cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2}} \sin^2 \theta_{c1} \sin \theta_{c2} \frac{k\rho}{2} \times \\ & \times \left[(\sin^2 \theta_{c2} - 0,5 \cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2}) - \frac{(k\rho)^2}{8} (\sin^2 \theta_{c2} (2\sin^2 \theta_{c1} + \sin^2 \theta_{c2}) - 0,5 \cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2} (\sin^2 \theta_{c1} + 3\sin^2 \theta_{c2})) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Как следует из приведённых результатов, несмотря на периодические изменения, поперечное распределение в этом случае остаётся осесимметричным.

Более сложные распределения можно получить, если использовать различные вихревые фазы в каждом из колец [33]. Рассмотрим получаемые распределения для различных пар фазовых набегов.

4. Анализ фокального распределения для двух колец с различной вихревой фазой

Если в (13) порядки вихревой фазы в каждом из колец различные, то интерференция двух пучков перестанет быть осесимметричной. Структура формул в общем останется похожей, но изменится множитель, зависящий от расстояния: в нём появится зависимость от полярного угла.

В частном случае при радиальной поляризации с порядками вихревой фазы ($m = 0, n = 1$) интенсивность для выражения (13) принимает следующий конкретный вид:

$$\begin{aligned} & \left| \mathbf{E}_{m=0, n=1}^{rad}(\rho, \varphi, z) \right|^2 \approx \Delta_1^2 \cos \theta_{c1} \sin^2 \theta_{c1} \times \\ & \times \left[\cos^2 \theta_{c1} J_1^2(k\rho \sin \theta_{c1}) + \sin^2 \theta_{c1} J_0^2(k\rho \sin \theta_{c1}) \right] + \\ & + 0,5 \Delta_2^2 \cos \theta_{c2} \sin^2 \theta_{c2} \times \\ & \times \left[\cos^2 \theta_{c2} (J_0^2(k\rho \sin \theta_{c2}) + J_2^2(k\rho \sin \theta_{c2})) + \right. \\ & \left. + 2\sin^2 \theta_{c2} J_1^2(k\rho \sin \theta_{c2}) \right] + \\ & + 2\Delta_1 \Delta_2 \sin \left[kz(\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}) - \varphi - \psi \right] \times \\ & \times \sqrt{\cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2}} \sin \theta_{c1} \sin \theta_{c2} \times \\ & \times \left[\sin \theta_{c1} \sin \theta_{c2} J_0(k\rho \sin \theta_{c1}) J_1(k\rho \sin \theta_{c2}) - \right. \\ & \left. - 0,5 \cos \theta_{c1} \cos \theta_{c2} J_1(k\rho \sin \theta_{c1}) \times \right. \\ & \left. \times (J_0(k\rho \sin \theta_{c2}) - J_2(k\rho \sin \theta_{c2})) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

где Δ_1, Δ_2 – угловые ширины, θ_{c1}, θ_{c2} – угловые центральные радиусы первой и второй кольцевой апертур соответственно.

В случае произвольных порядков вихревой фазы зависимость от полярного угла (как следует из (3)) определяется множителем

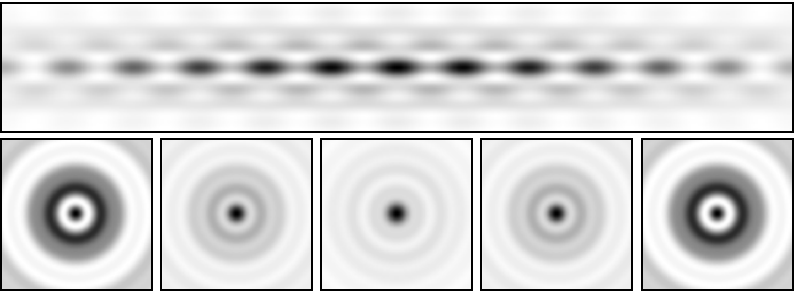
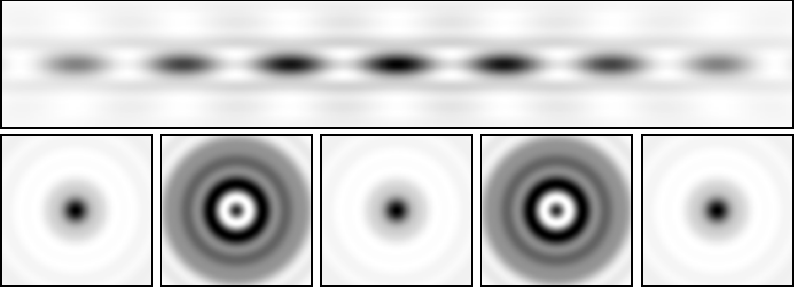
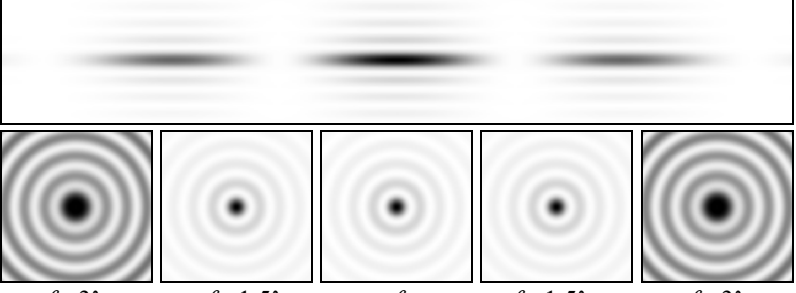
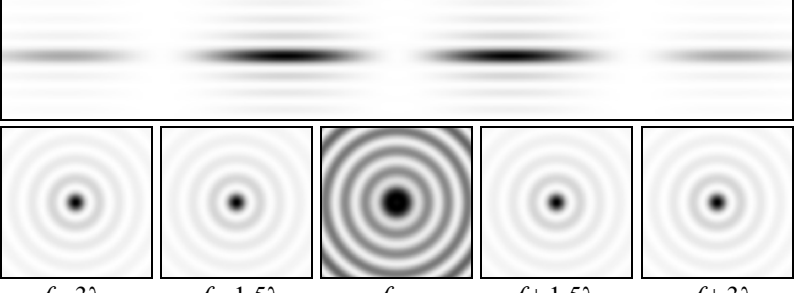
$$\pm \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} \left[kz(\cos \theta_{c1} - \cos \theta_{c2}) - (n - m)\varphi - \psi \right] -$$

радиальная симметрия меняется на поворотную.

Примеры расчётов для различных сочетаний порядков вихревых фаз приведены в табл. 5 и 6.

При небольшом расстоянии от оптической оси используем разложение в ряд Тейлора. Получим выражение

Табл. 3. Распределение интенсивности (негатив) для радиально-поляризованного пучка без вихревой фазы ($m=n=0$) при двух кольцевых диафрагмах шириной $\Delta_1=\Delta_2=4^\circ$ с различным угловым положением центра


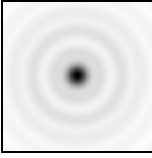
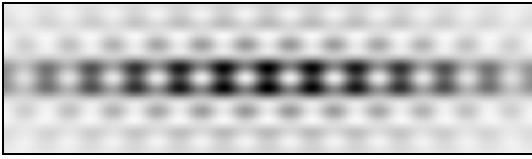
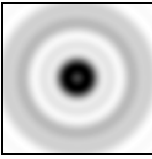

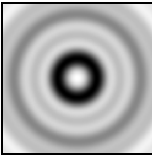
Угловое положение центров колец	Продольное распределение $ E ^2, z \in [f-10\lambda, f+10\lambda]$, и набор поперечных, $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$
$\theta_{c1} = 20^\circ,$ $\theta_{c2} = 70^\circ,$ $\psi = 0$	
$\theta_{c1} = 30^\circ,$ $\theta_{c2} = 60^\circ,$ $\psi = 0$	
$\theta_{c1} = 70^\circ,$ $\theta_{c2} = 80^\circ,$ $\psi = 0$	
$\theta_{c1} = 70^\circ,$ $\theta_{c2} = 80^\circ,$ $\psi = \pi$	

Несмотря на громоздкость выражения, попытаемся получить из него какие-нибудь результаты. Анализируя перекрёстное слагаемое, получим, что амплитуду зависимости от расстояния и полярного угла вблизи оси можно ослабить, если обратить в нуль слагаемое первой степени. Это происходит при выполнении равенства $\cos \theta_{c1} = 2 \sin^2 \theta_{c2} / \cos \theta_{c2}$. Так как косинус не превосходит единицы, такое равенство возможно при условии $\cos \theta_{c2} > (\sqrt{17} - 1) / 4 \sim \theta_{c2} < 38,67^\circ$. При этом угол θ_{c1} может быть как меньше угла θ_{c2} (если $\theta_{c2} > 35,26^\circ$), так и

больше. Например, при $\theta_{c2} = 20^\circ \theta_{c1} = 75,58^\circ$, при $\theta_{c2} = 30^\circ \theta_{c1} = 54,74^\circ$, при $\theta_{c2} = 37^\circ \theta_{c1} = 24,9^\circ$.

Наоборот, если анализировать только «неперекрёстные» слагаемые, то явные аналитические выводы можно получить лишь в случае $\Delta_1 = \Delta_2$. Тогда, используя результаты, полученные для отдельных колец, можно утверждать следующее. Наибольшее значение на оси будет при $\theta_{c1} = 63,43^\circ \theta_{c2} = 39,23^\circ$, достаточное условие максимума в нуле: $\theta_{c1} > 35,26^\circ \& \theta_{c2} < 45^\circ$; достаточное условие минимума в нуле: $\theta_{c1} < 35,26^\circ \& \theta_{c2} > 45^\circ$.

Табл. 4. Распределение интенсивности для двух кольцевых диафрагм шириной $\Delta_1 = \Delta_2 = 4^\circ$ с угловыми положениями центров $\theta_{c1} = 20^\circ$ и $\theta_{c2} = 70^\circ$ при наличии в кольцах вихревой фазы одинакового порядка

Порядок вихревой фазы	Продольное распределение $ E ^2$ $z \in [f - 10\lambda, f + 10\lambda], y \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Поперечное распределение $ E ^2$ в фокусе
$m = n = 0$		
$m = n = 1$		
$m = n = 2$		

Условие плоской вершины однозначно определяет один из углов, если задан другой, но требует численного решения. Несколько упрощается решение в частном случае, когда $\cos \theta_{c1} \sin \theta_{c1} = \cos \theta_{c2} \sin \theta_{c2} \sim \theta_{c1} + \theta_{c2} = 90^\circ$, так как сокращается общий множитель. В этом случае плоская вершина получается при угле θ_{c1} , удовлетворяющем уравнению: $2\text{tg}^3 \theta_{c1} - \text{tg}^3 \theta_{c1} + \text{tg}^2 \theta_{c1} - 1 = 0$, которое имеет корень $\text{tg} \theta_{c1} \approx 0,85 \sim \theta_{c1} = 40,36^\circ$; $\theta_{c2} = 49,64^\circ$. При этом неочевидно, будет ли при этом плоский максимум или плоский минимум.

Асимптотическое приближение приводить не будем, так как в области, когда оно верно, интенсивность мала и её изменение сложно наблюдать визуально.

Заключение

В работе получены аналитические выражения для поля в фокальной области для радиально-поляризованного пучка при наличии одной и двух кольцевых апертур. Асимптотические выражения выписаны для поля на некотором удалении от оптической оси.

Для одной узкой кольцевой апертуры с вихревой фазой фокальное распределение пропорционально суперпозиции функций Бесселя различного порядка. При этом поле обладает осевой симметрией и не зависит от продольной координаты.

Проанализирована зависимость структуры формируемого поля от радиуса кольцевой апертуры. При отсутствии вихревой фазы при малых радиусах более мощным будет вклад функции Бесселя первого порядка, и будет формироваться полая световая трубка. При больших радиусах более мощным будет вклад функции Бесселя нулевого порядка, и будет формироваться тонкая световая игла. Паритет достигается при угловом радиусе кольцевой апертуры $\theta_c = 35,3^\circ$. В этом случае вершина светового пятна в каждой плоскости будет плоской. При увеличении радиуса кольца

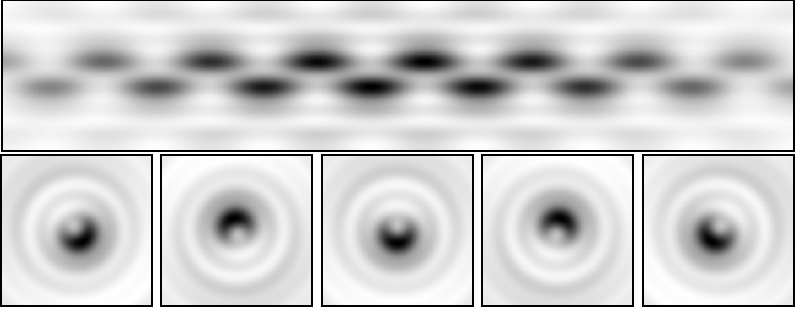
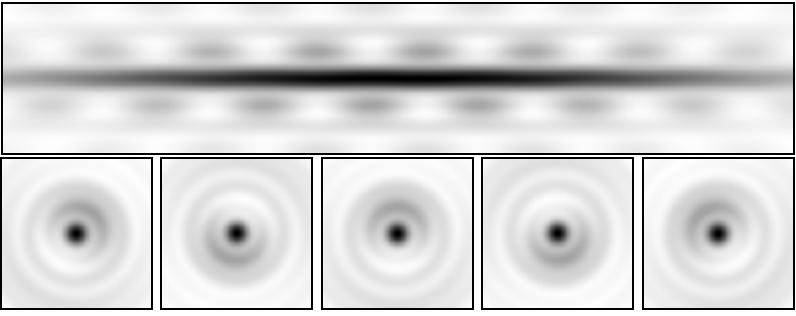
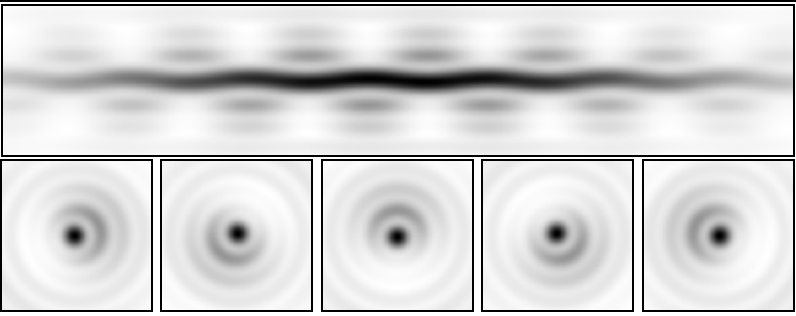
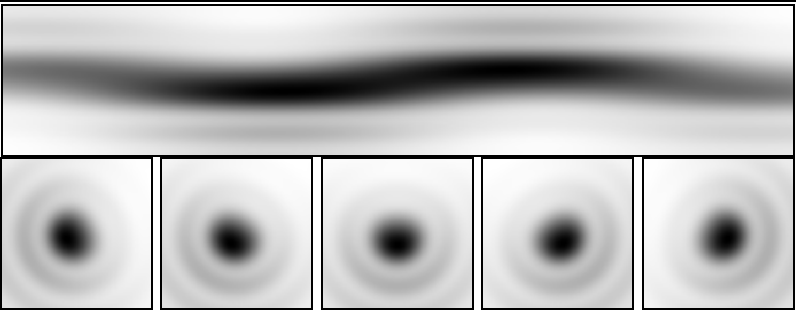
размер светового пятна на оптической оси будет уменьшаться, но при стремлении к предельной величине ($\theta_c \rightarrow 90^\circ$) также будет уменьшаться энергия в нём. Максимальное значение интенсивности имеет место при $\theta_c = 63,43^\circ$.

При наличии вихревой фазы первого порядка, наоборот, при малых угловых радиусах кольцевой апертуры будет формироваться световой стержень, а при больших – полая световая трубка. Максимальное значение интенсивности на оси достигается при $\theta_c = 39,23^\circ$. Переход от полой трубки к стержню происходит при $\theta_c = 45^\circ$. В этом случае вершина будет плоской, это будет плоский максимум. Размер светового пятна на оптической оси будет наименьшим при $\theta_c = 32,77^\circ$.

При использовании двух узких кольцевых апертур в выходном зрачке острофокусирующей системы в фокальной области формируются два векторных пучка Бесселевого типа различного масштаба. В случае одинаковой вихревой фазы в обоих кольцах поле в фокальной области остаётся осесимметричным, но появляется периодическая зависимость от продольной координаты за счёт интерференции пучков от каждого из колец. При этом частота периодических изменений пропорциональна разности косинусов центральных углов кольцевых апертур.

Если в каждом из колец имеются вихревые фазы различного порядка, то получается интерференция более сложного типа, которая приводит к формированию поступательно-вращающихся пучков. Скорость вращения пропорциональна разности порядков вихревой фазы. Таким образом, управлять трёхмерной структурой в фокальной области можно как за счёт положения колец, так и за счёт фазового распределения в каждом из колец. Такой подход расширяет возможности оптического захвата и манипулирования микрочастицами.

Табл. 5. Распределение интенсивности (негатив) для радиально-поляризованного пучка для двух кольцевых диафрагм шириной $\Delta_1 = \Delta_2 = 4^\circ$ с различными угловыми положениями центров при наличии в кольцах вихревой фазы первого и нулевого порядка

Параметры колец	Продольное распределение $ E ^2$, $z \in [f - 10\lambda, f + 10\lambda]$, и набор поперечных, $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$
$m = 0, \theta_{c1} = 30^\circ,$ $n = 1, \theta_{c2} = 60^\circ$	
$m = 1, \theta_{c1} = 30^\circ,$ $n = 0, \theta_{c2} = 60^\circ$	
$m = 1, \theta_{c1} = 39,23^\circ,$ $n = 0, \theta_{c2} = 63,43^\circ$	
$m = 0, \theta_{c1} = 37^\circ,$ $n = 1, \theta_{c2} = 43^\circ$	

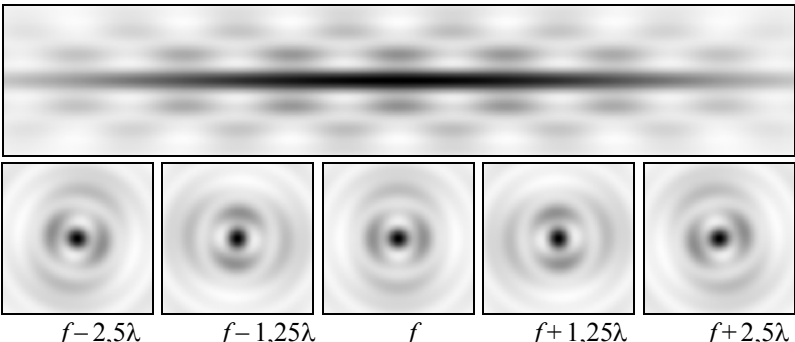
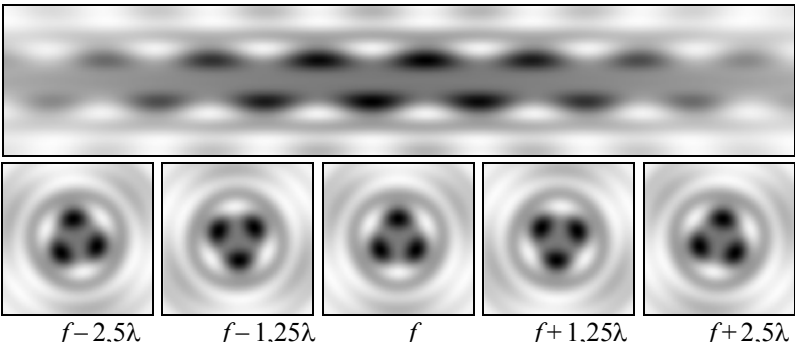
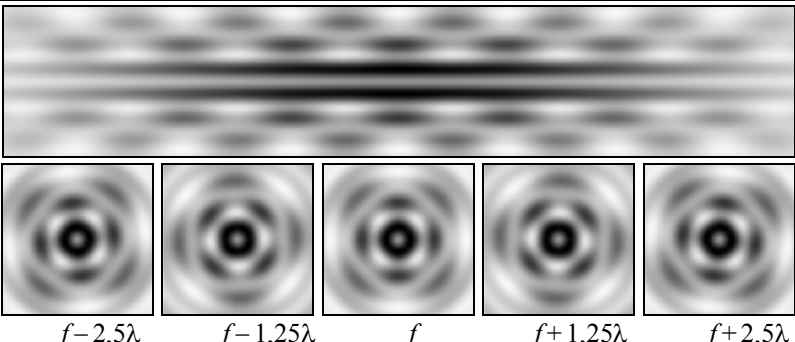
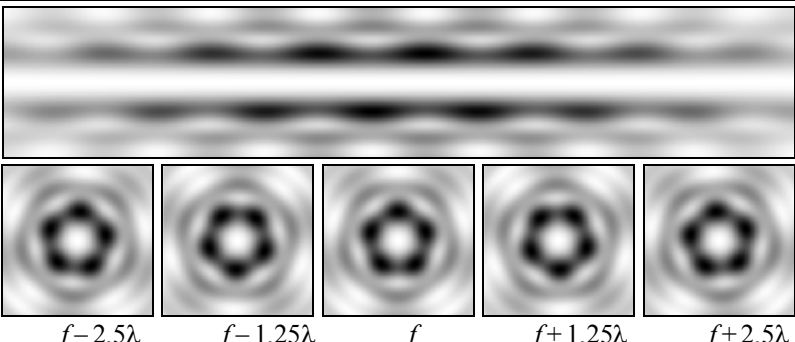
Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ и Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ № 13-07-00266).

Литература

1. **Dienerowitz, M.** Optical manipulation of nanoparticles: a review / M. Dienerowitz, M. Mazilu, and K. Dholakia // Journal of Nanophotonics. – 2008. – Vol. 2 – P. 021875.

Табл. 6. Распределение интенсивности (негатив) для радиально-поляризованного пучка для двух кольцевых диафрагм шириной $\Delta_1 = \Delta_2 = 4^\circ$ с угловыми положениями центров $\theta_{c1} = 30^\circ$ и $\theta_{c2} = 60^\circ$ при наличии в кольцах вихревой фазы разного порядка

Порядки вихревой фазы	Продольное распределение $ E ^2$, $z \in [f - 10\lambda, f + 10\lambda]$, и набор поперечных, $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$
$m = 2,$ $n = 0$	
$m = -1,$ $n = 2$	
$m = -3,$ $n = 1$	
$m = 2,$ $n = -3$	

2. **Martínez-Corral, M.** The resolution challenge in 3D optical microscopy / M. Martínez-Corral and G. Saavedra // Progress in Optics. – 2009. – Vol. 53. – P. 1-67.
 3. **Walker, E.** Toward terabyte two-photon 3D disk / E. Walker, A. Dvornikov, K. Coblenz, S. Esener and P. Rentzepis // Optics Express. – 2007. – Vol. 15. – P. 12264-12276.

4. **Хонина, С.Н.** Формирование световых шаров на основе встречной интерференции острогофокусированных пучков с различной поляризацией / С.Н. Хонина, А.В. Устинов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2013. – № 2(40). – С. 208-224.

5. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis and G. Leuchs // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 91. – P. 233901.
6. **Davidson, N.** High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens / N. Davidson and N. Bokor // *Optics Letters*. – 2004. – Vol. 29. – P. 1318-1320.
7. **Kalosha, V.P.** Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution / V.P. Kalosha and I. Golub // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32. – P. 3540-3542.
8. **Kozawa, Y.** Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa and S. Sato // *Journal of Optical Society of America A*. – 2007. – Vol. 24. – P. 1793.
9. **Khonina, S.N.** Sharper focal spot for a radially polarized beam using ring aperture with phase jump / S.N. Khonina and A.V. Ustinov // *Journal of Engineering*. – 2013. – ID 512971.
10. **Хонина, С.Н.** Исследование применения аксионов в высокоапертурной фокусирующей системе / С.Н. Хонина, С.Г. Вологовский // *Компьютерная Оптика*. – 2010. – Т. 34, № 1. – С. 35-51.
11. **Khonina, S.N.** Reduction of the focal spot size in high-aperture focusing systems at inserting of aberrations / S.N. Khonina and E.A. Pelevina // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*, Allerton Press. – 2011. – Vol. 20(3). – P. 155-167.
12. **Khonina, S.N.** Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // *Optical Engineering*. – 2013. – Vol. 52, Issue 9. – P. 091711.
13. **Hell, S.** Fundamental improvement of resolution with a 4Pi-confocal fluorescence microscope using two-photon excitation / S. Hell and E.H.K. Stelzer // *Optics Communications*. – 1992. – Vol. 93. – P. 277-282.
14. **Bokor, N.** Toward a spherical spot distribution with 4p focusing of radially polarized light / N. Bokor, N. Davidson // *Optics Letters*. – 2004. – Vol. 29, Issue 17. – P. 1968-1970.
15. **Sandau, N.** Arrangement of a 4Pi microscope for reducing the confocal detection volume with two-photon excitation / N. Sandeau, H. Giovannini // *Optics Communications*. – 2006. – Vol. 264. – P. 123-129.
16. **Bokor, N.** A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light / N. Bokor, N. Davidson // *Optics Communications*. – 2007. – Vol. 279. – P. 229-234.
17. **Chen, Z.** 4pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams / Z. Chen, D. Zhao // *Optics Letters*. – 2012. – Vol. 37, Issue 8. – P. 1286-1288.
18. **Khonina, S.N.** Shaping of spherical light intensity based on the interference of tightly focused beams with different polarizations / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.G. Volotovskiy // *Optics & Laser Technology*. – 2014. – Vol. 60. – P. 99-106.
19. **Хонина, С.Н.** Исследование встречной интерференции острогофокусированных пучков с различной поляризацией / С.Н. Хонина, Н.С. Фидирко // *Известия Самарского научного центра РАН*. – 2014. – Т. 16, № 4. – С. 27-33.
20. **Chen, W.** Three-dimensional focus shaping with cylindrical vector beams / W. Chen, Q. Zhan // *Optics Communications*. – 2006. – Vol. 265. – P. 411-417.
21. **Jabour, T.G.** Vector diffraction analysis of high numerical aperture focused beams modified by two- and three-zone annular multi-phase plates / T.G. Jabour, S.M. Kuebler // *Optics Express*. – 2006. – Vol. 14, Issue 3. – P. 1033-1043.
22. **Gao, X.** Focusing properties of concentric piecewise cylindrical vector beam / X. Gao, J. Wang, H. Gu, W. Xu // *Optik*. – 2007. – Vol. 118. – P. 257-265.
23. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – Vol. 27(10). – P. 2188-2197.
24. **Khonina, S.N.** Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *Journal of Modern Optics*. – 2011. – Vol. 58, Issue 9. – P. 748-760.
25. **Khonina, S.N.** Influence of vortex transmission phase function on intensity distribution in the focal area of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy and S.G. Volotovskiy // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2011. – Vol. 20, Issue 1. – P. 23-42.
26. **Zhan, Q.** Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Qiwen Zhan // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1. – P. 1457.
27. **Хонина, С.Н.** Формирование тонкой световой трубки при острой фокусировке азимутально-поляризованного излучения / С.Н. Хонина, А.В. Устинов // *Известия Самарского научного центра РАН*. – 2012. – Т. 14, № 6. – P. 279-284.
28. **Bouchal, Z.** Non-diffractive vector Bessel beams / Z. Bouchal, M. Olivik // *Journal of Modern Optics*. – 1995. – Vol. 42, Issue 8. – P. 1555-1566.
29. **Dudley, A.** Generating and measuring nondiffracting vector Bessel beams / A. Dudley, Y. Li, T. Mhlanga, M. Escuti, A. Forbes // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38, Issue 17. – P. 3429-3432.
30. **Kotlyar, V.V.** An algorithm for the generation of laser beams with longitudinal periodicity: rotating images / V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, S.N. Khonina // *Journal of Modern Optics*. – 1997. – Vol. 44, Issue 7. – P. 1409-1416.
31. **Paakkonen, P.** Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics / P. Paakkonen, J. Lautanen, M. Honkanen, M. Kuittinen, J. Turunen, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, A.T. Friberg // *Journal of Modern Optics*. – 1998. – Vol. 45, Issue 11. – P. 2355-2369.
32. **Порфирьев, А.П.** Простой способ формирования полых недифрагирующих световых пучков с распределением интенсивности в виде контура правильного многоугольника / А.П. Порфирьев, Р.В. Скиданов // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 243-248.
33. **Фидирко, Н.С.** Формирование трёхмерных распределений интенсивности при дифракции лазерного излучения на кольцевых апертурах в условиях острой фокусировки / Н.С. Фидирко, С.Н. Хонина // *Известия Самарского научного центра РАН*. – 2014. – Т. 16, № 6. – С. 19-25.

References

1. **Dienerowitz, M.** Optical manipulation of nanoparticles: a review / M. Dienerowitz, M. Mazilu, and K. Dholakia // *Journal of Nanophotonics*. – 2008. – Vol. 2 – P. 021875.
2. **Martínez-Corral, M.** The resolution challenge in 3D optical microscopy / M. Martínez-Corral and G. Saavedra // *Progress in Optics*. – 2009. – Vol. 53. – P. 1-67.
3. **Walker, E.** Toward terabyte two-photon 3D disk / E. Walker, A. Dvornikov, K. Coblenz, S. Esener and P. Rentzepis // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15. – P. 12264-12276.
4. **Khonina, S.N.** Formation of light balls on the basis of interference of oncoming fine-focused beams with different polarizations / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // *Herald of Samara State University*. – 2013. – Vol. 2(40). – P. 208-224. – (In Russian).
5. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis and G. Leuchs // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 91. – P. 233901.

6. **Davidson, N.** High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens / N. Davidson and N. Bokor // *Optics Letters*. – 2004. – Vol. 29. – P. 1318-1320.
7. **Kalosha, V.P.** Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution / V.P. Kalosha and I. Golub // *Optics Letters*. – 2007. – Vol. 32. – P. 3540-3542.
8. **Kozawa, Y.** Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa and S. Sato // *Journal of Optical Society of America A*. – 2007. – Vol. 24. – P. 1793.
9. **Khonina, S.N.** Sharper focal spot for a radially polarized beam using ring aperture with phase jump / S.N. Khonina and A.V. Ustinov // *Journal of Engineering*. – 2013. – ID 512971.
10. **Khonina, S.N.** Investigation of axicon application in high-aperture focusing system / S.N. Khonina and S.G. Volotovskiy // *Computer Optics*. – 2010. – Vol. 34(1). – P. 35-51. – (In Russian).
11. **Khonina, S.N.** Reduction of the focal spot size in high-aperture focusing systems at inserting of aberrations / S.N. Khonina and E.A. Pelevina // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*, Allerton Press. – 2011. – Vol. 20(3). – P. 155-167.
12. **Khonina, S.N.** Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // *Optical Engineering*. – 2013. – Vol. 52, Issue 9. – P. 091711.
13. **Hell, S.** Fundamental improvement of resolution with a 4Pi-confocal fluorescence microscope using two-photon excitation / S. Hell and E.H.K. Stelzer // *Optics Communications*. – 1992. – Vol. 93. – P. 277-282.
14. **Bokor, N.** Toward a spherical spot distribution with 4p focusing of radially polarized light / N. Bokor, N. Davidson // *Optics Letters*. – 2004. – Vol. 29, Issue 17. – P. 1968-1970.
15. **Sandeau, N.** Arrangement of a 4Pi microscope for reducing the confocal detection volume with two-photon excitation / N. Sandeau, H. Giovannini // *Optics Communications*. – 2006. – Vol. 264. – P. 123-129.
16. **Bokor, N.** A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light / N. Bokor, N. Davidson // *Optics Communications*. – 2007. – Vol. 279. – P. 229-234.
17. **Chen, Z.** 4pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams / Z. Chen, D. Zhao // *Optics Letters*. – 2012. – Vol. 37, Issue 8. – P. 1286-1288.
18. **Khonina, S.N.** Shaping of spherical light intensity based on the interference of tightly focused beams with different polarizations / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.G. Volotovskiy // *Optics & Laser Technology*. – 2014. – Vol. 60. – P. 99-106.
19. **Khonina, S.N.** Sharper focal spot for a radially polarized beam using ring aperture with phase jump / S.N. Khonina, N.S. Fidirko // *Izvestiya of the SSC of RAS*. – 2014. – Vol. 16(4). – P. 27-33. – (In Russian).
20. **Chen, W.** Three-dimensional focus shaping with cylindrical vector beams / W. Chen, Q. Zhan // *Optics Communications*. – 2006. – Vol. 265. – P. 411-417.
21. **Jabbour, T.G.** Vector diffraction analysis of high numerical aperture focused beams modified by two- and three-zone annular multi-phase plates / T.G. Jabbour, S.M. Kuebler // *Optics Express*. – 2006. – Vol. 14, Issue 3. – P. 1033-1043.
22. **Gao, X.** Focusing properties of concentric piecewise cylindrical vector beam / X. Gao, J. Wang, H. Gu, W. Xu // *Optik*. – 2007. – Vol. 118. – P. 257-265.
23. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – Vol. 27(10). – P. 2188-2197.
24. **Khonina, S.N.** Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *Journal of Modern Optics*. – 2011. – Vol. 58, Issue 9. – P. 748-760.
25. **Khonina, S.N.** Influence of vortex transmission phase function on intensity distribution in the focal area of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy and S.G. Volotovskiy // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2011. – Vol. 20, Issue 1. – P. 23-42.
26. **Zhan, Q.** Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Qiwen Zhan // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1. – P. 1457.
27. **Khonina, S.N.** Thin light tube formation by tightly focused azimuthally polarized light beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // *ISRN Optics (Hindawi Publishing Corporation)*. – 2013. – Article ID 185495. – 6 p.
28. **Bouchal, Z.** Non-diffractive vector Bessel beams / Z. Bouchal, M. Olivik // *Journal of Modern Optics*. – 1995. – Vol. 42, Issue 8. – P. 1555-1566.
29. **Dudley, A.** Generating and measuring nondiffracting vector Bessel beams / A. Dudley, Y. Li, T. Mhlanga, M. Escuti, A. Forbes // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38, Issue 17. – P. 3429-3432.
30. **Kotlyar, V.V.** An algorithm for the generation of laser beams with longitudinal periodicity: rotating images / V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, S.N. Khonina // *Journal of Modern Optics*. – 1997. – Vol. 44, Issue 7. – P. 1409-1416.
31. **Paakkonen, P.** Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics / P. Paakkonen, J. Lautanen, M. Honkanen, M. Kuittinen, J. Turunen, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, A.T. Friberg // *Journal of Modern Optics*. – 1998. – Vol. 45, Issue 11. – P. 2355-2369.
32. **Porfirev, A.P.** A simple method of the formation nondiffracting hollow optical beams with intensity distribution in form of a regular polygon contour / A.P. Porfirev, R.V. Skidanov // *Computer optics*. – 2014. – Vol. 38(2). – P. 243-248. – (In Russian).
33. **Fidirko, N.S.** Formation of three-dimensional intensity distributions by diffraction of laser radiation on annular apertures at sharp focusing / N.S. Fidirko, S.N. Khonina // *Proceedings of the SSC of RAS*. – 2014. – Vol. 16, Issue 6. – P. 19-25. – (In Russian).

ANALYSIS OF INTERFERENCE OF CYLINDRICAL LASER BEAMS GENERATED BY RING OPTICAL ELEMENTS WITH A VORTEX PHASE AT SHARP FOCUSING

*S.N. Khonina, A.V. Ustinov
Image Processing Systems Institute of the RAS,
Samara State Aerospace University*

Abstract

We theoretically analyze sharp focusing of cylindrically polarized beams by a focusing system containing ring apertures and a vortex-phase optical element in the pupil. Analytic expressions for a field in the focal area for radially and the azimuthally polarized beams for one- and two-ring apertures are obtained. Asymptotic expressions for the focal field at a distance from the optical axis are also derived.

It is shown that for a single vortex-phase narrow ring aperture, the field distribution in the focal area is proportional to the superposition of Bessel functions of different orders. The field is shown to possess the axial symmetry and be independent of the longitudinal coordinate. The structure of the interference field for radial and azimuthal polarization is investigated.

With two narrow ring apertures in the pupil of the sharp-focus system, the interference pattern of two vector Bessel-type beams is formed in the focal area. If both ring apertures have the same vortex phase, the field in the focal area remains axis-symmetric, although becoming periodically dependent on the longitudinal coordinate. If each ring has a different-order vortex phase, the interference is more complex and leads to the formation of rotating beams. The three-dimensional structure in the focal area can be controlled by varying the polarization and phase distribution in each of the rings.

Keywords: sharp focusing, ring aperture, cylindrical polarization, vortex phase, interference, three-dimensional intensity distribution.

Сведения об авторах

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Институт систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений.

E-mail: khonina@smr.ru.

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Институте систем обработки изображений РАН; является аспирантом Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических и биомедицинских процессов.

E-mail: andr@smr.ru.

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI), majoring in Applied Mathematics, works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS; postgraduate student of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Research interests: diffractive optics, software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images.

Поступила в редакцию 21 января 2015 г.