

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА СОГЛАСОВАННЫХ КВАДРИК К РАСЧЁТУ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Л.Л. Досколович^{1,2}, М.А. Моисеев^{1,2}, Н.Л. Казанский^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,

² Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия,

Аннотация

Рассмотрено применение модификации метода согласованных квадрик, предназначенной для расчёта функции эйконала светового поля из условия фокусировки в набор точек, к расчёту дифракционных оптических элементов. Представлены результаты расчёта функции эйконала для фокусировки в набор точек, образующих изображение калькулятора. Исследованы характеристики формируемого изображения в рамках скалярной теории дифракции. Показано, что метод может быть применён для расчёта дифракционных оптических элементов, формирующих заданные непрерывные распределения освещённости в рамках скалярной теории дифракции. На примерах показано, что рассчитанная функция эйконала является хорошим начальным приближением при расчёте дифракционных элементов на основе итерационного алгоритма Герчберга–Секстона.

Ключевые слова: геометрическая оптика, эйконал, метод согласованных квадрик.

Цитирование: Досколович, Л.Л. О применении метода согласованных квадрик к расчёту дифракционных оптических элементов / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 339-346.

Введение

Задача расчёта оптического элемента из условия формирования заданного распределения освещённости относится к классу обратных задач неизображающей оптики и является крайне сложной [1]. Одним из универсальных методов, широко используемых для расчёта оптических элементов неизображающей оптики, является метод согласованных квадрик (МСК, англ. — supporting quadric method) [2–7]. Первоначально МСК был предложен для расчёта зеркал и преломляющих поверхностей, формирующих дискретные распределения интенсивности в виде набора точек. В рамках метода оптическая поверхность, в зависимости от решаемой задачи, определяется в виде огибающей семейства квадрик: параболоидов, эллипсоидов или гиперболоидов. В частности, при расчёте зеркал поверхность представляется в виде набора сегментов параболоидов (задача формирования диаграмм направленности) или эллипсоидов (задача фокусировки в набор точек) с определёнными параметрами. Расчёт параметров параболоидов (эллипсоидов) осуществляется итерационным методом, при этом сходимость метода строго доказана [2, 3]. Интересно отметить, что задача расчёта параметров параболоидов, образующих зеркало, может быть рассмотрена как транспортная задача [5, 6]. При этом расчёт рефлектора сводится к решению задачи линейного программирования.

В работе [7] авторов статьи была предложена модификация метода согласованных квадрик для решения задачи расчёта эйконала светового поля, заданного в некоторой плоскости, обеспечивающего фокусировку в требуемый набор точек. В предложенном методе функция эйконала представляется в виде огибающей семейства эйконалов сходящихся сферических пучков с фокусами в требуемых точках. Задача

расчёта эйконала является важной при расчёте дифракционных оптических элементов (ДОЭ), в особенности дифракционных многофокусных линз и делителей пучка [8–10]. При этом высота дифракционного микрорельефа пропорциональна функции эйконала. Кроме того, по функции эйконала может быть восстановлена рефракционная или отражающая оптическая поверхность, формирующая заданное распределение эйконала [11]. Это позволяет применять метод [7] для расчёта преломляющих оптических элементов.

В методе согласованных квадрик [7] функция эйконала рассчитывается в приближении геометрической оптики. В связи с ориентированностью метода на задачу расчёта ДОЭ представляет интерес исследование характеристик изображения, формируемого в приближении скалярной теории дифракции. Такое исследование впервые представлено в настоящей работе. При этом показано, что метод согласованных квадрик может быть применён к расчёту ДОЭ, формирующих заданные непрерывные распределения освещённости.

1. Расчёт функции эйконала для фокусировки в набор точек

Для полноты изложения приведём формулировку задачи расчёта эйконала светового поля для формирования заданного дискретного распределения освещённости и кратко повторим основные положения метода расчёта из работы [7]. Будем предполагать, что в плоскости $z=0$ в области G задано распределение освещённости $E_0(\mathbf{u})$, $\mathbf{u} \in G$, где $\mathbf{u}=(u, v)$ – декартовы координаты в плоскости $z=0$. Область G будем называть апертурой. Требуется рассчитать распределение эйконала $\Psi(\mathbf{u})$, $\mathbf{u} \in G$ из условия формирования в плоскости $z=f$ заданного дискретного рас-

пределения освещённости, соответствующего набору точек $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i), i=1, \dots, N$ с заданной энергией $I_i, i=1, \dots, N$ (рис. 1).

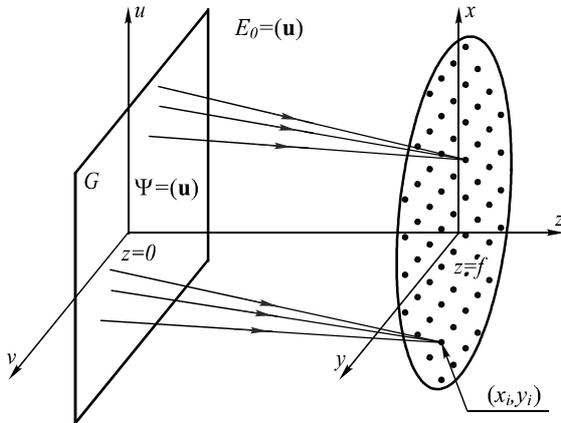


Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки в набор точек

В работе [8] функция эйконала для фокусировки в требуемый набор точек была получена в виде:

$$\Psi(\mathbf{u}) = -\sqrt{(\mathbf{u} - \mathbf{x}_m)^2 + f^2} + \Psi_{f,m}, \quad (1)$$

где $\Psi_{f,i}, i=1, \dots, N$ — константы, соответствующие значениям эйконала в точках фокусировки, а индекс m соответствующей константы при каждом \mathbf{u} определяется из соотношений:

$$m = \arg \min_{i \in \{1, \dots, N\}} \Psi_i(\mathbf{u}; \mathbf{x}_i) \quad (2)$$

или

$$m = \arg \max_{i \in \{1, \dots, N\}} \Psi_i(\mathbf{u}; \mathbf{x}_i), \quad (3)$$

где функция $\Psi_i(\mathbf{u}; \mathbf{x})$ соответствует эйконалу сходящегося сферического пучка с фокусом в точке \mathbf{x} , записанному в плоскости $z=0$:

$$\Psi_i(\mathbf{u}; \mathbf{x}) = -\sqrt{(\mathbf{u} - \mathbf{x})^2 + f^2} + \Psi_{f,i}. \quad (4)$$

Условие минимума (2) используется при расчёте эйконала эллиптического типа (в этом случае лучи пересекают оптическую ось), а условие максимума (3) — при расчёте эйконала гиперболического типа (лучи не пересекают оптическую ось).

Согласно (1)–(4), функция эйконала для фокусировки в набор точек образована сегментами функций эйконала сходящихся сферических пучков. При этом расчёт значений $\Psi_{f,i}, i=1, \dots, N$ в (1) осуществляется итерационным методом из условия формирования заданного распределения энергии $I_i, i=1, \dots, N$ в точках фокусировки $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i), i=1, \dots, N$. Итерационный метод расчёта значений $\Psi_{f,i}$ на основе метода согласованных квадрик подробно описан в работе [7] и далее используется в расчётных примерах настоящей статьи.

Отметим, что метод расчёта функции эйконала, обеспечивающей фокусировку в набор точек в плос-

кости, очевидным образом обобщается на случай, когда точки расположены на произвольной поверхности. В этом случае вместо постоянного значения f в (1), (4) следует использовать заданный набор значений $f_m, m=1, \dots, N$.

Для демонстрации возможностей метода согласованных квадрик [7] при формировании сложных изображений была рассчитана функция эйконала из условия фокусировки в набор точек, образующих изображение калькулятора (рис. 2). Изображение калькулятора задано на двумерной эквидистантной сетке из 56×82 точек и содержит $N_{\text{им}} = 1414$ белых точек, образующих изображение.

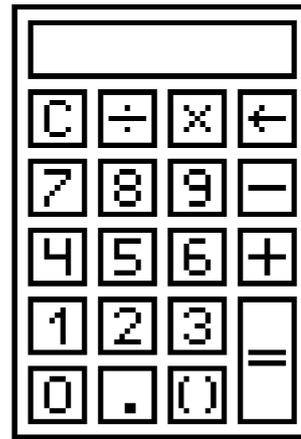


Рис. 2. Изображение калькулятора на эквидистантной сетке из 56×82 точек

Расчёт функции эйконала проводился из условия фокусировки в набор точек на рис. 2 с постоянной энергией ($I_i = I_0, i=1, \dots, N$), расположенный в плоскости $z=100$ мм. При этом шаг сетки, на которой было задано изображение калькулятора, составлял $\delta_{xy} = 0,2586$ мм. Функция эйконала была задана в плоскости $z=0$ в квадратной области G с размером стороны $a=8,192$ мм на эквидистантной сетке из 256×256 точек с шагом $d_{\text{qv}} = 32$ мкм. Освещённость $E_0(\mathbf{u})$ в области G считалась постоянной.

Функция эйконала, рассчитанная методом согласованных квадрик, приведена на рис. 3 и обеспечивает формирование заданного постоянного распределения энергии в точках фокусировки со среднеквадратичной ошибкой менее 6 % (рис. 4). Отметим, что разрешение рис. 3 не позволяет увидеть детали рассчитанной функции эйконала. В следующем пункте на рис. 6а показан центральный фрагмент данной функции, показывающий, что она образована из сегментов функций эйконала сферических пучков (4), соединённых непрерывным образом.

По рассчитанной функции эйконала была восстановлена преломляющая поверхность. Точные аналитические формулы для расчёта преломляющей поверхности, формирующей заданное распределение эйконала, представлены в работе [11].

В то же время при указанных «параксиальных» параметрах функция высоты преломляющей поверх-

ности может быть рассчитана в приближении тонкого оптического элемента [9]:

$$h(\mathbf{u}) = \Psi(\mathbf{u}) / (n - 1), \tag{5}$$

где $n = 1,6$ – показатель преломления материала оптического элемента.

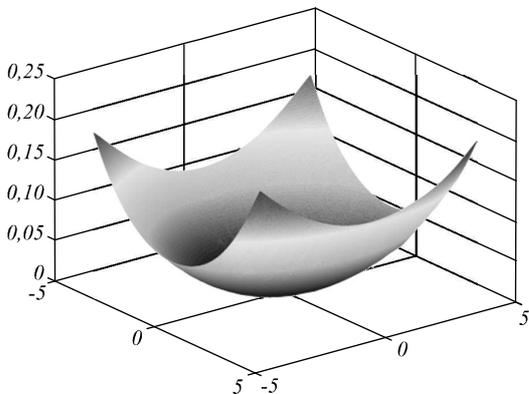


Рис. 3. Функция эйконала для фокусировки в набор точек на рис. 2

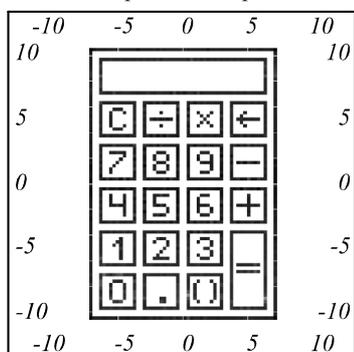


Рис. 4. Распределение освещённости, формируемое в плоскости фокусировки $z=100$ мм при функции эйконала на рис. 3

Для проверки правильности приведённых расчётных формул было проведено моделирование работы оптического элемента (5) в программе для светотехнических расчётов TracePro® с использованием метода трассировки лучей [12]. Для этого поверхность (5) была аппроксимирована системой неоднородных рациональных сплайнов Безье (NURBS) в программе автоматизированного проектирования Rhinoceros® [13]. В качестве первой поверхности оптического элемента использовалась плоская поверхность, перпендикулярная падающему плоскому пучку с постоянной освещённостью. На рис. 5 показаны преломляющий оптический элемент и рассчитанное в программе TracePro® распределение освещённости, которое формируется при освещении оптического элемента коллимированным пучком с постоянной освещённостью. Распределение освещённости рассчитано при 1000000 лучей и показывает фокусировку в набор точек, образующих требуемое изображение калькулятора.

Некоторая неравномерность распределения энергии в точках фокусировки объясняется погрешностью метода трассировки лучей, а также погрешностью аппроксимации поверхности (5) с помощью системы сплайнов.

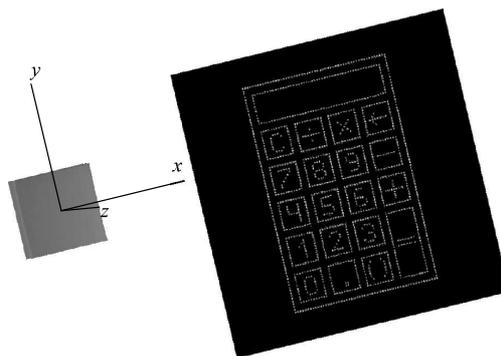


Рис. 5. Преломляющий оптический элемент и полутоновое распределение освещённости, формируемое оптическим элементом для фокусировки в набор точек на рис. 2

2. Исследование дифракционных эффектов

Задача расчёта фазовых ДОЭ часто формулируется как задача расчёта функции эйконала (или связанной с ней фазовой функции $\varphi(\mathbf{u}) = k\Psi(\mathbf{u})$, где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны) из условия формирования заданного распределения освещённости в некоторой плоскости [9]. При этом высота микрорельефа ДОЭ определяется по формуле:

$$h(\mathbf{u}) = (1/(n - 1)) \cdot \text{mod}_\lambda [\Psi(\mathbf{u})]. \tag{6}$$

Функция эйконала на рис. 3 для фокусировки в набор точек на рис. 2 была рассчитана в приближении геометрической оптики. В этой связи представляет интерес исследование характеристик изображения, формируемого ДОЭ (6) в рамках скалярной теории дифракции. Исследуем распределение освещённости, формируемое при рассчитанной функции эйконала (рис. 3) в приближении Френеля–Кирхгофа. Комплексная амплитуда светового поля в плоскости задания эйконала ($z = 0$) определяется выражением $w_0(\mathbf{u}) = \sqrt{E_0(\mathbf{u})} \exp(ik\Psi(\mathbf{u}))$, $\mathbf{u} \in G$. В приближении Френеля–Кирхгофа распределение освещённости, формируемое в плоскости $z = f$, имеет вид [8]:

$$E(\mathbf{x}) = \left| \frac{1}{\lambda f} \iint_G w_0(\mathbf{u}) \exp\left(\frac{ik}{2f}(\mathbf{x} - \mathbf{u})^2\right) d^2\mathbf{u} \right|^2. \tag{7}$$

Для удобства вычисления интеграла (7) представим функцию эйконала в виде:

$$\Psi(\mathbf{u}) = -(\mathbf{u}^2/2f) + \Psi_{\text{add}}(\mathbf{u}), \tag{8}$$

где первое слагаемое соответствует эйконалу параксиальной линзы [12]. В этом случае расчёт $E(\mathbf{x})$ сводится к вычислению интеграла Фурье:

$$E(\mathbf{x}) = \left| \frac{1}{\lambda f} \iint_G \sqrt{E_0(\mathbf{u})} \exp\left(ik\Psi_{\text{add}}(\mathbf{u}) - \frac{ik}{f}\mathbf{x}\mathbf{u}\right) d^2\mathbf{u} \right|^2. \tag{9}$$

На рис. 6а приведён центральный фрагмент функции $\Psi_{\text{add}}(\mathbf{u})$ по модулю $\lambda = 532$ нм.

Для вычисления интеграла (9) данная функция была рассчитана на эквидистантной сетке из 4096×4096 отсчётов с шагом $d_{\text{qv}} = 2$ мкм. Расчётное распределение освещённости, формируемое в приближении Френеля,

приведено на рис. 6г и соответствует изображению калькулятора. Расчёт освещённости $E(\mathbf{x})$ на рис. 6г осуществлялся на эквидистантной сетке, содержащей

4096×4096 отсчётов. Шаг сетки был задан в виде $d_{xy} = \lambda f / a$.

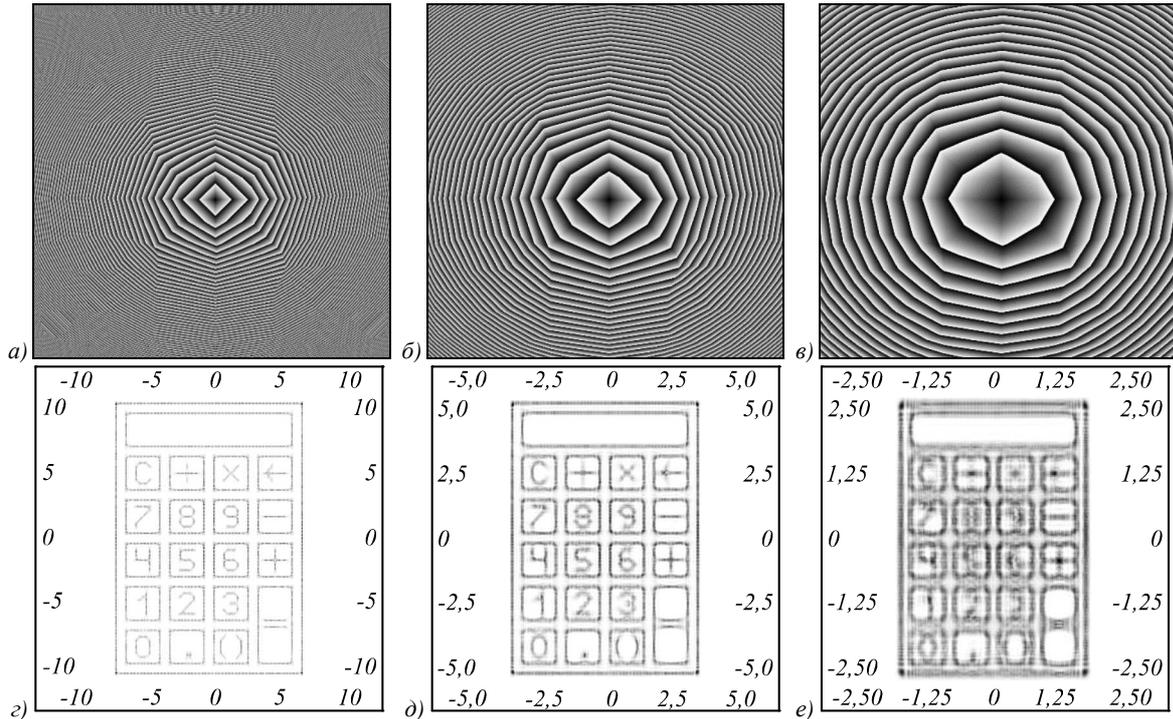


Рис. 6. (а)–(в) – фрагменты функций эйконала $\Psi_{add}(\mathbf{u})$, $0,5\Psi_{add}(\mathbf{u})$, $0,25\Psi_{add}(\mathbf{u})$ в центральных областях размером $3 \times 3 \text{ мм}^2$; (г)–(е) – Распределения освещённости, формируемые в приближении Френеля–Кирхгофа для функций эйконала на рис. (а)–(в)

Отметим, что в приближении Френеля величина $2\Delta = 2\lambda f / a$ соответствует размеру пятна, формируемого линзой с фокусом f и квадратной апертурой G [8]. При заданных параметрах ($\lambda = 532 \text{ нм}$, $f = 100 \text{ мм}$, $a = 8,192 \text{ мм}$) $d_{xy} = \Delta \approx 6,5 \text{ мкм}$. На рис. 6г, в отличие от рис. 5, фактически не видно отдельных точек. Это связано с тем, что вследствие дифракции точки фокусировки превратились в пятна конечного размера, которые слились и образовали «непрерывное» изображение калькулятора. Получим качественную оценку среднего размера дифракционных пятен для приведённого примера. Согласно использованному методу расчёта, функция эйконала на рис. 3 и 6а соответствует набору сегментов эйконалов сферических пучков (4), имеющих одинаковую площадь и соединённых между собой непрерывным образом. В качестве оценки среднего размера пятна возьмём величину:

$$\Delta_{sub} = \frac{2\lambda f}{\sqrt{a^2 / N_{im}}} = 2\sqrt{N_{im}} \Delta, \quad (10)$$

соответствующую размеру дифракционного пятна линзы с размером стороны апертуры $b_{sub} = \sqrt{a^2 / N_{im}}$, где N_{im} – число точек фокусировки. Оценка (10) предполагает, что расстояние между точками изображения больше величины Δ_{sub} , так что субапертуры между собой не взаимодействуют. При заданных параметрах получим $\Delta_{sub} \approx 0,24 \text{ мм}$. Напомним, что шаг прямоугольной сетки, на которой было задано изображение

калькулятора, составлял $\delta_{xy} = 0,2586 \text{ мм}$. Таким образом, для рассмотренного примера $\Delta_{sub} \approx \delta_{xy}$, что и объясняет непрерывный характер распределения освещённости на рис. 6б.

Приведённое объяснение позволяет применять метод расчёта функции эйконала для расчёта ДОО, формирующих заданные непрерывные распределения освещённости. При этом непрерывность распределения достигается за счёт выбора расстояния между точками фокусировки при расчёте функции эйконала.

Исследуем величину дифракционных эффектов при уменьшении шага сетки δ_{xy} относительно величины Δ_{sub} . Несложно показать [8], что в паракиральном приближении функция эйконала:

$$\Psi_p(\mathbf{u}) = -(\mathbf{u}^2 / 2f) + p\Psi_{add}(\mathbf{u}) \quad (11)$$

обеспечивает фокусировку в масштабированный набор точек с координатами $\mathbf{x}_{p,i} = p\mathbf{x}_i$, $i = 1, \dots, N$, где p – масштабный коэффициент. На рис. 6б,в показаны функции эйконала $p\Psi_{add}(\mathbf{u})$ при $p = 0,5$ и $p = 0,25$ соответственно. Расчёт распределений освещённости, формируемых в приближении геометрической оптики, показал, что для функций (11) при $p = 0,5$ и $p = 0,25$ формируются масштабированные изображения калькуляторов, аналогичные рис. 4. Распределения освещённости, формируемые в приближении Френеля при указанных функциях $\Psi_p(\mathbf{u})$, приведены на рис. 6д,е. Данные рисунки показывают, что при

уменьшении расстояния между точками качество изображения калькулятора ухудшается. В частности, при $p = 0,25$ изображения цифр становятся неразличимыми. Ухудшение качества изображения объясняется перекрытием дифракционных пятен от различных сегментов (причём не только от соседних) и соответствующей интерференцией между ними.

Таким образом, применение метода расчёта функции эйконала для расчёта ДОО, формирующих непрерывные распределения освещённости, имеет ограничения. В рассматриваемом примере получить распределение приемлемого качества удаётся только при расстоянии между точками $\delta_{xy} \in [\Delta_{sub} / 2, \Delta_{sub}]$.

В рамках скалярной теории дифракции для расчёта ДОО широко используются итерационные и градиентные методы [8, 14]. Наиболее известными являются алгоритм Герчберга–Секстона и его модификации

[8, 14]. Сходимость указанного алгоритма и качество получаемого решения существенно зависят от начального приближения для фазовой функции ДОО. Исследуем работоспособность алгоритма Герчберга–Секстона при использовании в качестве начального приближения фазы геометрооптического решения $\varphi(\mathbf{u}) = k\Psi_{add}(\mathbf{u})$. В качестве требуемого распределения освещённости для алгоритма Герчберга–Секстона зададим «непрерывное» изображение калькулятора на рис. 2. При этом вместо точек будем использовать квадратные пиксели с размером стороны $\delta_{xy} = 0,2586$ мм, равным расстоянию между точками фокусировки.

На рис. 7а–в представлены функции эйконала, полученные после 30 итераций по алгоритму Герчберга–Секстона.

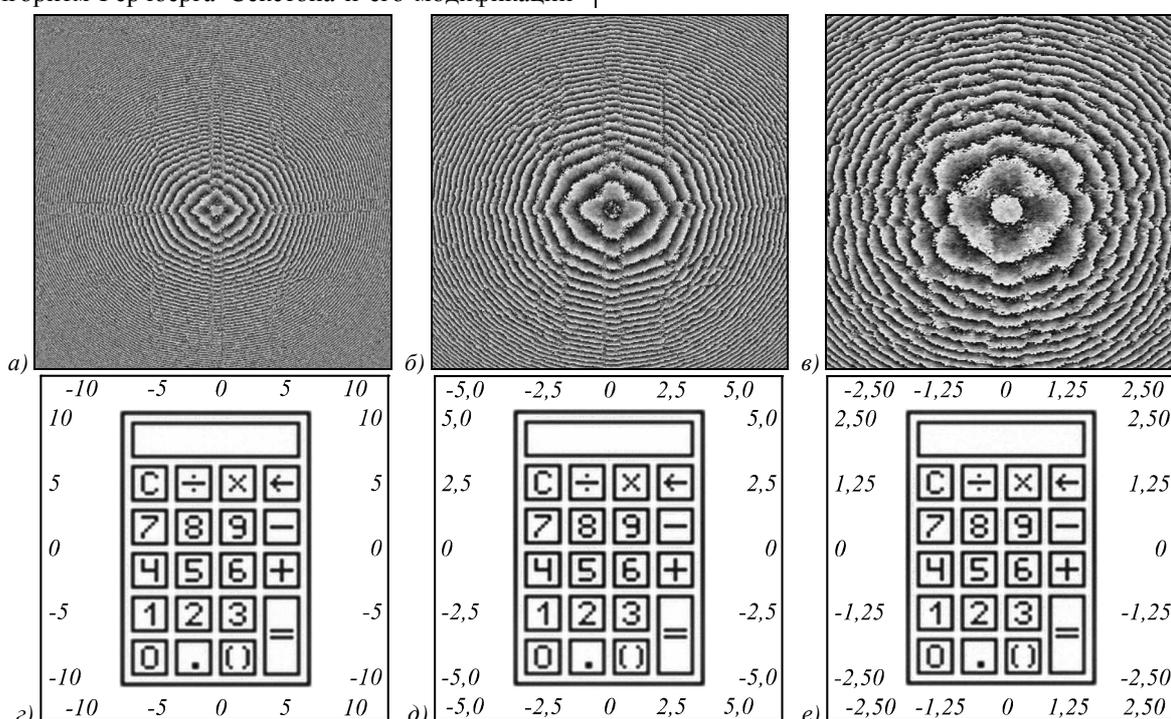


Рис. 7. (а)–(в) – фрагменты функций эйконала после выполнения 30 итераций в алгоритме Герчберга–Секстона; (z)–(е) – распределения освещённости, формируемые в приближении Френеля–Кирхгофа для функций эйконала на рис. (а)–(в)

В качестве начальных приближений использовались функции эйконалов на рис. 6а–в. Распределения освещённости, формируемые при функциях эйконалов на рис. 7а–в, приведены на рис. 7z–е и соответствуют заданным изображениям калькулятора с различным масштабом. Во всех трёх случаях среднеквадратичное отклонение между сформированными распределениями освещённости и заданными распределениями не превышает 5%. Таким образом, использование в качестве начального приближения геометрооптического решения обеспечивает быструю сходимость итерационного алгоритма.

Для сравнения были рассчитаны фазовые функции (не показаны в статье) для формирования изображения калькулятора при использовании случайной начальной фазы. При использовании случайной начальной фазы в

итерационном алгоритме среднеквадратичное отклонение между сформированными распределениями освещённости и заданными распределениями после 50–100 итераций составляет 10–15% (при указанном числе итераций ошибка стабилизируется и далее не уменьшается с ростом числа итераций). Аналогичная ситуация имеет место и при использовании в качестве начального приближения постоянной фазы. При этом стабилизация ошибки также происходит при 50–100 итерациях при несколько большем значении среднеквадратичной ошибки в 15–20%.

Отметим, что уменьшение числа итераций алгоритма Герчберга–Секстона при использовании в качестве начального приближения фазы геометрооптического решения не является преимуществом с точки зрения вычислительных затрат. Это связано с тем, что

геометрическое решение также получается в итерационном алгоритме. Для рассмотренного примера (рис. 3–5) указанный итерационный алгоритм для расчёта геометрооптического решения требует на порядок большего времени расчёта, чем выполнение 50–100 итераций алгоритма Герцберга–Секстона. По мнению авторов, основные преимущества использования начального геометрооптического решения проявляются в задачах, где алгоритм Герцберга–Секстона не может быть использован или где его применение связано со значительно большими вычислительными затратами. В частности, задача выбора хорошего начального приближения является особенно актуальной в задачах формирования заданных распределений освещённости на неплоских поверхностях. В этом случае пересчёт поля между апертурой и освещаемой областью уже не может быть описан интегралом Фурье (9), для вычисления которого разработаны быстрые алгоритмы. В то же время, как указано в пункте 1, алгоритм расчёта функции эйконала фактически без изменений обобщается на случай, когда точки расположены на произвольной поверхности. Кроме того, важно отметить, что после выполнения итераций фазовые функции на рис. 7а-в имеют регулярную структуру, что облегчает требования к технологии производства дифракционного микрорельефа.

Заключение

На основе модификации метода согласованных квадрик рассчитана функция эйконала, обеспечивающая фокусировку в набор из 1414 точек, образующих изображение калькулятора. Данный пример показывает работоспособность метода при формировании сложных изображений. Исследованы характеристики формируемого изображения в рамках скалярной теории дифракции. Показано, что метод может быть применён для расчёта ДОО, формирующих заданные непрерывные распределения освещённости в рамках скалярной теории дифракции. При этом непрерывность формируемого распределения достигается за счёт выбора расстояния между точками фокусировки на этапе расчёта функции эйконала. На численных примерах продемонстрировано, что функция эйконала является хорошим начальным приближением при расчёте ДОО на основе итерационного алгоритма Герцберга–Секстона.

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки РФ, грантов РФФИ № 14-07-31135-мол_а, 14-07-00339-А, 13-07-97001-р_поволжье_а.

Литература

1. **Winston, R.** Nonimaging Optics / R. Winston, J.C. Miñano, P. Benítez – Elsevier Academic Press, 2005. – 512 p.
2. **Oliker, V.I.** Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics / V.I. Oliker // Trends in Nonlinear Analysis; ed. by V.I. Oliker, M. Kirkilionis, S. Krömker, R. Rannacher, F. Tomi. – Springer, 2003. – P. 197-224.

3. **Kochengin, S.A.** Computational algorithms for constructing reflectors / S.A. Kochengin, V.I. Oliker // Computing and Visualization in Science. – 2003. – Vol. 6. – P. 15-21.
4. **Oliker, V.** Supporting quadric method in optical design of freeform lenses for illumination control of a collimated light / V. Oliker, J. Rubinstein, G. Wolansky // Advances in Applied Mathematics. – 2015. – Vol. 62. – P. 160-183
5. **Wang, X.J.** On the design of a reflector antenna II / X.J. Wang // Calculus of Variations and Partial Differential Equations. – 2004. – Vol. 20(3) – P. 329-341.
6. **Glimm, T.** Optical design of single reflector systems and the Monge–Kantorovich mass transfer problem / T. Glimm, V. Oliker // Journal of Mathematical Sciences. – 2003. – Vol. 117(3). – P. 4096-4108.
7. **Досколович, Л.Л.** Расчёт эйконала светового поля для фокусировки в набор точек / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев, Е.В. Бызов, С.В. Кравченко // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 443-448.
8. **Soifer, V.A.** Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation / V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, L.L. Doskolovich. – London: Taylor & Francis Ltd., 1997. – 245 p.
9. **Golub, M.A.** Computer generated diffractive multi-focal lens / M.A. Golub, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, V.A. Soifer // Journal of Modern Optics. – 1992. – Vol. 39(6). – P. 1245-1251.
10. **Kazanskiy, N.L.** Binary beam splitter / N.L. Kazanskiy, R.V. Skidanov // Applied Optics. – 2012. – Vol. 51(14). – P. 2672-2677.
11. **Doskolovich, L.L.** Analytic design of optical elements generating a line focus / L.L. Doskolovich, A.Yu. Dmitriev, S.I. Kharitonov // Optical Engineering. – 2013. – V. 52(9). – P. 091707(7).
12. Программное обеспечение для оптического проектирования TracePro [Электронный ресурс] – URL: <http://www.lambdare.com>
13. Система автоматизированного проектирования Rhinoceros [Электронный ресурс] – URL: <http://www.rhino3d.com>
14. **Fienup, J.R.** Phase retrieval algorithms: a comparison / J.R. Fienup // Applied Optics. – 1982. – Vol. 21(15). – P. 2758-2769.

References

- [1] Winston R, Miñano JC, Benítez P. Nonimaging Optics. Elsevier Academic Press, 2005.
- [2] Oliker VI. Mathematical aspects of design of beam shaping surfaces in geometrical optics. Trends in Nonlinear Analysis. Ed by M. Kirkilionis, S. Krömker, R. Rannacher, and F. Tomi. Springer, 2003.
- [3] Kochengin SA, Oliker VI. Computational algorithms for constructing reflectors. Computing and Visualization in Science 2003; 6: 15-21.
- [4] Oliker V, Rubinstein J, Wolansky G. Supporting quadric method in optical design of freeform lenses for illumination control of a collimated light. Adv. Appl. Math 2015; 62: 160-83.
- [5] Wang XJ. On the design of a reflector antenna II. Calculus Var. Partial Differ. Eq. 2004; 20(3): 329-41.
- [6] Glimm T, Oliker V. Optical design of single reflector systems and the Monge–Kantorovich mass transfer problem. J. Math. Sci. 2003; 117(3): 4096-108.
- [7] Doskolovich LL, Moiseev MA, Byzov EV, Kravchenko SV. Computation of light field eikonal to focus into a set of points [In Russian]. Computer Optics 2014; 38(3): 443-8.

- [8] Soifer VA, Kotlyar VV, Doskolovich LL. Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation. London: Taylor & Francis Ltd., 1997.
- [9] Golub MA, Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Kharitonov SI, Soifer VA. Computer generated diffractive multi-focal lens. Journal of Modern Optics 1992; 39(6): 1245-51.
- [10] Kazanskiy NL, Skidanov RV. Binary beam splitter. Applied Optics 2012; 51(14): 2672-7.
- [11] Doskolovich LL, Dmitriev AYU, Kharitonov SI. Analytic design of optical elements generating a line focus. Optical Engineering 2013; 52(9): 091707-14.
- [12] Optical Design Software TracePro. Source: <http://www.lambdare.com>
- [13] Computer Aided Design Software Rhinoceros. Source: <http://www.rhino3d.com>
- [14] Fienup JR. Phase retrieval algorithms: a comparison. Appl Opt 1982; 21: 2758-69.

ON USING A SUPPORTING QUADRIC METHOD TO DESIGN DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENTS

L.L. Doskolovich^{1,2}, M.A. Moiseev^{1,2}, N.L. Kazanskiy^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, Samara, Russia,
Russian Academy of Sciences,

² Samara State Aerospace University, Samara, Russia

Abstract

Application of a modified supporting quadric method in diffractive optical element design is described. As an example, we compute the eikonal function to focus into a calculator's image represented by a set of points. Properties of the produced image are analyzed using the scalar diffraction theory. It is shown that the proposed method can be used for the design of diffractive optical elements focusing into a continuous required illuminance distribution. Numerical examples also show that the computed eikonal function is a good initial estimate for the iterative Gerchberg-Saxton algorithm.

Keywords: geometric optics, eikonal function, supporting quadric method

Citation: Doskolovich LL, Moiseev MA, Kazanskiy NL. On using a supporting quadric method to design diffractive optical elements. Computer Optics 2015; 39(3): 339-6.

Сведения об авторах

Сведения об авторе Досколович Леонид Леонидович – см. стр. 317 этого номера.

Моисеев Михаил Александрович, 1986 года рождения, в 2008 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности 010600 «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук (2011 год), работает научным сотрудником в лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН). Является членом международного научного общества SPIE. М.А. Моисеев – специалист в области решения обратных задач геометрической оптики. В списке научных работ М.А. Моисеева 23 статьи и 7 авторских свидетельств.

Homepage: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/MoiseevM.htm>.

E-mail: mikhail@smr.ru.

Mikhail Alexandrovich Moiseev (b. 1986) graduated with honors (2008) from Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Physics. He received his Philosophy Degree in Physics and Mathematics (2011) from Samara State Aerospace University. He is a researcher in diffraction optics laboratory of the Image Processing Systems Institute of the RAS (IPSI RAS). He is a SPIE-member. He is co-author of 23 scientific papers and 7 inventions and patents. His current research interests include nonimaging optics.

Казанский Николай Львович, 1958 года рождения. В 1981 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (1996 год), профессор. Врио директора Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), профессор кафедры технической кибернетики СГАУ. Руководитель научно-образовательного центра компьютерной оптики, созданного совместно ИСОИ РАН и СГАУ, заведующий базовой (СГАУ в ИСОИ РАН) кафедрой высокопроизводительных вычислений. Является членом международных научных обществ OSA, SPIE и IAPR. Н.Л. Казанский – специалист в области дифракционной оптики, математического моделирования, обработки изображений и нанопластики. В списке научных работ Н.Л. Казанского 240 статей, 7 монографий, 35 авторских свидетельств и патентов.

Homepage: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/kazansky.htm>.

E-mail: kazansky@smr.ru.

Nikolay Lvovich Kazanskiy (b. 1958) graduated with honors (1981) from S. P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, S. P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU)), majoring in Applied Mathematics. He received his Candidate in Physics & Maths (1988) and Doctor in Physics & Maths (1996) degrees from Samara State Aerospace University. He is the director at the Samara Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is the manager of the Research & Education Center of Computer Optics established jointly by SSAU and IPSI RAS, holding the chair of SSAU's base sub-department of High-Performance Computing at IPSI RAS. He is a OSA-, SPIE- and IAPR-member. He is co-author of 240 scientific papers, 7 monographs, and 35 inventions and patents. His current research interests include diffractive optics, mathematical modeling, image processing, and nanophotonics.

*Поступила в редакцию 4 июня 2015 г.
Окончательный вариант – 18 июня 2015 г.*