

ФОКУСИРОВКА ЛАЗЕРНОГО СВЕТА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЦИЛИНДРОМ В ПРИСУТСТВИИ МОД ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

Д.А. Козлов^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,

²Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Аннотация

В статье показано, что при дифракции плоской волны с ТМ-поляризацией на диэлектрическом цилиндре с резонансным радиусом размер фокусного пятна больше, чем при дифракции ТЕ-поляризованной волны, и резонансный радиус для мод шепчущей галереи (ШГ) с ТМ-поляризацией немного больше, чем резонансный радиус соответствующей моды ШГ с ТЕ-поляризацией. Также продемонстрировано, что моды ШГ высоких порядков возбуждаются в цилиндрах, радиусы которых примерно обеспечивают достижение экстремумов функциям Бесселя, но увеличение номера моды ШГ не обязательно приводит к уменьшению размеров фокусного пятна.

Ключевые слова: дифракционная оптика, субволновые структуры, резонанс, мода шепчущей галереи в диэлектрическом цилиндре, резонансный радиус диэлектрического цилиндра.

Цитирование: Козлов, Д.А. Фокусировка лазерного света диэлектрическим цилиндром в присутствии мод шепчущей галереи высоких порядков / Д.А. Козлов, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 324-331.

Введение

Модам шепчущей галереи (ШГ) в микрорезонаторах посвящено много работ (см. обзор в [1]). Впервые моды ШГ рассмотрел в 1910 году Рэлей [2]. В современных работах рассматриваются моды ШГ в сферических [3, 4], сфероидальных [5], тороидальных [6], дисковых [7] и других микрорезонаторах. Так как в объёмных микрорезонаторах Q-фактор (или добротность резонанса), характеризующий качество резонанса, достигает в эксперименте экстраординарных величин 10^9 [4], то они рассматриваются интенсивней. В идеальном случае (когда потери в резонаторе только на излучение) Q-фактор может достигать 10^{57} [1, 4] для диэлектрической сферы диаметром 100 мкм. Для малых сфер Q-фактор тоже достигает значительных величин: для радиуса $2,134697\lambda$, λ – длина волны, и показателя преломления $n=2$ Q-фактор равен $7,6 \times 10^6$ [8]. В цилиндрическом резонаторе добротность резонанса имеет меньшую величину, и поэтому существует не много работ, посвящённых модам ШГ в диэлектрических цилиндрах. Например, в [9] рассматривались спиральные моды ШГ в обычном одномодовом оптическом волокне. В [10] дана теория распространяющихся и «захваченных» (волноводных) мод в диэлектрическом цилиндре, подробно рассмотрено спонтанное излучение атомов вблизи резонансного цилиндра. В [11] численно показано, что для моды ШГ с номером $m=22$ амплитуда поля вблизи цилиндра примерно в 75 раз больше, чем амплитуда падающей волны.

В предыдущих работах авторов рассмотрена возможность уменьшения размера фокусного пятна (точнее фокусной линии, вытянутой параллельно оси цилиндра) вблизи резонансного цилиндра. Так, в [12] аналитически с помощью ряда из функций Бесселя рассматривалась резонансная фокусировка ТЕ-поляризованного лазерного света микроцилиндром из полиэстера ($n=1,59$). Для моды ШГ с номером $m=18$ получен фокус вне микро-

цилиндра размером по полуспаду интенсивности $FWHM=0,22\lambda$, λ – длина волны. В [13] численно показано, что в течение нескольких пикосекунд при прохождении светового импульса через диэлектрический цилиндр с резонансным радиусом внутри цилиндра возбуждается и накапливается по энергии мода ШГ. Вернее две моды ШГ, которые распространяются вблизи поверхности цилиндра навстречу друг другу по часовой и против часовой стрелки и формируют стоячую моду ШГ. После прохождения пикосекундного импульса через цилиндр энергия моды ШГ, запасённая внутри цилиндра, со временем уменьшается: мода «вытекает» из цилиндра. В [14] получены уравнения из цилиндрических функций, позволяющие приближённо рассчитывать резонансный радиус цилиндра. Например, радиус цилиндра, в котором формируется мода ШГ с номером $m=26$, эти уравнения дают правильно первые 8 значащих цифр радиуса. Для цилиндра с показателем преломления $n=1,59$ и резонансным радиусом $R_{30}=3,469239\lambda$ в цилиндре возбуждается мода ШГ с номером $m=30$, которая формирует фокусное пятно шириной $FWHM=0,15\lambda$ от длины волны с максимальной интенсивностью снаружи цилиндра в 1500 раз большей, чем интенсивность падающего света.

В данной работе найдены резонансные радиусы диэлектрического цилиндра, при которых возбуждаются моды ШГ с ТМ-поляризацией. Численно показано, что, в отличие от случая ТЕ-поляризации [12–14], для ТМ-поляризации получить острый фокус вне цилиндра не удаётся. Резонансный радиус для мод ШГ с ТМ-поляризацией немного больше, чем резонансный радиус соответствующих мод ШГ с ТЕ-поляризацией. Рассчитаны распределения интенсивности света в цилиндре в присутствии ТЕ-мод ШГ высоких порядков ($m=90$). При этом размер фокусного пятна уменьшился незначительно ($FWHM=0,2\lambda$). Увеличение номера моды не обязательно приводит к уменьшению размера фокусного пятна: для моды ШГ с номером $m=100$ размер фо-

кусного пятна увеличился ($FWHM=0,25\lambda$). Моды ШГ высоких порядков возбуждаются в цилиндрах, радиусы которых примерно обеспечивают достижение экстремумов функциям Бесселя (m – порядок функции Бесселя, p – номер экстремума): $J_m(knR_{m,p})$, где k – волновое число. С помощью итеративного решения дисперсионного уравнения найдены несколько (с номерами от 3 до 27) комплексных радиусов цилиндров, реальная часть которых близка к резонансному радиусу, полученному из условия максимизации соответствующего коэффициента в разложении поля по цилиндрическим функциям, а мнимая часть определяет допустимый диапазон изменения резонансного радиуса.

1. Определение резонансного радиуса для диэлектрического цилиндра при освещении ТМ-поляризованным светом

Ранее [12–14] было рассмотрено формирование резонансных мод в диэлектрическом цилиндре при освещении его ТЕ-поляризованным светом. Однако таким же образом можно рассмотреть решения для ТМ-поляризованного излучения и получить похожие картины резонанса. Далее рассматривается дифракция ТМ-поляризованного излучения на диэлектрическом круговом цилиндре из полиэстера ($n=1,59$).

По аналогии с подходом из [12], для определения резонансных значений радиусов использовалось аналитическое решение задачи дифракции плоской ТМ-поляризованной волны на диэлектрическом цилиндре. Внутри цилиндра амплитуды компонент напряжённости поля представляются выражениями:

$$E_r(r, \varphi) = E_0 \sum_{-\infty}^{\infty} i^j j b_j \frac{J_j(knr)}{knr} e^{ij\varphi}, \tag{1}$$

$$E_\varphi(r, \varphi) = iE_0 \sum_{-\infty}^{\infty} i^j b_j J'_j(knr) e^{ij\varphi}, \tag{2}$$

где k – волновое число в вакууме, n – показатель преломления цилиндра, E_0 – некоторая начальная амплитуда пучка, а b_j – коэффициент разложения, определяемый выражением:

$$b_j = \frac{knJ_j(kR)H_j^{(1)}(kR) - knJ'_j(kR)H_j(kR)}{knJ_j(knR)H_j^{(1)}(kR) - kJ'_j(knR)H_j(kR)}, \tag{3}$$

где R – радиус цилиндра. Резонансные радиусы R определяются из условия максимума коэффициента b_j .

Первое, на что можно обратить внимание, удовлетворяется неравенство, которое использовалось для поиска резонансных радиусов в решении с ТЕ-поляризованным излучением:

$$\frac{y_m}{2\pi n} < \frac{R_m}{\lambda} < \frac{j_m}{2\pi n}, \tag{4}$$

где y_m – первый корень функции Неймана m -го порядка, j_m – первый корень функции Бесселя m -го порядка.

Однако сами резонансные значения не совпадают. Например, на рис. 1 и 2 изображены графики значений коэффициентов в разложении амплитуды светового поля с ТМ-поляризацией внутри цилиндра по модам Бес-

селя (3) для моды с номером $m=12$. Радиус цилиндра в длинах волн в этом случае равен $R_{12}=1,572263875\lambda$. Вертикальными линиями на рисунках отмечены границы, определённые неравенством (4). По горизонтали на рис. 1 отложены радиусы в длинах волн. Аналогичная картина наблюдается для всех остальных мод $m < 27$. При дальнейшем увеличении растёт максимум, наблюдаемый у второго нуля (4), однако соответствующие локальные максимумы для ТМ- и ТЕ-поляризаций находятся в пределах (4). Для рассчитанных резонансных радиусов выполняется неравенство

$$\frac{y_m}{2\pi n} < \frac{R_m^{TE}}{\lambda} \leq \frac{R_m^{TM}}{\lambda} < \frac{j_m}{2\pi n}. \tag{5}$$

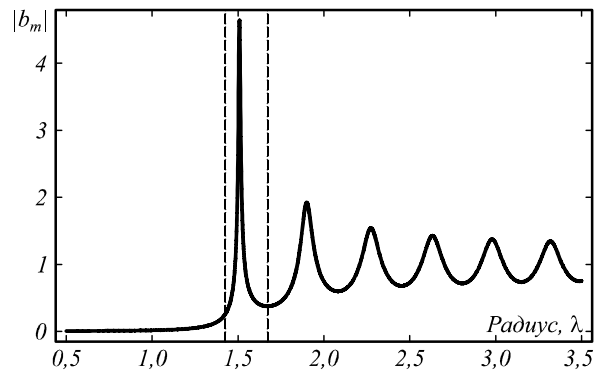


Рис. 1. Значение модуля коэффициента с номером $m=12$ в разложении амплитуды поля внутри цилиндра по функциям Бесселя в зависимости от радиуса цилиндра. ТЕ-поляризация

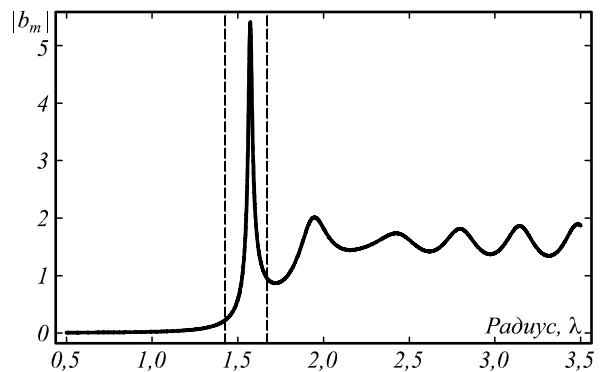


Рис. 2. Значение модуля коэффициента с номером $m=12$ в разложении амплитуды поля внутри цилиндра по функциям Бесселя в зависимости от радиуса цилиндра. ТМ-поляризация

Так как неравенство (5) вероятно выполняется для всех значений, можно воспользоваться тем же методом поиска резонансных радиусов, что и для ТЕ-поляризации, или же воспользоваться известными значениями радиусов для ТЕ-резонансов, чтобы ещё сильнее сократить область поиска оптимизационного метода.

Резонансы ТМ-поляризованного излучения в цилиндре отличаются от ТЕ-резонансов другой симметрией, что можно наблюдать на рис. 3 (для моды ШГ с номером $m=12$). На рис. 3 показано распределение полной интенсивности для амплитуды вектора напряжённости электрического поля, лежащего в плоскости (x, y) или (r, φ) : $|E|^2 = |E_r|^2 + |E_\varphi|^2$.

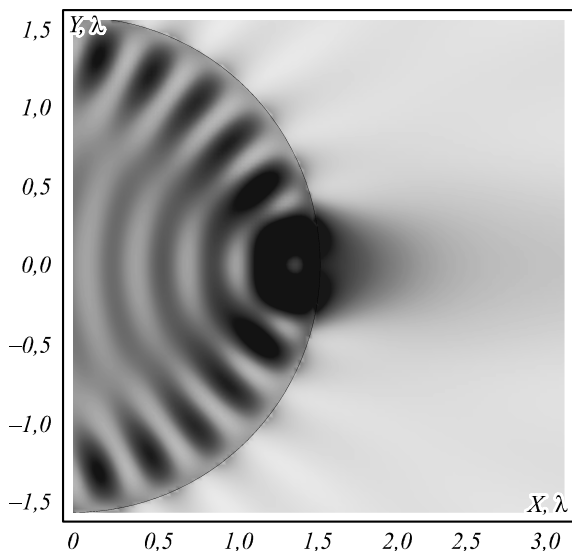


Рис. 3. Двумерное негативное распределение полной интенсивности внутри цилиндра из полиэстера при резонансе моды ШГ с номером $m = 12$

Максимумы располагаются симметрично относительно оптической оси. Это заметно усложняет фокусирование света, так как направление на необходимую область максимальной интенсивности всегда находится под углом к оптической оси, причём этот угол зависит от порядка резонанса. В отличие от ТЕ-резонанса, максимумы интенсивности оказываются «втянутыми» внутрь цилиндра. Так же максимум оказывается «размазанным» из-за вклада угловой компоненты вектора напряжённости электрического поля $|E_{\phi}|^2$ (рис. 4).

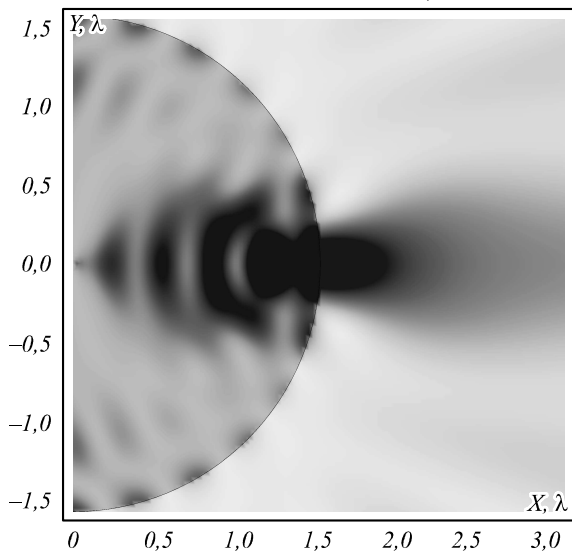


Рис. 4. Двумерное негативное распределение $|E_{\phi}|^2$ в диэлектрическом цилиндре при резонансе моды ШГ с номером $m = 12$

На рис. 5 показано распределение интенсивности радиальной проекции вектора напряжённости электрического поля $|E_r|^2$. Поперечный размер пятна по спаду интенсивности составляет $FWHM = 0,7\lambda$, так как два максимума сливаются в одно пятно, глубина фокуса $DOF = 0,375\lambda$ (погрешность $\lambda/20$).

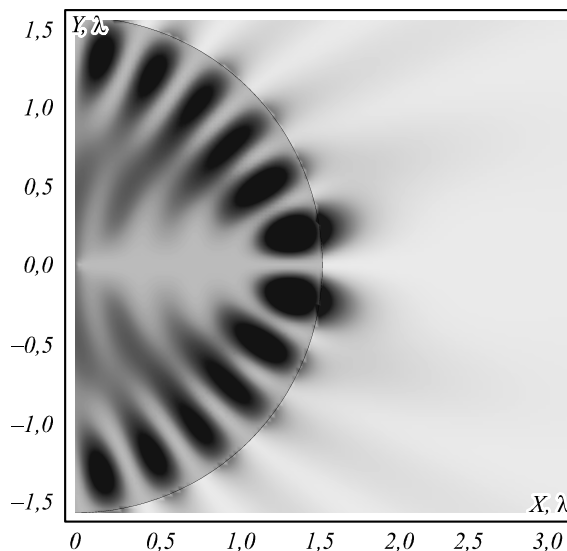


Рис. 5. Двумерное негативное распределение $|E_r|^2$ при резонансе моды ШГ с номером $m = 12$

Так как размер области максимальной интенсивности по большей части расположен внутри цилиндра, а на поверхности наблюдается лишь два близко расположенных максимума, сливающихся в одно пятно, исследование резонансов при ТМ-поляризации не представляет такого интереса, как исследование резонанса ТЕ-поляризованного излучения.

2. Резонансные ТЕ-моды высоких порядков

При фокусировке плоской монохроматической волны с ТЕ-поляризацией на однородном диэлектрическом цилиндре могут быть получены резонансные режимы, при которых на поверхности цилиндра наблюдаются периодические максимумы интенсивности. Резонансным режимам соответствуют решения, в которых в комплексную амплитуду напряжённости электрического поля наибольший вклад вносит одна из мод ШГ.

Далее будут рассмотрены два случая резонанса порядка $m = 90$. Будет показано, что для мод высоких порядков могут существовать два и более резонансных радиуса. В ходе численного анализа коэффициентов разложения амплитуды напряжённости электрического поля по функциям Бесселя [11] было получено неравенство (4), которое перепишем, явно указав, что выбраны только первые корни функций Бесселя и Неймана m -го порядка:

$$u_{m,1} \leq 2\pi nR \leq j_{m,1} . \tag{6}$$

Однако может быть показано, что оно верно не для всех резонансных мод, и для моды произвольного большого порядка это неравенство не выполняется, так как в районе предполагаемого первого максимума значение коэффициента оказывается близко к нулю. Так, например, на рис. 6 представлен график значения коэффициента разложения для моды порядка $m = 90$ при дифракции ТЕ-поляризованного света на диэлектрическом цилиндре из полиэстера ($n = 1,59$).

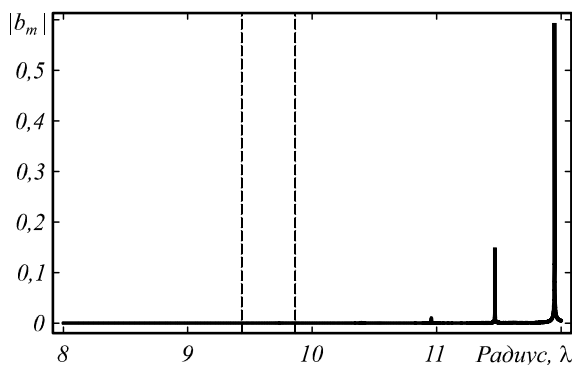


Рис. 6. Модуль коэффициента разложения амплитуды напряжённости электрического поля по функциям Бесселя внутри цилиндра в зависимости от радиуса цилиндра в длинах волн ($m = 90$) и границы положения первого максимума, определяемые формулой (3)

Вертикальными линиями отмечены границы, определяемые неравенством (6). Однако на графике также видно, что у функции значения коэффициента есть несколько других чётких локальных максимумов. На рис. 7 построена та же зависимость коэффициента, что и на рис.6, но в промежутке $12\lambda - 15\lambda$. Неравенство (6) можно использовать для определения положения всех максимумов, если вместо первого нуля функции в неравенстве (6) использовать ноль (корень) с номером p :

$$y_{m,p} < 2\pi n R_{m,p} < j_{m,p} \tag{7}$$

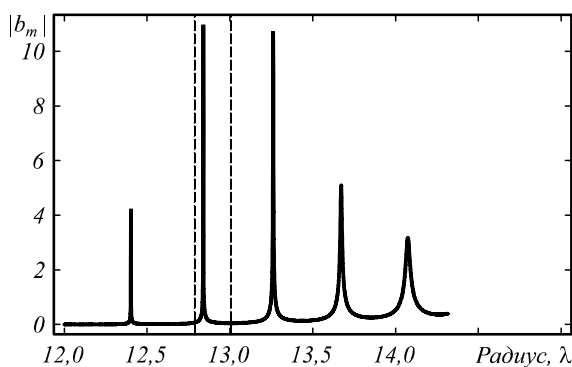


Рис. 7. Зависимость модуля коэффициента ($m = 90$) разложения амплитуды светового поля внутри цилиндра по функциям Бесселя от радиуса в длинах волн и границы положения седьмого максимума ($p = 7$), определяемого неравенством (4)

Так, положение самых больших по величине максимумов на рис. 7 определяется седьмым ($p = 7$) и восьмым ($p = 8$) нулями функций Бесселя: $J_m(knR_{m,p})$. Для этих радиусов было построено распределение интенсивности вблизи границы цилиндра. Результаты представлены на рис. 8 и 9.

На рис. 8 изображено негативное распределение интенсивности ($I = EE^*$), полученное для моды, границы максимума коэффициента которой определяются седьмым нулём функций Бесселя первого и второго рода ($p = 7$). Максимум, образовавшийся на границе цилиндра, имеет $DOF = 0,075\lambda$ и $FWHM = 0,2\lambda$. Расстояние между точками на распределении составляет $\lambda/40$, поэтому погрешность DOF и $FWHM$ со-

ставляет $0,05\lambda$. Полученный радиус приблизительно равен $R_{90,7} = 12,83942971841932312 \lambda$.

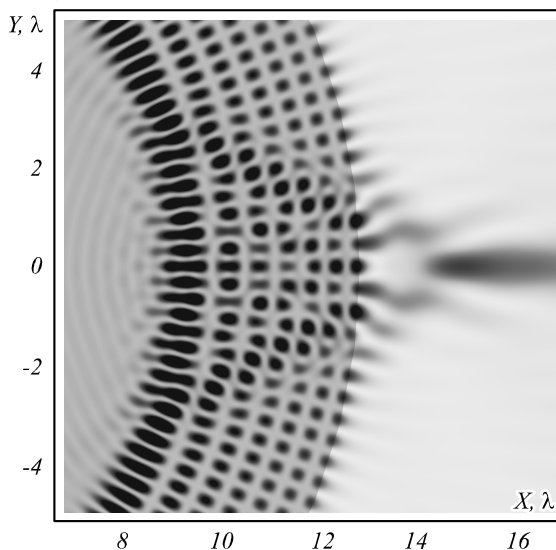


Рис. 8. Негативное распределение интенсивности, соответствующее седьмому максимуму ($p = 7$) на рис. 7 для моды ШГ порядка $m = 90$

На рис. 9 изображено негативное распределение интенсивности, полученное для моды, границы максимума коэффициента которой определяются восьмым нулём ($p = 8$) (рис. 7). Параметры максимума на границе цилиндра: $DOF = 0,125\lambda$ и $FWHM = 0,3\lambda$. Радиус приблизительно равен $R_{90,8} = 13,261643794742604\lambda$.

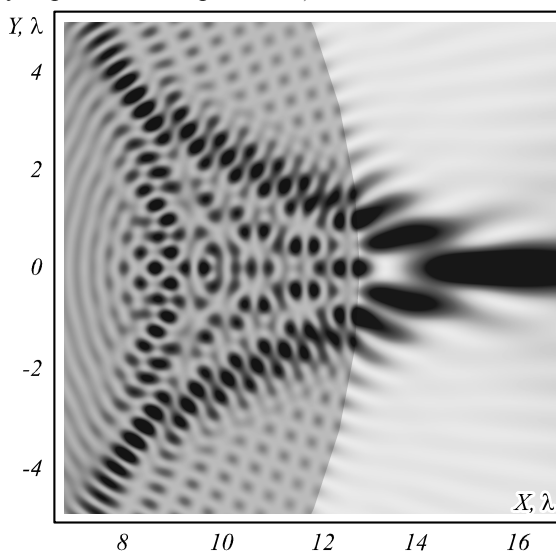


Рис. 9. Негативное распределение интенсивности для восьмого максимума ($p = 8$) ШГ порядка $m = 90$

Следует обратить внимание на число «слоёв» образовавшихся периодических максимумов вдоль радиуса цилиндра. Их число равно номеру нулей, определяющих границы резонансного значения в неравенстве (7). Поэтому на рис. 8 содержится семь периодических по углу максимумов, в то время как на рис. 9 их восемь. Все максимумы образованы вкладом основной моды Бесселя: $J_m(knR_{m,p})$. Так, на рис. 10 изображено распределение интенсивности вдоль оптической оси, полученное из распределения интенсивно-

сти на рис. 8 вдоль радиуса. На рис. 11 изображено поведение функции Бесселя порядка $m=90$, где вертикальными линиями отмечены максимумы, полученные из распределения на рис. 10. Из сравнения рис. 10 и 11 видно, что максимумы интенсивности моды ШГ почти совпадают с экстремумами функции Бесселя $J_m(knR_{m,p})$.

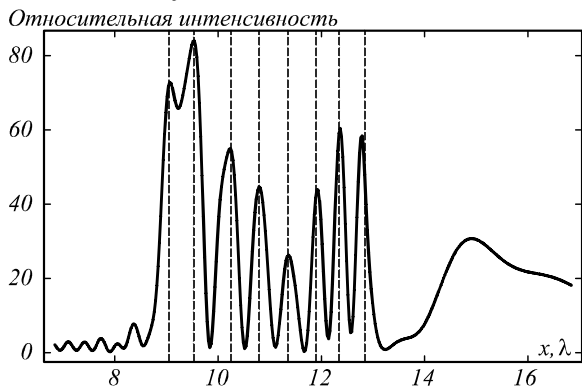


Рис. 10. Распределение интенсивности вдоль оптической оси, полученное из распределения на рис. 8, вертикальными прямыми отмечены максимумы на распределении, крайняя правая соответствует границе цилиндра

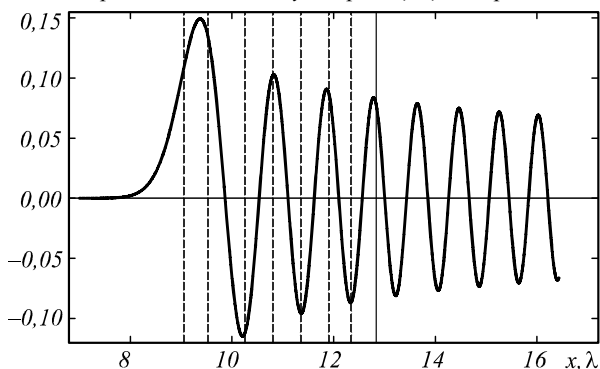


Рис. 11. График функции Бесселя порядка $m=90$, входящего в распределение на рис. 10, вертикальными прямыми отмечены максимумы, как на рис. 10

Когда в цилиндре наблюдается резонансная мода, как правило, коэффициент разложения у резонансной моды Бесселя является последним в разложении, и следующие за ним коэффициенты близки по своему значению к нулю. Любопытно, что это верно и для высоких мод, то есть вклад более высоких мод (относительно резонансной) в распределение ничтожно мал, хотя первые максимумы функций Бесселя более высоких порядков «помещаются» в цилиндр. Из графика на рис. 7 можно заключить, что даже в интервале радиусов шириной λ находится большее число максимумов: больше двух для одной моды, вероятно, больше четырёх, если брать в расчёт соседние моды. Однако эти резонансы не наблюдаются из-за слишком малой ширины. Если определять ширину резонанса как ширину интервала, на котором значение коэффициента составляет не менее половины максимума, то для седьмого максимума ширина (грубо) равна $0,0005 \lambda$, для восьмого – $0,003 \lambda$.

Аналогичное распределение было построено для резонансной моды ШГ порядка $m=100$ (соответствующее восьмому максимуму, $p=8$). Было получено распределение, полностью аналогичное распределению на рис. 9, с восемью кругами периодических максимумов. Размеры фокусного пятна на границе: $DOF = 0,1\lambda$, $FWHM = 0,25\lambda$.

Аналитическое решение задачи дифракции плоской волны на диэлектрическом цилиндре для значений радиусов, соответствующих резонансам мод ШГ высоких порядков, показало, что при увеличении радиуса не происходит дальнейшего уменьшения размера области максимальной интенсивности (области фокуса).

3. Поиск корней уравнения для резонансных радиусов в комплексной плоскости

Выражение для коэффициента разложения амплитуды поля с ТЕ-поляризацией по функциям Бесселя внутри диэлектрического цилиндра имеет следующий вид [9–11]:

$$b_j = \frac{2i}{\pi z C(z)}, \tag{8}$$

$$C(z) = J_j(nz)H_j^{(1)'}(z) - nJ_j'(nz)H_j^{(1)}(z).$$

Функцию в знаменателе (8) можно упростить до выражения

$$\begin{aligned} C(z) &= J_j(nz)J_j'(z) + iJ_j(nz)Y_j'(z) - \\ &- nJ_j'(nz)J_j(z) - niJ_j'(nz)Y_j(z) = \\ &= J_j(nz) \left[-J_{j+1}(z) + \frac{j}{z}J_j(z) \right] - \\ &- \left[-nJ_{j+1}(nz) + \frac{j}{z}J_j(nz) \right] J_j(z) + \\ &+ iJ_j(nz)Y_j'(z) - niJ_j'(nz)Y_j(z) = \\ &= -J_j(nz)J_{j+1}(z) + nJ_{j+1}(nz)J_j(z) + \\ &+ inJ_{j+1}(nz)Y_j(z) - iJ_j(nz)Y_{j+1}(z). \end{aligned} \tag{9}$$

Можно показать, что равенство нулю знаменателя (8) или $C(z) = 0$ на множестве действительных чисел не выполняется, так как система, полученная приравнованием действительной и мнимой части, является несовместной. Тем не менее, у этого выражения существует как минимум счётное множество комплексных корней. Несмотря на то, что комплексное значение радиуса не имеет физического смысла, его действительная и мнимая части позволяют получить резонансный радиус с достаточной точностью и оценить его ширину.

Для поиска корней выражения (9) можно воспользоваться простым итеративным алгоритмом из программы Mathematica, если выбрать маленький шаг и в качестве начального значения выбирать действительные значения радиуса резонанса, полученные путём поиска максимума выражения коэффициента b_m . В табл. 1 приведены резонансные радиусы цилиндра в длинах волн, полученные с помощью поиска максимумов коэффициентов (8) (второй столбец) и как комплексные корни уравнения (9) (третий и четвёртый столбцы).

Табл. 1. Резонансные радиусы диэлектрического цилиндра, рассчитанные разными методами

Номер моды m	Радиус резонанса, λ	Действительная часть комплексного корня R' , λ	Мнимая часть комплексного корня R'' , λ	$Q=R'/2R''$
3	0,46801914	0,46495684	-0,04985	4,663140796
4	0,58672424	0,58398087	-0,04134	7,061520306
5	0,70424568	0,70201076	-0,03390	10,35256197
6	0,82093717	0,81923029	-0,02748	14,90097525
7	0,93695975	0,93572062	-0,02203	21,23545050
8	1,05237962	1,05151836	-0,01745	30,12937330
9	1,16721616	1,16664067	-0,01365	42,72266667
10	1,28146838	1,28109771	-0,01055	60,70675494
11	1,39513011	1,39489952	-0,00607	86,60634117
12	1,50819855	1,50805976	-0,00452	124,2098892
13	1,62067849	1,62059754	-0,00332	179,2289561
14	1,73258371	1,73253787	-0,00242	260,3104425
15	1,84393633	1,84391108	-0,00174	380,5942367
16	1,95476514	1,95475159	-0,00124	560,1154196
17	2,06510350	2,06509640	-0,00087	829,5168678
18	2,17498710	2,17498346	-0,00061	1235,798774
19	2,28445209	2,28445025	-0,00042	1851,239893
20	2,39353363	2,39353272	-0,00029	2787,265567
21	2,50226491	2,50226447	-0,00020	4216,042952
22	2,61067656	2,61067635	-0,00013	6404,164248
23	2,71879634	2,71879624	-0,00009	9765,266272
24	2,82664918	2,82664913	-0,00006	14942,35406
25	2,93425724	2,93425722	-0,00004	22936,77859
26	3,04164016	3,04164015	-0,00002	35310,58038
27	3,14881533	3,14881533	-0,00001	54504,33980

Из табл. 1 видно, что для диэлектрического цилиндра с радиусом всего $3,14 \lambda$ добротность резонанса Q достигает 10^4 . Действительная часть корней $R'+iR''$ выражения (9) в комплексной области близка по своему значению к радиусу, полученному из условия максимума (8), что продемонстрировано на рис. 12–15. На рис. 12–15 изображены графики модуля коэффициента разложения светового поля внутри цилиндра по функциям Бесселя (8) от радиуса в длинах волн и положения ближайших действительных частей корней выражения (9). Из рис. 12–15 можно видеть, что значение резонансных радиусов из решения (9) получается достаточно точным и находится в малой области точного значения. Пунктирными вертикальными прямыми отмечены точки $R'-R''$ и $R'+R''$.

Можно отметить, что с ростом порядка резонанса мнимая часть решения приближается к нулю, то есть значение знаменателя всё сильнее приближается к нулю.

Заключение

В данной работе получены следующие результаты:

1. Найдены резонансные радиусы диэлектрического цилиндра, при котором возбуждаются моды ШГ с ТМ-поляризацией (рис. 3–5).

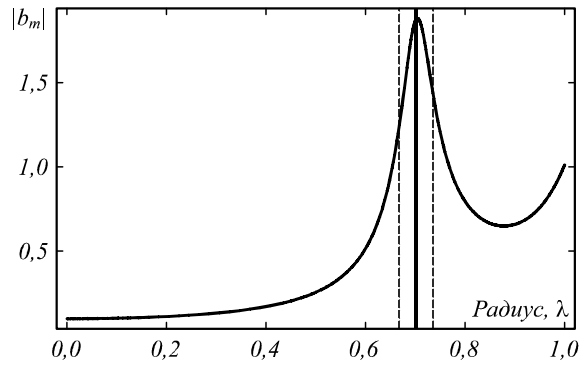


Рис. 12. График коэффициента $b_5(r)$, жирной вертикальной прямой отмечено положение действительной части корня выражения (6)

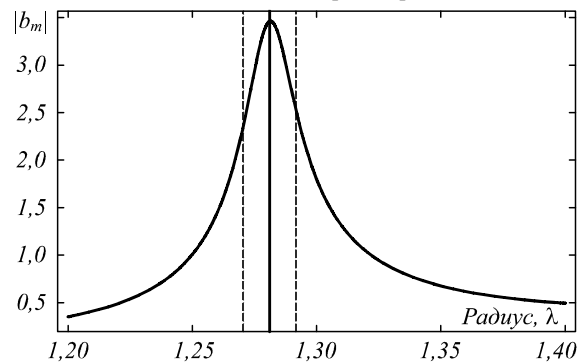


Рис. 13. График коэффициента $b_{10}(r)$, жирной вертикальной прямой отмечено положение действительной части корня выражения (6)

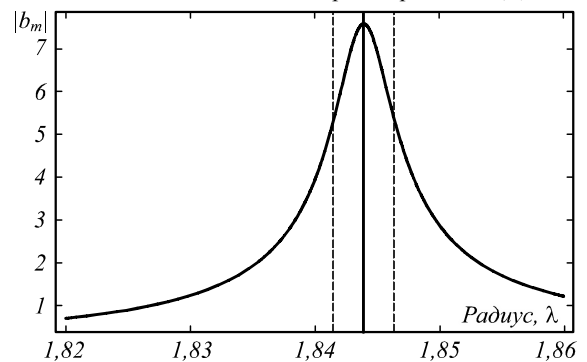


Рис. 14. График коэффициента $b_{15}(r)$, жирной вертикальной прямой отмечено положение действительной части корня выражения (6)

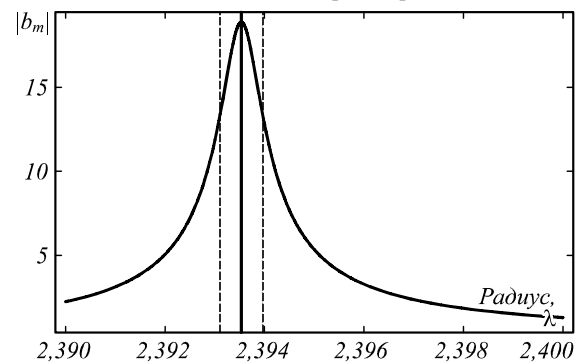


Рис. 15. График коэффициента $b_{20}(r)$, жирной вертикальной прямой отмечено положение действительной части корня выражения (6)

При дифракции плоской волны с ТМ-поляризацией на диэлектрическом цилиндре с резонансным радиусом размер фокусного пятна больше ($\text{FWHM} = 0,7\lambda$), чем при дифракции ТЕ-поляризованной волны ($\text{FWHM} = 0,22\lambda$ [12]).

2. Моды ШГ высоких порядков (рис. 8, 9) возбуждаются в цилиндрах, радиусы которых $R_{m,p}$ (неравенство (7)) примерно обеспечивают достижение экстремумов функциям Бесселя $J_m(knR_{m,p})$ (m – порядок функции Бесселя, p – номер экстремума) (рис. 10, 11), хотя увеличение номера моды ШГ автоматически не приводит к уменьшению размеров фокусного пятна. Так, для ТЕ-моды ШГ с номером $m=90$ размер фокусного пятна на границе цилиндра равен $\text{FWHM} = 0,2\lambda$, а для ТЕ-моды ШГ с номером $m=100$ размер фокусного пятна больше $\text{FWHM} = 0,25\lambda$.

3. С помощью итеративного решения дисперсионного уравнения (9) найдены несколько комплексных радиусов цилиндров, реальная часть которых близка к резонансному радиусу, полученному из условия максимизации соответствующего коэффициента в разложении поля по цилиндрическим функциям, а мнимая часть определяет допустимый диапазон изменения резонансного радиуса (табл. 1). Оба способа расчёта дают одинаковые значения для резонансного радиуса $3,14881533\lambda$. При увеличении резонансного радиуса цилиндра всего в 6 раз (с $0,46\lambda$ до $3,15\lambda$) Q-фактор увеличился в 10^4 раз (с 4 до 10^4).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3970.2014.9), а также грантов РФФИ 14-29-07133, 15-07-01174.

Литература

1. **Righini, G.C.** Whispering gallery mode microresonators: Fundamentals and applications / G.C. Righini, Y. Dumeige, P. Feron, M. Ferrari, G. Nunzi Conti, D. Ristic, S. Soria // *La Rivista del Nuovo Cimento*. – 2011. – V.34(7). – P. 435-490.
2. **Rayleigh, L.** The Problem of the Whispering Gallery / L. Rayleigh // *Philosophical Magazine*. – 1910. – V. 20. – P. 1001–1004.
3. **Chiasera, A.** Spherical whispering-gallery-mode microresonators / A. Chiasera, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, Y. Jestin, G. Nunzi Conti, S. Pelli, S. Soria, G.C. Righini // *Laser and Photonics Reviews*. – 2010. – V. 4(3). – P. 457-482.
4. **Gorodetsky, M.L.** Ultimate Q of optical microsphere resonators / M.L. Gorodetsky, A.A. Savchenkov, V.S. Ilchenko // *Optics Letters*. – 1996. – V. 21(7). – P. 453-455.
5. **Gorodetsky, M.L.** Geometrical theory of whispering-gallery modes / M.L. Gorodetsky, A. E. Fomin // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. – 2006. – V. 12. – P. 33-39.
6. **Armani, D.K.** Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip / D.K. Armani, T.J. Kippenberg, S.M. Spillane, K.J. Vahala // *Nature*. – 2003. – V. 421. – P. 925-928.
7. **Borselli, M.** Rayleigh scattering, mode coupling, and optical loss in silicon microdisks / M. Borselli, K. Srinivasan, P.E. Barclay, O. Painter // *Applied Physics Letters*. – 2004. – V. 85(17). – P. 3693-3695.
8. **Zakowicz, W.** Particle acceleration by wave scattering off dielectric spheres at whispering-gallery-mode resonance / W. Zakowicz // *Physical Review Special Topics – Accelerators and beams*. – 2007. – V.10. – P. 101301.
9. **Birks, T.A.** High-resolution measurement of the fiber diameter variations using whispering gallery modes and no optical alignment / T.A. Birks, J.C. Knight, T.E. Dimmick // *IEEE Photonics Technology Letters*. – 2000. – V. 12. – P. 182-183.
10. **Zakowicz, W.** Spontaneous emission in the presence of a dielectric cylinder / W. Zakowicz, M. Janowicz // *Physical Review A*. – 2000. – V. 62. – P. 013820.
11. **Zakowicz, W.** Whispering-gallery-mode resonances: a new way to accelerate charged particles / W. Zakowicz // *Physical Review Letters*. – 2005. – V. 95. – P. 114801.
12. **Козлов, Д.А.** Резонансная фокусировка лазерного света однородным диэлектрическим цилиндром / Д.А. Козлов, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 393-396.
13. **Козлова, Е.С.** Моделирование резонансной фокусировки пикосекундного импульса диэлектрическим микроцилиндром / Е.С. Козлова, В.В. Котляр, С.А. Дегтярев // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 1. – С.45-51
14. **Котляр, В.В.** Расчёт резонансного радиуса диэлектрического цилиндра при освещении его плоской волной ТЕ-поляризованного света / В.В. Котляр, Д.А. Козлов, А.А. Ковалев // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 2. – С.163-171.

References

- [1] Righini GC, Dumeige Y, Feron P, Ferrari M, Nunzi Conti G, Ristic D, Soria S. Whispering gallery mode microresonators: Fundamentals and applications. *La Rivista del Nuovo Cimento* 2011; 34(7): 435-90.
- [2] Rayleigh L. The Problem of the Whispering Gallery. *Philosophical Magazine* 1910; 20: 1001-4.
- [3] Chiasera A, Dumeige Y, Féron P, Ferrari M, Jestin Y, Nunzi Conti G, Pelli S, Soria S, Righini GC. Spherical whispering-gallery-mode microresonators. *Laser and Photonics Reviews* 2010; 4(3): 457-82.
- [4] Gorodetsky ML, Savchenkov AA, Ilchenko VS. *Optics Letters* 1996; 21(7): 453-5.
- [5] Gorodetsky ML, Fomin AE. Geometrical theory of whispering gallery modes. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 2006; 12: 33-3.
- [6] Armani DK, Kippenberg TJ, Spillane SM, Vahala KJ. Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip. *Nature* 2003; 421: 925-8
- [7] Borselli M, Srinivasan K, Barclay PE, Painter O. Rayleigh scattering, mode coupling, and optical loss in silicon microdisks. *Applied Physics Letters* 2004; 85(17): 3693-5.
- [8] Zakowicz W. Particle acceleration by wave scattering off dielectric spheres at whispering-gallery-mode resonance. *Physical Review Special Topics - Accelerators and beams* 2007; 10: 101301.
- [9] Birks TA, Knight JC, Dimmick TE. High-resolution measurement of the fiber diameter variations using whispering gallery modes and no optical alignment. *IEEE Photonics Technology Letters* 2000; 12: 182-3.
- [10] Zakowicz W, Janowicz M. Spontaneous emission in the presence of a dielectric cylinder. *Physical Review A*. 2000; 62: 013820.
- [11] Zakowicz W. Whispering-gallery-mode resonances: a new way to accelerate charged particles. *Physical Review Letters*. 2005; 95: 114801.

- [12] Kozlov DA, Kotlyar VV. Resonant laser focus light by uniformly dielectric microcylinder. *Computer Optics* 2014; 38(3): 393-6.
- [13] Kozlova ES, Kotlyar VV, Degtyarev SA. Simulation of resonance focusing of a picosecond pulse by a dielectric microcylinder. *Computer Optics* 2015; 39(1): 45-51.
- [14] Kotlyar VV, Kozlov DA, Kovalev AA. Calculation of the resonant radius of a dielectric cylinder under illumination by a plane TE-wave. *Computer Optics* 2015; 39(2): 163-71.

FOCUSING OF LASER LIGHT USING A DIELECTRIC CYLINDER CARRYING HIGHER-ORDER WHISPERING GALLERY MODES

D.A. Kozlov^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹ *Image Processing Systems Institute, Samara, Russia, Russian Academy of Sciences,*

² *Samara State Aerospace University, Samara, Russia*

Abstract

We demonstrated that plane wave diffraction on a dielectric cylinder with resonant radius produces a broader focal spot in case of TM-polarization, and resonant radiuses of whispering gallery modes (WGM) for TM-polarized illumination are significantly greater than corresponding radiuses for TE-polarization. We also showed that high order WGM are exited in cylinders with radiuses close to extreme value conditions of Bessel functions, and that increasing WGM order not necessary leads to stronger light confinement in the focal spot.

Key words: diffractive optics, subwavelength structures, resonance, whispering gallery mode in dielectric cylinder, resonant radius for dielectric cylinder.

Citation: Kozlov DA, Kotlyar VV. Focusing of laser light using a dielectric cylinder carrying a higher-order whispering gallery modes. *Computer Optics* 2015; 39(3): 324-1.

Сведения об авторах

Козлов Дмитрий Андреевич, 1992 года рождения, студент 1-го курса магистратуры по специальности «Прикладные математика и физика» Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная оптика.

E-mail: kozlov.dmitry.a@gmail.com.

Dmitry Andreevich Kozlov (b. 1992) student in applied mathematics and physics in Samara State Aerospace University. Scientific interests: nanophotonics, diffractive optics.

Сведения об авторе Котляр Виктор Викторович – см. стр. 303 этого номера.

*Поступила в редакцию 19 мая 2015 г.
Окончательный вариант – 10 июня 2015 г.*